QR – Issue QR – Article

SOI: 1.1/TAS DOI: 10.15863/TAS

International Scientific Journal

Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) **e-ISSN:** 2409-0085 (online)

Year: 2020 **Issue:** 05 **Volume:** 85

Published: 17.05.2020 **http://T-Science.org**

E.E. Duisembiev
Taraz State Pedagogical University
Candidate of Technical Sciences

K.S. Tattibekov
Taraz State Pedagogical University
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor.
Taraz, Republic of Kazakhstan

STATIONARY ABSOLUTE MOTION OF A RIGID BODY IN A HIGH-FREQUENCY ROTATIONAL MAGNETIC FIELD

Abstract: *The paper studies the stationary motion of a conducting absolutely solid body (gyroscope rotor) under the action of a moment caused by eddy currents arising in the body when interacting with an external homogeneous rotating magnetic field, and the moment of dissipative forces arising from the contact of the body with a resisting medium.*

Key words: *absolutely solid body, high-frequency magnetic field, non-contact gyroscope, gyroscope rotor, kinetic moment, moment of dissipative forces, ellipsoid of inertia.*

Language: *Russian*

Citation: Duisembiev, E. E., & Tattibekov, K. S. (2020). Stationary absolute motion of a rigid body in a high-frequency rotational magnetic field. *ISJ Theoretical & Applied Science, 05 (85)*, 136-139.

Soi: http://s-o-i.org/1.1/TAS-05-85-28 ***Doi***: crossref https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2020.05.85.28

Scopus ASCC: *2610.*

СТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ АБСОЛЮТНОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ВРАЩАТЕЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Аннотация: *В работе исследуется стационарное движение проводящего абсолютно твердого тела (ротора гироскопа) под действием момента, вызванного вихревыми токами, возникающими в теле при взаимодействии с внешним однородным вращающимся магнитным полем, и момента диссипативных сил, возникающего от контакта тела с сопротивляющейся средой.*

Ключевые слова: *абсолютно твердое тело, высокочастотное магнитное поле, неконтактный гироскоп, ротор гироскопа, кинетический момент, момент диссипативных сил, эллипсоид инерции.*

Введение

UDC 681.38(62-251)

Рассмотрим вопрос об устойчивости по отношению к переменным δ, L, ϑ найденных стационарных движений ротора неконтактного гироскопа, соответствующих особым точкам [9]:

$$Sin\vartheta_0 = 0, \quad L_0 = \frac{a\sqrt{2}\, e_1^1 I_3}{2n_3 - b\sqrt{2} e_1^1} \qquad (1)$$

$$Cos\vartheta_0 = 0, \quad L_0 = \frac{a\sqrt{2}\, (e_3^1 + e_1^1) I_1}{4n_1 - b\sqrt{2}(e_3^1 + e_1^1)} \qquad (2)$$

$$Sin^2\vartheta = A/B, \quad L_0 = -C/D \qquad (3)$$

где

$$A = (4n_3(e_3^1 + e_1^1) - 2\, b\sqrt{2} e_3^1 e_1^1) I_1 - \\ -(8n_1 e_1^1 - 2\, b\sqrt{2} e_3^1 e_1^1) I_3,$$

$$B = b\sqrt{2} e_1^1 (e_3^1 - e_1^1)(I_3 - I_1),$$

$$C = a\sqrt{2}(e_3^1 - e_1^1) I_1 I_3,$$

$$D = 4(n_3 I_1 - n_1 I_3) + b\sqrt{2}(e_3^1 I_3 - e_1^1 I_1).$$

где

$$a = \Gamma(0.5)\varepsilon_0/\sqrt{\pi}/\sqrt{\omega}, \; b = \Gamma(1.5)\varepsilon_0/\sqrt{\pi}/\omega^{3/2},$$

Γ - гамма функция, $\varepsilon_0 = c/\sqrt{4\pi\lambda_0\mu}$ - малый параметр при решении соответствующей электродинамической задачи, ω - угловая скорость вращения вектора напряженности магнитного поля [2].

Предположим, что момент диссипативных сил является линейной функцией угловой скорости тела и в проекциях на оси трехгранника x имеет вид [4]

$$\bar{M}_x = -N\bar{\Omega}_x \quad (4)$$

где $N = diag\{n_1, n_2, n_3\}$ - диагональная матрица с положительными элементами, стоящими на главной диагонали, $\bar{\Omega}$ - угловая скорость твердого тела.

Числа $n_i \ (i = 1,3)$ постоянны в системе координат, жестко связанной с телом, и в общем случае $n_1 \neq n_3$.

Здесь и в дальнейшем предполагается

$a \ll n_{1,} \ n_3 \sim b.$

Соответствующие движения ротора неконтактного гироскопа в зависимости от положения его оси симметрии x_3 назовем в случае (1) вращением вокруг полярной оси, в случае (2) – вращением вокруг экваториальной оси, а в случае (3) – регулярной прецессией (рис.1) [1].

За возмущениями будем сохранять обозначения самих переменных.

Здесь введено два правых ортогональных трехгранника с началом в центре масс 0: неподвижный трехгранник $0\xi_1\xi_2\xi_3$ и система координат $0x_1x_2x_3$ жестко связанная с твердым телом. Оси трехгранника x направлены по главным центральным осям инерции тела. Ось x_3 направлена по оси симметрии тела [7].

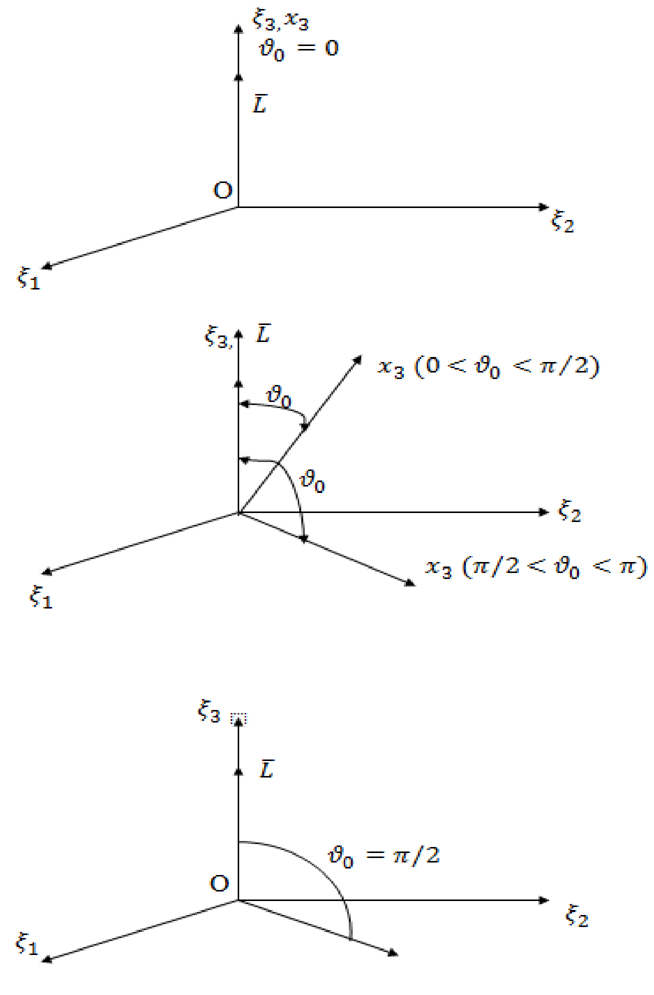

Рисунок 1. Возможные расположения оси x_3

Система в вариациях, отвечающая вращению (1) вокруг полярной оси ротора, имеет вид

$$\dot{\delta} = -W\delta$$
$$\dot{L} = GL \quad (5)$$
$$\dot{\vartheta} = H\vartheta$$

где

$$W = 2be_1^1\sqrt{2}/(8I_3) + 2a\sqrt{2}(e_3^1 + e_1^1)/(8L_0) > 0$$
$$G = \left(be_1^1\sqrt{2} - 2n_3\right)/(2I_3),$$

$$H = \frac{n_3}{I_3} - \frac{n_1}{I_1} + \frac{a\sqrt{2}(e_3^1 - e_1^1)}{(4L_0)} + $$
$$+ b\sqrt{2}(e_3^1 I_3 - e_1^1 I_1)/(4I_3 I_1)$$

Условия отрицательности вещественных частей корней характеристического многочлена для системы (5) сводятся к неравенствам

$$W > 0, \quad H < 0, \quad G < 0 \qquad (6)$$

Первое неравенство в (6) выполняется тождественно. С учетом положительности модуля кинетического момента L_0, второе и третье неравенства в (6) в развернутом виде эквивалентны следующей системе неравенств

$$n_3 > be_1^1\sqrt{2}/2, \quad n_1 = be_3^1\sqrt{2}/2 \qquad (7)$$
$$I_3/I_3 > \{2n_3(e_3^1 + e_1^1) - b\sqrt{2}e_3^1 e_1^1\}/$$
$$/\{4n_1 e_1^1 - b\sqrt{2}e_3^1 e_1^1\}$$

являющихся условиями устойчивости вращения вокруг полярной оси совмещенной с осью ξ_3.

В частности, при шаровом тензоре поляризуемости и $n_1 = n_2 = n_3$, неравенство (7) принимает более простой вид

$$I_3/I_3 > 1.$$

Последнее соотношение означает, что тело со сплюснутым эллипсоидом инерции устой-чиво вращается вокруг оси, совмещенной с осью вращения магнитного поля.

Отметим, что полученные условия устойчивости, с точностью до величин порядка ω^{-2} совпадают с условиями, полученными в работе [2].

Система в вариациях, отвечающая вращению ротора гироскопа вокруг экваториальной оси, имеет вид

$$\dot{\delta} = -V\delta$$
$$\dot{L} = PL \qquad (8)$$
$$\dot{\vartheta} = -H\vartheta$$

где

$$V = b\sqrt{2}(e_3^1 + e_1^1)/(8I_1) +$$
$$+ a\sqrt{2}(e_3^1 + 3e_1^1)/(8L_0) > 0,$$
$$P = (b\sqrt{2}(e_3^1 + e_1^1) - 4n_1)/(4I_1).$$

Условия отрицательности вещественных частей корней характеристического многочлена для данной системы сводятся к неравенствам

$$W_2 > 0, \quad P < 0, \quad \mathrm{H} > 0 \qquad (9)$$

Первое неравенство в (2.26) выполняется тождественно. С учетом положительности модуля кинетического момента L_0, второе и третье неравенства в (9) в развернутом виде эквивалентны следующей системе неравенств

$$n_3 > \frac{b\sqrt{2}e_1^1}{4}, \; n_1 > \frac{b\sqrt{2}(e_3^1 + e_1^1)}{4} \qquad (10)$$
$$I_3/I_1 < [4n_3 - b\sqrt{2}e_1^1](e_3^1 + e_1^1)/$$
$$/[8n_1 e_1^1 - b\sqrt{2}e_1^1(e_3^1 + e_1^1)]$$

являющихся условиями устойчивости вращения вокруг экваториальной оси.

Система в вариациях, построенная в малой окрестности регулярной прецессии (3), имеет вид

$$\dot{\delta} = -E\delta,$$
$$\dot{L} = ML + F\vartheta Sin2\vartheta_0, \qquad (11)$$
$$\dot{\vartheta} = QSin(2\vartheta_0)L$$

где,

$$M = \left\{(n_3/I_3 - n_1/I_1) + \tfrac{b\sqrt{2}}{4}((e_3^1 + e_1^1)/I_1 - 2e_1^1/I_3)\right\} Sin^2\vartheta_0 + +(b\sqrt{2}\,e_1^1 - 2n_3)/(2\,I_3),$$

$$E = \frac{a\sqrt{2}\,(e_3^1 + e_1^1)}{4L_0} - \frac{a\sqrt{2}\,(e_3^1 - e_1^1)}{8L_0} Sin^2\vartheta_0 +$$
$$+ b\sqrt{2}((e_3^1 + e_1^1)/I_1 - 2e_1^1/I_3) Sin^2\vartheta_0 +$$
$$+ b\sqrt{2}\,e_1^1/(4\,I_3),$$
$$Q = [4(n_3/I_1 - n_1/I_3) + b\sqrt{2}(e_3^1/I_3 - e_1^1/I_1)]/$$
$$/(8I_3 I_1 L_0),$$
$$F = a\sqrt{2}\,(e_3^1 - e_1^1)/4 + (n_3/I_3 - n_1/I_1)L_0 +$$
$$+ b\sqrt{2}((e_3^1 + e_1^1)/I_1 - 2e_1^1/I_3)/4.$$

Выписывая характеристическое уравнение для системы линейных дифференциальных уравнений (11), получим

$$(\lambda + E)(\lambda^2 - M\lambda - QFSin^2 2\vartheta_0) = 0 \qquad (12)$$

Корни многочлена (12) будут иметь отрицательные вещественные части тогда и только тогда, когда выполнены требования

$$E > 0, \quad M < 0, \quad QF < 0 \qquad (13)$$

Система (13) в развернутом виде имеет вид: если $I_3 > I_1$, то при

$$n_3 > \frac{b\sqrt{2}e_1^1}{2}, \qquad n_1 > \frac{b\sqrt{2}(e_3^1 + e_1^1)}{4}$$
$$L_1(n) < \frac{I_3}{I_1} < L_2(n); \qquad (14)$$
$$n_3 < \frac{b\sqrt{2}e_1^1}{2}, \qquad n_1 < \frac{b\sqrt{2}e_3^1}{4}$$
$$L_2(n) < \frac{I_3}{I_1} < L_1(n)$$

если $I_3 < I_1$, то при

$$n_3 > \frac{b\sqrt{2}e_1^1}{2}, \qquad n_1 > \frac{b\sqrt{2}(e_3^1 + e_1^1)}{4}$$
$$L_2(n) < \frac{I_3}{I_1} < L_1(n); \qquad (15)$$
$$n_3 < \frac{b\sqrt{2}e_1^1}{2}, \qquad n_1 < \frac{b\sqrt{2}e_3^1}{4}$$
$$L_1(n) < \frac{I_3}{I_1} < L_2(n)$$

где

$$L_2(n) = [2n_3 - b\sqrt{2}e_1^1](e_3^1 + e_1^1)/$$
$$/[4n_1 e_1^1 - b\sqrt{2}e_1^1(e_3^1 + e_1^1)]$$

Учитывая условия положительности модуля кинетического момента и условия (14) и (15), получим условия устойчивости регулярной прецессии в следующем виде:

при

$$e_3^1 > e_1^1, \qquad n_3 > \frac{b\sqrt{2}e_1^1}{2},$$

и

$$n_1 > \frac{b\sqrt{2}(e_3^1 + e_1^1)}{4}, \qquad \frac{n_1}{n_3} < \frac{(e_3^1 + e_1^1)}{2e_1^1}$$

при

$$e_3^1 < e_1^1, \qquad n_3 > \frac{b\sqrt{2}e_1^1}{2},$$

$$n_1 > \frac{b\sqrt{2}(e_3^1 + e_1^1)}{4}, \qquad \frac{n_1}{n_3} > \frac{(e_3^1 + e_1^1)}{2e_1^1}$$

$$J_1(n) < I_3/I_1 < J_2(n) \tag{16}$$

Полученные соотношения (7), (10) и (16), отражающие условия устойчивости стационарных вращении и регулярной прецессии, удобно представить в следующем безразмерном виде.

Введем параметр $\rho = e_3^1/e_1^1$ - отношение коэффициентов поляризуемости ротора,

$$N_1 = \frac{n_1}{b\sqrt{2}e_1^1}, \quad N_3 = \frac{n_3}{b\sqrt{2}e_1^1},$$

нормированные коэффициенты сопротивления, характеризующие вязкость окружающей среды, тогда имеем:

условия устойчивости стационарного вращения вокруг полярной оси

$$N_3 > \frac{1}{2}, \quad N_1 > \frac{\rho}{4} \tag{17}$$

$$\frac{I_3}{I_1} > J_2(N)$$

условия устойчивости стационарного вращения вокруг экваториальной оси

$$N_3 > \frac{1}{2}, \quad N_1 > \frac{\rho}{4} \tag{18}$$

$$\frac{I_3}{I_1} > J_2(N)$$

условия устойчивости регулярной прецессии при

$$0 < \rho < 1, \qquad N_3 > \frac{1}{2},$$

$$N_1 > \frac{\rho + 1}{4}, \quad \frac{N_1}{N_3} > \frac{\rho + 1}{2},$$

и при

$$\rho > 1, \; N_3 > \frac{1}{2}, \tag{19}$$

$$N_1 > \frac{\rho + 1}{4}, \quad \frac{N_1}{N_3} < \frac{\rho + 1}{2},$$

$$J_1(n) < I_3/I_1 < J_2(n)$$

где

$$J_1(n) = \frac{(4N_3 - 1)(\rho + 1)}{8N_1 - (\rho + 1)}, \quad J_2(n) = \frac{(2N_3)(\rho + 1) - \rho}{4N_1 - \rho}.$$

References:

1. Ishlınskı, A.Y., Borzov, V.I., & Stepanenko, I.P. (1983). *Lektsı po teorı gıroskopov*. (p.187). Moscow: Nauka.
2. Martynenko, Y.G. (1988). *Dvıjenıe tverdogo tela v elektrıcheskıh ı magnıtnyh polıah.* (p.368). Moscow: Nauka.
3. Kobrın, A.I. (1985). Asımptotıcheskoe reshenıe zadachı o dvıjenı tverdogo tela v magnıtnom pole. *Dıfferentsıalnye uravnenya*, №10, pp.1808-1811.
4. Kobrın, A.I., & Martynenko, Y.G. (1981). Dvıjenıe provodyashego tverdogo tela okolo centra mass v medlenno ızmenyaushemsya magnıtnom pole. *DAN SSSR*, T.261, №5, pp. 1070-1073.
5. Novojılov, I.V. (1980). *Prıblıjennye metody ıssledovanya dınamıcheskıh sıstem*. Konspekt lekcı. (p.48). Moscow: MEI.
6. Delektorskıı, B.A., et al. (2016). Razrabotkı ı ıssledovanıya gıroskopıcheskıh gısterezısnyh elektroprıvodov. *Vestnık MEI*, №4, pp.29-37.
7. Medvedev, A.V. (1984). *Dınamıka nesbalansırovannogo gıroskopa s nekontaktnym podvesom*: Dıss.kand.fız.-m.naýk. (p.107). Moscow: MGU.
8. Duısembıev, E.E., & Tattibekov, K.S. (2018). Gıroskop rotorynyń joǵary jıilikti aınalmaly magnıt órisindegi qozǵalysy. *Mehanıka ı tehnologıı*, №2(60), pp.150-157.
9. Duısembıev, E.E. (2019). Dvıjenıe provodyaego tverdogo tela v soprotıvlyausheısya srede prı maloı glubıne pronıknovenıya polya v provodnık. *Mehanıka ı tehnologıı*, №2(64), pp.43-49.
10. Dúısembıev, E.E. (1993). *Uravnenııa dvıjenııa tverdogo tela v vysokochastotnom pulsıruyushem magnıtnom pole*. Materıaly regıonalnoı nauchno-metodıcheskoı konferentsıı. «Problemy vysshego obrazovanıya v novyh socıalno ekonomıcheskıh uslovııah», (pp.56-60). Karatau.