

Primena Lagranžove optimizacije na problematiku proizvodnje energije iz obnovljivih izvora

Application of Lagrange multipliers to the problematics of energy production in renewable sources

Vladan Ristić^{*,**}, dr Nikola Rajaković^{**,***}

* Akcionarsko društvo „Elektromreža Srbije“ / JSC Elektromreza Srbije

** Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu / School of Electrical Engineering, University of Belgrade

*** Savez energetičara Srbije / Association of Energy Sector Specialists

Rezime – U skladu sa приметnim povećanjem ekološke svesti čovečanstva u poslednjoj deceniji, javila se i potreba za prilagođenjem brojnih aspekata svakodnevnog ljudskog života tendencijama naklonjenim očuvanju životne sredine. Jedna od oblasti na koje se ova potreba odrazila u najvećoj meri jeste elektroenergetika, pri čemu se, pre svega, mogu istaći aktuelne modifikacije sagledavanja proizvodnih sistema, kod kojih se primećuje sve veće udaljavanje od konvencionalnih izvora i okretanje prema prihvatljivijim obnovljivim izvorima energije. Međutim, pored nesumnjive ekološke održivosti ovih izvora, mora se razmatrati i njihova finansijska održivost, odnosno ekonomičnost proizvodnje električne energije iz njih, zbog čega temu ovog rada predstavlja minimizacija troškova generisanja energije pomoću ovakvih kapaciteta prilikom napajanja fiktivnog konzumnog područja. Za potrebe rada, prihvaćena je hipotetička situacija u kojoj je to područje odvojeno od prenosne i distributivne mreže, gde se njegovo napajanje može obaviti isključivo iz odgovarajućih kapaciteta u vidu vetroelektrane, solarne elektrane i hidroelektrane, lociranih u neposrednoj blizini razmatrane oblasti. Kao zadatak optimizacije, koja je obavljena korišćenjem Lagranžove optimizacione tehnike, odabrana je pravilna raspodela snaga proizvodnje navedenih elektrana u svakom satu u toku godine, tako da ukupni godišnji troškovi napajanja ovog područja budu svedeni na najmanju moguću meru, pri čemu su, uz razumevanje trenutno aktuelnih podsticajnih mera kojima se potencijalni investitori u obnovljive izvore energije motivišu da ulažu u ovakav vid projekata, obrađeni slučajevi pri kojima su povlašćenom *feed-in* tarifom obuhvaćeni različiti procenti instalisanih kapaciteta vetroelektrane i solarne elektrane. Na kraju rada je, u cilju pružanja kompletnog uvida u sprovedeni optimizacioni postupak, za nasumično odabran set ulaznih pretpostavki vezanih za razmatrani sat u toku godine i ideo *feed-in* tarife u proizvodnim kapacitetima, prikazan proces određivanja optimalnih snaga proizvodnje iz analiziranih generatora i koeficijenata propisanih pravilima iskorišćene optimizacione tehnike.

Ključne reči – Lagranžova optimizaciona tehnika, obnovljivi izvori energije, povlačenje konvencionalnih izvora, procena troškova proizvodnje, *feed-in* tarifa

Abstract – The apparent increase of ecological awareness during the previous decade has led to the need for adaptation of numerous areas of everyday human lives, so they fit the newly developed environmental tendencies. One of the areas in which this necessity was prominent was the power engineering, where, above all, the understanding of production systems was affected, with the turnabout regarding the distancing from the conventional sources and inclining towards the more acceptable renewable sources taking place. However, alongside the undeniable ecological sustainability of these sources, the financial sustainability of their utilization needs to be considered as well, which is why the subject of this paper is the minimization of costs of energy production in these capacities, if the fictitious demand area needed to be supplied. It was assumed that this area is separated from transmission and distribution network, with the sole source of energy for the analyzed consumption being the wind, solar and hydro power plants, located in the close vicinity of the examined area. As the objective of the optimization, performed by the method of Lagrange multipliers, the appropriate apportioning of the generation powers in these plants for every hour during the year was selected, so the total yearly costs of supplying the demand were as low as possible. Also, considering the currently promoted methods intended for encouragement of the potential investors to proceed with the projects that encompass renewable sources, the different cases for which the share of renewables included in the feed-in tariff was varied. Finally, in order to provide the full insight into the optimization procedure, for the randomly selected hour of the year and share of feed-in tariff in the generation capacities, the process of calculation of production powers in the described plants and multipliers needed for application of the selected optimization technique was enclosed.

Index Terms – decommissioning of conventional sources, feed-in tariff, generation cost estimation, Lagrange multipliers optimization, renewable energy sources

I. UVOD

Paralelno sa приметnim povećanjem ekološke svesti stanovništva u poslednjoj deceniji, došlo je i do nužnog

prilagođenja shvatanja vezanih za brojne oblasti ljudskog života principima očuvanja životne sredine i održivog razvoja, pri čemu se, kao jedna od grana nauke i privrede u kojima su ove promene percepcije najizraženije, može istaći i elektroenergetika. Uvažavajući činjenicu da se termoelektrane smatraju jednim od osnovnih izazivača efekta staklene bašte i, posredno, globalnog zagrevanja i klimatskih promena koje prete opstanku na planeti, ne čudi što su se ovakvi generatorski kapaciteti među prvima našli na udaru ekološki nastrojenih tendencija, te je, kao prihvatljivo rešenje, usvojena zamena takvih proizvodnih objekata obnovljivim izvorima energije gde god za to postoji mogućnost, pre svega određena raspoloživošću primarnih energenata koje obnovljivi izvori koriste, što su, prevashodno, a u skladu sa trenutnim stadijumima tehnološkog razvoja, vetar i sunčevo zračenje. U cilju adekvatnog balansiranja proizvodnje energije iz ovakvih izvora, u kojima se generisanje odvija uglavnom stohastički, podržana je i izgradnja hidroelektrana dovoljne instalisane snage kako bi se isporuka dovoljne količine električne energije potrošačima odvijala sigurno i neometano.

Ipak, uz brojne pogodnosti po okolinu koje primena obnovljivih izvora energije nesumnjivo nudi, neophodno je na odgovarajući način razmotriti i finansijske aspekte njihove integracije u elektroenergetske sisteme, u svrhu čega će, u sklopu ovog rada, biti analizirana mogućnost minimizacije troškova generisanja energije u njima korišćenjem Lagranžove optimizacione tehnike, uz pretpostavku da se napaja fiktivno konzumno područje koje je odvojeno od prenosne i distributivne mreže, te da se snabdevanje ovog potrošačkog regiona može realizovati isključivo uz pomoć vetroelektrane, solarne elektrane i hidroelektrane, smeštenih u neposrednoj blizini te oblasti. Odabir Lagranžove tehnike kao metode optimizacije koja će se u praktičnim proračunima prikazanim u ovom radu primenjivati je u direktnoj sprezi sa činjenicom da se ova tehnika već duži vremenski period koristi sa velikim uspehom u najrazličitijim granama elektroenergetike, počevši od utvrđivanja potencijalnih grešaka u kreiranoj topologiji mreže [1], preko unapređivanja procesa izračunavanja optimalnih tokova snaga po elementima sistema [2], pa sve do upravljanja invertorima ugrađenim u priključke fotonaponskih panela [3]. Ukoliko bi se analiza fokusirala isključivo na oblast generisanja električne energije, moglo bi se doći do toga da je opravdanost korišćenja izabrane metode za navedenu problematiku već potvrđena kako u radovima koji su se odnosili na preciziranje instalisane snage solarne elektrane koja se priključuje na distributivni sistem sa ciljem da se vrednost gubitaka u razmatranom sistemu svede na minimalnu meru [4], tako i za specificiranje optimalnog angažovanja već priključenih proizvodnih kapaciteta u cilju postizanja što povoljnijih radnih uslova sistema odabranih za vršenje analiza [5-7]. U skladu sa time, može se zaključiti da je Lagranžova optimizaciona tehnika ne samo pogodna, već, u izvesnoj meri, i preporučljiva za proračune poput onog prezentovanog u okviru ovog rada.

Uvažavajući pomenutu temu, rad je koncipiran tako da se u okviru Poglavlja II daje teorijska osnova potrebna za razumevanje rezultata priloženih u praktičnom delu rada, pre svega izražena u vidu smernica i definicija vezanih za Lagranžovu optimizacionu tehniku. Poglavlje III pruža generalne informacije o svakoj od elektrana koje su uvrštene u simulaciju

napajanja kreiranog konzumnog područja, uz napominjanje usvojenih vrednosti neophodnih ekonomskih pokazatelja. Poglavlje IV prikazuje rezultate obavljenih proračuna, kako u vidu analize uticaja kapaciteta vetroelektrana i solarnih elektrana obuhvaćenih *feed-in* tarifama na godišnje troškove snabdevanja područja od interesa, tako i preko konkretizacije na jedan od razmatranih slučajeva, prilikom čega se demonstrira i izvođenje vrednosti Lagranžovih multiplikatora iz rezultata proračuna. Na samom kraju rada nalazi se Zaključak, u okviru koga su sumirani praktični rezultati rada, još jedanput naglašeni važni teorijski aspekti, ponovljene neke od pretpostavki usvojenih prilikom proračuna i potvrđene prethodno izvedene konkluzije.

II. LAGRANŽOVA OPTIMIZACIONA TEHNIKA

Prema najopštijoj definiciji, pod optimizacionim problemima bi se mogli podrazumevati problemi nalaženja najboljeg rešenja iz unapred definisanog skupa mogućih rešenja, uz uzimanje u obzir zadatog skupa ulaznih okolnosti i pretpostavki, pri čemu je jasno da, kako bi se ma koje rešenje iz raspoloživog domena moglo proglasiti za optimalno, definisani kriterijum optimalnosti mora biti kvantitativan, odnosno, merljiv. Jedan od najčešćih vidova optimizacionih problema jeste optimizacioni problem sa ograničenjima, pri kome se optimizacija sprovodi uz uvažavanje unesenih ograničenja vrednosti odgovarajućih varijabli, gde se ova ograničenja obično uvode u formi različitih jednakosti ili nejednakosti. Vremenom je za određivanje optimalnog rešenja razvijen značajan broj tehnika, gde je, da bi se za neki problem mogla iskoristiti neka od ovih metoda, neophodno prethodno postaviti odgovarajući matematički model koji predstavlja vernu kopiju stvarnog problema. Nakon što se taj model postavi, potrebno je rešiti optimizacioni problem pomoću odabrane tehnike, pri čemu od prirode i osobina samog problema zavisi koja je metoda najpodesnija za korišćenje.

Prema karakteristikama problema koji je obuhvaćen obimom ovog rada, izloženim u okviru uvodnog segmenta, kao najpodesnija metoda za njegovo rešavanje je izdvojena Lagranžova optimizaciona tehnika, koja se može svrstati u red nelinearnih optimizacionih metoda sa ograničenjima. Ukoliko bi se vektor rešenja, dimenzija $m \times 1$, obeležio sa x , tada bi se ograničenja data u formama nejednakosti (uzeto je da ih ima ukupno n) i jednakosti (smatrano je da u optimizaciji postoji p ovakvih ograničenja) mogla, tim redom, predstaviti u oblicima prikazanim obrascima (1) i (2):

$$g_i(x) \leq 0, \quad i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (1)$$

$$h_j(x) = 0, \quad j \in \{1, 2, \dots, p\} \quad (2)$$

Na ovom mestu je potrebno eksplicitno naglasiti da Lagranžova optimizacija može, pored standardne oblasti rada, biti primenjena kako za probleme u kojima ne postoji jedan od dva gorenavedena tipa ograničenja (kada je n jednako nuli ili kada je p jednako nuli), tako i za specijalne slučajeve kod kojih ograničenja i ne postoje (kada su n i p jednaki nuli) [8].

U cilju adekvatne primene Lagranžove optimizacione metode, sva pomenuta ograničenja se moraju konvertovati u ograničenja tipa jednakosti, gde se može postaviti pitanje načina na koji je ovo moguće obaviti bez kompromitovanja tačnosti samog

proračuna. Odgovor na ovo je dat u vidu fiktivnih nenegativnih varijabli, označenih sa z_i^2 , gde i leži u granicama od 1 do n , koje se dodaju na levu stranu svakog od ograničenja originalno prikazanih u formi nejednakosti, čime se desna strana svakog od njih izjednačava sa nulom i svodi na formu jednakosti prikazanih izrazom (2). Prema tome, predmetnih n ograničenja se svodi na sistem čiji se osnovni prikaz može izraziti preko obrasca (3):

$$g_i(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = g_i(\mathbf{x}) + z_i^2 = 0, \quad i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (3)$$

Sada je jasno da je, ukoliko se raspolaze vrednošću $g_i(\mathbf{x})$, moguće jednoznačno odrediti i njoj komplementarnu vrednost pomoćne promenljive, kao i da ovakvo rezonovanje važi i u suprotnom smeru. Neka je sada funkcija čija je minimizacija postavljena kao krajnji cilj optimizacije označena sa $f(\mathbf{x})$. Tada bi se, podrazumevajući da su sva ograničenja izražena u formi jednakosti sa nulom vrednošću sa desne strane, ova funkcija mogla na adekvatan način proširiti, čime bi se dobila funkcija poznata kao Lagranžijan (Lagranžova funkcija). Karakteristika Lagranžijana, datog obrascem (4), jeste da se njegova minimizacija može poistovetiti sa minimizacijom inicijalno razmatrane kriterijumske funkcije (5):

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{z}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot g_i(\mathbf{x}, \mathbf{z}) + \sum_{j=1}^p \mu_j \cdot h_j(\mathbf{x}) \quad (4)$$

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{z}) \rightarrow \min \Rightarrow f(\mathbf{x}) \rightarrow \min \quad (5)$$

U ovim obrascima je sa je sa $\boldsymbol{\lambda}$ obeležen vektor Lagranžovih multiplikatora koji množe ograničenja koja su prvobitno bila postavljena u vidu nejednakosti, te se može utvrditi da se ovaj vektor dimenzija $n \times 1$. Sa druge strane, vektor $\boldsymbol{\mu}$ predstavlja vektor Lagranžovih multiplikatora kojima se množe ograničenja koja su i na početku optimizacionog procesa bila izražena preko jednakosti, te su dimenzije ovog vektora $p \times 1$. Određivanje vrednosti Lagranžovih multiplikatora može se smatrati jednim od ključnih delova pravilnog vršenja optimizacije ovom metodom.

Da bi se dobijeno rešenje moglo smatrati optimalnim, mora se postaviti uslov jednakosti parcijalnih diferencijala Lagranžijana prema svakoj od pojedinačnih promenljivih sa nulom. Za početak, ovo mora važiti za svaki od elemenata rešenja:

$$\frac{\partial L}{\partial x_k} = \frac{\partial f}{\partial x_k} + \sum_i \lambda_i \cdot \frac{\partial g_i}{\partial x_k} + \sum_j \mu_j \cdot \frac{\partial h_j}{\partial x_k} = 0, \quad k = \{1, 2 \dots m\} \quad (6)$$

Zatim se identični uslov mora primeniti i na parcijalne izvode Lagranžijana po svakom od prethodno uvedenih Lagranžovih multiplikatora, što se, matematičkom simbolikom, može prikazati u formi datoj jednakostima (7) i (8):

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = g_i(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = 0, \quad i = \{1, 2 \dots n\} \quad (7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_j} = h_j(\mathbf{x}) = 0, \quad j = \{1, 2 \dots p\} \quad (8)$$

Razmatranjem ovih jednakosti moglo bi se doći do zaključka da su njima zapravo samo, još jedanput, iskazana postavljena ograničenja po kojima se optimizacija odvija. Konačno, poslednjih n neophodnih jednačina može se dobiti ukoliko se

pronađu parcijalni izvodi Lagranžove funkcije prema pomoćnim promenljivima z_i , koji se potom izjednačavaju sa nulom:

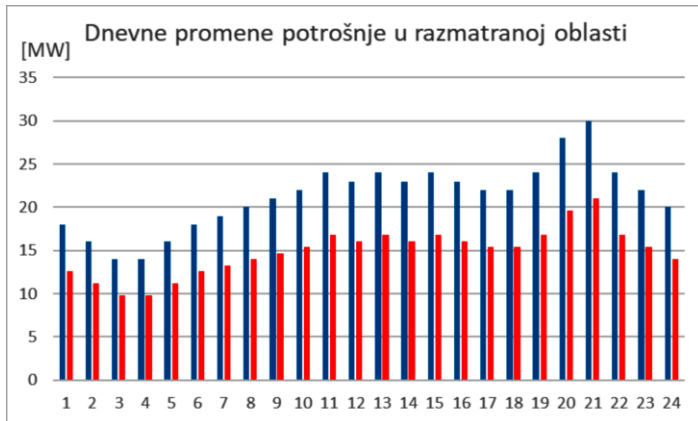
$$\frac{\partial L}{\partial z_i} = 2 \cdot \lambda_i \cdot z_i = 0, \quad i = \{1, 2 \dots n\} \quad (9)$$

Iz ove jednačine je očigledno da između uređenih parova promeljivih λ_i i z_i postoji specifična veza, te da makar jedna od ove dve međusobno odgovarajuće promenljive mora biti jednaka nuli. Shodno tome, ukoliko se za neku vrednost z_i dobije da je različita od nule, tada je njoj pripadajuća vrednost multiplikatora λ_i izvesno jednaka nuli, i obrnuto. Rešavanjem postavljenog sistema od $(m + 2 \cdot n + p)$ jednačina određuje se optimalno rešenje za vrednosti elemenata vektora \mathbf{x} koje daju minimalnu vrednost postavljene kriterijumske funkcije optimizacije $f(\mathbf{x})$.

III. OPIS PRAKTIČNOG PROBLEMA

Kao što je u okviru uvodnog Poglavlja već naglašeno, tema praktičnog dela ovog rada jeste primena Lagranžove optimizacione metode u cilju minimizacije godišnjih troškova uzrokovanih napajanjem hipotetičkog konzumnog područja električnom energijom pomoću vetroelektrane, solarne elektrane i hidroelektrane. U okviru ovog Poglavlja date su sve uvodne pretpostavke, neophodne radi jednoznačnog definisanja problema koji se rešava navedenom tehnikom optimizacije.

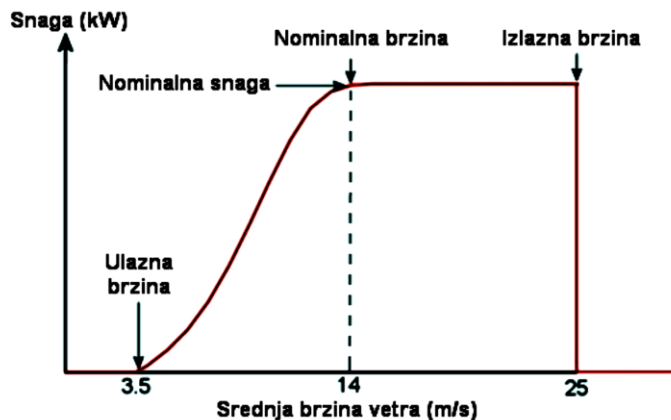
Uzevši u obzir da je razmatrano konzumno područje neophodno napajati iz obnovljivih izvora energije, nameće se zaključak da se ovaj slučaj, ma koliko bio hipotetički, geografski ne može pozicionirati na lokaciju na kojoj ne postoje uslovi za izgradnju kapaciteta vetroelektrana i solarnih elektrana dovoljnih za ispunjenje ovog cilja, u skladu sa čime je, kao lokacija na kojoj se nalazi predmetna fiktivna potrošačka oblast, odabrana opština Sečanj, koja se nalazi u regionu Centralnog Banata, u Vojvodini, nedaleko od državne granice Srbije i Rumunije. Još jedna osobina ove lokacije koja se pokazala kao veoma značajna prilikom izrade praktičnog dela ovog rada jeste činjenica da su za nju u prethodnom periodu rađena brojna pouzdana merenja klimatskih uslova, pre svega brzine vetra i jačine sunčevog zračenja, sa satnom rezolucijom, koja će biti korišćena u kasnijim analizama. Da bi se moglo pristupiti analizi napajanja kreiranog konzumnog područja, pre svega je bilo potrebno definisati njegovu potrošnju u zavisnosti od toga za koje doba dana se vrši analiza, uvažavajući pritom i varijacije potrošnje u zavisnosti od aktuelnog godišnjeg doba. Shodno tome, usvojena su dva tipična dnevna dijagrama potrošnje [9], pri čemu je prihvaćeno da je profil potrošnje u letnjim mesecima (od aprila do septembra) identičan kao i profil potrošnje u zimskim mesecima (od oktobra do marta), osim što je skaliran koeficijentom 0,7. Ovime je uvaženo to da maksimalna potrošnja u letnjim mesecima iznosi približno 70% vršne potrošnje u toku zimskog perioda. Konačno, da bi se ova čisto teoretska razmatranja prevela u vrednosti od praktičnog značaja, usvojeno je da maksimalna potrošnja ove oblasti u zimskim mesecima (u toku dvadeset i prvog časa u toku dana) približno iznosi 30 MW. Definisani dnevni profili potrošnje prikazani su na dijagramu na Slici 1, na kome je plavom bojom označena dnevna promena potrošnje u toku zimskog, a crvenom bojom dnevna promena potrošnje u toku letnjeg perioda.



Slika 1: Dnevne promene potrošnje u razmatranoj oblasti

Kada je potrošnja u ovoj oblasti definisana, bilo je neophodno precizirati parametre elektrana koje će se koristiti za podmirivanje potreba potrošnje za električnom energijom. Prvi od ovih generatorskih kapaciteta je vetroelektrana, pri čemu bi se neophodnim tehničkim parametrima za nju mogle smatrati instalisana snaga i karakteristika prema kojoj se odvija pretvaranje kinetičke energije vetra u korisnu, električnu energiju. Što se instalisane snage tiče, ona nije smela biti ni prevelika, prevashodno zbog nezanimljive cene podizanja vetroturbin, ali ni premala, da bi se uticaj vetroelektrane na ukupne godišnje troškove snabdevanja razmatranog područja mogao jasno sagledati i osetiti. Shodno tome, za potrebe izvršene analize je usvojeno da je instalisani kapacitet predmetne vetroelektrane jednak 30 MW.

Za karakteristiku prema kojoj se odvija pomenuta konverzija energije, pretpostavljeno je da odgovara tipičnom dijagramu zavisnosti snage proizvodnje električne energije u vetroturbinu od promene brzine vetra. Takav dijagram se može videti na Slici 2.



Slika 2: Snaga proizvodnje vetroturbinu u zavisnosti od brzine vetra

Uz tehničke kriterijume vetroelektrane, bilo je potrebno usvojiti i reprezentativni ekonomski kriterijum u vidu jedinične cene električne energije proizvedene iz ovog kapaciteta, pri čemu je bilo neophodno napraviti jasnu razliku između energije koja se u sistem plasira u skladu sa propozicijama povlašćene *feed-in* tarife, pod kojom se podrazumeva da se investitorima, u izvesnom periodu vremena, garantuje plasman dela ili celokupne

proizvedene energije u mrežu, pri čemu se otkup te energije vrši po nepromenljivim cenama, i energije koja se u sistem plasira prema trenutno važećim tržišnim uslovima, bez garantovanog boljeg položaja za investitore u obnovljive izvore energije. Prema aktuelnoj regulativi u Republici Srbiji, cena jednog MWh koji se iz vetroelektrane obuhvaćene *feed-in* tarifom plasira u sistem iznosi 92 €. Sa druge strane, jedinična cena energije koja bi odgovarala učešću vetroelektrane na slobodnom tržištu bi se mogla smatrati zavisnom od brzine vetra na datoj lokaciji, uz napomenu da cena jednog MWh pokazuje tendenciju opadanja što je brzina vetra veća. Shodno raspoloživim podacima [10], usvojen je sledeći matematički model promene jedinične cene električne energije iz vetroelektrane u zavisnosti od merenih vrednosti brzine vetra, pri čemu je sa v_w obeležena brzina vetra u razmatranom trenutku, izražena u m/s:

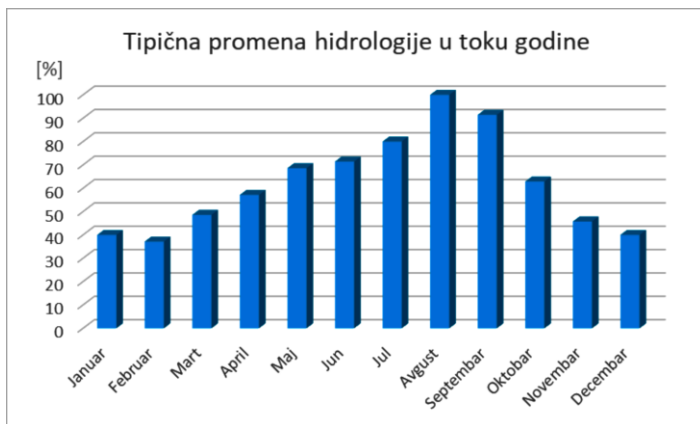
$$c_w \left[\frac{\text{€}}{\text{MWh}} \right] = \begin{cases} 86,153 & v_w \leq 6 \\ 164,629 - 13,076 \cdot v_w & 6 < v_w \leq 9 \\ 46,915 & v_w > 9 \end{cases} \quad (10)$$

Sličnim razmišljanjem kao u slučaju vetroelektrane, moglo bi se doći do zaključka da je i za solarnu elektranu adekvatno usvojiti vrednost instalisane snage od 30 MW, pri čemu su satne proizvodnje energije iz ove elektrane izračunavane prema merenim jačinama sunčevog zračenja na odabranom području. Ukoliko bi se razmatrali ekonomski aspekti generisanja energije iz ovog tipa izvora, moglo bi se doći do podatka o ceni jednog MWh koji se proizvede u solarnoj elektrani i plasira na slobodno tržište, koja, prema [11] iznosi 52,033 €. Nasuprot tome, ako je solarna elektrana locirana na teritoriji Republike Srbije i obuhvaćena *feed-in* tarifom, jedinična cena energije proizvedene iz nje je višestruko veća od tržišne i iznosi čak 162,5 €.

Kao što je već naglašeno, treći izvor koji bi se u sklopu ovog odeljka morao definisati spada u hidroelektrane. Da bi se odredila moguća snaga koja će biti na raspolaganju iz ove elektrane, neophodno je poznavati vrednosti visine vodenog pada i protoka vodene mase kroz lopatice turbine. Ukoliko su ove veličine poznate, tada se može pisati da je snaga koja se razvija na vratilu turbine:

$$P_{he} [\text{kW}] = 9,81 \cdot Q \cdot H \cdot \eta_t \quad (11)$$

U formuli (11) je sa Q obeležen zapreminski protok vode kroz turbinu, sa H neto pad vode pre njenog prolaska kroz turbinu, a sa η_t ukupni stepen iskorišćenja turbine. Kako je iz ove jednačine jasno da se snaga koja se iz hidroelektrane može plasirati u mrežu menja srazmerno protoku vode kroz turbinu elektrane, to se može zaključiti da će, na godišnjem nivou, ova snaga varirati u zavisnosti od promene hidrologije reka na kojima su hidroelektrane postavljene. Da bi se ova promena ilustrovala, na Slici 3 je prikazan grafik promene hidrologije, a, samim tim, i promene proizvodnje iz proizvoljne hidroelektrane u zavisnosti od meseca u kome se posmatranje obavlja, pri čemu su vrednosti na dijagramu date u procentima maksimalne mesečne proizvodnje u godini [12]. Na ovom mestu mora biti napomenuto da je prikazani dijagram isključivo ilustrativnog tipa i da bi, ukoliko bi se sprovodila realizacija projekta podizanja hidroelektrane na nekoj od reka u oblasti Banata, bilo neophodno pre toga beležiti hidrologiju te reke tokom višegodišnjeg perioda.



Slika 3: Prikaz tipične promene hidrologije u toku jedne godine

Analogno preostalim elektranama, i ovaj put je naredni korak predstavljalo preciziranje instalisane snage hidroelektrane, za koju je, za potrebe ove analize, usvojena vrednost jednaka 90 MW. Shodno dijagramu sa prikazane slike, ovakvu proizvodnju elektrana može ostvariti samo u avgustu, dok je tokom ostalih meseci snaga proizvodnje umanjena srazmerno hidrologiji koja je važeća za taj mesec. Takođe je, sa tačke gledišta ekonomskih prilika, usvojeno da je cena proizvedene električne energije iz hidroelektrane jednaka 70,799 € [13] po generisanom MWh. Važno je napomenuti da bi se ova elektrana, na neki način, mogla posmatrati i kao svojevrsna simulacija elektroenergetskog sistema na koji je povezana potrošačka oblast uz koju su pozicionirane solarna elektrana i vetroelektrana, čime bi se sprovedenoj simulaciji mogao dati još veći praktični značaj.

IV. PRIKAZ REZULTATA ANALIZE

Kako je na samom početku ovog rada kao njegov cilj postavljena minimizacija godišnjih troškova napajanja konzumne oblasti električnom energijom pomoću odgovarajućih elektrana, to je bilo neophodno, za svaki sat u toku godine, definisati optimalno angažovanje svake od tih elektrana, tako da se cena proizvodnje električne energije svede na najmanju moguću meru, bez ugrožavanja potreba potrošača za sigurnim i pouzdanim napajanjem. Kako bi se ovo sprovedo u delo, proces optimizacije Lagranžovom metodom je, uz uvažavanje odgovarajućeg skupa ulaznih pretpostavki, izvršen za svaki sat u toku godine, pri čemu je kao kriterijumska funkcija prema kojoj je neko rešenje odabirano kao optimalno izdvojena minimizacija cene proizvedene električne energije. Ova cena se, za l -ti sat u toku godine, mogla razložiti na određene komponente i prikazati kao njihova suma, što je ilustrovano formulom (12):

$$C_l = c_{wf} \cdot P_{wfl} + c_{sf} \cdot P_{sfl} + c_{wl} \cdot P_{wl} + c_s \cdot P_{sl} + c_h \cdot P_{hl} \quad (12)$$

U ovom obrascu, primenjene oznake imaju sledeće značenje:

- c_{wf} [€/MWh] – jedinična cena energije proizvedene iz vetroelektrane u okviru *feed-in* tarife;
- c_{sf} [€/MWh] – jedinična cena energije proizvedene iz solarne elektrane u okviru *feed-in* tarife;
- c_{wl} [€/MWh] – jedinična cena energije proizvedene iz vetroelektrane na slobodnom tržištu, u l -tom satu;

- c_s [€/MWh] – jedinična cena energije proizvedene iz solarne elektrane na slobodnom tržištu;
- c_h [€/MWh] – jedinična cena energije proizvedene iz hidroelektrane na slobodnom tržištu;
- P_{wfl} [MW] – deo snage angažovanja vetroelektrane u l -tom satu koji je obuhvaćen *feed-in* tarifom;
- P_{sfl} [MW] – deo snage angažovanja solarne elektrane u l -tom satu koji je obuhvaćen *feed-in* tarifom;
- P_{wl} [MW] – deo snage angažovanja vetroelektrane u l -tom satu koji nije obuhvaćen *feed-in* tarifom;
- P_{sl} [MW] – deo snage angažovanja solarne elektrane u l -tom satu koji nije obuhvaćen *feed-in* tarifom;
- P_{hl} [MW] – snaga angažovanja hidroelektrane u l -tom satu.

Ukupni godišnji troškovi proizvodnje energije su potom izračunavani sumiranjem pojedinačnih satnih vrednosti cena:

$$C_{god} [€] = \sum_{l=1}^{8760} C_l \quad (13)$$

Kako je, prema osobinama *feed-in* tarife, za energiju koja je proizvedena iz delova instalisanih kapaciteta solarne elektrane i vetroelektrane obuhvaćenih ovom podsticajnom merom garantovan plasman na tržište ukoliko postoje mogućnosti za to, to se može zaključiti da se delovi angažovanja elektrana koji pripadaju *feed-in* tarifi i ne mogu modifikovati u okviru procesa optimizacije, već da su optimizaciji podložni isključivo delovi energije iz ovih elektrana koji nisu obuhvaćeni povlašćenom tarifom, ukoliko takvi viškovi uopšte postoje. Shodno tome se jednačina cena proizvodnje energije u l -tom satu mogla razdvojiti na deo cena koji pokriva *feed-in* tarifa, a koji nije podložan optimizaciji, i na deo cena koji se za energiju plaća na slobodnom tržištu. Upravo je minimizacija drugog dela cena smatrana ekvivalentom početnog problema kojim se ovaj rad bavi. Prema tome, izraz čiju je vrednost zapravo trebalo svesti na najmanju moguću meru za l -ti sat u toku godine glasi:

$$C_l^* = c_{wl} \cdot P_{wl} + c_s \cdot P_{sl} + c_h \cdot P_{hl} \quad (14)$$

Što se tiče ograničenja optimizacionog problema koja su u svojoj originalnoj verziji data u formi jednakosti, u razmatranom problemu se nametnulo samo jedno, koje je ukazivalo na to da se potrebe potrošnje za električnom energijom moraju u svakom trenutku zadovoljiti. Shodno tome je za l -ti sat u godini važno:

$$h_l = P_{wfl} + P_{sfl} + P_{wl} + P_{sl} + P_{hl} - P_{pot-l} = 0 \quad (15)$$

U skladu sa prethodno iznetim razmatranjem, i u ovom slučaju je smatrano da deo potrošnje koji se električnom energijom snabdeva iz dela instalisanih kapaciteta elektrana obuhvaćenih *feed-in* tarifom nije predmet optimizacije, već je u proračunima posmatran samo onaj deo snage konzuma koji električnu energiju dobija iz generatorskih kapaciteta koji učestvuju na slobodnom tržištu. Dakle, izraz (15) se mogao svesti na:

$$h_l^* = P_{wl} + P_{sl} + P_{hl} - P_{pot-l}^* = 0 \quad (16)$$

Naredni korak je obuhvatao postavljanje ograničenja datih u vidu jednakosti, koja su se potom mogla podeliti u dve grupe.

Prva grupa ovakvih ograničenja podrazumevala je da ukupna snaga proizvodnje iz ma koje od analiziranih elektrana ni u jednom satu u toku godine ne sme preći njihovu raspoloživu snagu proizvodnje u tom satu. Raspoloživa snaga proizvodnje električne energije je definisana merenim vrednostima brzine vetra i jačine sunčevog zračenja za vetroelektranu i solarnu elektranu, tim redom, odnosno, mesečnom najvećom raspoloživom vrednošću proizvodnje za slučaj hidroelektrane. Ova ograničenja se, prevedena u formu jednakosti iz ranije pojašnjenih razloga, mogu navesti sledećim izrazima:

$$g_{1l} = P_{wfl} + P_{wl} - P_{wxtl} + z_{1l}^2 = 0 \quad (17)$$

$$g_{2l} = P_{sfl} + P_{sl} - P_{sxtl} + z_{2l}^2 = 0 \quad (18)$$

$$g_{3l} = P_{hl} - P_{hxtl} + z_{3l}^2 = 0 \quad (19)$$

Druga grupa ovakvih ograničenja mogla se svesti na činjenicu da snage kojima elektrane plasiraju električnu energiju na slobodno tržište ni za jedan sat u godini ne mogu imati negativne vrednosti. U obliku jednakosti, ovi uslovi glase:

$$g_{4l} = -P_{wl} + z_{4l}^2 = 0 \quad (20)$$

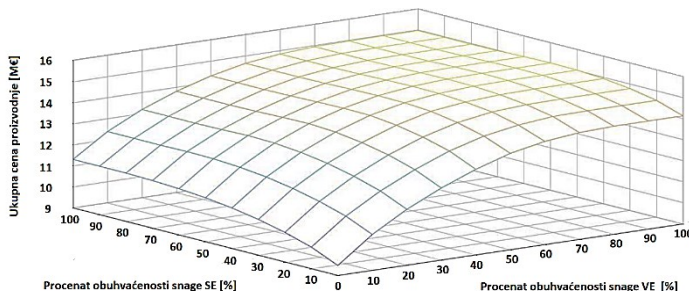
$$g_{5l} = -P_{sl} + z_{5l}^2 = 0 \quad (21)$$

$$g_{6l} = -P_{hl} + z_{6l}^2 = 0 \quad (22)$$

Poslednji korak u ekvivalentiranju inicijalnog optimizacionog problema uprošćenim problemom koji odgovara odabranoj metodi optimizacije predstavljalo je formiranje Lagranžijana kriterijumske funkcije koji je trebalo svesti na najmanju meru:

$$L_l = C_l^* + \sum_{i=1}^6 \lambda_{il} \cdot g_{il} + \mu_l \cdot h_l^* \rightarrow \min \quad (23)$$

Nakon predstavljanja predmetog optimizacionog problema u potrebnom formatu, moglo se preći na obavljanje samih proračuna, čiji će rezultati sačinjavati srž nastavka ovog rada. Treba napomenuti da je prilikom vršenja ovih analiza variran procenat instalisane snage vetroelektrane i solarne elektrane koji je obuhvaćen njihovim respektivnim *feed-in* tarifama, pri čemu su se ovi procenti kretali u granicama od 0 do 100%, sa korakom između dva susedna proračuna od 10%. Da bi se opisani postupak sproveo na odgovarajući način, razmatrane su sve moguće kombinacije obuhvaćenosti instalisanih kapaciteta vetroelektrane i solarne elektrane *feed-in* tarifama, odnosno, izvršen je 121 odvojen proces optimizacije. Rezultati urađenih proračuna su, radi ilustrativnijeg prikaza, predstavljeni grafičkim putem, priloženim na dijagramu datom na Slici 4:



Slika 4: Promena godišnjih troškova snabdevanja u zavisnosti od *feed-in* tarife

Na prethodnoj slici su, redom, na *x*-osi i *y*-osi prikazani procenti obuhvaćenosti kapaciteta vetroelektrane i solarne elektrane povlašćenim *feed-in* tarifama, a na *z*-osi ukupni godišnji troškovi snabdevanja predmetnog područja, izraženi u apsolutnim jedinicama, odnosno, u milionima evra. Kao što se sa prikazanim dijagrama može uvideti, godišnji troškovi snabdevanja razmatranog područja električnom energijom su značajno veći prilikom najgoreg mogućeg slučaja (kada je 100% instalisanih kapaciteta vetroelektrane i solarne elektrane obuhvaćeno *feed-in* tarifom), nego pri najboljem mogućem slučaju sa ekonomskog aspekta (kada *feed-in* tarife, faktički, ne postoje). Da bi se ovo još jasnije prikazalo, mogu se izraziti najveća i najmanja ukupna godišnja cena proizvedene električne energije za ovo područje:

$$C_{god.max.} = 14,9636 \text{ M€}$$

$$C_{god.min.} = 9,4851 \text{ M€}$$

Iz navedenih vrednosti je evidentno da je povećanje troškova usled usvajanja principa *feed-in* tarifa radi motivacije potencijalnih ulagača u izgradnju obnovljivih izvora energije nezanemarljivo. Izraženo u procentima, to povećanje iznosi čak:

$$\Delta C_{god.} = \frac{14,9636 - 9,4851}{9,4851} \cdot 100\% = 57,76\%$$

Iako se činjenica da postojanje *feed-in* tarife utiče na podizanje koštanja proizvodnje električne energije dala naslutiti još u prethodnom delu rada, kada su prikazane povlašćene i nepovlašćene cene energije proizvedene u obnovljivim izvorima, na ovom mestu se mora još jednom naglasiti magnituda primećene razlike koja, za zadati skup pretpostavki, iznosi preko polovine godišnjih troškova proizvodnje energije, izračunatih za slučaj kada *feed-in* tarife nema.

Radi demonstracije funkcionisanja kreiranog programa za optimizaciju angažovanja elektrana za svaku analiziranu tačku u vremenu, to jest, za 8760 sati u toku godine, biće razmotrena konkretna situacija u kojoj je usvojeno da je stepen obuhvaćenosti vetroelektrane i solarne elektrane odgovarajućim *feed-in* tarifama jednak i da iznosi po 30%, odnosno, po 9 MW za svaku od elektrana. Po okončanju vršenja optimizacione procedure za svaki sat u toku godine, zbirna količina energije koja se te godine plasira iz svakog od razmatranih izvora prema kreiranom konzumnom području mogla se odrediti prostim sabiranjem respektivnih satnih optimalnih snaga proizvodnje ovih generatorskih kapaciteta. Za vetroelektranu, solarnu elektranu i hidroelektranu, optimalne vrednosti godišnjih isporučenih energija, tim redom, imale su sledeće vrednosti:

$$W_{w-god.} = 45,343 \text{ GWh}$$

$$W_{s-god.} = 36,721 \text{ GWh}$$

$$W_{h-god.} = 76,397 \text{ GWh}$$

Odavde je primetno da je iznos energije proizvedene u toku razmatrane godine u hidroelektrani gotovo jednak zbiru iznosa energija proizvedenih u toku iste godine u vetroelektrani i solarnoj elektrani. Ukoliko bi se tražilo odgovarajuće pojašnjenje za ovakav fenomen, moglo bi se zaključiti da razlog za primećenu pojavu, pre svega, leži u intermitentnoj prirodi

primarnih energenata koje koriste vetroelektrana i solarna elektrana, to jest, brzine duvanja vetra i jačine sunčevog zračenja, gde se svaki zabeleženi manjak energije potrebne potrošačima, nastao usled simultanog deficita pomenutih energenata, morao nadoknađivati odgovarajućim angažovanjem hidroelektrane.

Na samom kraju je, da bi se opisani proces optimizacije prema Lagranžovoj metodi mogao sprovesti na korektan način, bilo neophodno precizirati i vrednosti Lagranžovih multiplikatora, pri čemu je, zarad razlaganja i prikazivanja procedure prema kojoj je ovo rađeno, odabran jedan konkretni sat u toku godine, na čijem će primeru pomenuti postupak biti ilustriran. Važno je navesti da je i analiza koja sledi obavljena pri usvojenim vrednostima procenata obuhvaćenosti instalisanih kapaciteta vetroelektrane i solarne elektrane *feed-in* tarifom od po 30%, odnosno, po 9 MW. Kako je bilo neophodno specificirati i sat za koji će ovaj proračun biti priložen, u te svrhe je nasumično usvojeno da je u pitanju 378. sat u toku godine, odnosno 18. sat 16. januara u fiktivnoj kalendarskoj godini. Za ovaj sat je, prema usvojenim profilima potrošnje, važno da je:

$$P_{pot} = 27,425 \text{ MW}$$

U skladu sa raspoloživim podacima o brzini vetra, jačini sunčevog zračenja i hidrologiji u izdvojenom satu, izračunate su i maksimalne proizvodne mogućnosti vetroelektrane, solarne elektrane i hidroelektrane, koje su, za taj sat, iznosile:

$$P_{wx} = 10,1336 \text{ MW}$$

$$P_{sx} = 11,0245 \text{ MW}$$

$$P_{hx} = 36 \text{ MW}$$

Kako se kao ulazni podatak procesa optimizacije, pored fiksnih tržišnih cena električne energije proizvedene u solarnoj elektrani i hidroelektrani i iznosa povlašćenih cena koje pojedinim obnovljivim izvorima pripadaju na osnovu *feed-in* tarife, morala poznavati i tržišna jedinična cena energije generisane u vetroelektrani, to je bilo neophodno poznavati i vrednost brzine vetra u razmatranom satu, koja je iznosila 8,0333 m/s. Pošto je ova vrednost ležala u opsegu između 6 m/s i 9 m/s, to je, prema formuli (10), bilo očigledno da se tražena tržišna cena morala izračunati preko linearne interpolacije, kojom je dobijeno da je:

$$c_w = 59,586 \frac{\text{€}}{\text{MWh}}$$

Uzevši u obzir činjenicu da je ovaj iznos viši od tržišne cene električne energije iz solarne elektrane, ali niži od cene energije proizvedene u hidroelektrani, za očekivati je bilo da proces optimizacije najpre angažuje solarnu elektranu najvećim mogućim kapacitetom, potom vetroelektranu, da bi se, tek na kraju, višak potrošnje napojio uz pomoć kapaciteta hidroelektrane. Rezultati dobijeni uz pomoć razvijenog optimizacionog softvera potvrdili su ove pretpostavke, te su za ukupna angažovanja generatora dobijene sledeće vrednosti:

$$P_{w\Sigma} = P_{wf} + P_w = 10,1336 \text{ MW}$$

$$P_{s\Sigma} = P_{sf} + P_s = 11,0245 \text{ MW}$$

$$P_h = 6,2669 \text{ MW}$$

Prema usvojenim podacima o procentima instalisanih kapaciteta vetroelektrane i solarne elektrane obuhvaćenim *feed-in* tarifama, moglo se izvesti da važi i sledeće:

$$P_{wf} = P_{sf} = 9 \text{ MW}$$

Iz ovih podataka je sledilo da su delovi ukupnih snaga ovih elektrana kojima se energija u predmetnom satu plasira na slobodno tržište jednaki:

$$P_w = P_{w\Sigma} - P_{wf} = 1,1336 \text{ MW}$$

$$P_s = P_{s\Sigma} - P_{sf} = 2,0245 \text{ MW}$$

Nakon što su svi potrebni ulazni podaci definisani, moglo se preći i na rešavanje sistema jednačina određenog diferenciranjem Lagranžijana po različitim nepoznatim veličinama, gde su vrednosti pomoćnih promenljivih z_i^2 određivane odgovarajućim preslaganjem izraza numerisanih brojevima od (17) do (22):

$$z_1^2 = P_{wx} - P_{wf} - P_w = 0$$

$$z_2^2 = P_{sx} - P_{sf} - P_s = 0$$

$$z_3^2 = P_{hx} - P_h = 29,7331 \text{ MW}$$

$$z_4^2 = P_w = 1,1336 \text{ MW}$$

$$z_5^2 = P_s = 2,0245 \text{ MW}$$

$$z_6^2 = P_h = 6,2669 \text{ MW}$$

Prema ustanovljenom principu po kome, za svako od ograničenja koje je preformulisano u oblik jednakosti korišćenjem veštački kreiranih pomoćnih promenljivih z_i^2 , mora važiti da je ili z_i^2 , ili njemu odgovarajući Lagranžov multiplikator λ_i jednak nuli, moglo su se, bez vršenja kalkulacija, izvesti sledeće vrednosti:

$$z_3^2 \neq 0 \Rightarrow \lambda_3 = 0$$

$$z_4^2 \neq 0 \Rightarrow \lambda_4 = 0$$

$$z_5^2 \neq 0 \Rightarrow \lambda_5 = 0$$

$$z_6^2 \neq 0 \Rightarrow \lambda_6 = 0$$

Preostali Lagranžovi multiplikatori su bili izračunavani uvažavanjem uslova da su parcijalni diferencijali Lagranžijana prema svakoj od varijabli čije je određivanje krajnji cilj procesa optimizacije, što su, u ovom slučaju, bile snage proizvodnje električne energije iz elektrana, morali biti jednaki nuli. Stoga se mogao koristiti sledeći pomoćni sistem jednačina:

$$\frac{\partial L}{\partial P_w} = c_w + \mu + \lambda_1 - \lambda_4 = 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_s} = c_s + \mu + \lambda_2 - \lambda_5 = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_h} = c_h + \mu + \lambda_3 - \lambda_6 = 0 \quad (26)$$

Pošto je prethodno zaključeno da su vrednosti multiplikatora λ_3 i λ_6 jednake nuli, iz treće jednačine prikazanog sistema se mogao precizirati i Lagranžov multiplikator koji je u jednačini Lagranžijana (23) stajao uz jednakost ravnoteže snaga:

$$\mu = -c_h = -70,799 \frac{\text{€}}{\text{MWh}}$$

Konačno su se, u poslednjem koraku proračuna, iz jednačina (24) i (25) mogla odrediti i poslednja dva Lagranžova multiplikatora koja u ovoj fazi i dalje nisu bila poznata:

$$\lambda_1 = -\mu - c_w = 11,213 \frac{\text{€}}{\text{MWh}}$$

$$\lambda_2 = -\mu - c_s = 18,766 \frac{\text{€}}{\text{MWh}}$$

Nakon izračunavanja ovih vrednosti, proces optimizacije Lagranžovom metodom je, za dati sat, pri unapred sagledanom skupu ulaznih pretpostavki vezanih za procentualnu obuhvaćenost instalisanih kapaciteta obnovljivih izvora energije *feed-in* tarifom, smatran kompletiranim.

V. ZAKLJUČAK

Kao što je u okviru ovog rada već nekolicinu puta istaknuto, brojna istraživanja su poslednjih godina ukazala na činjenicu da konvencionalni izvori energije koji zagađuju životnu sredinu, gde se, pre svega, misli na termoelektrane na uglj, sa aspekta ekologije nisu prihvatljivi u današnjem svetu. Shodno tome, čovečanstvo se mora okrenuti čistijoj, održivoj elektroenergetici. Prvi korak ove promene percepcije predstavlja integracija obnovljivih izvora energije u elektroenergetske sisteme. Kao odgovor na pitanje motivacije investitora da ulažu u ovakav tip izvora, izrodio se koncept povlašćenih, nepromenljivih *feed-in* tarifa, uz garanciju plasmana generisane energije u sistem. Ovaj rad se, stoga, bavi ispitivanjem uticaja primene navedenog koncepta na poskupljenje godišnje proizvodnje električne energije, neophodne za snabdevanje fiktivnog konzumnog područja. Za potrebe rada, pretpostavljeno je da na raspolaganju u ove svrhe stoje vetroelektrana, solarna elektrana i hidroelektrana odgovarajuće snage, pri čemu je variran procenat instalisanih kapaciteta vetroelektrane i solarne elektrane koji je obuhvaćen njihovim respektivnim *feed-in* tarifama.

Proračuni su sprovedeni uz pomoć Lagranžove tehnike optimizacije, pri čemu je kao krajnji cilj optimizacije postavljena minimizacija ukupnih godišnjih troškova proizvodnje potrebne električne energije pomoću što ekonomičnijeg angažovanja pomenutih elektrana. Kako su za navedenu lokaciju bili dostupni podaci o brzinama vetra i jačini sunčevog zračenja sa satnom rezolucijom, to je i proces optimizacije snaga angažovanja elektrana sproveden po jedanput za svaki sat u godini, odnosno, ukupno 8760 puta za svaku kombinaciju procenata instalisanih snaga vetroelektrane i solarne elektrane obuhvaćenih *feed-in* tarifama. Sagledavanjem rezultata dobijenih za slučaj kada su kompletni kapaciteti vetroelektrane i solarne elektrane obuhvaćeni *feed-in* tarifom i slučaj kada povlašćena *feed-in* tarifa ne postoji, uočeno je do kolikog povećanja ukupnih godišnjih troškova proizvodnje primena ovog koncepta može dovesti. U primeru obrađenom u ovom radu, dobijeno je povećanje godišnjih troškova od preko 50%.

Na samom kraju, mora se iznova naglasiti da bi, pored nesumnjivih pogodnosti koje *feed-in* tarife nude i efekta koje su imale na popularizaciju obnovljivih izvora energije, ipak bilo preporučljivo proučiti mogućnosti za modifikaciju ovog koncepta ili implementaciju nekog od, sa ekonomske strane, povoljnijih rešenja za ohrabrivanje investitora u ovakav vid projekata.

LITERATURA

- [1] K.A. Clements i A.S. Costa, „Topology error identification using normalized Lagrange multipliers“, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 13, br. 2, maj 1998, pp. 347-353.
- [2] A. Hauswirth et.al, „Generic Existence of Unique Lagrange Multipliers in AC Optimal Power Flow“, *IEEE Control Systems Letters*, vol. 2, br. 4, oktobar 2018, pp. 791-796.
- [3] W.T. Kuo et.al, „The current control of PV inverter for three-phase unbalanced fault with Lagrange multiplier“, zbornik radova sa konferencije *2013 1st International Future Energy Electronic Conference (IFEEC)*, održane u Tainanu, Tajvan, od 3. do 6. novembra 2013, pp. 510-514.
- [4] J.A. da Costa et.al, „Optimal Sizing of Photovoltaic Generation in Radial Distribution Systems using Lagrange Multipliers“, *Energies*, br. 12, maj 2019, indeks 1728
- [5] J. Sandoval-Moreno, G. Besancon i J.J. Martinez, „Lagrange Multipliers based price driven coordination with constraints consideration for multisource power generation systems“, zbornik radova sa konferencije *2014 European Control Conference (ECC)*, održane u Strazburu, Francuska, od 24. do 27. juna 2014, pp. 1987-1992.
- [6] C. Thitithamrongchai i B. Eua-Arporn, „Hybrid Self-adaptive Differential Evolution Method with Augmented Lagrange Multiplier for Power Economic Dispatch of Units with Valve-Point Effects and Multiple Fuels“, zbornik radova sa konferencije *2006 IEEE PES Power System Conference and Exposition*, održane u Atlanti, SAD, od 29. oktobra do 1. novembra 2006, pp. 908-914.
- [7] N. Sartika, A.G. Abdullah i D.L. Hakim, „Scheduling Economic Thermal Power Plant 500 kV Java-Bali System Using Lagrange Multiplier“, zbornik radova sa konferencije *1st Annual Applied Science and Engineering Conference*, održane u Bandungu, Indonezija, 18. novembra 2017, pp. 1-9.
- [8] N.S. Rau, „Optimization Principles - Practical Application to the Operation and Markets of the Electric Power Industry“, izdavač *IEEE Press, A John Wiley & Sons, Inc., Publication*, SAD, 2003.
- [9] A. Bailes, „Electricity Demand and the Duck Curve“, 2015, preuzeto sa <https://www.energyvanguard.com> u novembru 2019.
- [10] D. Milborrow, „At the Tipping Point: 2017 Wind Cost Analysis“, 2018, preuzeto sa <https://www.windpowermonthly.com> u decembru 2019.
- [11] „SolarReserve awarded AU\$78/MWh Concentrated Solar Power contract“, 2017, preuzeto sa <http://helioscsp.com> u decembru 2019.
- [12] H. Thakker, „Diminishing Returns from Large Hydropower Projects“, 2015, preuzeto sa <https://www.internationalrivers.org> u novembru 2019.
- [13] P. Lako, „Hydropower – Costs“, u okviru *IEA ETSAP*, 2010, preuzeto sa <https://iea-etsap.org> u decembru 2019.

AUTORI

Prvi autor – Vladan Ristić, AD „Elektromreža Srbije“ / Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu, mail: vladagenius.vr@gmail.com

Drugi autor – dr Nikola Rajaković, Savez energetičara Srbije / Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu, mail: rajakovic@etf.rs

Autor za kontakt – Vladan Ristić, vladagenius.vr@gmail.com (ili vladan.ristic@ems.rs), broj telefona: +381 65 29 800 29