



РЕШАВАНЕ НА ТРИЪГЪЛНИК В ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА
В НАЧАЛНОТО УЧИЛИЩЕ

Иванка Минчева*

SOLVING A TRIANGLE
IN TEACHING PRIMARY SCHOOL MATHEMATICS

Ivanka Mincheva

Abstract: *The paper studies solving a triangle in primary school mathematics education. It proposes a system of problems reflecting the classification of the concept of triangle according to the sides and the angles. Each subsystem of a given main system includes a basic problem with generalized formulation and a sample solution followed by problems illustrating the basic problem. The methodological analysis encompasses some didactic components – short description, construction/drawing, sample solution, necessary component concepts, component pieces of knowledge and component problems. All drawings in the study have been made by using the mathematical software GeoGebra in order to ensure dynamism and clarity, and subsequently to achieve easier understanding of a problem and finding out its solution.*

Keywords: *GeoGebra; triangle; mathematics education; primary school; mathematical problem; system of problems; problem solution.*

ВЪВЕДЕНИЕ

Изучаването на геометрични знания в началното училище е част от системния училищен курс по геометрия, който, от своя страна, е неразделна част от училищния курс по математика. В периода 1. – 4. клас геометричните понятия и техните основни елементи и свойства се усвояват на подготвително (пропедевтично) ниво. Това означава, че се разглеждат *някои* основни понятия от геометрията, *някои техни основни елементи и свойства* и за повечето от понятията не се дават определения, а те се въвеждат остенсивно или чрез описание. Усвояването на геометричните понятия в началното училище се осъществява чрез разнообразни дейности, като разпознаване, назоваване, чертане, систематизиране, класификация, прилагане при решаване на различни групи задачи. Важно при пропедевтичното изучаване на геометрични знания в периода 1. – 4. клас е единството им с аритметичните такива. Така за разбиране и усвояване на всяко геометрично понятие са необходими основни знания от аритметиката, като тези за понятието „естествено число“ и операциите и релациите с естествени числа.

В началното училище „децата възприемат геометричната фигура като нещо цяло и единно и различават фигурите само по тяхната форма без да виждат общите свойства на тези фигури“

* **Иванка Минчева** – доцент, доктор, преподавател в катедра „Алгебра и геометрия“, факултет „Математика и информатика“ във ВТУ „Св. св. Кирил и Методий“, България, e-mail: i.mincheva@ts.uni-vt.bg

(Минчева 2010: 301). Откриването на свойствата на геометричната фигура е целесъобразно да става в процес на експериментално нагледно-практическа дейност и в единство със съобщаване на съответните термини и формиране на умения и навици“ (Минчева 2010: 302).

Понятието „триъгълник“ е основно математическо понятие и се въвежда и изучава в началното училище. Обучението по математика в 1. – 4. клас е „задачово обучение“, т.е. математическите знания се въвеждат, усвояват, систематизират, проверят и оценяват чрез решаване на задачи. Ето защо в статията ще разгледаме и анализираме задачи от решаване на триъгълник, чрез които се постига усвояване на основни геометрични понятия.

МЕТОДОЛОГИЯ

Основните групи задачи, които се разглеждат в училищния курс по математика, са свързани с основните равнинни геометрични фигури – триъгълник и четириъгълник.

В статията се поставят следните изследователски цели:

- Систематизиране на основните задачи от триъгълник;
- Анализиране на решението на дадена задача;
- Разглеждане на някои основни дидактически компоненти, необходими за разбиране и усвояване на структурата на задачата и на нейното решение – съкратен запис, чертеж, примерно решение, необходими знания-компоненти, необходими понятия-компоненти, необходими задачи-компоненти.

РЕЗУЛТАТИ И ДИСКУСИЯ

При решаването на дадена задача софтуерът GeoGebra е използван за чертане на геометричната фигура, тъй като той предлага поэтапно построяване на всеки елемент от фигурата и това привлича и задържа вниманието на учещите. „След като фигурата е построена, се показва как може да се визуализира отново построението в хронологичен ред с цел използването на зрителната памет за постигане на трайни знания. GeoGebra дава възможност да се оцветява фигурата и отделните ѝ елементи в цветове по избор. Използването на анимация онагледява основните елементи на фигурата – върхове, страни, ъгли и др. Така се достига до по-достъпно представяне, по-ясно изложение и разбиране на геометричните знания, както и за по-бързо и лесно откриване на решението на геометрични задачи. Всеки построен елемент може да бъде скрит или показан на чертожната повърхност като запазва стойността и координатите си в друг прозорец ... Всеки елемент може да бъде преименуван, да се променя и оцветява.“ (Ангелова 2021: 102)

„При решаване на задачи GeoGebra осигурява бърза визуална промяна на данните и решаване на няколко сродни по структура и начин на решение задачи за по-кратко време. Тази идея може да се илюстрира чрез разглеждане на няколко задачи и методически бележки към тях. Процесът на решаване на всяка задача се онагледява чрез чертеж и последваща промяна на фигурата според променените данни в задачата. Така се разбира връзката между геометричното съдържание на задачата и нейното аритметично решение и се проследява нагледно промяната на решението след промяната на числовите данни и съответната промяна на мерките на дадената фигура.“ (Георгиева, Ангелова 2019: 236)

РЕШАВАНЕ НА ЗАДАЧИ ОТ ТРИЪГЪЛНИК

Задачите от триъгълник и решаване на триъгълник са основна група задачи в училищния курс по математика. Те са в основата на решаване на останалите геометрични задачи от равнинни и пространствени фигури и са задачи-компоненти на задачите за решаване на четириъгълник, правоъгълник и квадрат.

Достъпното решаване на триъгълник в 1. – 4. клас е свързано с решаването на 4 основни задачи от разностранен триъгълник, 3 основни задачи от равнобедрен триъгълник и 2 основни задачи от равностранен триъгълник. С цел усъвършенстване на уменията на учениците за решаване на тази група задачи се използва вариране на несъществените свойства на понятието „триъгълник“ – дължини на страни, мерки на ъгли, разположение в равнината, оцветяване и др.

Идеите за усъвършенстване на обучението по математика ще илюстрираме, като разгледаме основните задачи от триъгълник – по дадени $3/2/1$ елемента, да се намерят останалите елементи на триъгълника. „Важен дидактически компонент при анализа на структурата и решението на всяка задача е използването на математическия софтуер GeoGebra, чрез който се визуализира геометричната фигура, вмъкват се анимации и др.“ (Ангелова, Минчева 2020: 106). Задачите са систематизирани според вида на триъгълника и според сложността и трудността на решението им. При методическия анализ на всяка задача са дадени основни дидактически компоненти, насочени към усвояване на структурата и решението на дадената задача (Таблица 1).

Таблица 1.

МЕТОДИЧЕСКИ АНАЛИЗ НА ЗАДАЧАТА					
Структура на задачата (Съкратен запис)		Необходими основни дидактически компоненти			
Дадени елементи	Неизвестни елементи	Решение	Основни знания-компоненти	Основни понятия-компоненти	Основни задачи-компоненти
Чертеж		Запис на решението	Изброяване на знанията	Изброяване на понятията	Изброяване на задачите
		ЧЕРТЕЖ/И			

При анализиране на задачите е важно да се направят следните методически бележки:

- Всяка от задачите се разглежда като представителна обобщена задача на група задачи.
- Примерното решение на задачата може да е модел и ориентир за решаване на различни сродни задачи с дадени числови стойности на дадените елементи.
- Задачите от триъгълник са задачи-компоненти на всички задачи от равнинни и пространствени геометрични фигури и затова е полезно тези задачи-компоненти да са зададени, решени и анализирани, за да се използват като готови и вече познати „порции задачи“.
- Чрез различни дейности, включително и чрез използване на средствата на GeoGebra, могат да се дават различни числови стойности за мерките на дадените елементи и да се проследява изменението на стойностите на неизвестните и вече намерени елементи.
- Всяка задача, зададена обобщено или чрез конкретни числови стойности, може да се използва за модификации и получаване на нови задачи от същия или сроден вид на дадената задача, включително и текстови задачи с геометрично съдържание.

При решаване на всички задачи, основните дейности са:

- чертане на триъгълник (според вида му);
- чертане (построяване) и означаване на дадените и неизвестните елементи на триъгълника;
- чертане на помощни чертежи за намиране на някои от неизвестните елементи на триъгълника;
- определяне структурата на задачата и свързването ѝ с чертежа – отделяне на дадените и неизвестни елементи на триъгълника и откриване на зависимости между тях (между известните елементи, между неизвестните елементи и между известните и неизвестните елементи);
- приложение на изучени елементи, свойства, описания, определения, формули, задачи;
- записване на решението като се спазва логическата му структура.

Системата задачи от триъгълник са дадени в таблици 2., 3. и 4.

Таблица 2.

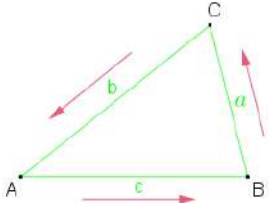
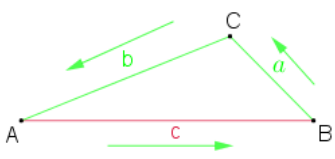
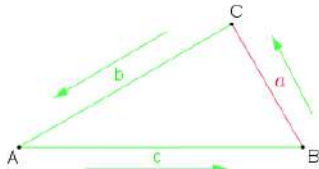
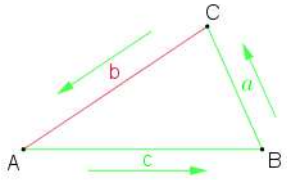
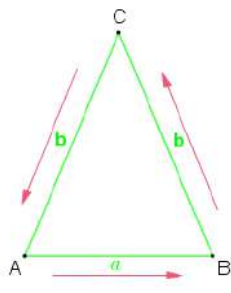
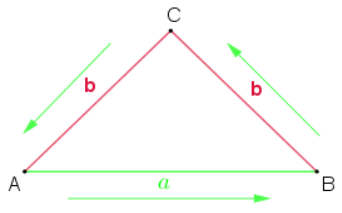
Задачи от решаване на разностранен триъгълник				
Дадени елементи			Неизвестен елемент	Чертеж
Страна a	Страна b	Страна c	Обиколка P	
Две от страните и обиколката			Третата страна	
Страна a	Страна b	Обиколка P	Страна c	
Страна b	Страна c	Обиколка P	Страна a	
Страна c	Страна a	Обиколка P	Страна b	

Таблица 3.

Задачи от решаване на равнобедрен триъгълник			
Дадени елементи		Неизвестен елемент	Чертеж
Основа a	Бедро b	Обиколка P	
Основа a	Обиколка P	Бедро b	

Бедро b	Обиколка P	Основа a	
-----------	--------------	------------	--

Таблица 4.

Задачи от решаване на равностранен триъгълник		
Даден елемент	Неизвестен елемент	Чертеж
Страна a	Обиколка P	
Обиколка P	Страна a	

Предложените динамични чертежи са дадени последователно според основната задача. Чертежите за всяка основна задача са систематизирани в 2 основни групи:

1. Начертан е основен чертеж на разглеждания вид триъгълник (според страните и/или според ъглите) с означени дадените и неизвестни елементи.

2. Начертани са дадените и неизвестният елементи на разглеждания триъгълник (страните – като отсечки и обиколката като отсечка – сбор на страните) и се използва оцветяване или анимация за разграничаване и открояване на дадените от неизвестните елементи с цел съзнателно откриване на решението на задачата и правилното му записване.

Задачи от решаване на разностранен триъгълник

Основна задача 1.

Основна задача 1. – обобщена формулировка

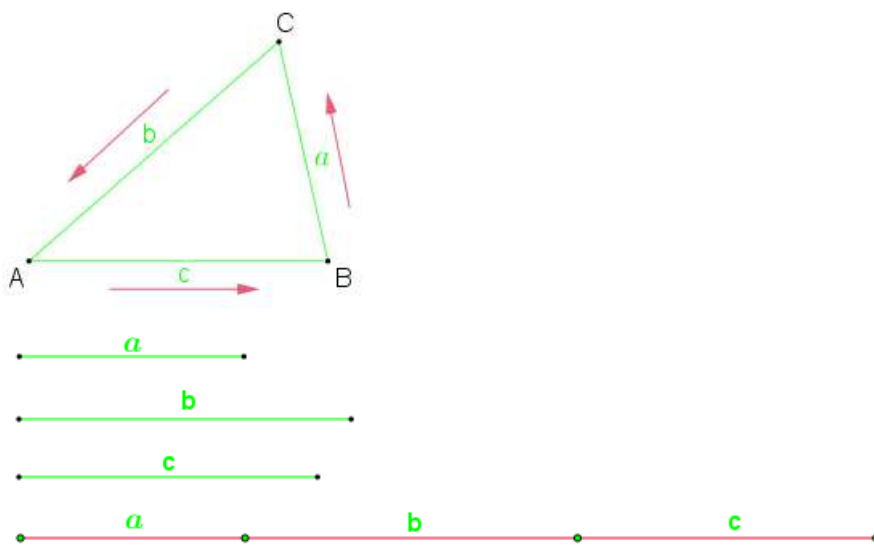
Даден са страните a , b , c на разностранен триъгълник. Намерете обиколката P на триъгълника.

Основни дидактически компоненти

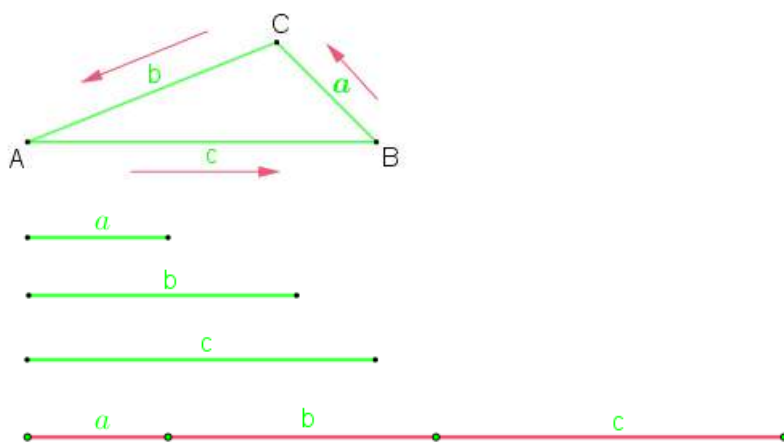
Съкратен запис

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Разностранен триъгълник Страна a Страна b Страна c	Обиколка P

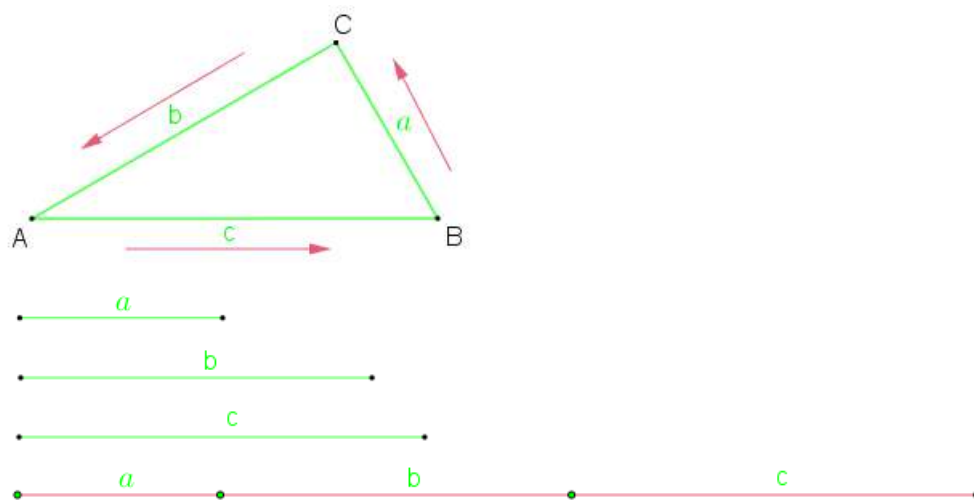
Разностранен остроъгълен триъгълник



Разностранен тъпоъгълен триъгълник



Разностранен правоъгълен триъгълник



Примерно обобщено (буквено) решение

$$a + b + c = P$$

Отговор: Обиколката на триъгълника е P .

Конкретни примери на основна задача 1.

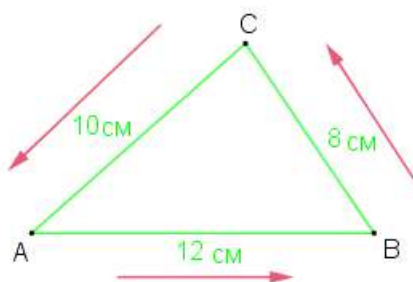
а) Даден е триъгълник със страни 8 см, 10 см и 12 см. Намерете обиколката на триъгълника. (задача от остроъгълен триъгълник)

б) Даден е триъгълник със страни 5 дм, 7 дм и 10 дм. Намерете обиколката на триъгълника. (задача от тъпоъгълен триъгълник)

в) Даден е триъгълник със страни 3 м, 4 м и 5 м. Намерете обиколката на триъгълника. (задача от правоъгълен триъгълник)

Задача 1 а)**Основни дидактически компоненти****Съкратен запис**

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Разностранен триъгълник Страна $a = 8$ см Страна $b = 10$ см Страна $c = 12$ см	Обиколка P

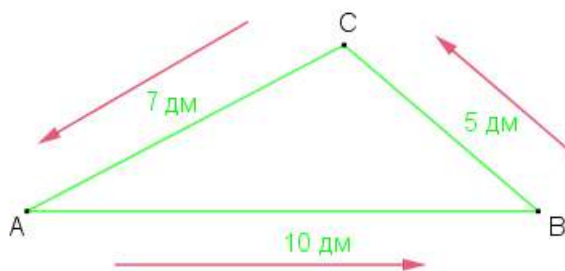
**Примерно решение**

$$8 \text{ см} + 10 \text{ см} + 12 \text{ см} = 30 \text{ см}$$

Отговор: Обиколката на триъгълника е 30 см.

Задача 1 б)**Основни дидактически компоненти****Съкратен запис**

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Разностранен триъгълник Страна $a = 5$ дм Страна $b = 7$ дм Страна $c = 10$ дм	Обиколка P



Примерно решение

$5 \text{ дм} + 7 \text{ дм} + 10 \text{ дм} = 22 \text{ дм}$

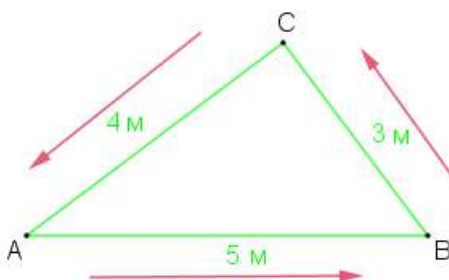
Отговор: Обиколката на триъгълника е 22 дм.

Задача 1 в)

Основни дидактически компоненти

Съкратен запис

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Разностранен триъгълник	Обиколка P
Страна a = 3 м	
Страна b = 4 м	
Страна c = 5 м	



Примерно решение

$3 \text{ м} + 4 \text{ м} + 5 \text{ м} = 12 \text{ м}$

Отговор: Обиколката на триъгълника е 12 м.

Основна задача 2.

Основна задача 2. – обобщена формулировка

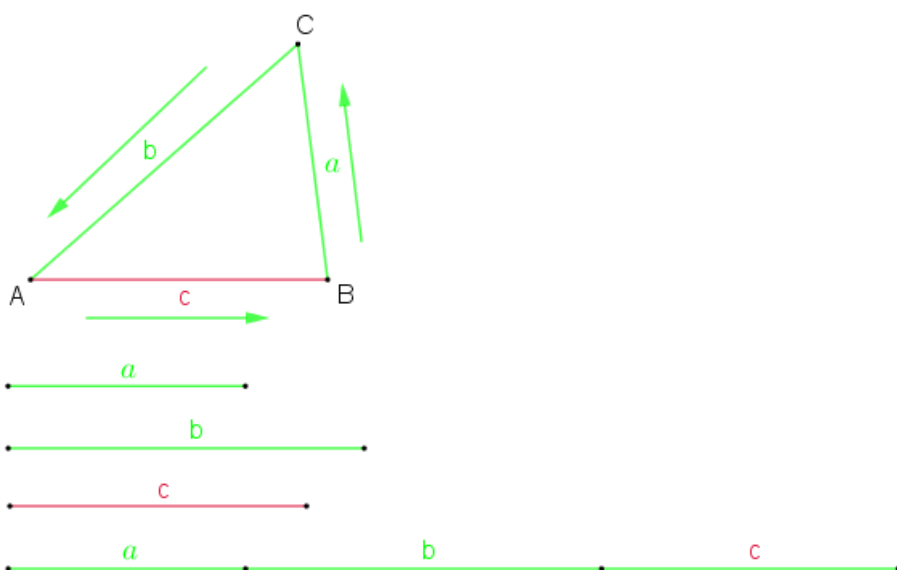
Дадени са две от страните $(a; b) \vee (b; c) \vee (c; a)$ и обиколката **P** на разностранен триъгълник. Намерете третата страна **c** \vee **a** \vee **b** на триъгълника.

Основни дидактически компоненти

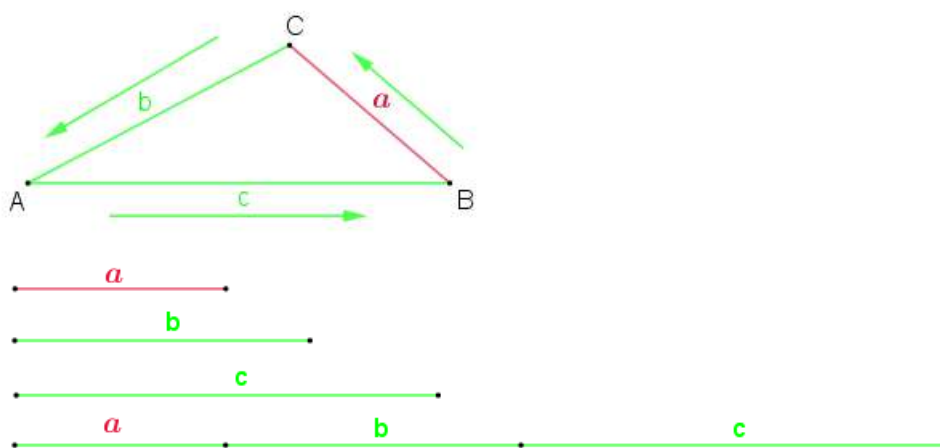
Съкратен запис

Дадени елементи			Неизвестен елемент
Страна a	Страна b	Обиколка P	Страна c
Страна b	Страна c	Обиколка P	Страна a
Страна c	Страна a	Обиколка P	Страна b

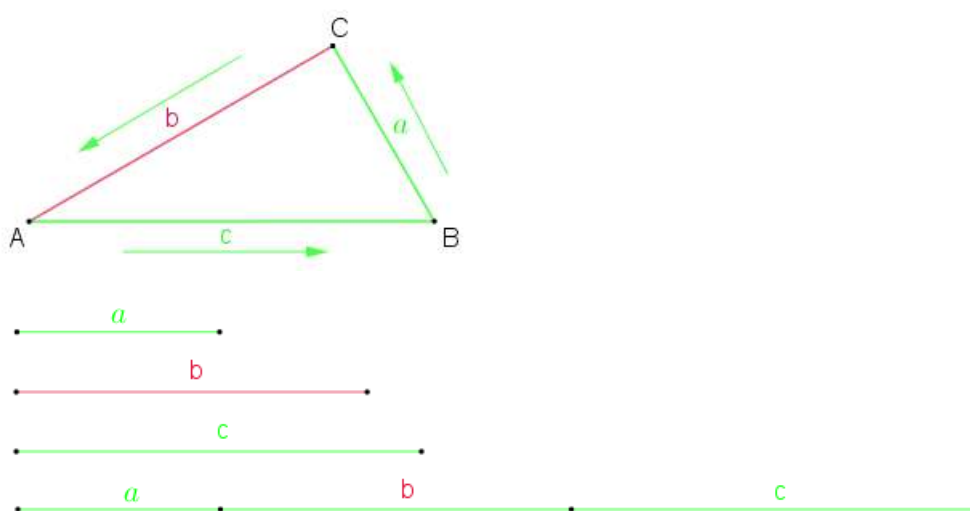
Разностранен остроъгълен триъгълник



Разностранен тъпоъгълен триъгълник



Разностранен правоъгълен триъгълник



Примерно обобщено (буквено) решение

Първи начин (чрез числов израз)

$$P - (a + b) = c$$

$$P - (b + c) = a$$

$$P - (c + a) = b$$

Втори начин (чрез уравнение за намиране на неизвестно събираемо)

$$(a + b) + c = P \quad (b + c) + a = P \quad (c + a) + b = P$$

$$c = P - (a + b) \quad a = P - (b + c) \quad b = P - (c + a)$$

Отговор: Третата страна на триъгълника е $c \vee a \vee b$.

Конкретни примери на основна задача 2.

а) Дадени са две от страните на триъгълник 8 см и 12 см. Намерете третата страна на триъгълника, ако обиколката му е 30 см (задача от остроъгълен триъгълник).

б) Две от страните на триъгълник са 7 дм и 10 дм, а обиколката му е 22 дм. Намерете третата страна на триъгълника (задача от тъпоъгълен триъгълник).

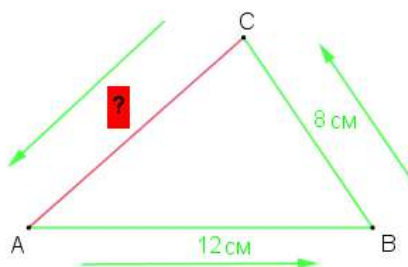
в) Обиколката на триъгълник е 12 м, а две от страните му имат дължини 3 м и 4 м. Намерете дължината на третата страна на триъгълника (задача от правоъгълен триъгълник).

Задача 2 а)

Основни дидактически компоненти

Съкратен запис

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Разностранен триъгълник	Страна b
Страна $a = 8$ см	
Страна $c = 12$ см	
Обиколка $P = 30$ см	



Примерно решение

Първи начин (чрез числов израз)

$$30 \text{ см} - (8 \text{ см} + 12 \text{ см}) = 30 \text{ см} - 20 \text{ см} = 10 \text{ см}$$

Втори начин (чрез уравнение за намиране на неизвестно събираемо)

$$8 \text{ см} + \blacksquare + 12 \text{ см} = 30 \text{ см}$$

$$(8 \text{ см} + 12 \text{ см}) + \blacksquare = 30 \text{ см}$$

$$20 \text{ см} + \blacksquare = 30 \text{ см}$$

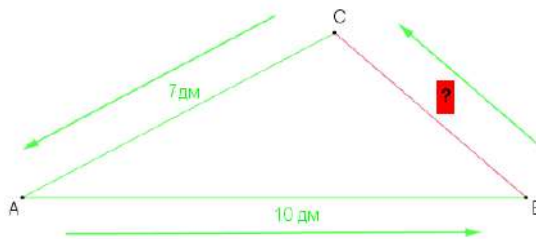
$$\blacksquare = 30 \text{ см} - 20 \text{ см}$$

$$\blacksquare = 10 \text{ см}$$

Отговор: Третата страна на триъгълника е 10 см.

Задача 2 б)**Основни дидактически компоненти****Съкратен запис**

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Разностранен триъгълник	Страна <i>a</i>
Страна <i>b</i> = 7 дм	
Страна <i>c</i> = 10 дм	
Обиколка <i>P</i> = 22 дм	

**Примерно решение****Първи начин (чрез числов израз)**

$$22 \text{ дм} - (7 \text{ дм} + 10 \text{ дм}) = 22 \text{ дм} - 17 \text{ дм} = 5 \text{ дм}$$

Втори начин (чрез уравнение за намиране на неизвестно събираемо)

$$\blacksquare + 7 \text{ дм} + 10 \text{ дм} = 22 \text{ дм}$$

$$\blacksquare + (7 \text{ дм} + 10 \text{ дм}) = 22 \text{ дм}$$

$$\blacksquare + 17 \text{ дм} = 22 \text{ дм}$$

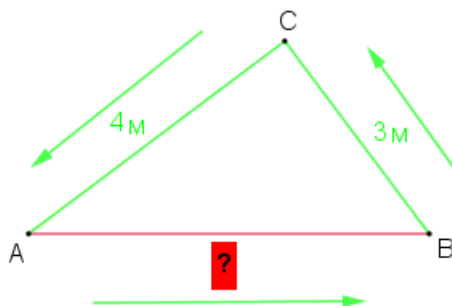
$$\blacksquare = 22 \text{ дм} - 17 \text{ дм}$$

$$\blacksquare = 5 \text{ дм}$$

Отговор: Третата страна на триъгълника е 5 дм.

Задача 1 в)**Основни дидактически компоненти****Съкратен запис**

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Разностранен триъгълник	Страна <i>c</i>
Страна <i>a</i> = 3 м	
Страна <i>b</i> = 4 м	
Обиколка <i>P</i> = 12 м	



Примерно решение**Първи начин (чрез числов израз)**

$$12 \text{ м} - (3 \text{ м} + 4 \text{ м}) = 12 \text{ м} - 7 \text{ м} = 5 \text{ м}$$

Втори начин (чрез уравнение за намиране на неизвестно събираемо)

$$3 \text{ м} + 4 \text{ м} + \blacksquare = 12 \text{ м}$$

$$(3 \text{ м} + 4 \text{ м}) + \blacksquare = 12 \text{ м}$$

$$7 \text{ м} + \blacksquare = 12 \text{ м}$$

$$\blacksquare = 12 \text{ м} - 7 \text{ м}$$

$$\blacksquare = 5 \text{ м}$$

Отговор: Третата страна на триъгълника е с дължина 5 м.

Необходими понятия-компоненти

- Триъгълник
- Дължина на отсечка
- Обиколка на триъгълник
- Сбор на три числа
- Сбор на именувани числа
- Събиране с преминаване
- Уравнение за намиране на неизвестно събираемо.

Необходими знания-компоненти

- Основни елементи и основни свойства на триъгълника
- Намиране обиколка на триъгълник
- Намиране на сбор на три числа
- Намиране на сбор на именувани числа
- Намиране на сбор на едноцифрени числа с преминаване на десетицата
- Съставяне на уравнение за намиране на неизвестно събираемо.

Необходими задачи-компоненти

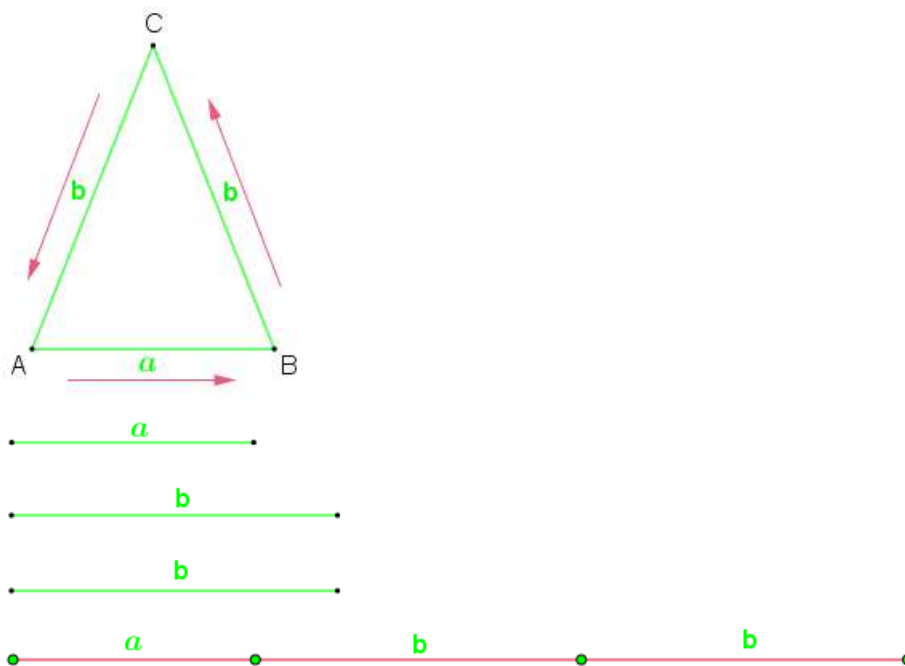
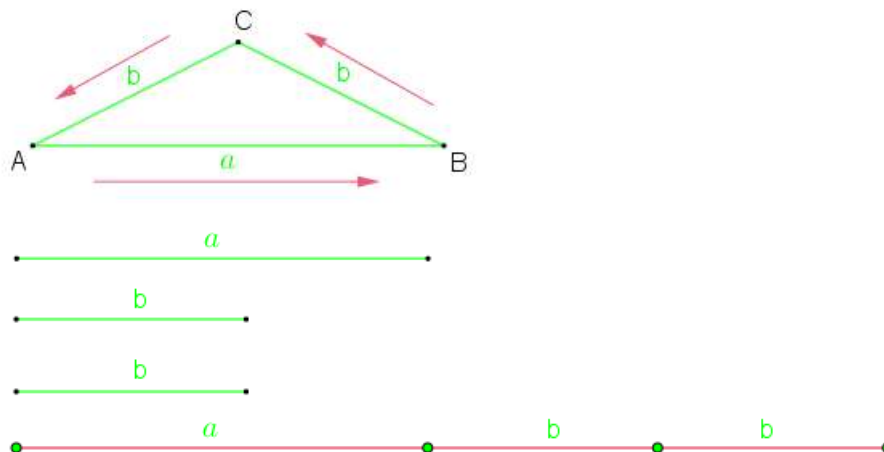
- Задача за намиране на обиколка на триъгълник по дадени три страни
- Задача за намиране на страна на триъгълник по дадени обиколка и другите две страни
- Задача за намиране сбор на три числа с преминаване – прилагане на разместителното и съдружително свойство на събирането
- Задача за намиране сбор на именувани числа
- Задача за намиране на неизвестно събираемо
- Задача за събиране на едноцифрени числа с преминаване на десетицата.

Задачи от решаване на равнобедрен триъгълник**Основна задача 3.****Основна задача 3. – обобщена формулировка**

Даден е равнобедрен триъгълник с *основа* **a** и *бедро* **b**. Намерете *обиколката* **P** на триъгълника.

Основни дидактически компоненти**Съкратен запис**

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Равнобедрен триъгълник Основа a Бедро b	Обиколка P

Равнобедрен остроъгълен триъгълник**Равнобедрен тъпоъгълен триъгълник**

Примерно обобщено (буквено) решение

Първи начин (чрез събиране)

$$a + b + b = P$$

Втори начин (чрез умножение)

$$a + 2 \cdot b = P$$

Отговор: Обиколката на триъгълника е P .

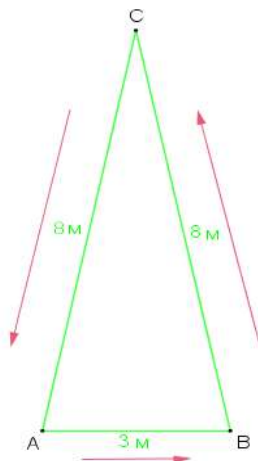
Конкретни примери на основна задача 3.

а) Даден е равнобедрен триъгълник с основа 3 м и бедро 8 м. Намерете обиколката на триъгълника (задача от остроъгълен триъгълник).

б) Даден е равнобедрен триъгълник с основа 12 дм и бедро 7 дм. Намерете обиколката на триъгълника (задача от тъпоъгълен триъгълник).

Задача 3 а)**Основни дидактически компоненти****Съкратен запис**

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Равнобедрен триъгълник Основа $a = 3 \text{ м}$ Бедро $b = 8 \text{ м}$	Обиколка P

**Примерно решение****Първи начин (чрез събиране)**

$$3 \text{ м} + 8 \text{ м} + 8 \text{ м} = 19 \text{ м}$$

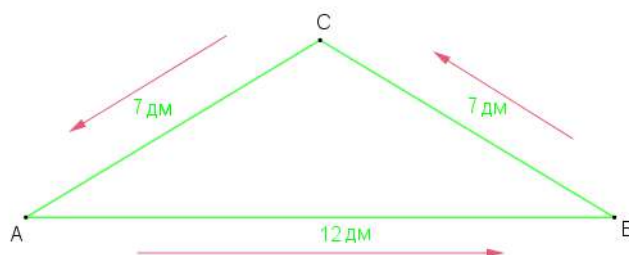
Втори начин (чрез умножение)

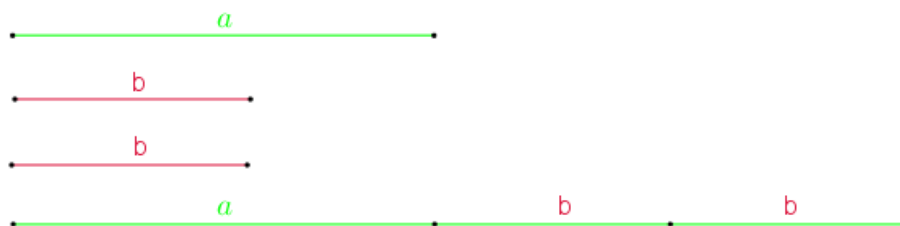
$$3 \text{ м} + 2 \cdot 8 \text{ м} = 3 \text{ м} + 16 \text{ м} = 19 \text{ м}$$

Отговор: Обиколката на триъгълника е 19 м.

Задача 3 б)**Основни дидактически компоненти****Съкратен запис**

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Равнобедрен триъгълник Основа $a = 12 \text{ дм}$ Бедро $b = 7 \text{ дм}$	Обиколка P





Примерно обобщено (буквено) решение

Първи начин (чрез числов израз)

$$(P - a) : 2 = b$$

Втори начин (чрез уравнение за намиране на неизвестно събираемо и неизвестен множител)

$$a + 2 \cdot b = P$$

$$2 \cdot b = P - a$$

$$b = (P - a) : 2$$

Отговор: Бедрото на триъгълника е ***b***.

Конкретни примери на основна задача 4.

а) Даден е равнобедрен триъгълник с основа 3 м и обиколка 19 м. Намерете бедрото на триъгълника (задача от остроъгълен триъгълник).

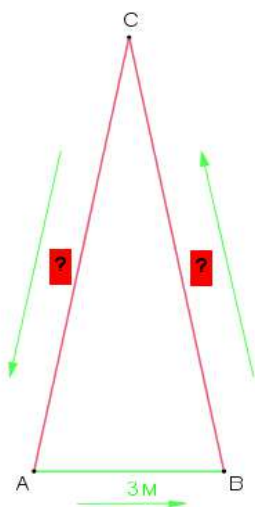
б) Даден е равнобедрен триъгълник с основа 12 дм и обиколка 26 дм. Намерете бедрото на триъгълника (задача от тъпоъгълен триъгълник).

Задача 4 а)

Основни дидактически компоненти

Съкратен запис

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Равнобедрен триъгълник Основа $a = 3 \text{ м}$ Обиколка $P = 19 \text{ м}$	Бедро <i>b</i>



Примерно решение**Първи начин (чрез събиране)**

$$12 \text{ дм} + 7 \text{ дм} + 7 \text{ дм} = 26 \text{ дм}$$

Втори начин (чрез умножение)

$$12 \text{ дм} + 2 \cdot 7 \text{ дм} = 12 \text{ дм} + 14 \text{ дм} = 26 \text{ дм}$$

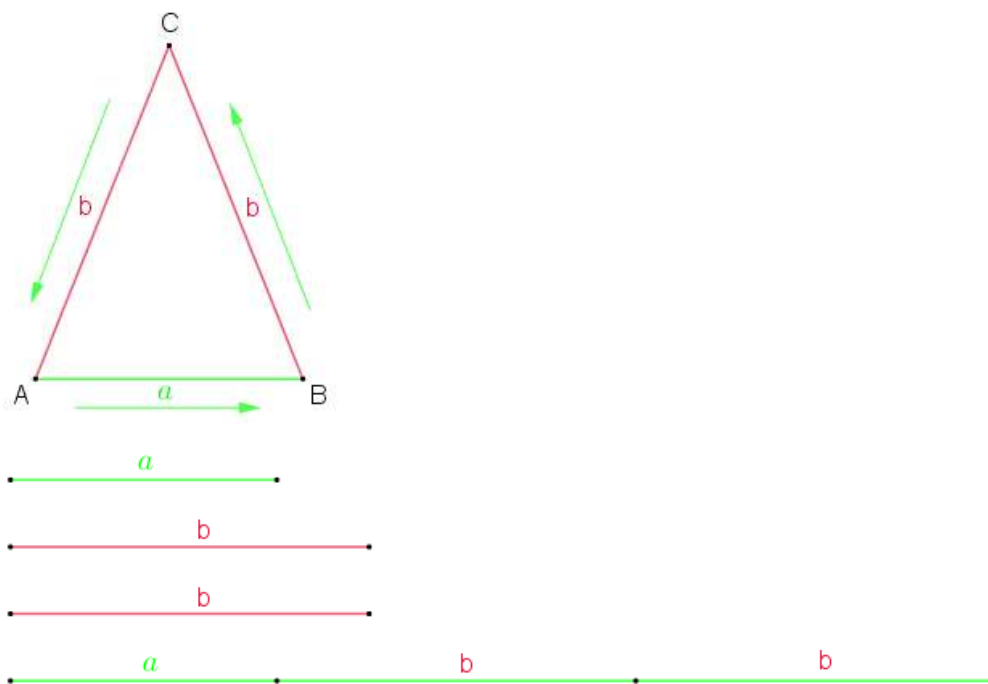
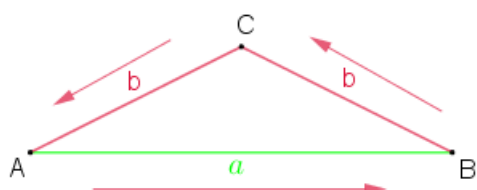
Отговор: Обиколката на триъгълника е 26 дм.

Основна задача 4.**Основна задача 4. – обобщена формулировка**

Даден е равнобедрен триъгълник с основа a и обиколка P . Намерете бедрото b на триъгълника.

Основни дидактически компоненти**Съкратен запис**

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Равнобедрен триъгълник Основа a Обиколка P	Бедро b

Равнобедрен остроъгълен триъгълник**Равнобедрен тъпоъгълен триъгълник**

Примерно решение**Първи начин (чрез числов израз)**

$$(19 \text{ м} - 3 \text{ м}) : 2 = 16 \text{ м} : 2 = 8 \text{ м}$$

Втори начин (чрез уравнение за намиране на неизвестно събираемо)

$$3 \text{ м} + 2 \cdot \blacksquare = 19 \text{ м}$$

$$2 \cdot \blacksquare = 19 \text{ м} - 3 \text{ м}$$

$$2 \cdot \blacksquare = 16 \text{ м} \text{ (уравнение за намиране на неизвестен множител)}$$

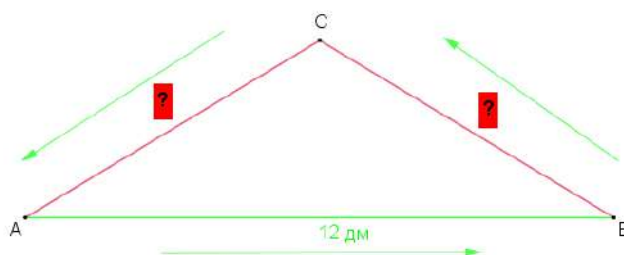
$$\blacksquare = 16 \text{ м} : 2$$

$$\blacksquare = 8 \text{ м}$$

Отговор: Бедрото на триъгълника е 8 м.

Задача 4 б)**Основни дидактически компоненти****Съкратен запис**

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Равнобедрен триъгълник Основа $a = 12 \text{ дм}$ Обиколка $P = 26 \text{ дм}$	Бедро b

**Примерно решение****Първи начин (чрез числов израз)**

$$(26 \text{ дм} - 12 \text{ дм}) : 2 = 14 \text{ дм} : 2 = 7 \text{ дм}$$

Втори начин (чрез уравнение за намиране на неизвестно събираемо)

$$12 \text{ дм} + 2 \cdot \blacksquare = 26 \text{ дм}$$

$$2 \cdot \blacksquare = 26 \text{ дм} - 12 \text{ дм}$$

$$2 \cdot \blacksquare = 14 \text{ дм} \text{ (уравнение за намиране на неизвестен множител)}$$

$$\blacksquare = 14 \text{ дм} : 2$$

$$\blacksquare = 7 \text{ дм}$$

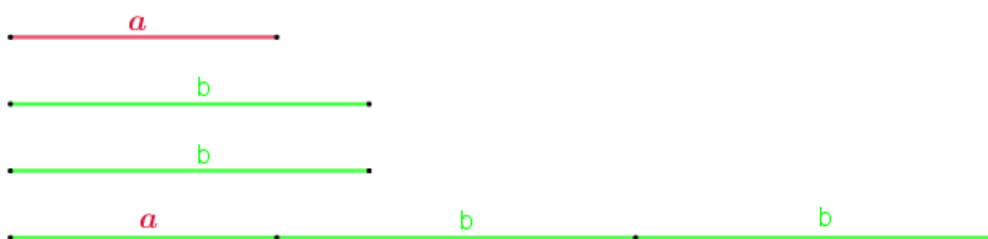
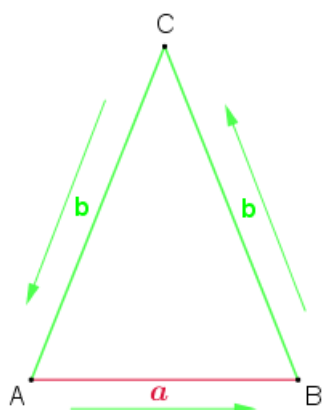
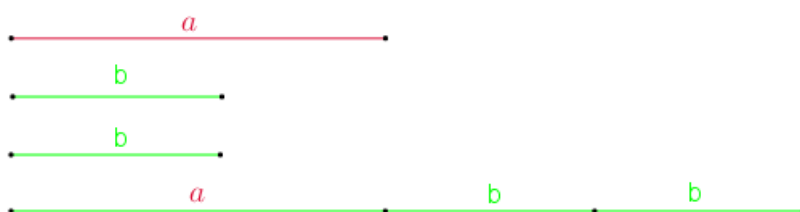
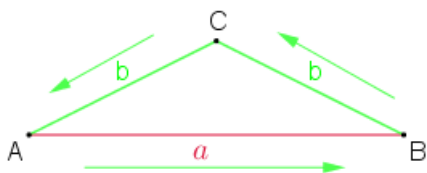
Отговор: Бедрото на триъгълника е 7 дм.

Основна задача 5.**Основна задача 5. – обобщена формулировка**

Даден е равнобедрен триъгълник с бедро b и обиколка P . Намерете основата a на триъгълника.

Основни дидактически компоненти**Съкратен запис**

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Равнобедрен триъгълник Бедро b Обиколка P	Основа a

Равнобедрен остроъгълен триъгълник**Равнобедрен тъпоъгълен триъгълник****Примерно обобщено (буквено) решение****Първи начин (чрез числов израз)**(1) *Чрез събиране и изваждане*

$$P - (b + b) = a$$

(2) *Чрез изваждане и умножение*

$$P - 2 \cdot b = a$$

Втори начин (чрез уравнение за намиране на неизвестно събираемо)(1) *Само чрез събиране*

$$a + b + b = P$$

$$a = P - (b + b)$$

(2) Чрез събиране и умножение

$$a + 2 \cdot b = P$$

$$a = P - 2 \cdot b$$

Отговор: Основата на триъгълника е a .

Конкретни примери на основна задача 5.

а) Даден е равнобедрен триъгълник с бедро 8 м и обиколка 19 м. Намерете основата на триъгълника (задача от остроъгълен триъгълник).

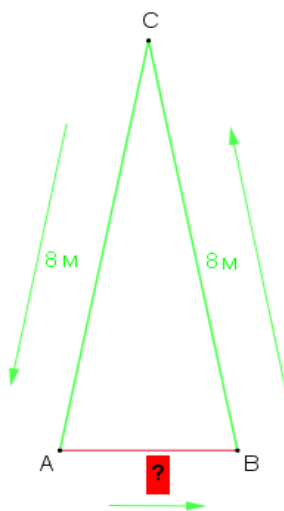
б) Даден е равнобедрен триъгълник с бедро 7 дм и обиколка 26 дм. Намерете основата на триъгълника (задача от тупоъгълен триъгълник).

Задача 5 а)

Основни дидактически компоненти

Съкратен запис

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Равнобедрен триъгълник Бедро $b = 8 \text{ м}$ Обиколка $P = 19 \text{ м}$	Основа a



Примерно решение

Първи начин (чрез числов израз)

- (1) Чрез събиране и изваждане
- (2) $m - (8 \text{ м} + 8 \text{ м}) = 19 \text{ м} - 16 \text{ м} = 3 \text{ м}$
- (3) Чрез изваждане и умножение
- (4) $19 \text{ м} - 2 \cdot 8 \text{ м} = 19 \text{ м} - 16 \text{ м} = 3 \text{ м}$

Втори начин (чрез уравнение за намиране на неизвестно събираемо)

(1) Само чрез събиране

- $+ 8 \text{ м} + 8 \text{ м} = 19 \text{ м}$
- $+ (8 \text{ м} + 8 \text{ м}) = 19 \text{ м}$
- $+ 16 \text{ м} = 19 \text{ м}$
- $= 19 \text{ м} - 16 \text{ м}$
- $= 3 \text{ м}$

(2) Чрез събиране и умножение

$$\blacksquare + 2 \cdot 8 \text{ м} = 19 \text{ м}$$

$$\blacksquare + 16 \text{ м} = 19 \text{ м}$$

$$\blacksquare = 19 \text{ м} - 16 \text{ м}$$

$$\blacksquare = 3 \text{ м}$$

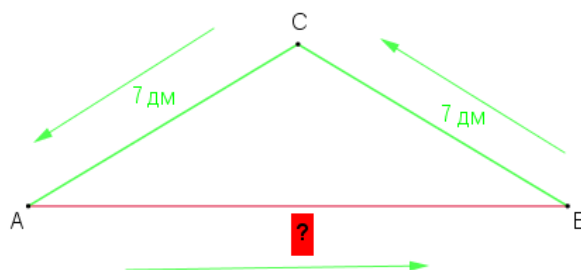
Отговор: Основата на триъгълника е 3 м.

Задача 5 б)

Основни дидактически компоненти

Съкратен запис

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Равнобедрен триъгълник	Основна a
Бедро $b = 7 \text{ дм}$	
Обиколка $P = 26 \text{ дм}$	



Примерно решение

Първи начин (чрез числов израз)

(1) Чрез събиране и изваждане

$$\text{дм} - (7 \text{ дм} + 7 \text{ дм}) = 26 \text{ дм} - 14 \text{ дм} = 12 \text{ дм}$$

(2) Чрез изваждане и умножение

$$26 \text{ дм} - 2 \cdot 7 \text{ дм} = 26 \text{ дм} - 14 \text{ дм} = 12 \text{ дм}$$

Втори начин (чрез уравнение за намиране на неизвестно събираемо)

(1) Само чрез събиране

$$\blacksquare + 7 \text{ дм} + 7 \text{ дм} = 26 \text{ дм}$$

$$\blacksquare + (7 \text{ дм} + 7 \text{ дм}) = 26 \text{ дм}$$

$$\blacksquare + 14 \text{ дм} = 26 \text{ дм}$$

$$\blacksquare = 26 \text{ дм} - 14 \text{ дм}$$

$$\blacksquare = 12 \text{ дм}$$

(2) Чрез събиране и умножение $+ 2 \cdot 7 \text{ дм} = 26 \text{ дм}$

$$\blacksquare + 2 \cdot 7 \text{ дм} = 26 \text{ дм}$$

$$\blacksquare + 14 \text{ дм} = 26 \text{ дм}$$

$$\blacksquare = 26 \text{ дм} - 14 \text{ дм}$$

$$\blacksquare = 12 \text{ м}$$

Отговор: Основата на триъгълника е 12 дм.

Забележка 1: Решаването на задача за намиране на обиколка на равнобедрен правоъгълен триъгълник по дадени хипотенуза c и катет a е недостъпно в началното училище, тъй като зависимостта между дължините на тези две страни се изразява чрез ирационално число ($c = a\sqrt{2}$).

Необходими понятия-компоненти

- Равнобедрен триъгълник
- Дължина на отсечка
- Обиколка на равнобедрен триъгълник
- Сбор на три числа

- Сбор на именувани числа
- Събиране без и с преминаване
- Умножение
- Сложен числов израз
- Уравнение за намиране на неизвестно събираемо
- Уравнение за намиране на неизвестен множител.

Необходими знания-компоненти

- Основни елементи и основни свойства на равнобедрен триъгълник
- Намиране обиколка на равнобедрен триъгълник
- Намиране на сбор на три числа
- Намиране на сбор на именувани числа
- Намиране на сбор на едноцифрени числа без и с преминаване на десетицата.
- Записване на сбор на равни събираеми като произведение
- Таблично и извънтаблично умножение и деление
- Пресмятане стойност на сложен числов израз (ред на действията)
- Съставяне на уравнение за намиране на неизвестно събираемо
- Решаване на уравнения за намиране на неизвестно събираемо и неизвестен множител.

Необходими задачи-компоненти

- Задача за намиране на обиколка на равнобедрен триъгълник по дадени основа и бедро
- Задача за намиране на страна на равнобедрен триъгълник по дадена обиколка и другата страна
- Задача за намиране сбор на три числа с преминаване – прилагане на разместителното и съдружително свойство на събирането
- Задача за намиране на неизвестно събираемо и неизвестен множител
- Задача за намиране сбор на именувани числа
- Задача за представяне на сбор на равни събираеми като произведение
- Задача за намиране стойност на числов израз чрез използване ред на действията
- Задача за събиране на едноцифрени числа с преминаване на десетицата.

Задачи от решаване на равнобедрен триъгълник

Основна задача б.

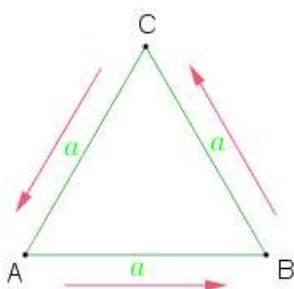
Основна задача б. – обобщена формулировка

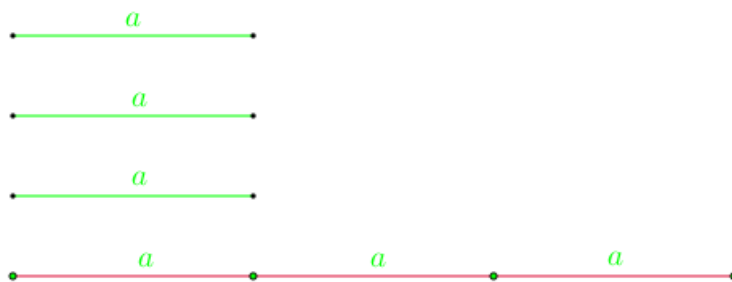
Дадена е *страната a* на равнобедрен триъгълник. Намерете *обиколката P* на триъгълника.

Основни дидактически компоненти

Съкратен запис

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Равностранен триъгълник <i>Страна a</i>	Обиколка P





Примерно обобщено (буквено) решение
 Първи начин (чрез събиране)

$$a + a + a = P$$

Втори начин (чрез умножение)

$$3 \cdot a = P$$

Отговор: Обиколката на триъгълника е P .

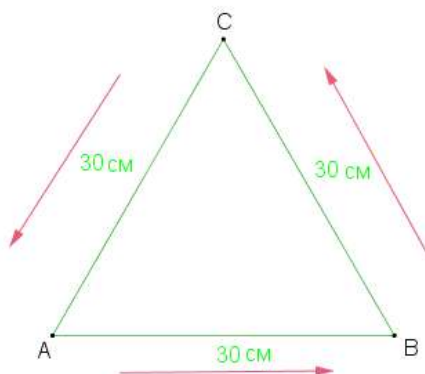
Конкретни примери на основна задача 6.

Задача 6.1. Даден е равностранен триъгълник със страна 30 см. Намерете обиколката на триъгълника.

Основни дидактически компоненти

Съкратен запис

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Равностранен триъгълник Страна $a = 30$ см	Обиколка P



Примерно решение

Първи начин (чрез събиране)

$$30 \text{ см} + 30 \text{ см} + 30 \text{ см} = 90 \text{ см}$$

Втори начин (чрез умножение)

$$3 \cdot 30 \text{ см} = 90 \text{ см}$$

Отговор: Обиколката на триъгълника е 90 см.

Основна задача 7.

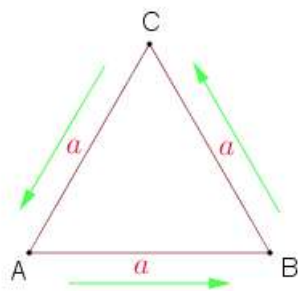
Основна задача 7. – обобщена формулировка

Даден е равностранен триъгълник с обиколка P . Намерете страната a на триъгълника.

Основни дидактически компоненти

Съкратен запис

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Равностранен триъгълник Обиколка P	Страна a



Примерно обобщено (буквено) решение
Първи начин (чрез числов израз)

$$P:3 = a$$

Втори начин (чрез уравнение за намиране на неизвестен множител)

$$3 \cdot a = P$$

$$a = P:3$$

Отговор: Страната на триъгълника е a .

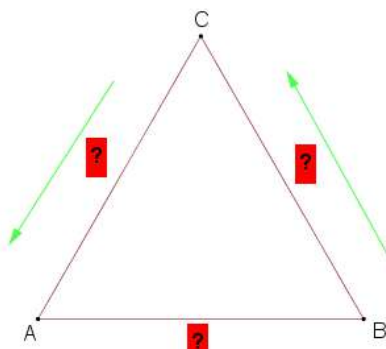
Конкретен пример на основна задача 7.

Задача 7.1. Даден е равностранен триъгълник с обиколка 15 м. Намерете страната на триъгълника.

Основни дидактически компоненти

Съкратен запис

Дадени елементи	Неизвестен елемент
Равностранен триъгълник Обиколка $P = 15 \text{ м}$	Страна a



Примерно решение**Първи начин (чрез числов израз)**

$$15 \text{ м} : 3 = 5 \text{ м}$$

Втори начин (чрез уравнение за намиране на неизвестен множител)

$$\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare = 15 \text{ м}$$

$$3 \cdot \blacksquare = 15 \text{ м}$$

$$\blacksquare = 15 \text{ м} : 3$$

$$\blacksquare = 5 \text{ м}$$

Отговор: Страната на триъгълника е 5 м.

Необходими понятия-компоненти

- Равностранен триъгълник
- Дължина на отсечка
- Обиколка на равностранен триъгълник
- Операции с именувани числа
- Умножение и деление
- Уравнение за намиране на неизвестен множител.

Необходими знания-компоненти

- Основни елементи и основни свойства на равностранен триъгълник
- Намиране обиколка на равностранен триъгълник
- Намиране на сбор на три числа
- Намиране на сбор на именувани числа
- Записване на сбор на равни събираеми като произведение
- Таблично и извънтаблично умножение и деление
- Съставяне на уравнение за намиране на неизвестен множител
- Решаване на уравнения за намиране на неизвестен множител.

Необходими задачи-компоненти

- Задача за намиране на обиколка на равностранен триъгълник по дадена страна
- Задача за намиране на страна на равностранен триъгълник по дадена обиколка
- Задача за намиране на неизвестен множител
- Задача за представяне на сбор на равни събираеми като произведение.

Забележка 2: Сложността и трудността на решение на всяка от задачите може да се повишат ако се използват данни с различни мерни единици или данни с цели или смесени именувани числа и с цел уеднаквяване на мерните единици се налага предварително превръщане от смесено в цяло именувано число или от една мерна единица в друга.

Забележка 3: Всяка от задачите – обобщената и конкретните – са задачи за изчисление с геометрично съдържание. Те могат да се решат и без чертеж, но в периода 1. – 4. клас чертежът има важна и решаваща роля за откриване и записване на решението на задачата. Освен това при решаване на всяка задача се оперира с понятията „триъгълник“, „страна на триъгълник“ и „обиколка на триъгълник“, което цели усвояване на тези понятия. Използването на чертеж като част от тези дейности в нагледния етап от изучаване на геометрия е необходимо и доказано осигурява разбиране на всяко геометрично понятие.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обучението по геометрия е неразделна част от обучението по математика в 1. – 4. клас. Геометричните понятия традиционно затрудняват учениците и затова разглеждането на системи задачи, целящи разбиране както на понятието, така и на неговите свойства, осигурява успеваемост на учениците при решаване на задачи с геометрично съдържание.

Използването на GeoGebra в началното училище е полезно средство както за онагледяване на геометричните понятия, така и за разбиране на тяхното съдържание и съзнателното използване на свойствата им в други конкретни дейности – разпознаване, назоваване, чертане, измерване и др.

Решаването на задачи е основна дейност в обучението по математика. Затова считаме, че систематизирането на достъпни задачи от решаване на триъгълник в 1. – 4. клас, съчетано с използване на динамичен математически софтуер, е ефективно средство за трайно усвояване на геометрични знания и за свързаните с тях аритметични и алгебрични знания. Решаването на системи задачи е основа за прилагане на геометрични знания при решаване на други групи математически или нематематически задачи в следващите етапи на обучението и в реалната житейска практика.

ЛИТЕРАТУРА

Ангелова, Ж. (2021). Идеи за усъвършенстване на обучението по математика в четвърти клас чрез използване на математически софтуер GeoGebra. *Педагогически алманах*, 2021, 29(1), 101 – 111. // **Angelova, Zh. (2021).** Idei za usavarshenstvane na obuchenieto po matematika v chetvarti klas chrez izpolzvanе na matematicheski softuer GeoGebra. *Pedagogicheski almanah*, 2021, 29(1), 101 – 111.

Ангелова, Ж., И. Минчева (2020). Идеи за усъвършенстване на обучението по математика чрез използване на математически софтуер GeoGebra. *Математика, компютърни науки и образование*, 2020, 3(1), 105 – 119. // **Angelova, Zh., I. Mincheva (2020).** Idei za usavarshenstvane na obuchenieto po matematika chrez izpolzvanе na matematicheski softuer GeoGebra. *Matematika, kompyutarni nauki i obrazovanie*, 2020, 3(1), 105 – 119.

Минчева, И., Ж. Ангелова (2019). Използване на GeoGebra при изучаване на геометрия в обучението по математика в 1. – 4. клас. *Сборник от международна научна конференция „Педагогическо образование – традиции и съвременност“*, Велико Търново, 15 – 16 ноември 2019 г. Ред. Маринела Михова, 233 – 241. // **Mincheva, I., Zh. Angelova (2019).** Izpolzvanе na GeoGebra pri izuchavane na geometriya v obuchenieto po matematika v 1. – 4. klas. *Sbornik ot mezhdunarodna nauchna konferentsia „Pedagogicheskо obrazovanie – traditsii i savremennost“*, Veliko Tarnovo, 15 – 16 noemvri 2019 g. Red. Marinela Mihova. 233 – 241.

Минчева, И. (2010). *Методика на обучението по математика в началните класове*. Велико Търново: Астарта. // **Mincheva, I. (2010).** *Metodika na obuchenieto po matematika v nachalnite klasove*. Veliko Tarnovo: Astarta.

Учебни програми по математика за 1. – 4. клас. МОН. // Uchebni programi po matematika za 1. – 4. klas. MON