



UDC 624.138.2.678.06

## CURVILINEAR MOVEMENT OF A FOUR-WHEEL MACHINE USING A SATELLITE NAVIGATION SYSTEM

M. Dovzhik, A. Kalnaguz, Yu. Sirenko

Article info

Received  
07.05.2020

Accepted  
24.06.2020

Sumy  
National  
Agrarian  
University  
160, G. Kondratieva  
Str., Sumy,  
40021, Ukraine

E-mail:  
[dovgukm@ukr.net](mailto:dovgukm@ukr.net);  
[fakyltet-mex@ukr.net](mailto:fakyltet-mex@ukr.net);  
[sirenko.ula2018@gmail.com](mailto:sirenko.ula2018@gmail.com)

*Dovzhik, M., Kalnaguz, A., Sirenko, Yu. (2020). Curvilinear movement of a four-wheel machine using a satellite navigation system. Scientific Horizons, 07 (92), 126–135. doi: 10.33249/2663-2144-2020-92-7-126-135.*

Tractors when performing agricultural and transport work move in a straight or curved trajectory, the curvature of which is constantly changing. Compilation of equations of curvilinear motion is one of the main tasks of modeling the turning. Fundamentally different assumptions underlying the description of the force interaction of the wheeled and tracked propulsion with the soil, led to the formation of different methodological approaches in the study of curvilinear motion of machines. Many of them have tried to obtain the equation of the trajectory by analytical, graphical and graph-analytical methods. This uses both approximate methods and accurate mathematical models that are too complex to use in practice. The necessity of studying the trajectories of unsteady motion is substantiated in the article.

Full automation of control of work of machines and machine-tractor units without participation of the driver needs to provide receiving the exact information on position of the unit concerning the set trajectory during all time of work. The aim of the study is to experimentally confirm the theoretical universal equations in parametric form for a given trajectory of curvilinear motion of a four-wheeled machine with controlled front wheels for sections of entrance to turn and exit of turn depending on the swing angle of the frame car taking into account the intensity of turning.

In this article, the analytical equations confirm the curved path of a four-wheeled vehicle with front steered wheels by using parametric equations depending on the swing angle of the frame car  $\varphi$ . Based on analytical equations for a given trajectory of curvilinear motion in parametric form for the car, experimental trajectories were obtained taking into account the intensity of turning the front wheels or car steering wheel to enter the turn and exit the turn of both directions (left and right) car Renault Logan using satellite navigation system. The results of the article can be used in the future to plan MTU reversals, which should be made the most rational and economical, when performing agricultural work, to limit unproductive power consumption and prevent damage to land on which reversals are performed, or to automatically for automatic control of units and machines.

**Key words:** four-wheeled car, trajectory of movement, turn, intensity factor, course angle, angle of turn of the car frame.

## КРИВОЛІНІЙНИЙ РУХ ЧОТИРЬОХКОЛІСНОЇ МАШИНИ З ВИКОРИСТАННЯМ СУПУТНИКОВОЇ НАВІГАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ

М. Я. Довжик, О. М. Калнагуз, Ю. В. Сіренко

Сумський національний аграрний університет  
вул. Герасима Кіндратієва, 160, м. Суми, 40021, Україна

*Трактори при виконанні сільськогосподарських і транспортних робіт рухаються по прямолінійній або криволінійній траєкторії, кривизна якої безперервно змінюється. Складання рівнянь*

криволінійного руху є однією з основних задач моделювання повороту. Принципово різні припущення, покладені в основу опису силової взаємодії колісного і гусеничного рушія з ґрунтом, призвели до формування різних методологічних підходів у дослідженні криволінійного руху машин. Багатьма науковцями зроблені спроби отримати математичні рівняння криволінійної руху різними методами: аналітичними, графоаналітичними і графічними. Для чого були використані методи наближення, точних математичних моделей, але які дуже складні для застосування їх на практиці. Обґрунтовано в статті необхідність вивчення траєкторій неусталеного руху. Забезпечення отримання точної інформації про розташування агрегату відносно заданої траєкторії протягом всього робочого часу необхідно для повної автоматизації управління роботою машино-тракторних агрегатів та машин без допомоги водія. Метою дослідження є експериментальне підтвердження теоретичних універсальних рівнянь в параметричній формі для заданої траєкторії неусталеного руху чотирьохколісної машини з керованими передніми колесами для ділянок повороту в залежності від кута повороту рами машини враховуючи інтенсивність повороту.

Отримано підтвердження аналітичних рівнянь для криволінійної траєкторії чотирьохколісної машини з керованими передніми колесами з використанням параметричних рівнянь в залежності від кута повороту рами машини  $\varphi$ . На основі аналітичних рівнянь для курсової траєкторії криволінійного руху в параметричній формі для чотирьохколісної машини отримано експериментальні траєкторії з урахуванням інтенсивності повороту передніх коліс або керма для входу в поворот і вихід з повороту обох напрямків (лівого і правого) автомобіля Renault Logan з використанням супутникової навігаційної системи. Результатами роботи статті можна скористатися в подальшому для планування розворотів МТА, які належить зробити найбільш раціональними і економічними, при виконанні сільськогосподарських робіт; для зменшення непродуктивних витрат потужності і уникнення на розворотних ділянках полів пошкодження землі, або для складання програмного забезпечення автоматичного управління МТА.

**Ключові слова:** чотирьохколісна машина, поворот, курсова траєкторія руху, коефіцієнт інтенсивності, курсовий кут, кут повороту корпусу машини.

### **Вступ**

Одна з причин, з нашої точки зору, більш важлива у теперішні часи, за якої існує невідкладна потреба в дослідженні криволінійного руху трактора, пов'язана з розворотами агрегатів під час виконання польових робіт, які необхідно зробити найбільш економічними і раціональними, для обмеження непродуктивних витрат потужності та уникнення пошкодження ділянок землі на розворотних полосах. Складання рівнянь криволінійного руху є однією з основних задач моделювання повороту. Для цього необхідні рішення диференціальних рівнянь і отримання результату у вигляді рівнянь траєкторій та інших залежностей більш придатних для застосування.

Багато науковців приділяли увагу дослідженню криволінійного руху машин: В. Я. Анілович, В. І. Поддубний, С. М. Григор'єв, Ю. Т. Водолажченко, І. Є. Кавчинський та ін. Особливо потреба відчувається у визначенні траєкторії криволінійного руху за допомогою математичних рівнянь, що дало б можливість створювати програмне забезпечення керуванням

руху машини по заданим траєкторіям (Troianovska & Pozhydaiev, 2008). Зокрема, запропоновано аналітичні вирази для визначення кінематичних параметрів криволінійного руху колісної машини, які можуть бути використані для більшості кінематичних способів повороту, якщо приймати при розрахунках рівними нулю кути поворотів відповідних коліс, що дозволить і на стадії проектування, і в процесі експлуатації колісної машини з високим ступенем точності оцінити кінематику її повороту (Beljaev & Trishina, 2016). Наведено результати експериментальних досліджень з визначення параметрів траєкторії руху чотириколісного бавовницького трактора на базі трактора Кейс 4240Х з шестирядним культиватором на поворотній смузі бавовняного поля (Kambarov, 2016). За допомогою приладу з маркерів, розміщених у кожного колеса і по осі трактора, відзначали на поверхні поля траєкторію руху. В результаті були отримані польові траєкторії рушіїв трактора, які перетворюються в табличну форму з координатами Х і У. Представлено динамічну математичну модель сталого криволінійного руху для навантажувально-транспортного агрегату

(Fomin, 2017). За основу для моделювання взята просторова схема агрегату, яка дає можливість врахувати перерозподіл нормальних реакцій при криволінійному русі. В результаті експериментально були отримані траєкторії руху з урахуванням уводу при максимальному положенні керованих коліс. В статті наведена велика кількість математичних рівнянь, але вони надто складні для застосування на практиці.

Останнім часом з'явилися пропозиції користуватися інформацією супутникових навігаційних систем. Але при цьому виникає потреба в дороговому наземному обладнанні. Це так званий метод копіювання сліду типу борозни або якогось штучно створеного сліду. Дорого – ось причина, за якої автоматизація управління трактором поки що залишається тільки в умах вчених та мрій землеробів. І саме за цих причин задача автоматичного керування тракторами поки що не відноситься до першочергових, хоча, без сумніву, вона залишиться однією з найважливіших задач у недалекому майбутньому, тому що «достеменно встановлено, що автоматизація водіння сільськогосподарських МТА забезпечує цілком вагомий ефекти», і це – поліпшення умов праці, якість роботи, підвищення продуктивності, скорочення витрат насіння і засобів хімізації. Нарешті, автоматизація управління – це база для роботизації тракторів (Shipilevskiy, 2005). За цих причин вчені продовжують пошуки напрямів розвитку цієї важливої сфери. Ведуться роботи з автоматизації управління навісним та причіпним обладнанням, механізмами самого трактора, тобто наступив час вирішувати проблему комплексної автоматизації МТА.

Дослідженню траєкторій повороту або розвороту МТА, під час виконання польових робіт, або довільного транспортного засобу, присвячено також багато праць і світових науковців. Зокрема, висвітлена спроба оптимізувати шляхові точки і продемонструвати створення запланованого шляху для автономних тракторів-косарок з урахуванням поворотів (Song et al., 2013). На основі схем роботи був запропонований алгоритм планування шляху для автономної косарки-трактора. Дані польових випробувань показали деяке збіг, особливо в точках повороту. Для отримання траєкторії криволінійного руху пропонується використовувати змінену траєкторію LSPB з

оптимізацією рою частинок (PSO) для створення наскрізних точок на траєкторії (Al-khayyat, 2018). Швидкості отримані PSO, щоб змусити траєкторію LSPB проходити точно через зазначені точки шляху. Результати моделювання показують, що взаємодія зміненої траєкторії LSPB з PSO добре працює на перевірених випадках. Цей запропонований метод дуже простий, і його можна використовувати для оперативного планування шляху.

В роботі Булгакова (Bulgakov et al., 2019) теоретично проаналізовано поворотну здатність асиметричного агрегатно-тракторного агрегату з урахуванням його швидкості руху і конструктивних параметрів. З урахуванням причіпної асиметричної косарки і тракторного агрегату отримані рівняння для чисельного моделювання оцінки швидкості повороту на поворотній смузі.

У статті (Fashutdinov, 2020) для машинно-тракторних агрегатів з колісно-гусеничним рушієм з напівзчіпним ходом отримані теоретичні формули визначення фактичного радіуса повороту, моменту опору повороту і моменту обертання. Теоретичні передумови підтверджуються експериментальними дослідженнями маневреності машинно-тракторного агрегату з трактором на напівзчіпним ходом, виконаним в якості експериментального зразка.

Для підвищення характеристик маневреності, а також керованості та стійкості колісного трактора способи його криволінійного руху на поворотній смузі вибираються з урахуванням конкретних умов роботи. Існують різні варіанти вирішення цього завдання. Одним з варіантів вирішення цієї задачі є виведення параметричних рівнянь для визначення поточних координат теоретичної кривої траєкторії для руху трактора «Крабом» на несталому етапі повороту (Beljaev et al., 2020).

В результаті проведеного аналізу виявлено, що відомі розрахункові формули, що застосовуються для дослідження кінематики повороту трактора і автомобіля, мають суттєві недоліки при їх виведенні, в них також не встановлений взаємозв'язок між початковими даними.

### **Матеріали та методи**

У процесі дослідження використані методи емпіричного дослідження: науково поставлений

*експеримент* (відтворення траєкторій входу в поворот і виходу з повороту центра ваги чотирьохколісної машини в природних умовах); *порівняння* (відтворених траєкторій центра ваги чотирьохколісної машини з передніми керованими колесами з теоретичними траєкторіями криволінійного руху); загальнонаукові та спеціальні наукові методи: *абстрагування* (виділення основних параметрів теоретичного дослідження отримання параметричних рівнянь криволінійного руху у функції повороту остова корпуса чотирьохколісної машини в залежності від швидкості, мінімального радіусу повороту машини, відстані від центра ваги до задньої осі). Розрахунок та моделювання теоретичних траєкторій центра ваги криволінійного руху машини проводилися за допомогою програми *Microsoft Excel*. Для кількісної оцінки відповідності координат теоретичних і координат відтворених траєкторій визначали середньоквадратичне відхилення окремо для координат  $x$  і  $y$ .

**Результати досліджень та обговорення**

Криволінійний рух на поворотній смузі, є найбільш складним елементом кінематики агрегату, так як окремі його точки рухаються з різною швидкістю і описують різні траєкторії. Колісний МТА не може миттєво перейти від прямолінійного руху до руху по дузі кола (зокрема, не може здійснювати поворот на деформованому ґрунті з мінімально допустимим радіусом) і від руху по дузі окружності до прямолінійного руху. Він проходить ділянки зі змінними радіусами кривизни від  $R=\infty$  до  $R=R_d$  – при вході в поворот і від  $R=R_d$  до  $R=\infty$  – при виході з повороту (Zavrzhnov et al., 2019). «Отримані рівняння в параметричній формі для траєкторії неусталеного руху чотирьохколісної машини з передніми керованими колесами у функції кута повороту корпуса машини  $\varphi$ , які описують вхід в поворот і вихід з повороту лівого і правого напрямків (Melnik, 2017). В правій декартовій системі координат рівняння для центра мас машини  $C$  (рис. 1) наведені у вигляді»:

$$\begin{aligned}
 x &= \ell \left[ -\frac{(1+k)^2}{4k} \varphi^2 + \frac{\alpha_o(1-k^2)}{2k^2} \varphi - \frac{\alpha_o^2 - 2k^2}{2k^3} \ln \left| \frac{\alpha_o + k\varphi}{\alpha_o} \right| \right]; \\
 y &= \ell \left[ \frac{(1+k)}{k} \varphi - \frac{\alpha_o}{k^2} \ln \left| \frac{\alpha_o + k\varphi}{\alpha_o} \right| \right],
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

де:  $\ell$  – відстань від центра ваги до задньої осі машини;  
 $\alpha_o$  – початкове значення кута  $\alpha$ ;  $k$  – коефіцієнт зміни кута  $\alpha$ .

Основними параметрами, що визначають траєкторію, є швидкість руху і коефіцієнт інтенсивності зміни курсового кута. При плануванні теоретичних траєкторій ці параметри приймалися довільно, виходячи з реальних умов полігону і можливостей машини. Для отримання експериментальних кривих ці параметри відтворювалися водієм через акселератор і кермо.

Для отримання експериментальних траєкторій входу в лівий (правий) поворот і виходу з лівого (правого) повороту чотирьохколісної машини з передніми керованими колесами була використана супутникова навігаційна система.

Для цього в салоні водія на місці центра ваги чотирьохколісної машини був нерухомо закріплений прилад (планшет). Вибиралася рівна горизонтальна ділянка необхідних розмірів в залежності від форми і довжини очікуваної

траєкторії, розмічалася координатна сітка з прямолінійною ділянкою для набору необхідної швидкості і чітким визначенням початку входу в поворот. За допомогою додатку на планшет *A-GPS Tracker*, записувалася траєкторія (трек) входу і виходу з повороту та були отримані дані про місцерозташування машини від супутникових сигналів: швидкість, час руху, довжина треку, широта та довгота кожної точки траєкторії. Час входу в поворот та виходу з повороту фіксувався за допомогою секундоміру.

Далі наведені дві траєкторії передані супутниковою навігаційною системою разом з теоретичними траєкторіями і результати визначення їх параметрів. Для проведення експериментів з супутниковою навігаційною системою був використаний автомобіль *Renault Logan* (рис. 1) з передніми керованими колесами.



Рис. 1. Габаритні розміри Renault Logan

Результати розрахунку та порівняльна оцінка траєкторій треку 1.  
Вхід в лівий поворот і вихід з лівого повороту.

Вихідні дані:  $v = 1,472$  м/с;  $\ell = 1,27$  м;  $L = 2,63$  м;  $R_{\min} = 5,0$ ; шлях  $S = vt$ .

Виходячи з запланованого кута обертання керма  $\gamma = 180^\circ$ , і передаточного числа між черв'яком і косозубим сектором механізму керування  $j = 25$ , знаходимо кінцеве значення кута повороту передніх коліс  $\alpha_{\text{коліс}} = 180^\circ / 25 = 7,2^\circ = 0,1256$  рад. Значення курсового кута на початку і в кінці ділянки:

$$\alpha_o = 0, \alpha_k = \alpha_1(\ell/L) = 0,1256 \cdot (1,27/2,63) = 0,0606 \text{ рад} = 3,47^\circ.$$

Приймаємо час входу в поворот  $t = 12,1$  с. Тоді коефіцієнт інтенсивності  $k = (\alpha_k - \alpha_o)/t = 0,0606/12,1 = 0,00501 \text{ с}^{-1}$ . Осі  $x_1y_1$  паралельні осям  $xu$ , тому приймаємо для першої ділянки  $\theta_1 = 0$ . Результати розрахунків – у таблиці 1, схема маневру – на рис. 2.

Таблиця 1. Вхід в лівий поворот

$t, \text{ с}$	$x_i, \text{ м}$	$y_i, \text{ м}$	$\alpha, \text{ рад}$	$\alpha, \text{ град}$	$\varphi, \text{ рад}$	$\varphi, \text{ град}$	$R, \text{ м}$	$S, \text{ м}$	$x, \text{ м}$	$y, \text{ м}$
0	0	0	0	0	0	0	$\infty$	0	0	0
1,34	1,98	0,01	0,0067	0,39	0,005	0,30	188,46	1,98	1,98	0,01
2,69	3,96	0,05	0,0135	0,77	0,021	1,20	94,23	3,96	3,96	0,05
4,03	5,93	0,15	0,0202	1,16	0,047	2,71	62,82	5,94	5,93	0,15
5,38	7,91	0,33	0,0270	1,55	0,084	4,82	47,11	7,92	7,91	0,33
6,72	9,87	0,60	0,0337	1,93	0,131	7,52	37,69	9,90	9,87	0,60
8,07	11,81	0,99	0,0404	2,32	0,189	10,84	31,41	11,87	11,81	0,99
9,41	13,71	1,51	0,0472	2,70	0,257	14,75	26,92	13,85	13,71	1,51
10,76	15,57	2,20	0,0539	3,09	0,336	19,26	23,56	15,83	15,57	2,20
12,10	17,36	3,07	0,0607	3,48	0,425	24,38	20,94	17,81	17,36	3,07

Значення курсового кута на початку і в кінці ділянки:  $\alpha_o = 0,0606 \text{ рад} = 3,47^\circ$ ,  $\alpha_k = 0$ , час виходу з повороту  $t = 12,1 \text{ с}$ . Тоді коефіцієнт інтенсивності  $k = (\alpha_k - \alpha_o) / t = (0 - 0,0607) / 12,1 = -0,00501 \text{ с}^{-1}$

Осі  $x_2y_2$  повернуті відносно осей  $x_1y_1$  на кут  $\theta_2 = \varphi_{k1} = 24,38^\circ$ . Решта параметрів траєкторії розраховуються як і для попередньої ділянки. Результати розрахунків – у таблиці 2, схема траєкторії – на рис. 2.

Таблиця 2. Вихід з лівого повороту

$t, \text{ с}$	$x_i, \text{ м}$	$y_i, \text{ м}$	$\alpha, \text{ рад}$	$\alpha, \text{ град}$	$\varphi, \text{ рад}$	$\varphi, \text{ град}$	$R, \text{ м}$	$S, \text{ м}$	$x, \text{ м}$	$y, \text{ м}$
0	0	0	0,061	3,48	0	0	20,94	0	17,36	3,07
1,34	1,97	0,20	0,054	3,09	0,089	5,12	23,56	1,98	19,07	4,06
2,69	3,91	0,56	0,047	2,70	0,168	9,63	26,92	3,96	20,70	5,19
4,03	5,83	1,05	0,040	2,32	0,236	13,54	31,41	5,94	22,24	6,43
5,38	7,72	1,65	0,034	1,93	0,294	16,86	37,69	7,92	23,72	7,75
6,72	9,58	2,34	0,027	1,55	0,341	19,56	47,11	9,90	25,12	9,15
8,07	11,41	3,10	0,020	1,16	0,378	21,67	62,82	11,87	26,48	10,60
9,41	13,23	3,91	0,013	0,77	0,404	23,18	94,23	13,85	27,80	12,08
10,76	15,03	4,75	0,007	0,39	0,420	24,08	188,46	15,83	29,09	13,59
12,10	16,83	5,59	0	0	0,425	24,38	$\infty$	17,81	30,38	15,10

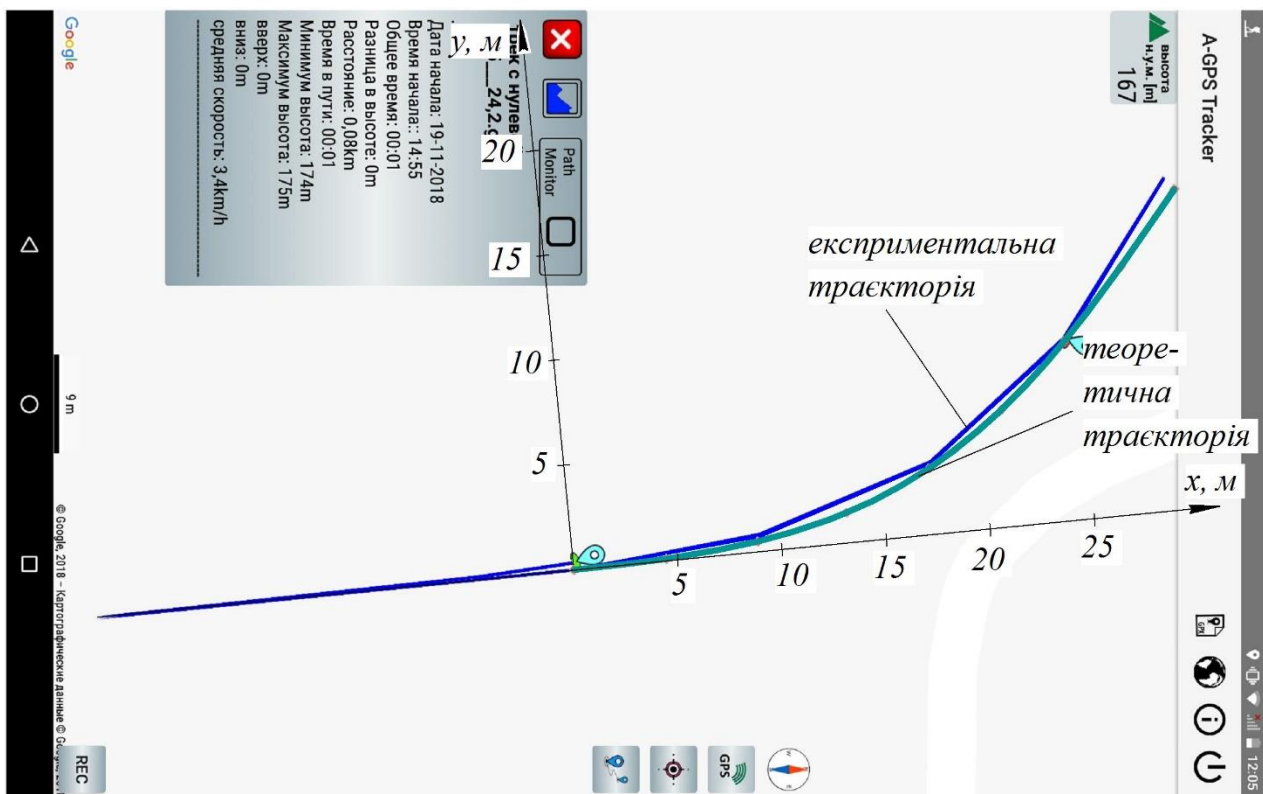


Рис. 2. Експериментальна та теоретична траєкторії входу в лівий поворот і виходу з лівого повороту чотирьохколісної машини

Результати розрахунку та порівняльна оцінка траєкторій треку 2.  
Вхід в правий поворот і вихід з правого повороту.

Вихідні дані:  $v = 1,73$  м/с;  $\ell = 1,27$  м;  $L = 2,63$  м;  $R_{\min} = 5,0$ ; шлях  $S = vt$ .

Знаходимо кінцеве значення кута повороту передніх коліс. Значення курсового кута на початку і в кінці ділянки:  
 $\alpha_{1_{\text{колiс}}} = 180^\circ / 25 = 7,2^\circ = 0,1256$  рад.

$$\alpha_o = 0, \alpha_k = \alpha_1(\ell/L) = 0,1256 \cdot (1,27/2,63) = 0,0606 \text{ рад} = 3,47^\circ.$$

Приймаємо час входу в поворот  $t = 17,5$  с. Осі  $x_1y_1$  паралельні осям  $xу$ , тому приймаємо  
 Тоді коефіцієнт інтенсивності для першої ділянки  $\theta_1 = 0$ . Результати розрахунків – у таблиці 3, схема маневру – на рисунку 3.  
 $k = (\alpha_k - \alpha_o) / t = (0,0606 - 0) / 17,5 = 0,00343$  с<sup>-1</sup>.

Таблиця. 3. Вхід в правий поворот

$t, \text{ с}$	$x_i, \text{ м}$	$y_i, \text{ м}$	$\alpha, \text{ рад}$	$\alpha, \text{ град}$	$\varphi, \text{ рад}$	$\varphi, \text{ град}$	$R, \text{ м}$	$S, \text{ м}$	$x, \text{ м}$	$y, \text{ м}$
0	0	0	0	0	0	0	$\infty$	0	0	0
1,94	3,37	0,02	0,0067	0,39	0,009	0,51	188,46	3,37	3,37	0,02
3,89	6,73	0,13	0,0135	0,77	0,036	2,05	94,23	6,74	6,73	0,13
5,83	10,09	0,37	0,0202	1,16	0,080	4,61	62,82	10,11	10,09	0,37
7,78	13,43	0,82	0,0270	1,55	0,143	8,20	47,11	13,47	13,43	0,82
9,72	16,72	1,54	0,0337	1,93	0,223	12,81	37,69	16,84	16,72	1,54
11,67	19,93	2,58	0,0404	2,32	0,322	18,44	31,41	20,21	19,93	2,58
13,61	23,00	4,00	0,0472	2,70	0,438	25,10	26,92	23,58	23,00	4,00
15,56	25,84	5,86	0,0539	3,09	0,572	32,79	23,56	26,95	25,84	5,86
17,50	28,38	8,23	0,0607	3,48	0,724	41,50	20,94	30,32	28,38	8,23

Вихід з повороту. Значення курсового кута на початку і в кінці ділянки:  
 $\alpha_o = 0,0607$  рад =  $3,48^\circ$ ,  $\alpha_k = 0$ . Приймаємо час виходу з повороту  $t = 17,5$  с. Тоді коефіцієнт інтенсивності  
 $k = (\alpha_k - \alpha_o) / t = (0 - 0,0607) / 17,5 = -0,00343$  с<sup>-1</sup>.  
 Осі  $x_2y_2$  повернуті відносно осей  $xу$  на кут  $\theta_2 = \varphi_{k1} = 41,50^\circ$ . Решта параметрів траєкторії розраховуються як і для попередньої ділянки. Результати розрахунків – у таблиці 4, схема траєкторії – на рисунку 3.

Для кількісної оцінки відповідності

координат теоретичних і координат відтворених траєкторій визначаємо середньквдратичне відхилення окремо для координат  $x$  і  $y$ :

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{(x_{1e} - x)^2 + (x_{2e} - x)^2 + \dots + (x_{ne} - x)^2}{n}}; \quad (2)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{(y_{1e} - y)^2 + (y_{2e} - y)^2 + \dots + (y_{ne} - y)^2}{n}}. \quad (3)$$

Тут  $x_{1e}, x_{2e}, \dots, x_{ne}$  і  $y_{1e}, y_{2e}, \dots, y_{ne}$  – координати експериментальної (відтвореної) кривої;  $x, y$  – середні арифметичні значення;  $n$  – кількість точок траєкторії.



Таблиця 4. Вихід з правого повороту

$t, c$	$x_i, m$	$y_i, m$	$\alpha, рад$	$\alpha, град$	$\varphi, рад$	$\varphi, град$	$R, m$	$S, m$	$x, m$	$y, m$
0	0	0	-0,061	-3,48	0	0	-20,9	0	28,38	-8,23
1,94	3,33	-0,45	-0,054	-3,09	-0,152	-8,7	-23,6	3,37	30,57	-10,78
3,89	6,58	-1,37	-0,047	-2,70	-0,286	-16,4	-26,9	6,74	32,40	-13,61
5,83	9,69	-2,68	-0,040	-2,32	-0,402	-23,1	-31,4	10,11	33,86	-16,66
7,78	12,65	-4,33	-0,034	-1,93	-0,500	-28,7	-37,7	13,47	34,99	-19,86
9,72	15,47	-6,26	-0,027	-1,55	-0,581	-33,3	-47,1	16,84	35,82	-23,17
11,67	18,15	-8,40	-0,020	-1,16	-0,643	-36,9	-62,8	20,21	36,41	-26,55
13,61	20,73	-10,71	-0,013	-0,77	-0,688	-39,5	-94,3	23,58	36,82	-29,99
15,56	23,24	-13,11	-0,007	-0,39	-0,715	-40,9	-188,5	26,95	37,11	-33,45
17,50	25,73	-15,55	0	0	-0,724	-41,5	$\infty$	30,32	37,35	-36,92

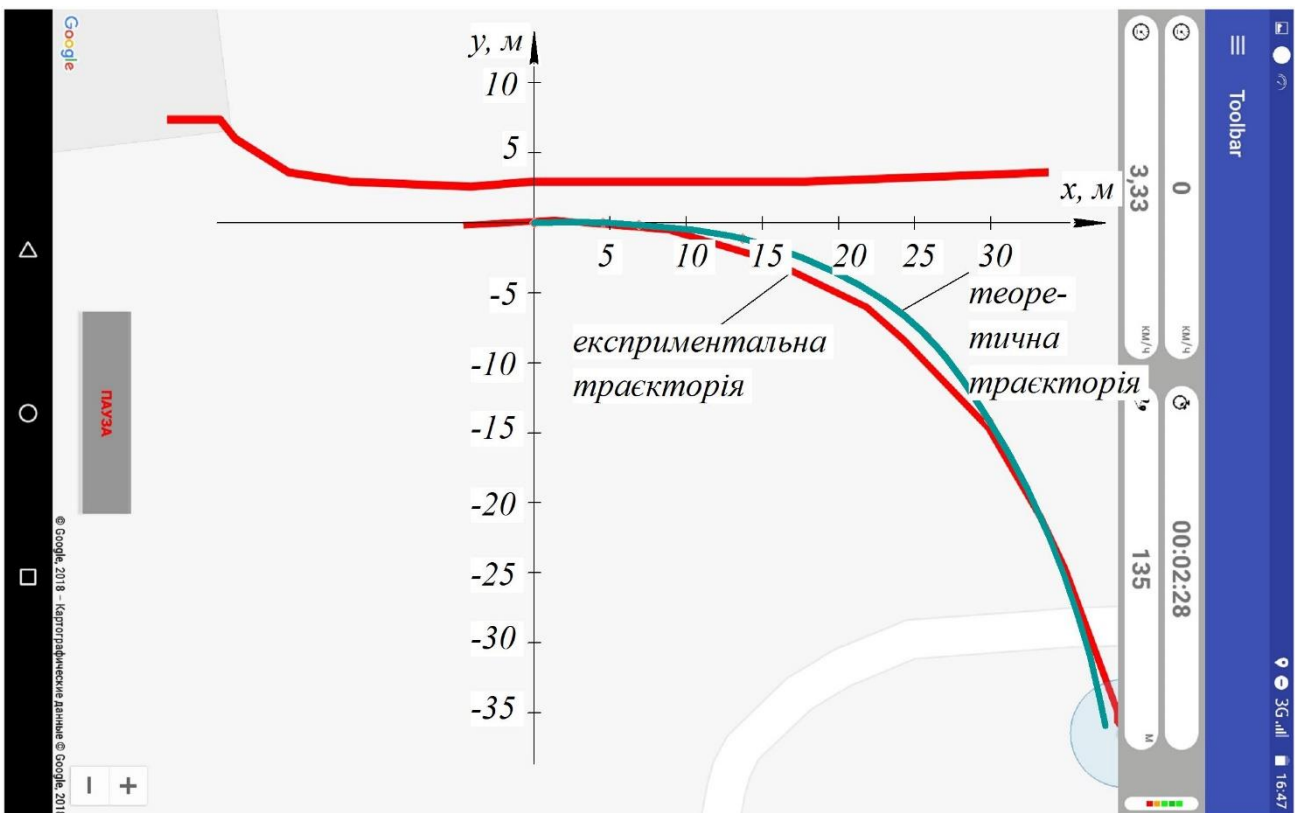


Рис. 3. Експериментальна та теоретична траєкторії входу в правий поворот і виходу з правого повороту чотирьохколісної машини

Порядок визначення середнього квадратичного відхилення для траєкторій, отриманих з використанням супутникової навігаційної системи:

- знаходимо  $x_{ie}$  і  $y_{ie}$  кожної точки на зламі

експериментальної траєкторії і відповідний їм час  $t$ ;

- обчислюємо координати  $x_{it}$  і  $y_{it}$  теоретичної траєкторії, що відповідають знайденому часу;



- знаходимо середні арифметичні значення теоретичних координат  $x$  і  $y$ ;

- обчислюємо середні квадратичні відхилення  $\sigma_x$  і  $\sigma_y$ .

Результати розрахунків для всіх траєкторій, побудованих з використанням супутникової

навігаційної системи (табл. 5):

1. Трек 1. (табл. 1 і 2, рис. 2):

$$\sigma_x = 8,83 \text{ м}, \sigma_y = 5,72 \text{ м}.$$

2. Трек 2. (табл. 3 і 4, рис. 3):

$$\sigma_x = 10,33 \text{ м}, \sigma_y = 13,13 \text{ м}.$$

Таблиця 5. Результати відповідності координат треків

N з/п	$x_{ie}, \text{ м}$	$t, \text{ с}$	$x_{it}, \text{ м}$	$x, \text{ м}$	$y_{ie}, \text{ м}$	$y_{it}, \text{ м}$	$y, \text{ м}$	$(x_{ne} - x)^2$	$(y_{ne} - y)^2$	$\sigma_x$	$\sigma_y$
<i>Трек 1. Вхід в лівий поворот і вихід з лівого повороту.</i>											
1.	9,00	6,13	9,00	16,076	0,748	0,466	5,393	50,07	24,275	8,83	5,72
2.	17,40	12,15	17,43		3,42	3,099		1,83	5,26		
3.	24,38	18,12	23,64		8,57	8,40		57,214	9,042		
4.	29,81	24,14	30,31		15,77	15,00		202,61	92,29		
<i>Трек 2. Вхід в правий поворот і вихід з правого повороту.</i>											
1.	9,84	5,715	9,89	26,40	0,579	-0,35	13,63	272,58	176,36	10,33	13,13
2.	16,77	9,88	16,98		2,67	-1,59		88,736	144,96		
3.	24,03	14,52	24,37		6,04	-4,76		4,12	78,68		
4.	32,93	21,71	32,76		14,80	-13,95		40,45	0,1024		
5.	38,44	28,44	36,52		25,20	-25,06		102,4	130,64		
6.	42,01	34,68	37,90		35,40	-36,09		132,25	504,45		

Таким чином, експериментально відтворені траєкторії лівого і правого поворотів (вхід і вихід), чотири маневри на автомобілі *Renault Logan* з використанням супутникової навігаційної системи, показали повну ідентичність і достатню відповідність експериментальних з теоретичними координатами траєкторій. Для кількісної оцінки їх відповідності необхідно скористатися середньоквадратичними показниками відхилень координат відтворених траєкторій від розрахункових.

### Висновки

1. Результати дослідів показують, що схожимість експериментальних і теоретичних координат достатня, і що теоретичні рівняння траєкторій несталоного руху машин, отримані у даній роботі вперше, достатньо точно відображують рух.

2. Аналітичні рівняння для траєкторії криволінійного руху чотирьохколісної машини в параметричній формі з керованими передніми колесами в залежності від кута повороту рами машини дають можливість зменшити довжину холостого ходу та час поворотів за зміну, тим

самим збільшити довжину гону та чистий час роботи агрегату за зміну, збільшити коефіцієнт використання робочих ходів, збільшити коефіцієнт використання часу зміни та збільшити продуктивність за 1 год. змінного часу.

3. Їх також можна застосовувати при прогнозуванні при плануванні і розробці будь-яких маневрів машини на полі чи в інших умовах, у тому числі і для автоматичного керування транспортом та робочими машинами, машино-тракторними агрегатами, автопоthicями та ін.

### References

Al-khayyt, S. Z. S. (2018). Creating Through Points in Linear Function with Parabolic Blends Path by Optimization Method. *Al-Khwarizmi Engineering Journal*, 14 (1), 77–89. doi: <https://doi.org/10.22153/kej.2018.10.005>.

Beljaev, A. N. & Trishina, T. V. (2016). Issledovanie kinematiki povorota kolesnogo traktora [Investigation of the kinematics of turning a wheeled tractor]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta*, 1 (48), 115–120. doi: <https://doi.org/10.17238/issn2071-2243.2016.1.115> [in Russian].

- Beljaev, A. N., Orobinskij, V. I., Shackij, V. P., Trishina, T. V., Sheredekin, V. V. & Vysockaja, I. A. (2020) Opredelenie teoreticheskoj traektorii dvizhenija traktora pri povorote «krabom». [Determination of the theoretical trajectory of the tractor when turning "crab"]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta*, 1 (64), 42–49. doi: <https://doi.org/10.17238/issn2071-2243.2020.1.42> [in Russian].
- Bulgakov, V., Pascuzzi, S. & Beloev, H. (2019). Theoretical Investigations of the Headland Turning Agility of a Trailed Asymmetric Implement-and-Tractor Aggregate. *Agriculture*, MDPI. *Open Access Journal*, 9 (10), 1–11. doi: <https://doi.org/10.3390/agriculture9100224>.
- Fashutdinov, M., Khafizov, M., Galiev, I., Gabdrafiqov, F. & Khaliullin, F. (2020). Research of dynamics of turning of machine-tractor aggregate with tractor on wheeled-crawler mover. *BIO Web of Conferences*, 17. doi: <https://doi.org/10.1051/bioconf/20201700056>.
- Fomin, C. D. (2017). Matematicheskaya model dlya issledovaniya neustanovivshegosya krivoliniynogo dvizheniya pogruzochno-transportnogo agregata [Mathematical model for investigation of uninstalled curvilinear movement of a load-transport unit]. *Izvestiya Nizhnevolzhskogo agrouniversitetskogo kompleksa: nauka i vyssheye professionalnoye obrazovaniye. Tekhnicheskiye nauki*, 1 (45), 226–234. [in Russian].
- Kambarov, B. A. (2016, July 28-29). Eksperimentalnoye opredeleniye parametrov trayektorii dvizheniya kultivatornogo mashinno-traktornogo agregata na povorotnoy polose khlopkovogo polya [Experimental determination of the parameters of the movement trajectory tiller machine and tractor units on the headland cotton field]. *European Research: Innovation in Science, Education and Technology* (pp. 21–24). London: United Kingdom [in Russian].
- Melnik, V., Dovzhyk, M., Tatyanchenko, B., Solarov, O. & Sirenko Yu. (2017). Analytical method of examining the curvilinear motion of a four-wheeled vehicle. *Easterm-Euroean journal of enterprise technologies*, 3, 7 (87), 59–65. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.101335>.
- Shipilevskiy, G. B. (2005). Traktornaya avtomatika [Tractor automation]. Moskva: MGTU “MAMI” [in Russian].
- Song, M. Z., Kang, S. W., Chung, S. O., Kim, K. D., Chae, Y. S., Lee, D. H. ... Lee, K. H. (2013, August 27-30). Development of Path Planning Algorithm for an Autonomous Mower Tractor. *Horticulture and Post Harvest Industry*, 4th IFAC Conference on Modelling and Control in Agriculture (pp.154–158). Espoo. doi: <https://doi.org/10.7744/cnujas.2015.42.1.063>.
- Troianovska, I. P. & Pozhydaiev, S. P. (2008). Modeliuvannia kryvoliniinoho rukhu kolisnykh i husenychnykh traktornykh ahrehativ [Modeling of curvilinear motion of wheeled and tracked tractor units] Kyiv: AhrarMediaHrup [in Ukrainian].
- Zavrazhnov, A. I., Miheev, N. V. & Beljaev A. N. (2019). Povyshayem ustoychivost dvizheniya kolesnogo traktora [We increase the driving stability of a wheeled tractor]. *Fermer.Chernozemye*, 10 (31), 38–42. [in Russian].