

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
ISI (Dubai, UAE) = 1.582
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
ПИИИ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 9.035
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)

International Scientific Journal Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2021 Issue: 05 Volume: 97

Published: 21.05.2021 <http://T-Science.org>

QR – Issue



QR – Article



E.E. Duisembiev

Taraz Regional University named after Dulati
Candidate of Technical Sciences

K.S. Tattibekov

Taraz Regional University named after Dulati
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor,
Taraz c., Republic of Kazakhstan

INVESTIGATION OF STABILITY CONDITIONS FOR STATIONARY ROTATION OF A SPHERICAL GYROSCOPE ROTOR

Abstract: In this paper, we study the stability conditions of stationary rotations of a conducting absolutely rigid body (gyroscope rotor) during the spin of a non-contact gyroscope in a resistive medium in the case of fast gyroscope rotations, when the kinetic energy of the rotor is high compared to the moment of resistance and the active torque.

Key words: absolute solid, regular precession, high-frequency magnetic field, non-contact gyroscope, gyroscope rotor, kinetic energy, moment of resistance, polarizability coefficient, ellipsoid of inertia, nutation angle.

Language: Russian

Citation: Duisembiev, E. E., & Tattibekov, K. S. (2021). Investigation of stability conditions for stationary rotation of a spherical gyroscope rotor. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 05 (97), 275-279.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-05-97-52> **Doi:** <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2021.05.97.52>

Scopus ASCC: 2200.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЙ УСТОЙЧИВОСТИ СТАЦИОНАРНЫХ ВРАЩЕНИЙ РОТОРА ГИРОСКОПА СФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Аннотация: В работе исследуются условия устойчивости стационарных вращений проводящего абсолютно твердого тела (ротора гироскопа) сферической формы при раскрутке неконтактного гироскопа в сопротивляющейся среде в случае быстрых вращений гироскопа, когда кинетическая энергия ротора велика по сравнению с моментом сопротивления и активным вращающим моментом.

Ключевые слова: абсолютно твердое тело, регулярная прецессия, высокочастотное магнитное поле, неконтактный гироскоп, ротор гироскопа, кинетическая энергия, момент сопротивления, коэффициент поляризуемости, эллипсоид инерций, угол нутации.

Введение

UDC 681.38(62-251)

В работе [8], был рассмотрен вопрос об устойчивости по отношению к переменным δ, L, ϑ найденных стационарных движений ротора неконтактного гироскопа, соответствующих особым точкам:

$$\sin\vartheta_0 = 0, \quad L_0 = \frac{a\sqrt{2}e_1^1 I_3}{2n_3 - b\sqrt{2}e_1^1}$$

$$\cos\vartheta_0 = 0, \quad L_0 = \frac{a\sqrt{2}(e_3^1 + e_1^1)I_1}{4n_1 - b\sqrt{2}(e_3^1 + e_1^1)}$$

$$\sin^2\vartheta = A/B, \quad L_0 = -C/D$$

где

$$A = (4n_3(e_3^1 + e_1^1) - 2b\sqrt{2}e_3^1 e_1^1)I_1 - (8n_1 e_1^1 - 2b\sqrt{2}e_3^1 e_1^1)I_3,$$

$$B = b\sqrt{2}e_1^1(e_3^1 - e_1^1)(I_3 - I_1),$$

$$C = a\sqrt{2}(e_3^1 - e_1^1)I_1 I_3,$$

$$D = 4(n_3 I_1 - n_1 I_3) + b\sqrt{2}(e_3^1 I_3 - e_1^1 I_1),$$

$$a = \Gamma(0.5)\varepsilon_0/\sqrt{\pi}/\sqrt{\omega}, \quad b = \Gamma(1.5)\varepsilon_0/\sqrt{\pi}/\omega^{3/2}, \quad \Gamma - \text{гамма функция}, \quad \varepsilon_0 = c/\sqrt{4\pi\lambda_0\mu} -$$

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 0.126
 ESJI (KZ) = 9.035
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

малый параметр при решении соответствующей электродинамической задачи, ω - угловая скорость вращения вектора напряженности магнитного поля [2].

Предположим, что момент диссипативных сил является линейной функцией угловой скорости тела и в проекциях на оси трехгранника x имеет вид [4]

$$\bar{M}_x = -N\bar{\Omega}_x$$

где $N = \text{diag}\{n_1, n_2, n_3\}$ - диагональная матрица с положительными элементами, стоящими на главной диагонали, $\bar{\Omega}$ - угловая скорость твердого тела.

Вводя параметр $\rho = e_3^1/e_1^1$ - отношение коэффициентов поляризуемости ротора,

$$N_1 = \frac{n_1}{b\sqrt{2}e_1^1}, \quad N_3 = \frac{n_3}{b\sqrt{2}e_1^1}$$

- нормированные коэффициенты сопротивления, характеризующие вязкость окружающей среды, были получены [10], соотношения (1), (2) и (3), отражающие условия устойчивости стационарных вращений и регулярной прецессии при раскрутке неконтактного гироскопа в сопротивляющейся среде в случае быстрых вращений гироскопа, когда кинетическая энергия ротора велика по сравнению с моментом сопротивления и активным вращающим моментом:

условия устойчивости стационарного вращения вокруг полярной оси

$$N_3 > \frac{1}{2}, \quad N_1 > \frac{\rho}{4}, \quad \frac{I_3}{I_1} > J_2(N) \quad (1)$$

условия устойчивости стационарного вращения вокруг экваториальной оси

$$N_3 > \frac{1}{2}, \quad N_1 > \frac{\rho}{4}, \quad \frac{I_3}{I_1} > J_2(N) \quad (2)$$

условия устойчивости регулярной прецессии при

$$0 < \rho < 1, \quad N_3 > \frac{1}{2}, \quad N_1 > \frac{\rho+1}{4}, \quad \frac{N_1}{N_3} > \frac{\rho+1}{2},$$

и при

$$\rho > 1, \quad N_3 > \frac{1}{2}, \quad N_1 > \frac{\rho+1}{4}, \quad \frac{N_1}{N_3} < \frac{\rho+1}{2}, \quad J_1(n) < I_3/I_1 < J_2(n) \quad (3)$$

где

$$J_1(n) = \frac{(4N_3-1)(\rho+1)}{8N_1-(\rho+1)}, \quad J_2(n) = \frac{(2N_3)(\rho+1)-\rho}{4N_1-\rho}.$$

Эти соотношения удобно представить в безразмерном виде.

Введем параметр $\rho = e_3^1/e_1^1$ - отношение коэффициентов поляризуемости ротора,

$$N_1 = \frac{n_1}{b\sqrt{2}e_1^1}, \quad N_3 = \frac{n_3}{b\sqrt{2}e_1^1}$$

- нормированные коэффициенты сопротивления, характеризующие вязкость окружающей среды.

Тогда имеем:

условия устойчивости стационарного вращения вокруг полярной оси

$$N_3 > 0,5, \quad N_1 > 0,25\rho, \quad I_3/I_1 > J_2(N) \quad (4)$$

условия устойчивости стационарного вращения вокруг экваториальной оси

$$N_3 > 0,5, \quad N_1 > 0,25(\rho+1), \quad I_3/I_1 < J_1(N) \quad (5)$$

условия устойчивости регулярной прецессии при $0 < \rho < 1, N_3 > 0,5, N_1 > 0,25(\rho+1), N_1/N_3 > (\rho+1)/2$,

и при $\rho > 1, N_3 > 0,5, N_1 > 0,25(\rho+1), N_1/N_3 < (\rho+1)/2$,

$$J_1(n) < I_3/I_1 < J_2(n) \quad (6)$$

где

$$J_1(n) = \frac{(4N_3-1)(\rho+1)}{8N_1-(\rho+1)}, \quad J_2(n) = ((2N_3)(\rho+1) - \rho)/(4N_1 - \rho)$$

В качестве примера использования полученных условий, рассмотрим частный случай когда внешняя поверхность ротора представляет собой сферу и следовательно,

$$n_1 = n_2 = n_3 = n.$$

При этом неравенства (4), (5), (6) могут быть представлены в виде:

при $\rho > 2, x > \rho/4$ и $\rho < 2, x > 0,5, I_3/I_1 > J_2(x)$

при $\rho < 1, x > 0,5$ и $\rho > 1, x > (\rho+1)/4, I_3/I_1 < J_1(x)$ (7)

при $\rho > 1, x > (\rho+1)/4$ и $\rho < 1, x > 0,5, J_1(x) < I_3/I_1 < J_2(x)$

где $J_1(x) = \frac{(4x-1)(\rho+1)}{8x-(\rho+1)}, J_2(x) = \frac{(2x)(\rho+1)-\rho}{4x-\rho}$,

$\rho = e_3^1/e_1^1, x = n/(b\sqrt{2}e_1^1)$ - безразмерные параметры.

Введем на плоскости прямоугольную систему координат с осями, по одной из которой будем откладывать значения x , а по другой отношение I_3/I_1 .

На этой плоскости графики зависимостей $I_3/I_1 = J_2(x)$ и $I_3/I_1 = J_1(x)$ представляет собой в общем случае гиперболы. Их взаимное расположение полностью характеризует области устойчивости найденных частных решений.

Рассмотрим следующие возможные случаи. Пусть тензор поляризуемости шаровой, т.е.

$\rho = 1$. В этом случае $I_3/I_1 = J_2(x) = 1$ (рис.1).

Областями устойчивости будут две бесконечные полосы:

$$-1 < I_3/I_1 < 2 \quad (8)$$

- отвечает устойчивому вращению вокруг полярной оси;

$$-0 < I_3/I_1 < 1 \quad (9)$$

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 1.582	РИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 9.035	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 7.184	OAJI (USA) = 0.350

– устойчивому вращению вокруг экваториальной оси. Здесь учтено неравенство $I_3/I_1 < 2$, которому должно удовлетворять реальное тело.

Таким образом, при $\rho = 1$ тело со сплюснутым эллипсоидом инерции устойчиво вращается вокруг полярной оси, регулярная прецессия не существует, а тело с вытянутым эллипсоидом инерции устойчиво вращается вокруг экваториальной оси.

Пусть теперь тензор поляризуемости не шаровой, т.е. $\rho \neq 1$. В этом случае $J_1(x)$ и $J_2(x)$ имеют общую горизонтальную асимптоту

$$P = (\rho + 1)/2, \text{ при } x \rightarrow \infty.$$

На рисунках 2 – 4 показано расположение областей устойчивости в зависимости от величин параметра ρ .

Область обозначенная (8), отвечает устойчивому вращению вокруг полярной оси, через (9) обозначена область устойчивости

вращений тела вокруг экваториальной оси, заштрихованная область соответствует устойчивой регулярной прецессии. Области устойчивости попарно не пересекаются.

В случае $\rho > 3$, кривые $J_1(x)$ и $J_2(x)$ всюду лежат выше горизонтальной асимптоты $P > 2$. В случае, когда неравенства (7) не выполнены, существует неустойчивая регулярная прецессия, и тело выходит либо на режим вращения вокруг полярной оси, либо на режим вращения вокруг экваториальной оси (в зависимости от начальных условий).

В случае устойчивой регулярной прецессии, угол нутации ϑ находится из равенства

$$\sin^2 \vartheta = \frac{(4x(\rho + 1) - 2\rho)I_1 - (8x - 2\rho)I_3}{(\rho - 1)(I_3 - I_1)}$$

Как видно из этого равенства, в зависимости от параметров ρ, x угол нутации ϑ может принимать разные значения.

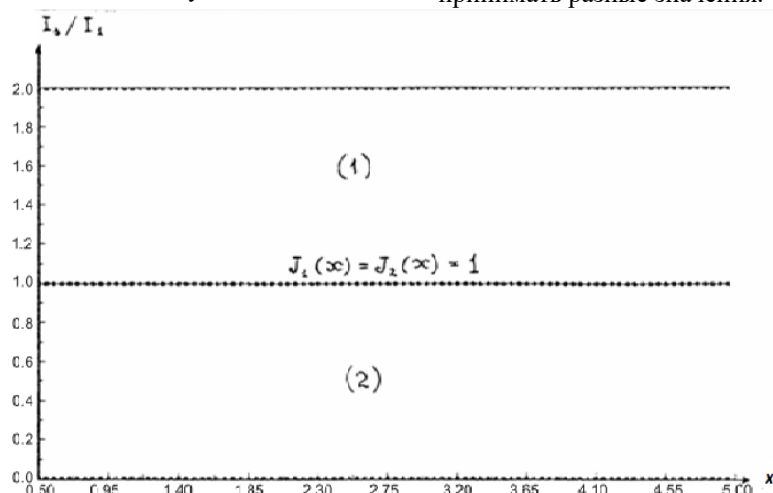


Рис.1 Область устойчивости при $\rho = 1$

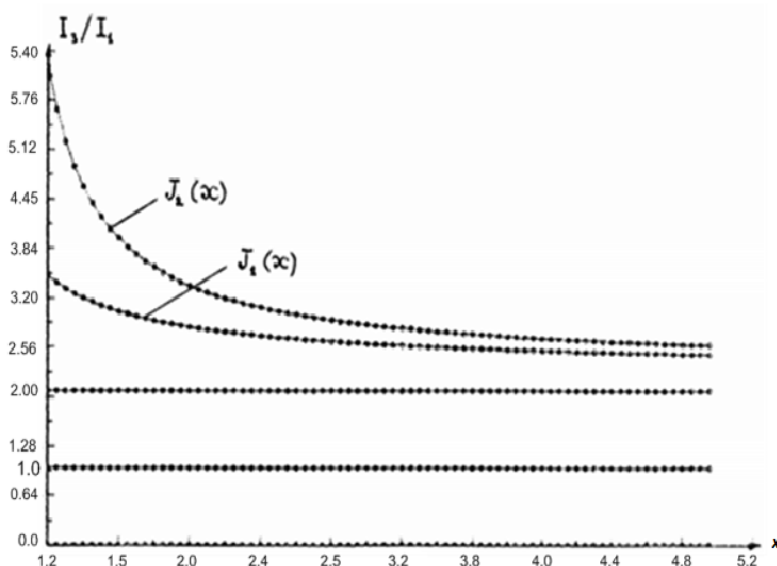


Рис.2 Графики изменения $J_1(x)$ и $J_2(x)$ при $\rho > 3$ ($\rho = 3.2$)

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 1.582	ПИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 9.035	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 7.184	OAJI (USA) = 0.350

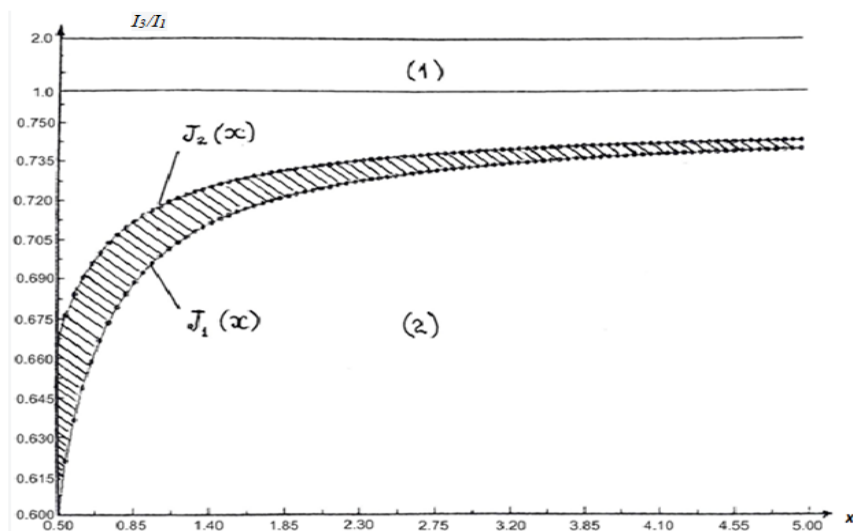


Рис.3 Область устойчивости при $0 < \rho < 1$ ($\rho = 0.6$)

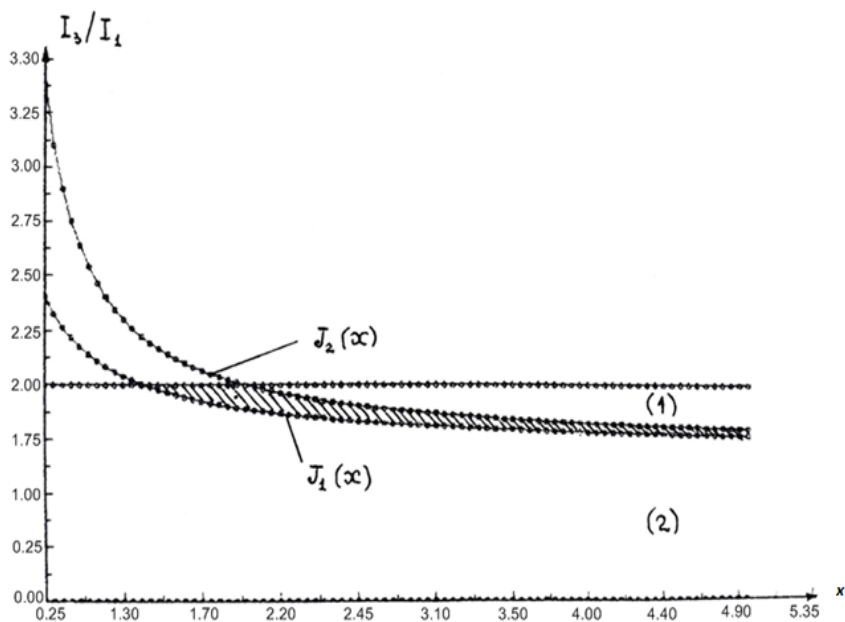


Рис.4 Область устойчивости при $1 < \rho < 3$ ($\rho = 2.4$)

References:

- Ishlinski, A.Y., Borzov, V.I., & Stepanenko, I.P. (1983). *Lektsii po teorii giroskopov*. (187 p.). Moscow: Nauka.
- Martynenko, Y.G. (1988). *Dvizhenie tverdogo tela v elektricheskikh i magnitnykh polyah*. (368 p.). Moscow: Nauka.
- Kobrin, A.I. (1985). Asimptoticheskoe reshenie zadachi o dvizhenii tverdogo tela v magnitnom pole. *Differentsialnye uravneniya*, №10, pp.1808-1811.
- Kobrin, A.I., & Martynenko, Y.G. (1981). Dvizhenie provodyashogo tverdogo tela okolo centra mass v medlenno izmenyayushemsya magnitnom pole. *DAN SSSR*, T.261, №5, pp. 1070-1073.

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
ISI (Dubai, UAE) = 1.582
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
PIHII (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 9.035
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

5. Novojilov, I.V. (1980). *Priblijennye metody issledovanya dinamicheskikh sistem*. Konspekt lekci. (p.48). Moscow: MEI.
6. Medvedev, A.V. (1984). *Dinamika nesbalansirovannogo giroskopa s nekontaktnym podvesom*: Diss.kand.fiz.-m.nauk. (p.107). Moscow: MGU.
7. Duisembiev, E.E., & Tattibekov, K.S. (2018). Giroskop rotornyń joǵary jilikti amalmary magnit órisindegi qozǵalysy. *Mehanika i tehnologu*, №2(60), pp.150-157.
8. Duisembiev, E.E. (2019). Dvijenie provodyaego tverdogo tela v soprotivlyausheisya srede pri maloı glubine proniknoveniya poly v provodnik. *Mehanika i tehnologu*, №2(64), pp.43-49.
9. Duisembiev, E.E. (1993). *Urvnenua dvijenua tverdogo tela v vysokochastotnom pulsiruyushem magnitnom pole*. Materialy regionalnoı nauchno-metodicheskoi konferentsii. «Problemy vysshego obrazovaniya v novyh socialno ekonomicheskikh usloviyah». (pp.56-60). Karatau c.
10. Duisembiev, E.E., & Tattibekov, K.S. (2020). Stationary absolute motion of a rigid body in a high-frequency rotational magnetic field. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 05 (85), 136-139.