

Tipo de artículo: Artículo de revisión

# Mapas Cognitivos Difusos antecedentes, lógica operacional y aplicaciones

## *Fuzzy Cognitive Maps antecedents, operational logic and applications*

José Alejandro Martos Valdés<sup>1\*</sup> , <https://orcid.org/0009-0009-8651-1955>

Omar Mar Cornelio<sup>2</sup> , <https://orcid.org/0000-0002-0689-6341>

<sup>1</sup> Centro de Estudio de Matemática Computacional. Universidad de las Ciencias Informáticas. La Habana. Correo electrónico:

<sup>2</sup> Centro de Estudio de Matemática Computacional. Universidad de las Ciencias Informáticas. La Habana. Correo electrónico: [omarmar@uci.cu](mailto:omarmar@uci.cu)

\* Autor para correspondencia: [jamartos555@gmail.com](mailto:jamartos555@gmail.com)

### Resumen

La presente investigación realiza un estudio sobre los Mapa Cognitivo Difuso, teniendo en cuenta su historia, antecedentes y otras ciencias que sirvieron de base para la formación de este tipo de mapa. También se observaran sus procedimientos lógicos, modo operacional y sus distintas aplicaciones en los diferentes sectores de la sociedad. Con ello se pretende desvelar nuevas y posibles aplicaciones ya que se hasta el día de hoy ha demostrado ser una herramienta matemática muy útil a la hora de predecir eventos de diversas índoles y con esto prevenirlos de una manera más óptima y eficiente haciendo uso de esquemas y operaciones propias de esta metodología de los Mapas Cognitivos Difusos.

**Palabras clave:** Mapa Cognitivo Difuso; herramienta matemática; metodología.

### Abstract

*The present investigation carries out a study on the Diffuse Cognitive Map, taking into account its history, background and other sciences that served as the basis for the formation of this type of map. Its logical procedures, operational mode and its different applications in different sectors of society will also be observed. With this, it is intended to reveal new and possible applications, since to this day it has proven to be a very useful mathematical tool when it comes to predicting events of various kinds and with this preventing them in a more optimal and efficient way, making use of schemes and operations typical of this methodology of Diffuse Cognitive Maps.*

**Keywords:** *Diffuse Cognitive Map, mathematical tool, methodology.*

**Recibido:** 18/03/2023

**Aceptado:** 20/07/2023

**En línea:** 01/08/2023

## Introducción

Cuando se habla de Mapas Cognitivos Difusos (MCD), se debe comenzar hablando de los Mapas Cognitivos (su metodología antecesora), una metodología que posibilita la representación visual de las ideas, conceptos y/o ítems,



Esta obra está bajo una licencia *Creative Commons* de tipo **Atribución 4.0 Internacional** (CC BY 4.0)

que forman un sistema y las relaciones causales que existen entre ellos, todo ello enmarcado en un grafo o esquema. Estos mapas cognitivos son grafos dirigidos que están formados por conceptos (nodos) y conexiones causales (arcos) que pueden ir con signo positivo o negativo según incrementen o decrezcan un nodo a otro, o pueden ser ausentes si no existen relaciones causales entre dos nodos. Pero este modelo, además, admite su representación de manera numérica a través de una matriz de conexión (matriz adyacente) en la que la intercepción de cada par de nodos (conceptos) indica la relación existente entre los mismos.

Hasta ese momento, solo se había hablado de relaciones causales precisas, una misma causa siempre provoca el mismo efecto. Pero en el día a día, esto no suele suceder de esta manera, existen relaciones causales que son imprecisas, no siempre una misma causa provoca el mismo efecto (Infante-Moro et al., 2021), (Escudero & León, 2007), (Vázquez et al., 2013), (Jones et al., 2016) hace una evolución de estos Mapas Cognitivos (Ibargüen et al., 2012) y desarrolla los Mapas Cognitivos Difusos (MCD), añadiéndoles relaciones causales imprecisas o variables difusas que permitan representar el grado de influencia entre un nodo y otro mediante la lógica difusa, extendiendo su definición a estructuras de grafos difusos que representan razonamiento causal.

El método de los Mapas Cognitivos Difusos (MCD) fue desarrollado por (Kosko, 1986) en la década de los 80, siendo una evolución de los Mapas Cognitivos y está sustentado en la teoría de la Lógica Difusa y la teoría de la Causalidad. La Causalidad es la relación que se establece entre una causa y su efecto, la relación causa-efecto. Un principio clásico de la filosofía y la ciencia, que afirma que todo hecho tiene una causa, y un principio fundamental en el ámbito de la investigación, que permite prevenir, controlar y dominar un hecho o una situación si conocemos su causa. Se puede hablar de esta relación en cualquier ámbito, entre los que se encuentran: acontecimientos, procesos, producción y/o fenómenos y la Lógica Difusa es un método que proporciona una conclusión clara a partir de una información imprecisa o ambigua, es decir, es el método que permite tomar una decisión a un individuo de forma más convincente desde una información que percibe o recibe de manera no clara (Racet-Valdés et al., 2017). Sería una lógica multi-valuada que permite valores intermedios (variables difusas) para poder tomar decisiones entre sí/no, verdadero/falso, negro/blanco, caliente/frío, entre otros. Lofti A. Zadeh fue el creador de este último concepto que aparece por primera vez en la revista "Information and Control" en 1965 (Zadeh, 1965) y que él mismo orienta hacia el concepto que conocemos hoy en día como Lógica Difusa en 1971 (Zadeh, 1971).

## Materiales y métodos

Respecto a los Mapas Cognitivos, antecesor del método al que dedicamos dicho artículo, se puede decir que omite la teoría de la Lógica Difusa y solo se sustenta en la teoría de la Causalidad, hasta tal punto que se puede llegar a decir



que los Mapas Cognitivos son realmente Mapas Causales, ya que solo son representaciones causales entre los elementos que componen dichos mapas. Y a diferencia de éste, los Mapas Cognitivos Difusos (MCD) sí que también se sustentan en la teoría de la Lógica Difusa. Este método utilizaría el mismo concepto que los Mapas Cognitivos pero agregándoles las variables difusas (que ya citamos anteriormente, y que serían variables que permiten valores intermedios entre dos opciones extremas). Por tanto, estos mapas cognitivos difusos serían estructuras de grafos difusos que representan razonamiento causal.

Así, este método permite deducir información sobre la importancia de los conceptos implicados en el problema e identificar cuáles son los verdaderamente involucrados en dicha problemática. Un proceso de diseño y ejecución que se divide en tres fases: “Fase de definición”, “Fase de iniciación” y “Fase de ejecución”.

### **Fase de definición**

Fase en la que se analiza el sistema e identifica y define los conceptos involucrados en dicho sistema, cada uno de los conceptos involucrados será representado como uno de los nodos del grafo o matriz que conforma el mapa cognitivo.

### **Fase de iniciación**

Ésta es la fase con más trabajo, es la fase en la que se establecen las relaciones entre los conceptos. Existen tres maneras diferentes de establecer las relaciones causales entre los conceptos (nodos): “Basándose en la opinión de los expertos”, “Utilizando Mapas Cognitivos Difusos Aumentados” y “Basándose en datos históricos”.

- Basándose en la opinión de los expertos. En esta forma, se busca explorar la experiencia y el conocimiento. Cada experto define su propio mapa cognitivo difuso y, finalmente, se determina un mapa cognitivo difuso global con los resultados individuales obtenidos. Lo deseable es que cada uno de los expertos que forme la muestra a analizar realice un dibujo de la red conceptual del sistema a estudiar y las conexiones causales existentes, aunque también se permite en este modelo la obtención de esta información a través de entrevistas o cuestionarios (Özesmi & Özesmi, 2004).

- Utilizando Mapas Cognitivos Difusos Aumentados. En esta forma, se combinan las matrices de diferentes mapas cognitivos difusos (MCD) de una misma área para formar un nuevo mapa cognitivo difuso (MCD). Si una de estas matrices no incluye un concepto, la fila y columna de éste se rellena con ceros. - Basándose en datos históricos. En esta forma, se buscan los datos de entrada en datos del sistema ya medidos anteriormente.

### **Fase de ejecución:**

Fase en la que se analiza el sistema a través del mapa cognitivo difuso (MCD). En esta fase se utiliza algún software de análisis como FCMappers que permite analizar el mapa obtenido y clasificar las variables del sistema según su influencia en el resto de las variables y obtener los indicadores outdegree, indegree y de centralidad (Wildenberg et al., 2010). La clasificación de las variables se realiza en función de la influencia de cada una de ellas en el resto de las



variables, y las variables que se pueden encontrar son (Papageorgiou & Kontogianni, 2012):- Variables transmisoras. También llamadas fuerzas o drivers.- Variables receptoras. También llamadas estados respuestas o productos finales. - Variables ordinarias. También llamadas medios o factores, que son variables transmisoras y receptoras a la vez. Y los indicadores que permiten el análisis de la estructura de los mapas cognitivos difusos (MCD) son (Özesmi & Özesmi, 2004):

- El indicador outdegree, que es la suma de los valores de la matriz adyacente asociados con los conectores que salen de un nodo o variable. Una variable transmisora presenta un alto outdegree.
- El indicador indegree, que es la suma de los valores de la matriz adyacente asociados a las conexiones que entran en un nodo. Este indicador muestra el grado de dependencia de la variable. Una variable receptora presenta un alto indegree.
- El indicador de centralidad, que es la suma de los indicadores outdegree e indegree. Este indicador indica el grado de participación o importancia de la variable en el sistema.

Como se ha podido observar, los campos de aplicación de los Mapas Cognitivos Difusos (MCD) han ido extendiéndose desde su creación hasta la actualidad, y este proceso no va a detenerse. Las limitaciones de esta metodología y sus subsanaciones son las que han ido marcando y van a seguir marcando su expansión. Las limitaciones de este modelo son (Papageorgiou & Salmeron, 2013): la introducción del tiempo y el retardo en las interacciones entre conceptos, la linealidad de los pesos de las aristas, la imposibilidad de multi-estados en los conceptos, la imposibilidad de modelar sistemas con múltiples significados (grises), la asimetría y el carácter dinámico de algunas relaciones causales, entre otras (Mar Cornelio et al., 2020), (Mar Cornelio, 2019). Y los intentos de eliminar dichas limitaciones, han hecho que aparezcan extensiones que mejoran el modelo manteniendo la base de este.

El método de construcción de un MCD no puede considerarse una técnica infalible, puesto que algunos conceptos pueden dejarse de lado y finalmente su ausencia podría ser un factor crítico en el análisis final de la estrategia a seguir, constituyen una herramienta de gestión muy útil y de gran impacto visual a la hora de representar y resumir la información (Chandna & Ahmad, 2015). Aun así, los MCD pertenecen a un área en constante expansión y con un campo de aplicación cada vez mayor, donde actualmente se investigan alternativas de mejora, tal es el caso de los MCD con base de reglas borrosas (BR-MCD) (Carvalho & Tomè, 1999) cuya construcción se basa en la aplicación de reglas difusas un tanto más complejas que las detalladas en este trabajo. Estos sistemas muestran ser un excelente complemento a los MCD tradicionales para estudiar la evolución de los conceptos en aquellos casos en los casos en que los MCD tradicionales no presenten buenas características de convergencia o cuando se quiera representar el conocimiento impreciso o el lenguaje ambiguo de los especialistas con una base de reglas operativas llamadas reglas



borrosas (Carvalho & Tomè, 1999). Este aspecto es un elemento a tener en cuenta a la hora de modelar sistemas en los que intervienen los seres humanos ya que el modo de comunicar sus ideas sobre hechos, situaciones o acontecimientos determinados siempre contiene información expresada con ambigüedad e imprecisión lo que dificulta o imposibilita disponer de modelos que trabajen con valores numéricos concretos.

Formalmente, un mapa cognitivo difuso consiste de un grafo dirigido con varios nodos que representan los conceptos causales que surgen del tema a tratar y de arcos dirigidos conectados a los nodos que representan las relaciones causales entre los mismos. Inicialmente cada concepto toma valores 0 ó 1, el valor 0 indica la ausencia del concepto en el instante en que se analiza el problema mientras que valor 1 indica la presencia del concepto. Existen otros MCD donde los nodos, llamados nodos difusos, toman valores pertenecientes al intervalo  $[0, 1]$ .

Las aristas que conectan los nodos tienen asociado un peso cuyo valor puede pertenecer al conjunto  $\{-1, 0, 1\}$  o al intervalo  $[-1, 1]$ . Estos valores indican el peso o la intensidad con que un concepto influye en el otro. El peso será positivo si representa una relación causal incremental y negativo si la conexión implica una relación causal decreciente (Carvalho & Tomè, 1999). El término difuso proviene del hecho con que estos valores son asignados por uno o varios expertos y por tanto conllevan algún grado de información cualitativa propia de la interpretación del experto y que es introducida al mapa como un valor concreto.

### **Lógica difusa**

La lógica difusa es un superconjunto de la lógica convencional (booleana), cuya extensión permite representar el concepto de verdad parcial. La teoría de Zadeh se puso en práctica hasta la década de los 70's del siglo pasado. En ese entonces, Ebrahim H. Mamdani del Queen Mary College de Londres diseñó un controlador difuso para una máquina de vapor. De entonces a la fecha, el término "difuso" se relaciona con cualquier sistema matemático o computacional que haga uso de los conjuntos difusos.

El ser humano posee la capacidad de razonar con oraciones vagas o conceptos que no encajan en valores absolutos de verdadero o falso. Esto gracias a su sentido común, ya que en el mundo muchas de las cosas tienen la característica de ser parcialmente verdaderas. Las computadoras no tienen esta capacidad en sí mismas, ya que se han diseñado para representar valores de 1 ó 0. La lógica difusa ayuda a esta herramienta tan valiosa para el hombre en nuestros días, a poder manejar este tipo de situaciones donde es necesaria la verdad parcial. Algunos ejemplos de situaciones como las descritas son por ejemplo el grado de temperatura, los colores intermedios, el grado de iluminación, etc. Al darse cuenta los matemáticos de la época de que no había algoritmos que respondieran a una entrada de tipo incierto y que la lógica difusa podía controlar o describir el sistema basándose en el sentido común de las reglas relacionadas con las entradas vino el auge de este tipo de lógica.



Un primer concepto a considerar para comprender mejor la lógica difusa es el de la ley del medio excluido desarrollada por Aristóteles. En ésta ley se establece que un elemento no puede pertenecer a dos conjuntos. Por ejemplo un gato pertenece a la familia de los gatos y no a la de los perros, y viceversa. En el caso de los conjuntos difusos (o multivalentes) se rompe con la ley del medio excluido de Aristóteles y se extiende. Un elemento puede pertenecer parcialmente a dos o más conjuntos difusos o completamente a uno solo. La pertenencia total debe ser igual a una unidad. Es decir, que un objeto podría estar 30% frío y 70% caliente, la suma debe ser igual a 100%. La base de la lógica difusa está en reglas del tipo “si...entonces” que convierten los valores de entrada en los correspondientes valores de salida. El sistema difuso aproxima alguna función matemática o ecuación de causa-efecto.

### **Subconjuntos difusos**

En la lógica difusa los conjuntos se definen por sus respectivas funciones de pertenencia. En la lógica convencional, supongamos que A es un subconjunto de S definido como un mapeo de los elementos de S a los elementos del conjunto {0, 1}, representado como un conjunto de pares ordenados con exactamente un par ordenado presente por cada elemento de S, el segundo elemento del par ordenado es un elemento del conjunto {0,1}. El 0 representa la no-pertenencia y el 1 la pertenencia. Al encontrar la siguiente oración: x está en A .Se evalúa su valor de verdad encontrando el par ordenado cuyo primer elemento es x. Si el segundo elemento del par ordenado es 1 entonces la oración es verdadera, en cambio si es 0 entonces es falsa. Por lo tanto el elemento x pertenece o no pertenece a A. Si hacemos una comparación con conjuntos difusos, en lugar del conjunto {0,1} hablaríamos del intervalo [0,1]. El valor cero denotaría una no-pertenencia completa, por el contrario el uno denotaría una pertenencia completa y cualquier otro valor intermedio determinaría grados intermedios de pertenencia. Cabe aclarar que los grados difusos no son equivalentes a los porcentajes manejados en probabilidad (García et al., 2014).

Las medidas de probabilidad establecen si algo pasará o no. Lo difuso establece el grado mediante el cual algo ocurrirá o la existencia de una condición. Operaciones entre conjuntos (Figuraueroa García et al., 2015). Los conjuntos se definen por sus respectivas funciones de pertenencia, denotadas como  $\mu_C(X)$ , indicando el grado de pertenencia comprendido en el intervalo [0,1] del elemento con valor X al conjunto C. Las operaciones entre conjuntos se plantean como operaciones difusas entre las funciones de pertenencia. Las más comunes son las unión ( $\cup$ ), intersección ( $\cap$ ) y complemento ( $\sim$ ) en el caso de los conjuntos. Para las funciones de pertenencia, están la suma lógica difusa ( $\vee$ ), el producto lógico difuso ( $\wedge$ ) y la negación difusa. Si tenemos dos conjuntos difusos A y B, y sus respectivas funciones de pertenencia  $\mu_A$  y  $\mu_B$  las operaciones aplicadas a ellos son: Unión:  $\mu_A \cup \mu_B = \mu_A(X) \vee \mu_B(X) = \max(\mu_A(X), \mu_B(X))$



Intersección:  $\mu_A \cap \mu_B = \mu_A(X) \wedge \mu_B(X) = \min(\mu_A(X), \mu_B(X))$

Complemento:  $\mu_{\sim A}(X) = 1 - \mu_A(X)$

## Resultados y discusión

### Aplicaciones de la lógica difusa

Entre las aplicaciones más comunes de la lógica difusa es en el diseño de sistemas de control. Un ejemplo de este tipo de aplicación es en los edificios inteligentes en donde se mantiene una temperatura específica, controlando el sistema de ventilación y aire acondicionado. Así, recibiendo como entrada la temperatura del medio ambiente, se genera como salida el valor del nivel de ajuste del aire acondicionado necesario. Otra aplicación se dio en 1980 cuando una empresa danesa F.L. Smidth & Company utilizó por vez primera un sistema de éste tipo para supervisar el funcionamiento de un horno de cemento.

Los mapas cognitivos difusos (MCD) son estructuras de grafos difusos utilizados para representar razonamiento causal. La estructura de grafo permite la propagación sistemática causal, particularmente el avance hacia atrás y hacia delante. La aplicación de los MCD es particularmente recomendable para amplios dominios del conocimiento, como el conocimiento político, el militar, la historia, etc. donde los conceptos y sus relaciones son principalmente difusos. Esta técnica permite modelar sistemas de retroalimentación con grados difusos de causalidad comprendidos en el intervalo [0,1]. Para ello, primero hay que tener un diagrama del sistema mostrando las suposiciones iniciales del modelo (Ramos-Miranda et al., 2014). En el diagrama, cada nodo representa un conjunto difuso o evento que ocurre en algún grado (Bello & Verdegay, 2010). Los nodos son conceptos causales y pueden modelar eventos, acciones, valores, metas o procesos. Luego, se establece un vector de entrada con la condición inicial, se multiplica por la matriz derivada del diagrama y se obtienen resultados al iterar el vector resultante de la multiplicación con la misma matriz. Teniendo así retroalimentación para el sistema. De acuerdo al vector de entrada especificado se llegará a un ciclo límite. Podemos decir entonces que los MCDs son grafos difusos con retroalimentación.

### Álgebra causal difusa

El álgebra causal difusa gobierna la propagación causal y la combinación causal de un MCD. Gobierna así avance hacia atrás y hacia delante sobre un MCD. Este tipo de álgebra depende solamente del orden parcial sobre P, el conjunto de rangos de la función de arco causal difusa e, y sobre las propiedades del grafo difuso. El álgebra se extiende a cualquier esquema de representación de conocimiento representado por un digrafo.

Axelrod habló de efectos causales e indirectos sobre mapas cognitivos. Fijó varias vías causales del nodo Ci al nodo de concepto Cj, digamos  $C_i \rightarrow C_{k1} \rightarrow \dots \rightarrow C_{kn} \rightarrow C_j$ . Entonces el efecto indirecto de Ci a Cj es la causalidad que Ci



imparte a  $C_j$  (el grado de pertenencia de  $C_i$  en el conjunto potencia de  $C_j$ ) por medio de la vía  $(i, k_1, \dots, k_n, j)$ . El efecto total de  $C_i$  sobre  $C_j$  es todo el efecto indirecto de causalidad que  $C_i$  imparte a  $C_j$ . Puesto que si hay solamente una vía causal de  $C_i$  a  $C_j$  el efecto total de  $C_j$  se reduce al efecto indirecto. Algo similar a lo que pasa con las cadenas de Markov.

Un álgebra causal difusa, y por lo tanto un MCD, evita la disyuntiva entre proceso / adquisición del conocimiento. Esta permite a las entradas difusas ser procesadas tan sistemáticamente como sus valores de entrada estén bien valuados. El único precio a pagar es la salida difusa.

Un álgebra difusa causal es creada al abstraer las operaciones de adición y multiplicación que son definidas sobre un conjunto parcialmente ordenado  $P$  (este conjunto es difuso) de valores causales. Supongamos a  $J$  como un espacio causal de conceptos y supongamos a  $e: J \times J \rightarrow P$  como una función de arco causal difusa. Entonces las más simples operaciones abstractas se obtienen de interpretar el operador de efecto indirecto  $I$  como algún operador mínimo y el operador de efecto total  $T$  como algún operador máximo (estos operadores solo dependen del orden parcial de  $P$ ) y el más simple de estos operadores son el  $\min(\inf)$  y el  $\max(\sup)$ . Formalmente, hay  $m$  vías causales de  $C_i$  a  $C_j$ :  $(i, k_1', \dots, k_n', j)$  para  $1 \leq l \leq m$ . Supóngase a  $I_l(C_i, C_j)$  denotar el efecto indirecto del concepto  $C_i$  sobre el concepto  $C_j$  sobre la  $l$ -ésima vía causal. Dado  $T(C_i, C_j)$  como la denotación del efecto total del concepto  $C_i$  sobre el concepto  $C_j$  sobre todas las vías causales  $m$ , como se mostrará en el ejemplo que sigue a las definiciones siguientes:

$I_l(C_i, C_j) = \min\{e(C_p, C_{p+1}) : (p, p+1) \in (i, k_1', \dots, k_n', j)\}$ ,  $T(C_i, C_j) = \max I_l(C_i, C_j)$  y el máximo estará entre  $1..1m$

Donde:  $p$  y  $p+1$  son índices contiguos de izquierda a derecha.

### **Tipos de Mapas Cognitivos Difusos**

A continuación se verá la clasificación de MCD y la aplicación de algunas reglas en su construcción. Los ejemplos de los MCD que se describirán aquí toman en cuenta un mundo marino en el que se modelarán las relaciones entre los depredadores y las presas mediante MCD. Similarmente se verá como realizar operaciones con los MCD obteniendo resultados de éstas. En este punto el lector se encuentra ya familiarizado con los conceptos generales de Realidad Virtual, por lo que se menciona de manera general a través de los ejemplos como interactuarían los MCD en la construcción de un mundo virtual.

Recordando, en un MCD los arcos representan reglas del flujo causal entre conceptos. El signo del arco (+ o -) establece el incremento o decremento causal entre conceptos. Un ejemplo de una regla positiva:

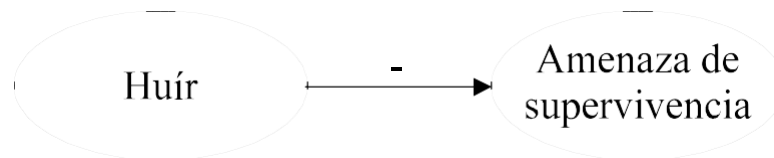






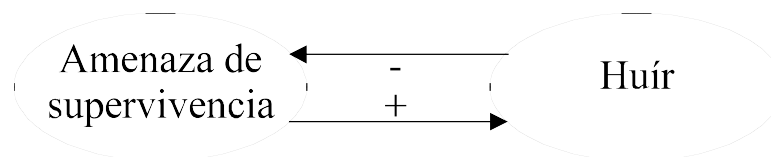
**Figura 1:** ejemplo de una regla positiva.

La regla anterior significa que la amenaza de supervivencia incrementa la necesidad de huír. La respuesta de huída crece o decrece de acuerdo a la amenaza. La regla negativa siguiente, representa que huír de un depredador decrementa la amenaza de supervivencia.



**Figura 2:** ejemplo de una regla negativa.

Por lo tanto, esta es una conexión causal negativa. La amenaza de supervivencia crece o disminuye de acuerdo a si la presa huye o no. Ambas reglas definen una red mínima de retroalimentación, lo que da como resultado una red causal, es decir, un MCD. Los valores de los arcos entre conceptos estarán comprendidos en el intervalo [-1,1].



**Figura 3:** ejemplo definen una red mínima de retroalimentación.

Un MCD con  $n$  nodos tiene como máximo  $n^2$  arcos. Los nodos  $C_i(t)$  son conjuntos difusos y por lo tanto tomarán valores en el intervalo  $[0,1]$ . Así que un estado del MCD es un vector de la forma  $C(t) = [C_1(t), \dots, C_n(t)]$  y por lo tanto es un punto en el hipercubo difuso  $I^n = [0,1]^n$ . Una inferencia del MCD es una vía o secuencia de puntos en  $I^n$ . Una propiedad del MCD es que solo podrá realizar el avance hacia delante (*forward Chiang*). La naturaleza no lineal del mapa no permite regresar en la red causal de un MCD.

El modelo dinámico no lineal de un MCD funciona como una red neuronal. Por cada estado de entrada  $C(0)$  este conduce a una trayectoria en  $I^n$  que termina en un atractor de equilibrio  $A$ . Por ejemplo, en el ejemplo anterior,



siempre que exista una amenaza se realizará la acción de la huída y al huir se decremanta la amenaza. El MCD rápidamente converge a un punto fijo, ciclo de límite o atractor caótico en el cubo difuso. El equilibrio de salida es la respuesta a una pregunta causal del tipo si...entonces, es decir ¿qué sucede si  $C(0)$  ocurre?, en dicho sentido cada MCD almacena un conjunto de reglas globales de la forma “Si ocurre  $C(0)$ , entonces pasa el atractor de equilibrio A”. El número de reglas globales o “patrones ocultos” son determinadas por el tamaño de las regiones del atractor en el cubo difuso. Todos los puntos en la región de atracción mapean hacia el atractor. Un MCD con un punto global fijo tiene solamente una regla global. Los tipos de atractor pueden variar en MCDs complejos con un alto grado de arcos y conceptos no lineales. De ahí que un estado de entrada pueda conducir al caos y un estado más distante puede terminar en un punto fijo o en un ciclo de límite.

### Mapas cognitivos difusos simples

Los MCDs simples tienen nodos bivalentes y arcos trivalentes. Los valores del concepto  $C_i$  toman valores comprendidos en el intervalo  $[0,1]$ , mientras que los arcos causales toman valores comprendidos en el intervalo  $[-1,1]$ . Así, para un concepto, cada vector de estado es uno de los  $2^n$  vértices del cubo difuso  $I^n$ . La trayectoria de un MCD salta de vértice en vértice.  $I^n$  finaliza en un punto fijo o un ciclo de límite en el primer vector repetido. Pueden dibujarse también MCDs provenientes de artículos, editoriales o modelos biológicos. A continuación se muestra un MCD simple con cinco nodos que modelan cinco acciones que puede realizar un delfín en el mar.

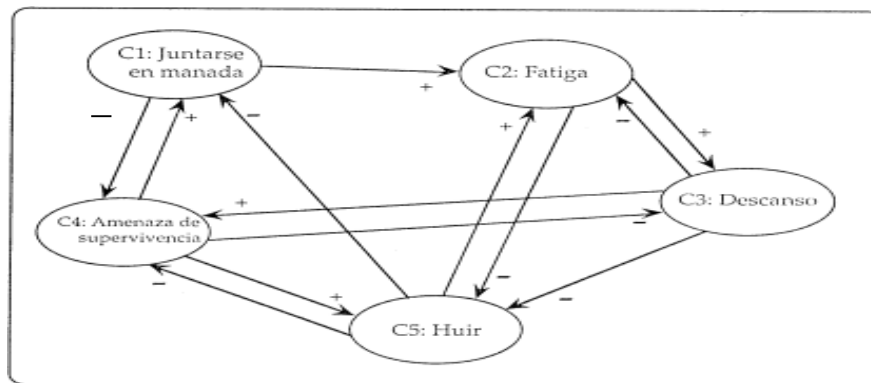


Figura 4: ejemplo simple de MCD con cinco nodos.

La matriz de conexión, o matriz de arcos lista las ligas causales entre nodos. A continuación se muestra la matriz de conexión para éste ejemplo:



	C1	C2	C3	C4	C5
C1	0	1	0	-1	0
C2	0	0	1	0	-1
C3	0	-1	0	1	-1
C4	1	0	-1	0	1
C5	-1	1	0	-1	0

Figura 5: matriz de conexión.

El i-ésimo renglón lista el peso de la conexión de los arcos  $e_{ik}$  que son dirigidos hacia fuera del concepto causal  $C_i$ , es decir a quienes afecta  $C_i$ . La i-ésima columna lista los arcos dirigidos hacia  $C_i$ , es decir quienes afectan a  $C_i$ .  $C_i$  incrementa causalmente a  $C_k$  si  $e_{ik} > 0$ , lo decremanta si  $e_{ik} < 0$ , y no tiene efecto si  $e_{ik} = 0$ . El concepto causal C4 incrementa causalmente a los conceptos C1 y C5. Este decremanta C3, los conceptos C1 y C5 decremantan C4. El concepto C3 incrementa C4.

### Mapas cognitivos aumentados

Las matrices de varios MCDs pueden combinarse aditivamente para formar un nuevo MCD. Esto con el fin de combinar los diferentes actores que se encuentran en un mismo mundo virtual y así definir la interacción entre ellos. Si un MCD no incluye n concepto, entonces los renglones y columnas son todos cero. La suma de las matrices de los MCDs para cada actor que forma el mundo virtual se realiza en base a la siguiente fórmula:

$$F = \sum_{i=1}^n w_i F_i$$

Donde  $w_i$  son pesos positivos correspondientes a el i-ésimo concepto  $F_i$  del MCD. Los pesos determinan el valor relativo de cada MCD en el mundo virtual y pueden estar en cualquier subgrafo del MCD. A continuación se muestran tres diferentes MCD que pueden provenir de alguna fase de análisis previa:



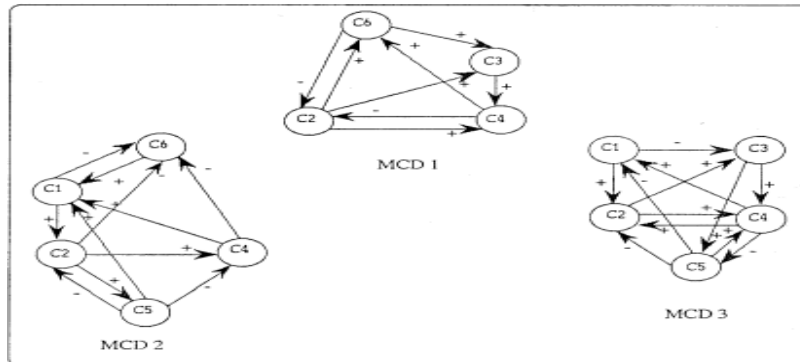


Figura 6: se muestran tres diferentes MCD.

La figura 7 muestra las matrices resultantes de los MCD presentados en la figura 6

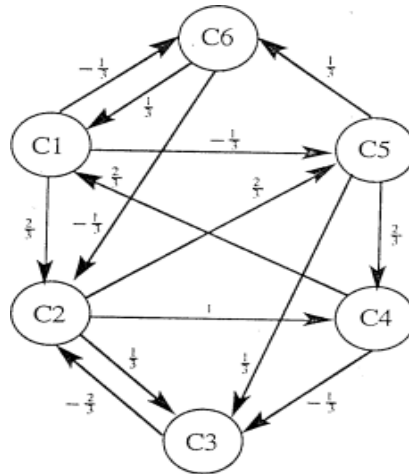
	C1	C2	C3	C4	C5	C6
C1	0	0	0	0	0	0
C2	0	0	1	1	0	1
C3	0	0	0	1	0	0
C4	0	-1	0	0	0	1
C5	0	0	0	0	0	0
C6	0	0	0	0	0	0

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
C1	0	1	0	0	0	-1
C2	0	0	0	1	1	-1
C3	0	0	0	0	0	0
C4	1	0	0	0	0	-1
C5	1	-1	0	-1	0	0
C6	1	0	0	0	0	0

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
C1	0	1	-1	0	0	0
C2	0	0	1	1	0	0
C3	0	0	0	1	1	0
C4	1	1	0	0	-1	0
C5	-1	-1	0	1	0	0
C6	0	0	0	0	0	0

Figura 7: se muestran tres diferentes MCD.





**Figura 8:** MCD aumentado. Toma la unión de los conceptos causales de los pequeños MCD y suma las tres matrices de los mapas simples.

La suma de los MCDs ayuda a la adquisición del conocimiento. Cualquier número de expertos pueden describir sus vistas del MCD en el mundo virtual y entonces combinarlos.

$$F = (1/3)(F1 + F2 + F3) = (1/3) \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**Figura 9:** Tendencia de los MCD a tener retroalimentación o ciclos cerrados y por lo mismo evade el recorrido hacia atrás y hacia adelante.

## Conclusiones

La metodología de los Mapas Cognitivos Difusos (MCD) es una de las más relevantes en el estudio del conocimiento y, probablemente, una de las más utilizadas en los últimos tiempos por los investigadores en sus estudios y proyectos. Una herramienta que se puede utilizar en diferentes situaciones o problemáticas para identificar, definir y validar los



constructos o ítems de un sistema e identificar las relaciones causa-efecto que existen entre ellos, con el fin de plantear estrategias y ayudar a la toma de decisiones, además de poder anticiparse a posibles nuevos escenarios por cambios en el comportamiento de alguno de estos constructos.

## Conflictos de intereses

Los autores no poseen conflictos de intereses.

## Contribución de los autores

1. Conceptualización: José Alejandro Martos Valdés, Omar Mar Cornelio.
2. Curación de datos: José Alejandro Martos Valdés.
3. Análisis formal: José Alejandro Martos Valdés.
4. Investigación: José Alejandro Martos Valdés.
5. Metodología: José Alejandro Martos Valdés.
6. Supervisión: Omar Mar Cornelio.
7. Validación: Omar Mar Cornelio.
8. Visualización: José Alejandro Martos Valdés.
9. Redacción – borrador original: José Alejandro Martos Valdés, Omar Mar Cornelio.
10. Redacción – revisión y edición: José Alejandro Martos Valdés, Omar Mar Cornelio.

## Financiamiento

La investigación no requirió fuente de financiamiento.

## Referencias

Bello, R., & Verdegay, J. L. (2010). Los conjuntos aproximados en el contexto de la Soft Computing. *Revista Cubana de Ciencias Informáticas*, 4(1-2), 5-24. <https://www.redalyc.org/pdf/3783/378343669002.pdf>

Carvalho, J. P., & Tomè, J. A. (1999). Rule based fuzzy cognitive maps-fuzzy causal relations. *Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation*,



- Chandna, R., & Ahmad, A. (2015). Nitrogen stress-induced alterations in the leaf proteome of two wheat varieties grown at different nitrogen levels. *Physiology and Molecular Biology of Plants*, 21, 19-33. <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4312336/>
- Escudero, I., & León, J. A. (2007). Procesos inferenciales en la comprensión del discurso escrito: Influencia de la estructura del texto en los procesos de comprensión. *Revista signos*, 40(64), 311-336. [https://www.scielo.cl/scielo.php?pid=S0718-09342007000200003&script=sci\\_arttext&tlng=en](https://www.scielo.cl/scielo.php?pid=S0718-09342007000200003&script=sci_arttext&tlng=en)
- Figuraueroa García, J. C., Hernández Pérez, G. J., & López Bello, C. A. (2015). HACIA LA OPTIMIZACIÓN USANDO COMPUTACIÓN CON PALABRAS. *Revista Electrónica Redes de Ingeniería*, 6. <https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&profile=ehost&scope=site&authtype=crawler&jrnl=2248762X&AN=109904238&h=KGLDosodo6B6hb89SM%2BcfrDSZi2cv%2BHc0hei2eUpQnKGdmA6yI8V%2FQdj%2Bg1HainRd92pGTDnueKkG75dcoR9kg%3D%3D&crl=c>
- García, R. E., Félix Benjamín, G., & Bello Pérez, R. (2014). Evaluación del impacto de la capacitación con lógica difusa. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 22(1), 41-52. [https://www.scielo.cl/scielo.php?pid=S0718-33052014000100005&script=sci\\_arttext](https://www.scielo.cl/scielo.php?pid=S0718-33052014000100005&script=sci_arttext)
- Ibargüen, V. Q., Hernández, I. B., & Schmalbach, J. C. V. (2012). Factores clave para la valoración de la calidad del servicio y satisfacción del cliente: modelos causales, desarrollo y evolución. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*(35), 380-400. <https://www.redalyc.org/pdf/1942/194224362020.pdf>
- Infante-Moro, A., Infante-Moro, J. C., & Gallardo-Pérez, J. (2021). Los mapas cognitivos difusos y su aplicación en la investigación de las ciencias sociales: estudio de sus principales problemáticas. *Education in the Knowledge Society (EKS)*, 22, e26380-e26380. <https://revistas.usal.es/tres/index.php/eks/article/download/26380/26202>
- Jones, C., Motta, J., & Alderete, M. V. (2016). Gestión estratégica de tecnologías de información y comunicación y adopción del comercio electrónico en Mipymes de Córdoba, Argentina. *Estudios Gerenciales*, 32(138), 4-13. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0123592316000048>
- Kosko, B. (1986). Fuzzy cognitive maps. *International journal of man-machine studies*, 24(1), 65-75. [https://leszekyskulski.pl/wp-content/uploads/2018/10/Kosko\\_FCM\\_Fuzzy\\_Cognitive\\_Maps.pdf](https://leszekyskulski.pl/wp-content/uploads/2018/10/Kosko_FCM_Fuzzy_Cognitive_Maps.pdf)
- Mar Cornelio, O. (2019). Modelo para la toma de decisiones sobre el control de acceso a las prácticas de laboratorios de Ingeniería de Control II en un sistema de laboratorios remoto. [https://repositorio.uci.cu/jspui/bitstream/123456789/9378/1/Plantilla\\_Tesis\\_Doctoral\\_OmarMar\\_28\\_09\\_19\\_Carta\\_Times\\_v5.pdf](https://repositorio.uci.cu/jspui/bitstream/123456789/9378/1/Plantilla_Tesis_Doctoral_OmarMar_28_09_19_Carta_Times_v5.pdf)



- Mar Cornelio, O., Santana Ching, I., & Gulín González, J. (2020). Operador por selección para la agregación de información en Mapa Cognitivo Difuso. *Revista Cubana de Ciencias Informáticas*, 14(1), 20-39. [http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S2227-18992020000100020&script=sci\\_arttext](http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S2227-18992020000100020&script=sci_arttext)
- Özesmi, U., & Özesmi, S. L. (2004). Ecological models based on people's knowledge: a multi-step fuzzy cognitive mapping approach. *Ecological modelling*, 176(1-2), 43-64. [https://www.academia.edu/download/31138099/Ozesmi\\_2002.pdf](https://www.academia.edu/download/31138099/Ozesmi_2002.pdf)
- Papageorgiou, E., & Kontogianni, A. (2012). Using fuzzy cognitive mapping in environmental decision making and management: a methodological primer and an application. *International perspectives on global environmental change*, 427-450.
- Papageorgiou, E. I., & Salmeron, J. L. (2013). Methods and algorithms for fuzzy cognitive map-based modeling. In *Fuzzy cognitive maps for applied sciences and engineering: from fundamentals to extensions and learning algorithms* (pp. 1-28). Springer. [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-39739-4\\_1](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-39739-4_1)
- Racet-Valdés, A., Espinosa-González, L., Suárez-Quintana, J., Sánchez-Pérez, Y., Alfonso-Robaina, D., & Martínez-Pérez, E. (2017). Modelo matemático para medir el nivel de servicio al cliente basado en la lógica difusa compensatoria. *Ingeniería Industrial*, 38(2), 193-200. [http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S1815-59362017000200008&script=sci\\_arttext](http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S1815-59362017000200008&script=sci_arttext)
- Ramos-Miranda, F. E., Gómez-Sarduy, J. R., González-Suárez, E., & López-Bello, N. (2014). Metodología para la evaluación integral de proyectos de reconversión azucarera en el concepto de biorrefinería con enfoque difuso. *ICIDCA. Sobre los Derivados de la Caña de Azúcar*, 48(3), 3-10. <https://www.redalyc.org/pdf/2231/223132853001.pdf>
- Vázquez, M. Y. L., Teruel, K. P., Estrada, A. F., & González, J. G. (2013). Mapas cognitivos difusos para la selección de proyectos de tecnologías de la información. *Contaduría y administración*, 58(4), 95-117. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S018610421371235X>
- Wildenberg, M., Bachhofer, M., Adamescu, M., De Blust, G., Diaz-Delgadod, R., Isak, K. G., Skov, F., & Riku, V. (2010). Linking thoughts to flows-Fuzzy cognitive mapping as tool for integrated landscape modelling. Proceedings of the 2010 international conference on integrative landscape modelling—linking environmental, social and computer sciences, Montpellier, February 3-5,
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, 8(3), 338-353. [https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001999586590241X/pdf?md5=ab09be72c9a505fe35c80644322cf559&pid=1-s2.0-S001999586590241X-main.pdf&\\_valck=1](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001999586590241X/pdf?md5=ab09be72c9a505fe35c80644322cf559&pid=1-s2.0-S001999586590241X-main.pdf&_valck=1)





Zadeh, L. A. (1971). Similarity relations and fuzzy orderings. *Information Sciences*, 3(2), 177-200.  
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020025571800051>



Esta obra está bajo una licencia *Creative Commons* de tipo **Atribución 4.0 Internacional**  
(CC BY 4.0)