

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
PIHII (Russia) = 0.156
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)

International Scientific Journal Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2019 Issue: 06 Volume: 74

Published: 57.06.2019 <http://T-Science.org>

SECTION 7. Mechanics and machine construction.

QR – Issue



QR – Article



Akmal Ahadovich Mirzoev
Academy of Sciences
Doctor of Philosophy, institute
of mechanics and seismic stability
of structures
the Republic of Uzbekistan



Yanvarjon Djakhongirovich Khodjaev
Academy of Sciences
Doctor of Science, Uzbekistan

RETARDATION RHEOLOGICAL EQUATION OF THE ELASTIC-VISCOUS-INERT MEDIUM AND ITS SOLUTION

Abstract: The goal of this research is to improve the strain state deformation (SSD) equations for resiliently viscous-inert media that resist them by taking into account the volume contents of the phases and solid-like fluid viscous-inertly deformable media in order to establish the flow pattern with the formation and destruction of the plastic flow core and more adequate description of the flow processes.

Key words: rheology, relaxation, retardation, heredity, viscosity, elasticity, plasticity, inertly deformability, fluid, multiphase, stress, dispersion.

Language: Russian

Citation: Mirzoev, A. A., & Khodjaev, Y. D. (2019). Retardation rheological equation of the elastic-viscous-inert medium and its solution. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 06 (74), 505-511.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-06-74-57> **Doi:** <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2019.06.74.57>

РЕТАРДАЦИОННОЕ РЕОЛОГИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ УПРУГО-ВЯЗКО-ИНЕРТНОЙ СРЕДЫ И ЕЕ РЕШЕНИЕ

Аннотация: Целью исследования данной работы является усовершенствование уравнений НДС упруго-вязко-инертной сопротивляемых их сред посредством учета объемных содержаний фаз и твердообразных текучих вязко-инертно деформируемых сред с целью установления закономерности течения с образованием и разрушением пластического ядра потока и более адекватного описания процессов течения.

Ключевые слова: реология, релаксация, ретардация, наследственность, вязкость, упругость, пластичность, инертно деформируемость, текучая среда, многофазность, напряжения, дисперсность.

Постановка проблемы.

Большая часть встречаемых в природе, технике и технологии твердообразных текучих материалов являются дисперсными системами, состоящими из двух и более фаз. К таким средам относятся, в частности, глинистые и цементные растворы, смолы, парафинистые нефти, пасты, мази, пульпы, смазочные материалы, масляные краски, пищевые массы и многое др.

Эти вещества обладают несколькими фундаментальными свойствами: упругостью, пластичностью и вязкостью. Вещества, свойства

которых определяются вязкостью и пластичностью и соответствуют телу Шведова-Бингама, образуют класс веществ, называемых бингамовскими средами. Среда, обладающая вязкостью и пластичностью в различной степени и образующие более широкий класс веществ, чем бингамовские среды, называются вязкопластическими средами.

Течение вязкопластической среды по предложенному Сен-Венаном обобщенному реологическому уравнению, начинается, когда напряжение равно или больше предельного

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 0.156
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

напряжения сдвига ($\tau \geq \tau_0$) при этом область течения, где $\tau = \tau_0$ образует ядро потока (при течении в трубопроводах) или область пластичности, а в области течения, где $\tau > \tau_0$ происходит вязкое течение. Считается, что ядро потока движется как твердое тело, а за пределами ядра потока вязкое течение, таким образом, поток состоит из двух агрегатных состояний структурированного ядра потока и вязкой жидкости. Практическими и экспериментальными измерениями установлен факт разрушения ядра потока по мере движения среды, т.е. ядро потока постепенно разрушаясь переходит в вязко-пластичную жидкость [1]. Это изменение агрегатного состояния ядра потока приводит к изменению реологических и гидродинамических свойств всей движущейся среды.

Так как своевременное и более точное установление значений реологических и гидродинамических параметров сред, используемых в технике и технологии, является важнейшим фактором предупреждения аварийных ситуаций, осложнений, а также являются стимулом усовершенствования техники и технологических процессов, то научные исследования в данном направлении являются актуальными.

Анализ последних исследований и публикаций.

В последние десятилетия развиваются представления о том, что, в исследовании течений сред, содержащих несколько фаз, находящихся в различных агрегатных состояниях, перенос физической субстанции осуществляется не только на молекулярном, но и молярном уровне. Молярные переносы, проявляемые в турбулентном потоке, изучены Рейнольдсом, Прандтлем, Лойцянским, Batchelor G.K. и др. [1, 3, 6, 8, 9, 10]. Коллективные - молярные переносы в газовых потоках рассмотрены Струминским и его учениками [1]. Уравнения напряжённо-деформационного состояния (НДС) для молярных переносов в неньютоновских текучих средах предложены в работах [4, 7]. Большинство выше указанных сред проявляют тиксотропные свойства, т.е., структура их изотермически разрушается при действии нагрузки и образуется после снятия нагрузки. Разрушение структуры происходит формированием надмолекулярных образований – молей, размеры и форма которых соответствуют действующему значению нагрузки. Это явление объясняется структурной релаксацией малопрочной твердообразной текучей среды, при остановке по истечении некоторого времени в системе опять образуются

моли и более крупные кинетические единицы, а в последствии непрерывная структура.

Выделение нерешенных ранее частей общей проблемы.

В работах авторов данной работы получена новая закономерность, заключающаяся в пропорциональности тензора напряжения тензору ускоренных деформаций и тем самым определено новое свойство материалов. Предложена механическая модель, параллельным и последовательным соединением которой получены множества релаксационных и ретардационных моделей для описания реологически сложных сред, наделенных упругими, вязкими и инертными свойствами. В частности, решением простой ретардационной модели относительно скорости деформации установлено свойство деформирующегося материала, выражающее собой вязкое последствие, которое обусловлено упруго-вязко-инертной сопротивляемостью сред к деформационным процессам.

Введены понятия двух периодов релаксации (ретардации) равные отношению линейной плотности к динамической вязкости и корню квадрата отношения линейной плотности к коэффициенту упругости соответственно.

В вышеупомянутых работах показано, что многие вещества, особенно двух и более фазные, не могут быть охарактеризованы простыми реологическими моделями. Реологически сложные деформируемые среды обладают более чем одним периодом релаксации или ретардации, а чаще целым спектром периодов релаксации и ретардации. С возрастанием действующей нагрузки скорость деформирования увеличивается, т.е., происходит ускорение деформации, разрушение пространственной сетки структуры превалирует над восстановлением, и среда течет с изменяющимися параметрами, определяющими его свойства

Весьма часто явления релаксации и последствия, известные под общим названием как наследственность, проявляются одновременно даже у сред, которые при течении не отличимы от вполне вязких жидкостей, не говоря уже о таких средах, как концентрированные смеси, растворы, масла, пасты, нефти, битумы и т.п., в которых эти свойства ярко выражены. Релаксационные и ретардационные переходы в смесях проявляются на разных уровнях их молекулярной и молярной организации. Под термином «моли» мы подразумеваем более представительные частицы, состоящие из большого количества молекул как однородной, так и неоднородной среды в физико-

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 0.156
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

механическом поведении, которые проявляют себя как целостное образование.

Формулировка целей статьи. Целью исследования данной работы является усовершенствование уравнений НДС упруго-вязко-инертной сопротивляемых их сред посредством учета объемных содержаний фаз и твердообразных текучих вязко-инертно деформируемых сред с целью установления закономерности течения с образованием и разрушением пластического ядра потока и более адекватного описания процессов течения.

Изложение основного материала. В связи, с чем рассматриваемую среду считаем, состоящей из двух частей, причём одна часть состоит из неупорядоченных, несвязанных мельчайших частиц, а вторая из связанных сегментов представляет собой распределенные по всему объёму структурированные микрообласти - моли различного типа. Различные типы молей характеризуются соответственно различными временами жизни. При изменении напряжения происходит перераспределение числа частиц между структурированной и неструктурированной частями среды, т.е., изменяется относительное объёмное содержание свободных частиц и молей.

Смеси, в частности, дисперсные системы, структура которых описывается моделью, согласно которой имеется жидкая и твердая фазы. Частицы твердой фазы, связываясь с молекулами жидкости и близи находящимися частицами твердой фазы, в нашем понимании молей, как в отдельности, так и в связанной совокупности представляют собой моли, но более прочные, чем моли, состоящие из частиц жидкости. Таким образом, вязко-инертно деформируемые среды - это жидкости, часть которых образует непрерывную вязко деформируемую фазу, а часть жидких частиц объединенные в моли как в турбулентном потоке (размеры которых могут иметь от нескольких сот микронов до нескольких сот метров, обладая различной формой и массой). К молям, в нашем понимании, относятся также дисперсные частицы и их связанные между собой и жидкостью более крупные кинетические образования, находящиеся в среде. При этом молекулярные образования и дисперсные частицы, а также их связанные комплексы в жидкости будем называть молями. Эти смеси деформируются кроме механизма вязкостного, упругого также по деформационной инерции [11].

В данном случае сравнительно небольшие количество совоккупленных частиц - молей могут обеспечить возрастание необратимой вязкой

деформации, связанной с деформационной инерцией или, наоборот, могут задержать ее по той же причине если они, сопротивляясь благодаря той же деформационной инертности или то же самое вязкой запаздывающей деформации двигаются в течении. Для недеформированной среды процессы разрыва и восстановления физических узлов (связей) при тепловом движении молекул и молей взаимно уравниваются, а после приложения нагрузки равновесие нарушается и начинается процесс направленной перегруппировки узлов и цепей с образованием и разрушением различного размера и формы кинетических единиц. Из-за чего в таких средах будет наблюдаться широкий набор времён релаксации и ретардации, охватывающих несколько порядков. По этим данным можно определить практически все физико-механические свойства сред связанных с протекающими в них процессами релаксации и ретардации.

Особенности структурной организации сред, т.е. существование различных форм их молекулярной и молярной подвижности приводят к появлению различных релаксационных и ретардационных процессов, каждый из которых связан с подвижностью тех или иных структурных элементов. Поведение такой среды в целом может быть описано спектром времён релаксации и ретардации. В этих средах, за быстрые релаксационные и ретардационные процессы ответственны мелкомасштабные движения молекул и макромолекул, а времена релаксации и ретардации, связанные с подвижностью более крупных представителей – молей, т.е. различных элементов надмолекулярных структур, частиц дисперсной фазы и их комплексов могут быть довольно большими и распределяться в большом диапазоне временной шкалы. Соответствующие им релаксационные и ретардационные процессы протекают относительно медленно, т.е., более ярко проявляется деформационная инертность крупных образований в этих средах.

В связи с чем, релаксационные и ретардационные процессы в текучих средах следует рассматривать как макроскопическое проявление их молекулярной и молярной подвижности, связанной с отличающимися по размеру (в широком интервале) кинетическими отдельностями-молями.

Для характеристики эксплуатационных свойств и их прогнозирования: растворов, смол, парафинистых нефтей и многих других многофазных сред, в частности, глинистых растворов, содержащих различного размера и рода частиц, их структурных образований наиболее важными являются медленные релаксационные и

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
ПИИЦ (Russia) = 0.156
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

ретардационные процессы. В связи, с чем появляется необходимость развития метода релаксационной спектроскопии в этой области, соответствующей медленным процессам физической и гидродинамической релаксации. Медленные релаксационные процессы, проявляющиеся, в частности, в глинистых растворах при тиксотропном образовании и разрушении структуры природы и закономерности, которых на данное время недостаточно исследованы. Основным интерес здесь представляет, какие именно релаксационные механизмы ответственны за эти процессы, сколько их, как они связаны со структурными параметрами среды и как, достоверно прогнозировать свойства этих сред, проявляемых в технологических процессах.

Очевидно, что разработка современных методов расчета и прогнозирования невозможна без знания всех релаксационных и ретардационных механизмов и их кинетических характеристик для различных жидкостей и смесей и особенно для тех, которые находятся в переменных и длительных условиях эксплуатации. Как было сказано выше, при воздействии на среду напряжения происходит перераспределение числа частиц между структурированной (молярными образованиями) и неструктурированной частями среды, т.е. деформационные процессы, сопровождаются изменением относительных объемных содержаний свободных мельчайших частиц и молей. В связи, с чем рассмотрим вопросы обобщения реологических уравнений состояния на случаи учитывающих в выделенном элементе объема объемные содержания реологических свойств фаз.

Представим себе среду, состоящую из частиц ньютоновской жидкости, обладающих вязкими свойствами, твердых частиц, обладающих упругими свойствами, а также связанных в комплексы большого количества того и другого сортов частиц, проявляющих свойства деформационной инертности. Эти свойства определяются μ - динамической вязкостью жидкости, m_{ℓ} - коэффициентом линейной плотности молей, а также коэффициентом упругости G твердых частиц.

Если для простоты предположить, что в выделенном объеме находятся два типа частиц и они распределены случайным образом и каждый

сорт частиц занимает определенную долю объема [3] то эта часть объема будет обладать свойствами тех частиц, которые в нем находятся, скажем свойством выражающимся истинной динамической вязкостью μ_i , а вторая часть выделенного объема скажем деформационной инертностью, определяющей это свойство истинным коэффициентом линейной плотности $m_{\ell i}$. Если теперь предположить, что из выделенного объема изъяты молярные частицы, а жидкость распределить по всему объему, то она будет иметь свойство жидкости, выражаемой приведенной динамической вязкостью μ_n .

Если из выделенного объема, в котором находятся частицы вязкой жидкости и молярные частицы, изъяты вязкую жидкость и считать, что молярные частицы, имевшие истинные коэффициенты линейной плотности $m_{\ell i}$, распределены по всему выделенному объему, то эта среда будет иметь теперь коэффициент приведенной плотности $m_{\ell n}$.

Таким образом, отношения, приведенных свойств к истинным свойствам, т.е. $\mu_n/\mu_i = f_1$ и $m_{\ell n}/m_{\ell i} = f_2$ есть нечто иное как объемная доля вязких и деформационно-инертных свойств смеси соответственно. Это же рассуждение, распространив для упругого свойства твердых частиц в случае нахождения их в выделенном объеме, получим объемную долю упругих свойств в смеси в виде $G_n/G_i = f_3$.

Если в выделенном объеме отсутствуют частицы, имеющие деформационные свойства, кроме рассматриваемых здесь, то будем иметь соотношение:

$$\mu_n/\mu_i + m_{\ell n}/m_{\ell i} + G_n/G_i = 1 \quad \text{или} \\ f_1 + f_2 + f_3 = 1. \quad (1)$$

Так как $\mu_n = f_1\mu_i$, $m_{\ell n} = f_2 m_{\ell i}$ и $G_n = f_3 G_i$, то в смеси напряжения по закону Гука, Ньютона и деформационной инертности выразятся следующим образом:

$$\tau = f_1\mu_i\dot{\gamma}, \quad \tau = f_2 m_{\ell i}\ddot{\gamma}, \quad \tau = f_3 G_i\gamma. \quad (2)$$

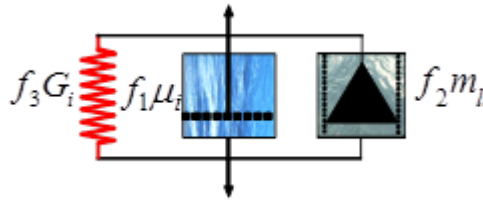


Рисунок 1 - Параллельное соединения простых механических элементов Гука, Ньютона и деформационной инертности.

Соединяя параллельно элементы Гука, Ньютона и деформационной инертности [2] получим ретардационные уравнение напряженно-деформационного состояния в виде (рис.1):

$$f_2 m_{ei} \ddot{\gamma} + f_1 \mu_i \dot{\gamma} + f_3 G_i \gamma = \tau. \quad (3)$$

Если на эту систему действует переменная во времени напряжения $\tau = \tau_0 \cos \omega t$, то вместо (3) будем иметь:

$$\ddot{\gamma} + \frac{f_1 \mu_i}{f_2 m_{ei}} \dot{\gamma} + \frac{f_3 G_i}{f_2 m_{ei}} \gamma = \frac{\tau_0}{f_2 m_{ei}} \cos \omega t. \quad (4)$$

Решение ретардационного уравнения состояния. Полное решение уравнения (4) будет состоять из двух частей - первая, "нестационарная" часть, которая затухает со временем как $e^{-\frac{f_1 \mu_i}{f_2 m_{ei}} t}$ и имеет вид:

$$\gamma = C e^{-\frac{f_1 \mu_i}{f_2 m_{ei}} t + i \left(\frac{f_3 G_i}{f_2 m_{ei}} - \frac{f_1^2 \mu_i^2}{f_2^2 m_{ei}^2} \right)^{1/2} t}, \quad (5)$$

где $\frac{f_2 m_{ei}}{f_1 \mu_i} = t_{Kh}$.

Заменив в уравнении (3) $\tau = \tau_0 \cos \omega t$ величин $\tau = \tau_0 e^{i\omega t}$ переписем его в виде:

$$f_2 m_{ei} \ddot{\gamma} + 2 f_1 \mu_i \dot{\gamma} + f_3 G_i \gamma = \tau_0 e^{i\omega t}. \quad (6)$$

Решение уравнения (4.6) выберем в виде:

$$\gamma = A e^{i\omega t}, \quad (7)$$

откуда,

$$\dot{\gamma} = i\omega A e^{i\omega t} = i\omega \gamma, \\ \ddot{\gamma} = i^2 \omega^2 A e^{i\omega t} = -\omega^2 \gamma.$$

Подставляя эти равенства в уравнение (6), имеем:

$$(-A\omega^2 f_2 m_{ei} + i\omega A f_1 \mu_i + A f_3 G_i) e^{i\omega t} = \tau_0 e^{i\omega t}$$

Поскольку это уравнение выполняется при всех значениях t , то:

$$A = \frac{\tau_0}{i\omega f_1 \mu_i + (f_3 G_i - \omega^2 f_2 m_{ei})}.$$

Умножив числитель и знаменатель последнего равенства на $-i$ и ведем понятие реологического импеданса, которое, в отличие от механического импеданса, определяется как напряжение, необходимое для деформирования среды с единичной скоростью деформации, т.е.:

$$|I| = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}}. \quad (8)$$

По аналогии с механическим импедансом, который определяется механическими параметрами, реологический импеданс системы, описываемой (8), определяется реологическими параметрами в виде:

$$I = f_1 \mu_i + i \left(\omega f_2 m_{ei} - \frac{f_3 G_i}{\omega} \right) = f_1 \mu_i + i I_i,$$

$$I = |I| e^{i\varphi}; \quad \text{tg } \varphi = I_i / f_1 \mu_i;$$

где

φ - разность фаз между напряжениями и скоростью деформации:

$$|I| = \left[f_1^2 \mu_i^2 + \left(\omega f_2 m_{ei} - \frac{f_3 G_i}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Здесь в отличие от работ [2, 4] реологический импеданс выведен с учетом объемных концентраций фаз - вязких, инертных и упругих деформационных свойств.

Таким образом, коэффициент A можно переписать так:

$$A = -i \frac{\tau_0}{\omega I}.$$

Следовательно, решение (7) примет вид:

$$\gamma = -i \frac{\tau_0 e^{i(\omega t - \varphi)}}{\omega |I|} \quad (9)$$

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Этим стационарным решением в комплексной форме полностью определяется амплитуда и фаза деформации относительно действующего напряжения, после того как нестационарный член не оказывает влияния на общее решение.

Решение (9) позволяет сделать три существенных приведенных ниже выводов. Наличие реактивной части реологического импеданса обуславливает разность фаз φ между деформацией и напряжением. Существует дополнительная разность фаз, обусловленная множителем $-i$, даже при $\varphi = 0$ деформация отстает по фазе от напряжения $\tau = \tau_0 \cos \omega t$ на $\frac{\tau_0}{\omega |I|}$ 90°. Максимальная деформация среды равна

Выделив действительную часть из решения:

$$\gamma = -i \frac{\tau_0}{\omega |I|} \cos(\omega t - \varphi) + \frac{\tau_0}{\omega |I|} \sin(\omega t - \varphi),$$

получим:

$$\gamma = \frac{\tau_0}{\omega |I|} \sin(\omega t - \varphi). \quad (10)$$

Определение расчетной формулы для изменения скорости деформации среды. Скоростью деформации при вынужденном колебательном деформировании среды в стационарном состоянии будет:

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau_0}{|I|} e^{i(\omega t - \varphi)}, \quad (11)$$

откуда следует, что разность фаз между скоростью деформации $\dot{\gamma}$ и напряжением равно только φ , так как перед τ_0 нет множителя i . При $\varphi = 0$ из (11) следует, что скорость деформации будет находиться в фазе с напряжением.

Амплитуда скорости деформации равна $\tau_0 / |I|$, как и ожидалось при определении

реологического импеданса (8). Действительная часть скорости деформации (11), соответствующая действительной части напряжения, запишется в виде:

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau_0}{|I|} \cos(\omega t - \varphi). \quad (12)$$

Сравнивая (10) и (12), получаем, что скорость деформации в среде всегда будет опережать деформацию по фазе на 90°, а ее сдвиг фазы относительно напряжения равен лишь φ , причем:

$$tg \varphi = \frac{\omega f_2 m_{ei} - \frac{f_3 G_i}{\omega}}{f_1 \mu_i} = \frac{I_i}{f_1 \mu_i}. \quad (13)$$

Амплитуда скорости деформации, как показано выше, равна:

$$\frac{\tau_0}{|I|} = \frac{\tau_0}{\left[f_1^2 \mu_i^2 + \left(\omega f_2 m_{ei} - \frac{f_3 G_i}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2}};$$

она зависит от частоты ω действующей на систему напряжения. При действии на систему напряжением низкой частоты реологический импеданс будет в основном определяться коэффициентом упругой деформации, а при действии напряжением высокой частоты - членом $m_{ei} \omega$ (коэффициентом инертной деформации, умноженным на ω). На частоте:

$$\omega^2 = \frac{f_3 G_i}{f_2 m_{ei}} = \frac{f_3 G_i f_1 \mu_i}{f_1 \mu_i f_2 m_{ei}} = \frac{1}{t_K t_{Kh}},$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{t_K t_{Kh}}},$$

откуда где

$$t_K = \frac{f_1 \mu_i}{f_3 G_i}, \quad t_{Kh} = \frac{f_2 m_{ei}}{f_1 \mu_i} - \text{время ретардации,}$$

реологический импеданс принимает свое минимальное значение $|I| = f_1 \mu_i = I$, следовательно $f_i \rightarrow 1$, а скорость деформации принимает максимальное f_i значение и определяется закономерностью вязкого течения Ньютона:

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 0.156
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau_0}{f_1 \mu_i}$$

В этом случае частота $\omega_0 = (f_3 G_i / f_2 m_{li})^{1/2}$ называется частотой резонанса скорости деформации рассматриваемой среды. При $\omega = \omega_0$ имеем $tg \varphi = 0$, так как скорость деформации и напряжение в фазе. Из уравнений (12) и (13) следует, что при $\omega f_2 m_{li} > f_3 G_i / \omega$ скорость деформации $\dot{\gamma}$ отстает по фазе от напряжения, поскольку в аргумент косинуса входит φ . Когда частота напряжения очень велика ($\omega \rightarrow \infty$), $\varphi \rightarrow 90^\circ$, поэтому скорость деформации отстает по фазе от напряжения именно на эту величину.

При $\omega f_2 m_{li} < f_3 G_i / \omega$ фаза φ отрицательна и скорость деформации опережает по фазе

напряжение. В случае действия напряжения $f_3 G_i$

низкой частоты ($\omega \rightarrow 0$) имеем $I \rightarrow \omega$ и $\varphi \rightarrow -90^\circ$.

Таким образом, скорость деформации на низких частотах опережает напряжение по фазе (φ отрицательна), а на высоких частотах - отстает от напряжения по фазе (фаза отрицательна). При $\omega f_2 m_{li} < f_3 G_i / \omega$ и $\varphi = 0$ скорость деформации и напряжение находятся в фазе.

Перспективами дальнейших исследований является исследование более сложных ретардационно-релаксационных реологических с целью повышения эффективности модели движения многофазных текучих сред, используемых в практике.

References:

1. Gnoevoy, A. V., & Chesnokov, V. M. (2003). Bingham medium as an object of study. *MSM, Volume 3, Moscow*, pp. 90-98.
2. Khusanov, I. N. (2008). *Rheological model of concentrated slurries*. Mezhdunarodnaya nauchno-tekhn. konferentsiya «Sovremennaya tekhnika i tekhnologiya gornometallurgicheskoy otrasli n puti ikh razvitiya» [Int. sci.- tech. Conf. "Modern equipment and technology of mining and metallurgical industry and their development"]. (pp.109-110). Navoi.
3. Rakhmatulin, K. A. (1956). Fundamentals of hydrodynamics of interpenetrating motion of compressible media. *PMM, Volume XX, Issue 2*, pp. 184-195.
4. Khusanov, I. N. (2008). *Rheological model of concentrated slurries*. Mezhdunarodnaya nauchno-tekhn. konferentsiya «Sovremennaya tekhnika i tekhnologiya gornometallurgicheskoy otrasli n puti ikh razvitiya» [Int. sci.- tech. Conf. "Modern equipment and technology of mining and metallurgical industry and their development"]. (pp.109-110). Navoi.
5. Mirzoev, A. A., Khodjaev, Y. D., Khusanov, I. N., & Khajimatova, M. M. (2015). *The flows of multiphase with complex considering volume content phases*. XI Vserossieskiy s'ezd po fundamental'noy i prikladnoy mekhaniki [The XIth all-Russian congress on basic problems of theoretical and applied mechanics]. (pp. 2558-2561). Kazan.
6. Nigmatulin, R. I. (1978). *Osnovy mekhaniki getrogenykh sred [Fundamentals of mechanics of heterogeneous media]*. (p.336). Moscow.
7. Khusanov, I. N. (1987). *About deformable medium by inertia*. *Sbornik «Gidrodinamika mnogofaznykh sred i teplomassoobmen»* [In Proc. «Hydrodynamics of multiphase media, and heat and mass transfer»]. (pp.151-155). Tashkent: Fan Publ.
8. Slezkin, N. A. (1955). *Dinamika vyazkoy neshimaemoy zhidkosti* [The dynamics of a viscous incompressible fluid]. (p.520). Moscow: State Publ. of tech. – theory. references.
9. Loytsianskiy, L. G. (2003). *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Mechanics]. (p.840). Moscow: Drofa Publ..
10. Batchelor, G. K. (2000). *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
11. Mirzoev, A. A., & Khusanov, I. N. (2016, October). Model of quasi-linear rheodynamic medium and its solution. *International Journal of Research in Engineering and Technology (IJRET) Volume 5, Issue 10*, pp. 37-42.