

Tipo de artículo: Artículo original

Temática: Soluciones Informáticas

Recibido: 20/01/2019 | Aceptado: 26/03/2020 | Publicado: 02/06/2020

Estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades necesarias para la resolución de problemas de combinatoria en la matemática discreta

Didactic strategies for development skills needed for combinatorial solving problem in the discrete mathematic subject

José Hilario Quintana Álvarez ^{1*}, Tito Diaz Bravo ², Alejandro Rosete Suarez ³, Ivonne Almeida la O ⁴

¹ Vicedecanato de investigación y Postgrado, Facultad de Tecnologías Educativas, Universidad de las Ciencias Informáticas. Carretera a San Antonio Km 2 1/2. Reparto Torrens. La Habana. jhquintana@uci.cu

² Centro de Innovación de la Calidad de la Educación. Universidad de las Ciencias Informáticas. Carretera a San Antonio Km 2 1/2. Reparto Torrens. La Habana. tdias@uci.cu

³ Comisión de Grado Científica, Universidad Tecnológica de la Habana José Antonio Echeverría. Central Martínez Prieto. rosete@ceis.cujae.edu.cu

⁴ Instituto de Tecnologías Aplicadas. Universidad de la Habana. Quinta de los molinos. ivonne@instec.cu

* Autor para correspondencia: jhquintana@uci.cu

Resumen

En este artículo se presenta una estrategia didáctica dirigida al desarrollo de las habilidades necesarias para la resolución de problemas de combinatoria en la asignatura Matemática Discreta II de la Ingeniería en Ciencias Informáticas. A partir del análisis del estado del arte del tratamiento de la combinatoria en las carreras de Ingeniería Informática, en el que se destaca la aplicación de diagramas de árboles, el empleo de códigos y la utilización de la gamificación y las tecnologías de la información y la comunicación, se presentan los componentes de la nueva estrategia didáctica.

Palabras clave: Estrategia, Didáctica, Habilidades, Combinatoria, Resolver, Problemas

Abstract

This article presents a didactic strategy aimed at developing the necessary skills for solving combination problems in the Discrete Mathematics II course in Computer Science Engineering. From the analysis of the state of the art of the treatment of the combination in the careers of Computer Engineering, which highlights the application of tree diagrams, the use of codes and the use of gamification and information and communication technologies, the components of the new didactic strategy are presented.

Keywords: *Estrategy, Didactic, Skills, Combinatory, Solve, Problems*

Introducción

La teoría combinatoria tiene aplicación en las diferentes disciplinas de la Ingeniería Informática y otras carreras afines y su estudio. En la Universidad de las Ciencias Informáticas (UCI) este contenido se incluye en la asignatura Matemática Discreta II (MD II) que se imparte en el segundo semestre del primer año de la carrera y su tratamiento está dirigido al desarrollo por el estudiante de habilidades en la resolución de problemas.

Varios profesores que imparten la matemática discreta de la Facultad Introdutoria de Ciencias Informáticas (FICI) de la UCI señalan que el proceso de desarrollo de habilidades para la resolución de problemas combinatorios no llega a alcanzar aún la efectividad deseada y citan como ejemplo las manifestaciones de conformismo con la evaluación de tres puntos entre un número significativo de los estudiantes aprobados.

En el plano internacional autores como Lockwood (2015), Godino (2016), Mneimneh (2017) y Meika (2018) a la vez que destacan la importancia de la combinatoria para la informática y el desarrollo del pensamiento listan varias dificultades que enfrentan los estudiantes en cuanto al desarrollo de las habilidades necesarias para la resolución de problemas combinatorios. Junto a los colegas cubanos señalan dificultades relacionadas con interpretar textos, identificar y representar lo dado y lo buscado, seleccionar cuales principios y fórmulas emplear, modelar situaciones, aplicar los contenidos y comprobar la validez de los pasos realizados.

En relación a las asignaturas que se nutren del contenido combinatorio y de los procedimientos de resolución de problemas, Santiago y Prado (2019), docentes del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey señala que “los alumnos que toman los cursos de matemáticas no son capaces de analizar situaciones problemáticas en contexto debido al débil desarrollo de sus habilidades de resolución de problemas y porque los cursos solo promueven el estudio de métodos algorítmicos” . Al respecto señala que “el curso de Probabilidad y Estadística no es la excepción” (Santiago R., 2019, pág. 632).

Profesores de la asignatura Probabilidades y Estadísticas de la Ingeniería Informática pertenecientes a la Universidad Tecnológica de la Habana y al Instec, de la Universidad de la Habana, señalan la necesidad de perfeccionar el proceso de desarrollo de habilidades en la resolución de problemas de combinatoria como base de su asignatura.

Orden lógico para el tratamiento de la teoría combinatoria en la Ingeniería en Ciencias Informáticas

El tratamiento del tema se inicia con la introducción de los principios básicos de la combinatoria. Resulta esencial introducir además el trabajo con el principio de la inclusión-exclusión como una generalización del principio de la suma, este principio proviene de la teoría de conjuntos y su aplicación consecuente evita incurrir en errores de sobreconteo.

Una vez que se introducen los principios básicos del conteo, se toma como punto de partida el principio de la multiplicación para introducir los conceptos de k-permutaciones P_k^n y permutaciones P_n^n , en ambos casos, sin repetición de elementos. Se adiciona como caso especial el concepto de k-permutación con repetición: PR_k^n .

Con estos aprendizajes se introduce el concepto de combinación sin repetición a partir de evidenciarse la relación $P_k^n = C_k^n * k!$. Posteriormente se introducen los conceptos de combinatoria y permutación generalizadas (con repetición de elementos) tomando como base inicial la resolución de situaciones problemáticas relacionadas con el trabajo con conjuntos de objetos indistinguibles.

El contenido referido responde a la solución de cuatro problemas fundamentales que comienzan con el mismo encabezado: “Dado un conjunto simple de n elementos diferentes, determinar la cantidad a_k de subconjuntos diferentes formados por k ($k \leq n$) elementos del conjunto original” y se diferencia en una de las siguientes condiciones:

- Si no se admiten elementos repetidos e importa el orden en que aparecen dichos elementos.
- Si no se admiten elementos repetidos y no se tiene en cuenta el orden en que aparecen sus elementos.
- Si se admite la repetición de elementos e importa el orden en que se encuentren los elementos en dichos subconjuntos.
- Si se admite la repetición de elementos y no importa el orden en que se encuentren los elementos en dichos subconjuntos.

Comentarios:

- Dada la manera en que se estructuran los contenidos del tema queda implícita la orientación de que la persona dispuesta a resolver problemas de conteo considere en primer lugar la repetición o no de elementos y en segundo lugar si se tendrá en cuenta o no el orden de aparición de dichos elementos para considerar o no un subconjunto diferente de otro. Este orden de los análisis es inverso al orden cronológico de impartición del tema.

- Este tema exige el aprendizaje de más de ocho modelos simples, en ciertos problemas algunos modelos constituyen etapas de otro modelo lo que encierra cierta complejidad. Esto puede provocar confusión en algunos estudiantes.
- El análisis de las fuentes bibliográficas del tema revela que el proceso de ir del enunciado o situación al concepto que permite resolverlo, y que parte de la necesidad de descomponer el problema en partes no aparece claramente reflejado. Se aplican pocas herramientas de representación de situaciones problemáticas basadas en árboles u otros tipos de grafo.

Teniendo en cuenta los antecedentes mencionados arriba se propone una estrategia didáctica basada en la utilización de códigos de programación, la aplicación de estrategias que propicien la participación estudiantil y el empleo de las tecnologías de la información y la comunicación, para contribuir a potenciar el desarrollo de las habilidades necesarias para resolver problemas de combinatoria.

Materiales y métodos o Metodología computacional

Para realizar la propuesta se acopiaron y analizaron los planes de estudio D y E de las carreras Ingeniería Informática e Ingeniería en Ciencias Informáticas, los programas analíticos de la asignatura matemática discreta que incluye la teoría combinatoria, las fuentes bibliográficas utilizadas en dicha asignatura y numerosos artículos que abordan aspectos didácticos relacionados con el tratamiento de la combinatoria.

Se acopiaron y analizaron además los instrumentos de evaluación escrita de los estudiantes, se realizaron encuestas a los profesores y entrevistas a directivos con cuyos resultados se elaboró una matriz DAFO relacionada con el modo en que se desarrolla el proceso de enseñanza-aprendizaje de la combinatoria.

Se analizaron varias publicaciones relacionadas con el desarrollo de habilidades enmarcadas fundamentalmente en el enfoque histórico cultural y dentro de este con la teoría de la acción, así como la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales. Se profundizó en la aplicación de estrategias de gamificación, con la aplicación de metodologías que propicien la participación estudiantil y con el empleo de las tecnologías de la información y comunicación (TICs). Como método general del conocimiento científico se aplicó la Dialéctica Materialista.

Desde el punto de vista teórico se aplicaron los métodos Histórico-lógico, del Análisis documental, del Enfoque sistémico, de Inducción-deducción, el Hipotético-deductivo y la modelación. Como métodos empíricos se aplicaron entrevistas a directivos de la Facultad Introductoria de Ciencias Informáticas y a doce profesores de matemática

discreta, la observación, el análisis de evaluaciones y la realización de encuestas. Se siguió una metodología de investigación mixta.

Resultados y discusión

En relación a las estrategias se asume la definición aportada por Valle (2012) “una estrategia es un conjunto de acciones secuenciales e interrelacionadas que partiendo de un estado inicial (dado por el diagnóstico) permiten dirigir el paso a un estado ideal consecuencia de la planeación” (Valle Lima, 2012, pág. 188).

Toda estrategia debe tener como componentes: La misión, los objetivos, las acciones, los métodos y procedimientos, los recursos, los responsables de las acciones y el tiempo en que deben ser realizadas, las formas de implementación y las formas de evaluación. En toda estrategia de enseñanza-aprendizaje es esencial tener en cuenta los principios didácticos enunciados por G. Labarrere y G. Valdivia en 1988.

Estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades para la resolución de problemas de combinatoria

La estrategia didáctica que se propone tiene como misión contribuir al desarrollo de las habilidades necesarias para resolver problemas de combinatoria a través de la enseñanza de las destrezas que deben poseer los futuros profesionales de ingeniería que actuarán en el marco de la cuarta revolución industrial:

El pensamiento analítico e innovación, el aprendizaje activo y de estrategias de aprendizaje, la creatividad, originalidad e iniciativa, el diseño de tecnologías y programación, el análisis y pensamiento crítico, el desarrollo de la inteligencia emocional y la aplicación de sistemas de análisis y evaluación (F. Mohd Kamaruzaman, 2019, pág. 22).

La estrategia tiene como objetivo aplicar el diagnóstico en la toma de decisiones, representar situaciones problemáticas y modelarlas, resolver modelos, desarrollar la participación activa de los estudiantes en su aprendizaje y utilizar las TICs de manera creativa. Por lo que se planifican las siguientes acciones:

- Elaborar un modelo diagnóstico que considere la motivación, los intereses estudiantiles, sus estrategias y estilos de aprendizaje, sus actitudes ante la tarea y resultados docentes.
- Elaborar tipos de reportes diagnósticos mediante herramientas de minería de datos educacionales implementadas con los lenguajes de programación R y R Studio.
- Aplicar el diagnóstico y socializar sus resultados entre los profesores, directivos y estudiantes.
- Diseño de actividades que impliquen la aplicación de técnicas de aprendizaje basado en problemas (ABP), técnicas de gamificación y de la investigación formativa que propicien la participación activa de los estudiantes.
- Diseño de actividades de enseñanza del contenido.

- Diseño de actividades para el desarrollo de las habilidades.
- Aplicar la evaluación diagnóstica.

Para elaborar un modelo diagnóstico que considere la motivación, los intereses estudiantiles, sus estrategias y estilos de aprendizaje, sus actitudes ante la tarea y resultados docentes se aplicaron los siguientes métodos y procedimientos:

Tabla 1: Métodos y procedimientos para elaborar modelos de diagnóstico del desarrollo de las habilidades

Métodos	Procedimientos	Responsable	Tiempo de ejecución
Análisis y síntesis	Consulta de tesis, artículos y documentos	Investigador	Semestre anterior
	Encuestas a profesores y especialistas		Una sesión de trabajo
	Construcción y validación del instrumento		Un mes
Representación del instrumento	El instrumento diagnóstico se reflejará en un libro Excel de manera que se facilite la lectura de los diferentes momentos de desarrollo de las habilidades analizadas, se pueda introducir y extraer datos en este documento a través de los software R y R studio.	Investigador	Un mes

Para elaborar los tipos de reportes diagnósticos mediante herramientas de minería de datos educacionales implementadas con los lenguajes de programación R y R studio, se aplicaron los siguientes métodos y procedimientos:

Tabla 2: Métodos y procedimientos para elaborar los tipos de reportes diagnóstico.

Métodos	Procedimientos	Responsable	Tiempo de ejecución
Minería de datos educacionales	Aplicación de estadísticas descriptivas	Investigador	Semestre anterior
	Aplicación de estadística no paramétrica multivariada inferencial		
	Análisis clúster		
	Generación de reglas borrosas		

Con estos procedimientos se facilita la realización de análisis descriptivo para conformar las trayectorias de aprendizaje de cada estudiante. La evaluación de reglas borrosas permitirá sustentar la toma de decisiones educativas. En la tabla 3 son abordadas las cuestiones relacionadas con el diagnóstico y su socialización entre profesores, directivos y estudiantes.

Tabla 3: Métodos y procedimientos para la aplicación y socialización de diagnóstico.

Métodos	Procedimientos	Responsable	Tiempo de
---------	----------------	-------------	-----------

		ejecución	
Diagnóstico permanente	Diagnóstico inicial	Investigador y profesores	Inicio del tema
	Diagnóstico diario		Por actividad
	Diagnóstico final		Al concluir el tema
Socialización del diagnóstico	Socialización de los reportes a profesores, directivos y estudiantes	Investigador y profesores	Tras la aplicación de
Toma de decisiones	Reuniones del colectivo de asignatura para identificar los estudiantes con diferente nivel de desarrollo de habilidades.	Profesores	los instrumentos diagnóstico
	Agrupamiento de estudiantes con diferentes niveles de desarrollo		
	Diseño de actividades		

Para el diseño de actividades que impliquen la aplicación de técnicas de aprendizaje basado en problemas (ABP) y técnicas de gamificación que propicien la participación activa de los estudiantes se aplicaron los siguientes métodos y procedimientos:

Tabla 4: Métodos y procedimientos para propiciar la participación activa de los estudiantes en su aprendizaje.

Métodos	Procedimientos	Responsable	Tiempo de ejecución
Aprendizaje basado en problemas	Selección de problemas reales apropiados según los resultados del diagnóstico inicial.	Estudiantes y profesores	Inicio del tema
	Seguimiento del proceso de solución que realizan los equipos de estudiantes, realización de consultas.		Diagnóstico Frecuente
	Realización de seminarios o eventos científicos estudiantiles.		Al concluir el tema
Gamificación	Realización de al menos dos actividades de gamificación, por ejemplo: Béisbol combinatorio y Fútbol combinatorio	Profesores y estudiantes	Al finalizar cada subtema

Para facilitar los procesos de transferencia en la interpretación y modelación de situaciones problemáticas se proponen los siguientes procedimientos:

- Hacer hincapié en el proceso de ir del enunciado o situación al concepto que permite al estudiante resolver el problema, para ello hay que evidenciar la necesidad de descomponer el problema en partes.
- Explicitar más la relación que hay entre un mismo modelo y varias realidades en que puede manifestarse. Proponer ejercicios inversos en los que a partir de un modelo dado se diga un texto de problema cuya respuesta sea dicho modelo. Esto tampoco se ha encontrado en los problemas propuestos en la bibliografía del tema.
- Orientar suficiente estudio independiente para fomentar la investigación formativa.

Comentarios en relación al trabajo con diagramas de árboles

Autores como Fischbein (1975), Batanero, Navarro-Pelayo y Godino (1997), Roa (2001), Díaz y de la Fuente (2005), Roldán, Batanero y Beltrán (2018) han ponderado positivamente las potencialidades de los diagramas de árbol en la representación de los problemas y han estudiado su uso en el proceso de búsqueda de la solución. Estos autores coinciden en señalar que la enseñanza no dedica demasiado tiempo al aprendizaje de los diagramas de árbol. Esto se comprueba en la enseñanza actual de la teoría combinatoria.

Fischebein (1975) citado por Roldan (2018) destaca las posibilidades de los diagramas de árbol para la generalización iterativa (Problemas sucesivos con un número mayor de elementos cada vez), para la generalización constructiva (Problemas derivados de uno inicial) y para representar procesos recursivos, pues un árbol de n etapas se obtiene de uno de $n-1$ etapas, este a su vez de otro de $n-2$ etapas y así sucesivamente (Roldán, 2018, pág. 3).

Se acepta que el conteo utilizando representaciones con diagramas de árboles resulta más sencillo y se apoya en la aplicación de los principios de la suma (para todas las ramas que parten de un nodo dado) y de la multiplicación (cuando se multiplican los conteos correspondientes a las etapas que aparecen a lo largo de una rama, que parte de la raíz hasta llegar a la hoja). Todo ello permite interpretar de manera sencilla los teoremas de la probabilidad total y el teorema de bayes.

Comentarios en relación al empleo de códigos para solucionar problemas de conteo.

Para facilitar el proceso de solución de problemas de combinatoria, se acepta la propuesta de Mneimneh y Nikolaev (2017) de emplear códigos similares a lenguajes de programación para representar de manera estándar los tipos de conteo, con ello se contribuye a facilitar la identificación y representación de los tipos de modelos combinatorios. “En la medida en que la sintaxis de los códigos propuestos estandarice dichas representaciones, resultarán menos ambiguas las reglas de conteo para el orden y la representación” (Mneimneh S., 2017, pág. 1).

En correspondencia con el principio de la multiplicación, si una actividad cuenta con varias fases se adopta:

- La utilización de tuplas (delimitadas por llaves) cuando importe el orden de realización de las fases de una actividad, en caso de que no importe el orden de realización de las fases se utilizarán conjuntos (delimitados por paréntesis).
- El cardinal de las tuplas o de los conjuntos mencionados arriba indica el número de fases cada actividad.
- En cada una de las fases, el conteo puede ser con repetición o sin repetición de elementos, esto debe ser declarado al definir los conjuntos de donde se tomen los elementos.

- Si se realiza conteo sin repetición de elementos, el cardinal del conjunto inicial irá disminuyendo de uno en uno en cada nueva fase en caso contrario el cardinal permanecerá constante.

Si por ejemplo se desea contar las maneras en que se puede realizar una actividad que posee cuatro 4 fases, sabiendo que en algunas fases hay que contar las formas de seleccionar elementos de un conjunto A cuyos elementos pueden ser tomados de manera repetida y de un conjunto B cuyos elementos no pueden ser tomados de forma repetida, se pueden definir los siguientes códigos:

Código 1

$A = reusable \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$

$B = non\ reusable \{b_1, b_2, \dots, b_r\}$

$count (? A, ? A, ? B, ? A)$

Código 2

$A = reusable \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$

$B = non\ reusable (b_1, b_2, \dots, b_r)$

$count \{? A, ? B, ? B, ? A\}$

Observaciones:

- El símbolo “?” significa cualquier elemento del conjunto que aparece al lado.
- En el código 1 sí importa el orden con el que se ejecutan las cuatro fases: Se cuentan tres selecciones con repetición de elementos del conjunto A y una selección sin repetición de un elemento del conjunto B.
- En la primera fase del código 2 se cuenta primero las formas de seleccionar con repetición un elemento del conjunto A, luego son contadas dos veces las formas de seleccionar sin repetición elementos del conjunto B y finalmente se cuentan la forma de seleccionar con repetición un elemento del conjunto A.

- Aplicando el principio de la multiplicación:

$$count (? A, ? A, ? B, ? A) = (? A) * (? A) * (? B) * (? A) \text{ y } count \{? A, ? A, ? B, ? A\} = \frac{(? A) * (? A) * (? B) * (? A)}{4}$$

- La notación puede ser simplificada así:

$$\{? X, ? X, ? X, ? X\} = \{? X: 4\} \text{ y } (? X, ? X, ? X, ? X) = (? X: 4)$$

- Para el tratamiento de la permutación y la combinatoria generalizada se introducen dos tipos de conjuntos: “Indistinguibles” donde todos los elementos son similares y “Ordenados”, donde los elementos son seleccionados según un orden consecutivo.

En la tabla 5 se ilustran ejemplos de problemas y de códigos que los resuelven:

Tabla 5: Ejemplos de problemas de conteo y de códigos que los resuelven (Mneimneh S., 2017, págs. 3-4):

Ejemplos de problemas	Código que le da solución
Ejemplo 1: Si la actividad consiste en contar el número de chapas (placas) de los	$digit = reusable \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

taxis de una ciudad y se conoce que cada chapa contiene cuatro caracteres: un dígito seguido por una letra, y posteriormente dos dígitos. Se desea contar la cantidad máxima de taxis de una ciudad.	<i>#we can simply specify the size of the set</i> <i>letter = reusable 26</i> <i>count (? digit, ? letter, ?digit, ?digit)</i>
Ejemplo 2: Se desea contar las cadenas binarias de 16 bits que contienen solo cuatro unos.	<i>pos = nonreusable 16</i> <i>count {?pos:4}</i>
Ejemplo 3: Se desea contar la cantidad de formas en las que podemos sentar a tres personas diferentes en tres sillas distinguibles.	<i>person = nonreusable {a,b,c}</i> <i>chair = nonreusable {1,2,3}</i> <i>count {(?person, ?chair):3}</i>
Ejemplo 4: Se desean contar la cantidad de formas de seleccionar cuatro parejas, pero no importa el orden en que se seleccionan las parejas.	<i>A= reusable {a₁, a₂, ..., a_m}</i> <i>B= non reusable {b₁, b₂, ..., b_t}</i> <i>count {(? A, ? B): 4}</i>
Ejemplo 5: “Se requiere contar de cuantas formas diferentes se podrá repartir cinco regalos similares entre tres niños (cualquier niño puede recibir más de un regalo)”.	<i>gift = identical 5</i> <i>kid = reusable 3</i> <i>count {(?gift, ?kid):5}</i>
Ejemplo 6: “Se requiere contar la cantidad de maneras de ubicar a tres personas en tres sillas”.	<i>person = ordered 3</i> <i>chair = nonreusable 3</i> <i>count (!(?person, ?chair):3)</i>

Comentarios: Para que los estudiantes puedan tener certeza de la veracidad del método de conteo que apliquen, Mneimneh y Nikolaev (2017) sugieren que se realicen pequeños ensayos con conjuntos más pequeños a fin de que se pueda valorar la corrección de los pasos.

Esta propuesta aporta elementos interesantes a la estrategia que se propone. El empleo de códigos simples ofrece claridad en la representación y un esquema bastante universal que engloba las diversas situaciones y la aplicación de las diferentes reglas. Se acerca aún más el lenguaje matemático al lenguaje de cómputo, algo favorable para el estudiante de las carreras informáticas, lo que refuerza el carácter intradisciplinario de la Matemática Discreta II.

Es factible elaborar casos de estudio donde se resuelvan ejercicios por la vía tradicional y por esta. Se valora la posibilidad de introducir en próximas etapas de aplicación de la estrategia el Prolog como código con el cual modelar las situaciones problemáticas.

Desarrollo de las habilidades en las clases prácticas y el estudio independiente

El desarrollo de habilidades se realizará fundamentalmente durante las clases prácticas y el estudio independiente. En correspondencia con los resultados del diagnóstico se trabajará con pequeños grupos de estudiantes que se encargarán de resolver los problemas asignados siguiendo la estrategia del aprendizaje basado en Problemas (ABP).

El ABP como estrategia de trabajo en clase, conlleva una serie de pasos esenciales (Rico, 2018, págs. 7-8):

- “Procurar la conexión de los conocimientos previos del estudiante con su realidad circundante. Con ello el docente puede conocer las prácticas cotidianas de sus alumnos y el contexto en que se desenvuelven.
- Realizar una planeación encaminada a favorecer el planteo de situaciones que emerja de las necesidades del estudiante o de su entorno. Esta planeación incluye los objetivos de aprendizaje y la proyección del escenario educativo con vistas a la formación desde el punto de vista educativo.
- El estudiante debe ser un sujeto activo de su aprendizaje.
- El proceso evaluativo no se enfoca a la evaluación de los contenidos sino como parte del proceso formativo.
- El proyecto debe ser visto como una estrategia de trabajo dirigida al aprendizaje mediado por las siguientes características:
 - Se construye sobre la base de la acción.
 - Se da en interacción con otros.
 - Requiere de disciplina, que no es lo mismo que silencio.
 - Se da en ambientes y situaciones significativas para los estudiantes.
- El ABP implica el desarrollo de una capacidad de interlocución estudiante-docente, donde la negociación es una práctica fundamental que desarrollar y donde tanto el profesor como los estudiantes aportan al proceso formativo”.

Bajo esta concepción el desarrollo de habilidades para resolver problemas es una necesidad que emerge en el propio estudiante en la misma medida en que se encuentre motivado y resuelva problemas reales. La enseñanza por proyectos y la gamificación junto a otras metodologías activas no se excluyen, ellas pueden complementar el proceso formativo en correspondencia con los resultados del diagnóstico.

La gamificación en el desarrollo de habilidades

Según Sánchez (2015), Llorens-Largo (2016), se entiende por Gamificación o Serious Games a la utilización de metodologías, estrategias, modelos, dinámicas del juego en propósitos serios para incrementar la concentración, el esfuerzo y la motivación fundamentada en el reconocimiento, el logro, la competencia, la autoexpresión, habilidades

para dar tratamiento a los errores y la diversión. “Diversión implica nueva información fijada en el cerebro, de modo que el secreto del aprendizaje óptimo reside en la diversión” (Faraón Llorens-Largo, 2016, pág. 26).

Según Pérez-López y Rivera García (2017) citando a Kapp (2012), para que se despliegue el verdadero potencial de la gamificación en toda experiencia deben aparecer las siguientes componentes:

“Compromiso, ambientación, los objetivos, los desafíos y retos, los puntos, los niveles, los premios y un sistema de evaluación de la experiencia que siga una metodología dada” (Pérez-López & Rivera García, 2017, pág. 4).

Atendiendo a las actividades de gamificación propuestas en la tabla 4, los estudiantes divididos en equipos con refuerzos deben proponer y contestar problemas combinatorios asumiendo los diferentes roles de ambos juegos deportivos, se planifican estrategias para dar respuesta a las distintas situaciones del juego de manera parecida a la realidad. Los estudiantes tienen la libertad de proponer otra dinámica de juego. El empleo de las TICs puede servir de soporte a estas estrategias de gamificación.

Empleo de las tecnologías de la información y la comunicación (TICs)

Es imposible ignorar el impacto de las tecnologías de la Información y las Comunicaciones cuando se desea diseñar una estrategia de enseñanza-aprendizaje novedosa. Se coincide con Henderson (2018) cuando plantea:

“Vivimos en la era de la información, y la información es una cuestión clave para el éxito en el mundo de hoy. Efectivamente sin información se dificulta vivir en nuestra moderna sociedad. Nos hemos vuelto dependientes de los servicios de video: cable y VCRs, servicios de audio: Como el celular y las redes de trabajo basadas en las tecnologías de comunicación. Las tecnologías multimedia y las tecnologías basadas en redes de trabajo nos pueden proveer vastos recursos de información útil en cualquier momento y lugar” (Henderson., 2018, pág. 2).

El diseño de actividades que propicien el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas de la combinatoria empleando las TICs debe superar la simple reproducción del esquema tradicional. El entorno virtual de aprendizaje debe servir de soporte a las actividades de gamificación propuestas en la estrategia, con el objetivo de presentar el compromiso, la ambientación, las reglas de juego y de socializar ejemplos de jugadas.

Con la aplicación de la evaluación diagnóstica se prestará especial atención no solo a los resultados finales sino a la calidad del proceso de desarrollo de habilidades, los tipos de problemas que el estudiante responde, el proceso de transferencia de una situación resuelto a un nuevo problema de solución desconocida. También se evaluarán la creatividad y las habilidades de socialización, de autorregulación y la inteligencia emocional evidenciada. Todo lo cual será reflejado en el modelo de diagnóstico.

Resultados parciales alcanzados en la aplicación de la estrategia

Durante el curso 2018-2019 se aplicaron varias componentes de la estrategia en uno de los grupos docentes de la Facultad Introdutoria de Ciencias Informáticas (FICI), específicamente los relacionados con el diagnóstico, las formas de representación de situaciones problemáticas, la significatividad del contenido, el desarrollo de habilidades y valores.

Los resultados más significativos alcanzados fueron:

- Elevación del nivel de transferencia al aplicar lo aprendido a nuevas situaciones. Avances en la modelación de situaciones problemáticas más complejas
- Mayor vinculación entre la matemática discreta y la programación al combinar las habilidades aprendidas en ambas disciplinas en la solución de problemas de conteo.
- Desarrollo de capacidades investigativas en los estudiantes lo que se refleja en una mayor participación de los estudiantes en eventos científicos, desarrollo de aplicaciones apk y trabajos de investigación.
- Una elevación de la dedicación y el disfrute de los estudiantes en la realización de las actividades de gamificación.
- Mejor empleo de las tecnologías móviles en función del aprendizaje.

Conclusiones

Dado que la teoría combinatoria constituye uno de los núcleos básicos de la informática y que el aprendizaje de este contenido se basa en la resolución de problemas, en este artículo se presentan las componentes principales de una estrategia didáctica dirigida a potenciar el desarrollo de las habilidades necesarias para resolver dichos problemas de combinatoria.

La estrategia busca solución a la cuestión de enseñar al aprendiz a lidiar con la cantidad de modelos simples propios de la teoría combinatoria y de las posibles combinaciones de dichos modelos necesarias para resolver ciertos problemas combinatorios. Se destaca el tratamiento del contenido utilizando diagramas de árboles, códigos de programación, así como la utilización de la gamificación para promover el aprendizaje activo de los estudiantes. Se utilizan técnicas de minería de datos educacionales para conformar las trayectorias individuales de aprendizaje y para elaborar reportes descriptivos y predictivos. Los resultados parciales alcanzados con la aplicación de algunas componentes de la estrategia resultan promisorios.

Referencias

- F. MOHD KAMARUZAMAN, et al. Comparison of Engineering Skills with IR 4.0 Skills. *iJOE*. Volume 15. Number 10. <https://doi.org/10.3991/ijoe.v15i10.10879>. Universiti Kebangsaan Malaysia, Selangor D.E., Malaysiafathiyah@ukm.edu.my. 2019. p. 15-28.
- GARCÍA, ALIEN. *Matemática Discreta para Ingenieros Informáticos*. Libro en edición. La Habana. 2019. p. 322
- GODINO, J.D., et al. Implicaciones de las relaciones entre Epistemología e Instrucción Matemática para el Desarrollo Curricular: el caso de la Combinatoria. Trabajo realizado en el marco de los proyectos de investigación, EDU2012-31869 y EDU2013-41141-P, Ministerio de Economía y Competitividad (MINECO). 2016.p. 12-17.
- HENDERSON P.B. *Problem Solving. Discrete Mathematics and Computer Science*. Stony Brook, NY. 2018. Fecha de consulta: 10 Agosto 2019. Disponible en: <https://www.researchgate.net/publication/316517679>.
- I MEIKA et al. Students' errors in solving combinatorics problems observed from the characteristics of RME modeling. *J. Phys.: Conf. Ser.* 948 012060. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series* 948(2018) 012060 doi :10.1088/1742-6596/948/1/012060. 2018. Fecha de consulta: 16/03/2018 at 19:54. Disponible en: IP adress 200.55.140.181
- JOHNSONBAUGH, R. *Matemática Discreta*. 6ta Edición. Pearson Education. ISBN 970-26-0637-3. México 2005. p. 697.
- KAPP, K.M. *The Gamification of learning and Instruction*. San Francisco, CA: John Wiley. 2012. p. 245.
- LLORENS-LARGO F. et al. Gamificación del Proceso de aprendizaje. *Lecciones Aprendidas. VAEP-RITA*. Vol 4. Núm 1. 2016. p. 25-32.
- LOCKWOOD, E. REED, Z. CAUGHMAN, J. Categorizing statements of the multiplication principle. *MES*. Planes de estudios D y E. Carrera Ingeniería en Ciencias Informáticas. La Habana. 2014 y 2019.
- MNEIMNEH S., NIKOLAEV A. Counting with code. *Consortium for Computing Sciences in Colleges* 2017. p. 101-110.
- PÉREZ-LÓPEZ et al. "La profecía de los elegidos": un ejemplo de gamificación aplicado a la docencia universitaria. *Revista Internacional de Medicina y Ciencias de la Actividad Física y el Deporte* vol. vol. 17 (66). 2017. pp. 243-260.
- ROLDÁN, A. F., et al. El diagrama de árbol: un recurso intuitivo en Probabilidad y Combinatoria. *Épsilon: Revista de Educación Matemática*, nº 100. 2018. p. 49-63.

- RICO, B. et al. Implementación del aprendizaje basado en proyectos como herramienta en asignaturas de ingeniería aplicada. *Revista iberoamericana para la Investigación y el desarrollo educativo*. Vol. 9, Núm. 17 Julio - Diciembre 2018 DOI: 10.23913/ride.v9i17.372. 2018. P. 38.
- SÁNCHEZ. P et al. Gamificación. *Education in the Knowledge Society*, vol. 16, núm. 2, Universidad de Salamanca. Salamanca, España. 2015, DOI: <https://doi.org/10.15366/rimcafd2017.66.003>, p. 13-15.
- SANTIAGO R. Un curso híbrido de probabilidad y estadística adaptativo. *Alme* 32 (1). p. 631-758.
- VALLE LIMA A. *Metamodelos de la investigación pedagógica*. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. MES. Cuba, Ciudad de la Habana. 2007. p. 170.