

**М.В. Мільчо**, **К.В. Ільєнко**

Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України

12, вул. Акад. Проскури, Харків, 61085, Україна

E-mail: kost@ire.kharkov.ua

## **Помножувач частоти у субміліметровому діапазоні хвиль. Частина 1. Умови одночасного збудження двох мод із кратними частотами у системі сповільнення хвиль генераторів О-типу**

***Предмет і мета роботи.** Проблема створення зручних для експлуатації генераторів у короткохвильовій частині субміліметрового діапазону змушує шукати можливості для її вирішення. Одна з таких можливостей – використання електровакуумних помножувачів частоти на основі лампи зворотної хвилі (ЛЗХ) або її різновиду – клинотрона. Експериментатори іноді спостерігають одночасне збудження двох коливань різної частоти у звичайних клинотронах, оротронах та генераторах дифракційного випромінювання у міліметровому діапазоні. Мета цієї роботи – дослідити можливість використання таких режимів для створення електронних помножувачів частоти у субміліметровому діапазоні хвиль.*

***Методи та методологія роботи.** Метод дослідження – теоретичний аналіз процесу одночасної взаємодії електронного потоку з електромагнітними полями двох мод у системі сповільнення хвиль генератора типу ЛЗХ для формування співвідношень, які накладаються на параметри системи сповільнення хвиль та режим генератора для одночасного збудження цих мод. Виконано порівняльний аналіз одержаних співвідношень з відомими експериментальними результатами.*

***Результати роботи.** Сформульовано дві умови, які необхідні для одночасного збудження мод: рівність швидкості робочих просторових гармонік; строга кратність частот двох мод. Одержано зручні діаграми для проектування схеми помноження частоти з будь-якою кратністю. Узагальнено строгий аналітичний метод розрахунку дисперсії гребінки на вищій смузі пропускання великих номерів. Порівняння розрахунку з експериментальними даними підтвердило можливість використання одержаних формул для опису режиму помноження частоти.*

***Висновок.** Показано можливість створення електронних помножувачів на основі генератора типу «клинотрон» з однією системою сповільнення хвиль у субміліметровому діапазоні. Для реалізації режиму одночасної генерації двох заданих частот необхідно керувати дисперсією системи у різних смугах прозорості за допомогою переміщення екрана над гребінкою. Іл. 9. Табл. 1. Бібліогр.: 23 назв.*

***Ключові слова:** вакуумна електроніка, помножувач частоти, клинотрон, просторова гармоніка.*

Робота пов'язана із пошуком шляхів створення електровакуумних помножувачів частоти у короткохвильовій частині субміліметрового діапазону довжин хвиль. У довгохвильовій частині субміліметрового діапазону широко використовуються генератори типу «клинотрон», які були розроблені в ІРЕ НАН України [1]. Ці генератори прості конструктивно, зручні в експлуатації і перекривають діапазон хвиль до 0,55 мм.

Їх вихідна потужність становить сотні міліватів у безперервному режимі. Подальше просування у короткохвильову частину діапазону обмежується технологічними можливостями виготовлення систем для сповільнення хвиль (типу «гребінка») з малим періодом порядку 0,01 мм.

Слід зазначити, що існують складні технології виготовлення систем сповільнення хвиль з дуже малим періодом (наприклад, із напилю-

ванням золота на діамантову основу [2] або з використанням фотолітографії [3]), однак вони мають свої обмеження, високу вартість і на цей час не набули поширення в Україні. На основі таких технологій вдалося розробити лампи зворотної хвилі (ЛЗХ) до довжини хвиль 0,2...0,3 мм [4]. Вихідна потужність таких приладів – одиниці міліватів.

У короткохвильовій частині субміліметрового діапазону використовують також помноження сигналу ЛЗХ на напівпровідникових елементах, однак вихідна потужність таких пристроїв дуже мала (мікровати).

Досліджувалась можливість роботи на вищих просторових гармоніках системи сповільнення хвиль у оротронах та генераторах дифракційного випромінювання (ГДВ), що дозволяє збільшити період гребінки [5–7]. Однак для запобігання конкуренції із довгохвильовими типами коливань треба сильно зменшувати ширину щілинних резонаторів гребінки – для вирівнювання амплітуд усіх просторових гармонік. На жаль, саме ширина вузьких щілин обмежує можливість виготовлення гребінок і ставить технологічну межу у разі зменшення довжини хвилі.

В електровакуумних помножувачах частоти конкуренція типів коливань при роботі на вищих просторових гармоніках не така гостра, як у генераторах типу ЛЗХ. Для збудження коливань у відбірнику потужності помножувача, крім умови синхронізму електронів з робочою просторовою гармонікою, треба ще забезпечити строгу кратність частот коливань у модуляторі та відбірнику потужності. Для конкуруючих коливань ці дві умови не виконуються одночасно. Тому при застосуванні принципу помноження частоти і роботі на вищих просторових гармоніках великих номерів у відбірнику потужності можна використати гребінки з великим періодом і широкими щілинними резонаторами. Принципово, можна розраховувати на просування таких помножувачів у короткохвильову частину субміліметрового діапазону, хоч вихідна потужність помножувачів, як правило, значно менша за потужність звичайних ЛЗХ.

Можливість створення електровакуумного помножувача частоти у субміліметровому діапазоні була вперше продемонстрована в [8].



Рис. 1. Схема двокаскадного клинотрона-помножувача

Помножувач являв собою двокаскадний клинотрон з двома послідовно розміщеними гребінками (рис. 1).

Електронний потік послідовно проходить над двома гребінками. Перша гребінка (модулятор) працює як звичайний клинотрон 3-мм діапазону. Електрони частини пучка отримують модуляцію за швидкістю при проходженні над першою гребінкою і формуються у компактні ущільнення над другою гребінкою (відбірником потужності), розрахованою на діапазон довжин хвиль 0,93 мм. Була одержана невелика вихідна потужність порядку одиниць міліватів у безперервному режимі, бо конструкція приладу не була оптимізована.

До переваг такої схеми помножувача слід віднести конструктивну простоту та широкі можливості щодо вибору режимів роботи каскадів та номерів гармонік у відбірнику потужності.

Недоліком такої схеми, який сильніше проявляється зі скороченням довжини хвилі, є дуже жорсткі вимоги до точності взаємного розташування гребінки модулятора та гребінки відбірника потужності. Товщина тонкого шару біля поверхні гребінки відбірника, де зосереджено поле робочої гармоніки, у діапазоні довжин хвиль 0,3...0,5 мм складає всього 0,01 мм (за робочої напруги  $\approx 4...5$  кВ) [9]. У цей тонкий шар треба точно влучити тією частиною пучка, в якій сформувалися компактні ущільнення. Розмір зони ущільнень і зони, де існує помітне поле гармоніки, за поперечною координатою дорівнює 0,01 мм і  $\approx 0,5$  мм – за повздовжньою координатою. Наперед розрахувати їх розміщення можна лише дуже наближено, тому сумістити їх оптимально у робочому режимі без механічного підстроювання за двома координатами дуже важко. Конструктивно механічне переміщення за двома координатами у вакуумі буде складним, тому можливість його реалізації проблематична.

Під час експериментальних досліджень оротронів, ГДВ та клинотронів спостерігалось од-

ночасне збудження коливань на деяких частотах, кратних частоті основного робочого коливання [10–12]. У генераторах складаються умови, за яких електронні ущільнення, сформовані робочою гармонікою основного коливання, можуть ефективно взаємодіяти з гармонікою поля іншого типу коливань з іншою частотою. По суті, це режим множення частоти у приладі, де генератор, модулятор електронного потоку та відбірник потужності розміщені і працюють в одній і тій самій гребінці. Головна перевага такого приладу полягає в тому, що місце, де зосереджене поле гармоніки відбірника потужності біля поверхні гребінки, і місце, в якому основним коливанням сформувалися електронні ущільнення, завжди суміщені. Цього важко досягти, якщо гребінки модулятора та відбірника розміщені окремо.

Як буде показано нижче, ця схема має недоліки. Режими такого множення визначаються обмеженим дискретним набором фазових зсувів хвилі на період, які залежать від кратності множення частоти. Витрати енергії у гребінці на помноженій частоті у кілька разів більші, ніж у звичайних режимах, оскільки глибина щілин гребінки у цьому режимі на кілька половин довжини хвилі більша оптимальної чвертьхвильової глибини. Крім того, необхідно досягти певної відповідності дисперсійних характеристик гребінки у різних смугах прозорості (вищих смугах пропускання). Для цього можна використати екран над гребінкою, який має переміщатися у вакуумі механічно. Це ускладнює конструкцію.

Важливо зазначити, що механізм генерування кратних частот може бути достатньо ефективним. Так, у роботі [11] теоретично і, що особливо важливо, експериментально досліджувався механізм генерування модульованим електронним потоком коливань із частотами, кратними частоті модульованого потоку, навіть у системі, яка мала слабкий зворотний зв'язок за ВЧ-полем (оскільки швидкі хвилі, які збуджувалися, випромінювалися у відкритий простір). При цьому коливання з великою кратністю множення частоти ( $m = 3, 5, 7, 9, 12$ ) спостерігалися з помітною амплітудою.

У цій роботі ми досліджуємо умови одночасного збудження різних типів коливань у системі сповільнення хвиль електронних генерато-

рів, порівнюємо одержані співвідношення з відомими експериментальними результатами та обговорюємо можливість використання таких режимів для створення електровакуумних помножувачів частоти у короткохвильовій частині субміліметрового діапазону.

У наступних двох розділах наводяться відомі результати. Однак для нас важливо, у яких припущеннях вони отримані і в яких випадках їх використання обґрунтоване. Так, наприклад, наближений опис поля всього однією просторовою гармонікою, який широко використовують у вакуумній електроніці у самих різних випадках, у строгій постановці можна застосовувати тільки тоді, коли швидкість електрона практично не змінюється після взаємодії з полем.

**1. Структура поля у гребінці.** Розглянемо систему сповільнення хвиль типу «гребінка у прямокутному хвилеводі», яка майже завжди використовується у субміліметровому діапазоні хвиль (рис. 2).

Числове моделювання, підтверджене багатьма експериментальними результатами, показало, що у цій системі існує тип хвилі, при якому амплітуда поля уздовж осі  $z$  (за координатою, паралельною ребрам ламелей) дуже слабко змінюється в області над поверхнею гребінки і поле за своїм розподілом у просторі є практично двовимірним [13–16]. Саме на хвилях цього типу працюють ЛЗХ і клинотрони. На хвилях інших типів розподіл поля упоперек гребінки неоднорідний і поле дорівнює нулю у деяких точках над поверхнею гребінки. Такий розподіл поля енергетично невигідний для взаємодії із однорідним за густиною електронним потоком, і тому конкуренції між основним типом хвилі з однорідним розподілом поля упоперек системи і типами хвиль з неоднорідним розподілом зазвичай не спостерігається. Ми будемо розглядати тільки типи хвиль з «двовимірним» розподілом поля (яке не залежить від поперечної координати  $z$ ). У нашому (двовимірному) випадку хвиля має лише три компоненти ВЧ-поля:  $H_z$ , поперечну  $E_y$  і поздовжню  $E_x$ .

Досліджуємо режим усталених коливань, коли коливання є гармонічними із сталою частотою  $\omega$ . Тому для опису полів можна використати метод комплексних амплітуд [17].

Неоднорідна хвиля у системі сповільнення хвиль записується у вигляді суми складових, у

кожній з яких електричне ВЧ-поле має вигляд біжучої хвилі (наслідок задоволення поля хвильовому рівнянню)

$$E_x = A(y) \exp j(-\beta x + \omega t),$$

де  $\beta$  – стала розповсюдження цієї гармонічної складової по осі  $x$ ;  $\omega$  – кругова частота;  $A(y)$  – амплітуда цієї складової,  $A(y) = A \exp(-\beta'y)$ ,  $\beta' = \sqrt{\beta^2 - k^2}$ ,  $k = \omega/c$ ,  $c$  – швидкість світла. Згідно з теоремою Флоке, розподіл поля біжучої хвилі у періодичній структурі на різних періодах відрізняється тільки фазою і характеризується фазовим зсувом на період  $\varphi$ . Умова періодичності хвилі записується так:

$$E(x+S) = e^{j\varphi} E(x) = e^{j(\varphi+2\pi n)} E(x),$$

$$n = 0; \pm 1; \pm 2; \dots,$$

де  $S$  – період системи сповільнення хвиль.

Для кожної складової показники експонент повинні задовольняти співвідношенню

$$j(\beta_n x + \beta_n S) = j(\varphi + 2\pi n + \beta_n x).$$

Таким чином, із періодичності поля випливає, що його гармонічні складові мають такі дискретні сталі поширення:

$$\beta_n = (\varphi + 2\pi n) / S.$$

Поле гребінки являє собою нескінченну суму гармонічних складових, які мають назву просторових гармонік. Їх амплітуди підібрані так, щоб виконувалися граничні умови у системі.

**2. Взаємодія електронних ущільнень із полем гребінки.** Покажемо, що у режимі малих амплітуд з електроном (або із компактним електронним ущільненням) тривало взаємодіє тільки одна просторова гармоніка, швидкість якої дорівнює швидкості електрона, а вплив усіх інших гармонік після проходження електроном періоду гребінки усереднюється і дорівнює нулю.

Обчислимо імпульс  $I$ , який отримує електрон від поля після проходження над періодом гребінки. Зміною швидкості електрона нехтуємо, бо вважаємо, що ця зміна мала порівняно із швидкістю електрона внаслідок малості амплітуди поля.

$$I = \int_0^S F(t, x) dt = -e \int_0^S E(x, t) dt, \quad (1)$$

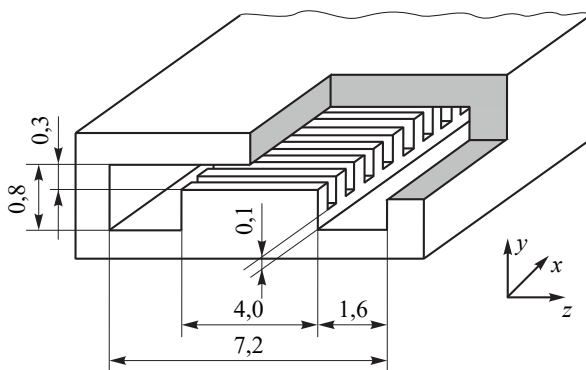


Рис. 2. Система сповільнення хвиль клинотрона 2-мм діапазону. Період гребінки – 0,2 мм, ширина щілин – 0,1 мм

де  $e$  – заряд електрона;  $F(t, x)$  – сила, яка діє на нього;  $0, S$  – межі інтегрування за  $x$ .

Поздовжню складову напруженості електричного поля запишемо у вигляді суми просторових гармонік:

$$E(x, t) = \sum_{-\infty}^{\infty} A_n \cos(\psi + \omega t - \beta_n x), \quad (2)$$

де  $\psi$  – фаза ВЧ-коливань у точці  $x = 0$  (початок періоду) у мить проходження цієї точки електроном ( $t = 0$ ).

У цій формулі слід визначити  $t$  через  $x$ , вважаючи, що електрон рухається зі сталою швидкістю, яка дорівнює швидкості  $m$ -ї гармоніки. Для сталої поширення будь-якої гармоніки можна одержати такі співвідношення:

$$\beta_n = \frac{\varphi_n}{S} = \frac{\omega}{v_n} = \frac{2\pi}{\Lambda_n}, \quad \varphi_n = \varphi_0 + 2\pi n, \quad (3)$$

де  $\varphi_0$  – фазовий зсув на період нульової гармоніки основного коливання;  $v_n$  – фазова швидкість гармоніки;  $\varphi_n$  – зсув фази гармоніки на період гребінки;  $\Lambda_n$  – сповільнена довжина хвилі гармоніки, яка дорівнює періоду гармоніки у просторі. Визначимо  $t$  через  $x$  і підставимо значення  $t$  у формулу (1):

$$t = \frac{x}{v_m} = \frac{x \beta_m}{\omega}, \quad dt = \frac{dx}{v_m}, \quad \omega t = \beta_m x,$$

$$I = -\frac{e}{v_m} \sum_n A_n \int_0^S \cos(\psi + \beta_m x - \beta_n x) dx.$$

Коли  $m \neq n$ , у сумі маємо складові такого вигляду:

$$\sin[\psi + (\varphi_0 + 2\pi m)x / S - (\varphi_0 + 2\pi n)x / S] \Big|_0^S = \sin[\psi + 2\pi(m-n)] - \sin \psi = 0.$$

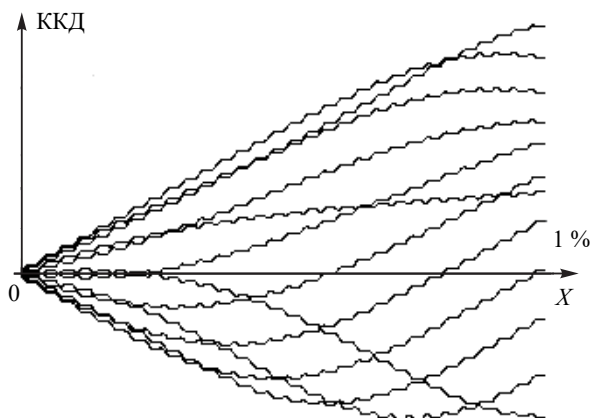


Рис. 3. Рух 12 електронів над гребінкою (уздовж осі  $x$ ) у полі біжучої хвилі; вказано рівень ККД у 1 %

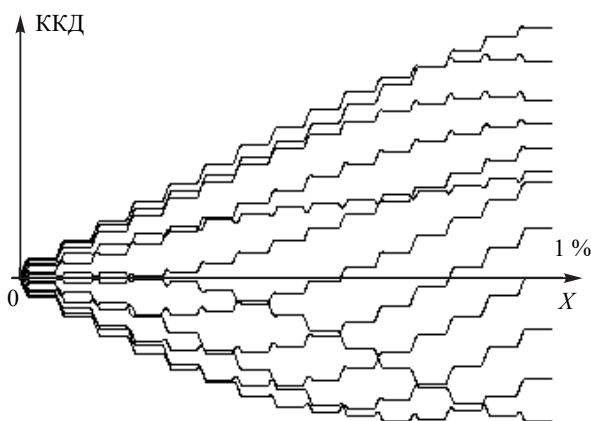


Рис. 4. Рух електронів над гребінкою у полі стоячої хвилі; вказано рівень ККД у 1 %

У сумі лишається тільки один доданок за умови  $m = n$ :  $A_m \cos \psi$ . Таким чином, імпульс визначається тільки однією просторовою гармонікою, швидкість якої дорівнює швидкості електрона (або компактного електронного ущільнення):

$$I = -\frac{eS}{v_m} A_m \cos \psi. \tag{4}$$

Якщо фаза поля  $\psi = \pi$ , електрон відбирає у поля максимальну енергію, а при  $\psi = 0$  – віддає полю максимальну енергію.

Решта гармонік також взаємодіють з електроном і при проходженні електрона над кожним періодом гребінки впливають на його швидкість та траєкторію. Однак після проходження періоду дія будь-якої несинхронної гармоніки усереднюється і дорівнює нулю. У режимі малих амплітуд тільки взаємодія син-

хронної просторової гармоніки змінює швидкість і траєкторію електрона після проходження періоду гребінки, і ці зміни підсумовуються на послідовних періодах.

На рис. 3 та 4 показано, як змінюється швидкість електронів, що рухаються поблизу поверхні гребінки, при розподілі поля у вигляді біжучої (рис. 3) і стоячої (рис. 4) хвилі. Зміну швидкості електронів перераховано у коефіцієнт корисної дії (ККД). Аналізується рух 12 електронів за один період ВЧ-поля над 30 періодами гребінки.

Амплітуди  $-1$ -ї просторової гармоніки в обох випадках однакові. Хоча рух електронів над кожним періодом відрізняється, середній ККД всіх електронів мало різниться (2,746 та 2,762 %). Задана початкова швидкість електронів всього на 1,5 % перевищує швидкість робочої просторової гармоніки.

Формула (4) для імпульсу дозволяє оцінити обмін енергією між електроном і полем гармоніки навіть тоді, коли зміна швидкості електрона дуже мала. Зміна кількості руху електрона дорівнює імпульсу  $I$ , який він одержав при проходженні періоду гребінки. Тому за зміною кількості руху можна вираховувати зміну енергії електрона, яку він віддав полю або забрав у поля, хоча формально при сталій швидкості електрона обміну енергією немає.

Слід враховувати, що наближення однієї просторової гармоніки можна застосовувати тільки при малих амплітудах поля. Якщо швидкість електрона істотно змінюється при проходженні періоду системи, це наближення може призвести до значної похибки.

**3. Умови одночасного збудження коливань різних частот у гребінці ЛЗХ.** Генератори типу ЛЗХ та клинотрони звичайно працюють на  $-1$ -й просторовій гармоніці поверхневої хвилі в основній смузі пропускання. Під дією поля цієї гармоніки електрони потоку групуються в ущільнення поблизу тієї області гармоніки, де поздовжнє електричне ВЧ-поле близьке до нуля. Ущільнення рухаються із фазовою швидкістю робочої гармоніки  $v_{-1}$  і розташовані на відстані  $\Lambda_{-1}$  одне від одного. Якщо електрон пролітає над щільним резонатором гребінки у мить  $t = t_0$ , коли фаза коливань помноженої частоти  $\psi = 0$ , він віддасть полю максимальну енергію (4). Для того щоб цей електрон потра-

пляв у мить  $t = t_1$  в цій же фазі поля і на початок наступного резонатора, його швидкість  $v_0$  повинна бути такою, щоб виконувалася умова:

$$\omega_m t_0 + 2\pi p = \varphi_m + \omega_m t_1, \quad t_1 - t_0 = S / v_0,$$

$$\frac{S}{v_0} = \frac{2\pi p - \varphi_m}{\omega_m},$$

де  $p$  – ціле число. Ця умова виконується у випадку  $v_0 = v_p$ , оскільки із (3) випливає:

$$\frac{|2\pi p - \varphi_m|}{\omega_m} = \frac{S}{v_p}.$$

Отже, для виконання умови віддачі електронном максимальної енергії на всіх резонаторах гребінки, його швидкість повинна дорівнювати швидкості робочої просторової гармоніки хвилі помноженої частоти (у режимі малих амплітуд).

Поле коливання, яке ми маємо збуджувати ущільненнями, що сформовані основним коливанням, але з іншою частотою, повинно містити просторову гармоніку, швидкість якої дорівнює швидкості електронів, тобто швидкості  $-1$ -ї гармоніки основного коливання. Зрівнявши фазові швидкості робочих гармонік двох типів коливань, одержимо таке співвідношення для їх фазових зсувів та частот:

$$\frac{2\pi - \varphi_0}{\omega_0} = \frac{|2\pi p \pm \varphi_m|}{\omega_m}, \quad (5)$$

де  $\varphi_0$  – фазовий зсув на період нульової гармоніки основного коливання;  $\omega_0$  – його частота (яку помножуємо);  $\varphi_m$  – фазовий зсув на період нульової гармоніки коливання помноженої частоти  $\omega_m$ ;  $p$  – номер робочої просторової гармоніки коливання помноженої частоти.

Ця формула була отримана з умови, що ущільнення, яке ми розглядали, проходить над кожним резонатором гребінки за однакової сприятливої для взаємодії фази коливань у резонаторах. Модульований потік складається із періодично розташованих ущільнень на відстані  $\Lambda_{-1}$  одне від одного ( $\Lambda_{-1}$  – це сповільнена довжина хвилі робочої гармоніки основного типу коливань). Слід вимагати, щоб і всі інші ущільнення потоку потрапляли в щільні резонатори гребінки в оптимальній фазі поля. Для цього за час, поки наступне ущільнення доле-

тить до резонатора, фаза коливань у резонаторі повинна змінитися на величину, кратну  $2\pi$ , тобто бути такою самою, як і для попереднього ущільнення. Ця умова запишеться так:

$$\omega_m t_1 = \omega_m t_0 + 2\pi m, \quad m = 1, 2, 3, \dots,$$

де  $t_0$  – мить проходження резонатора (його середини) першим ущільненням;  $t_1$  – мить проходження цього резонатора наступним ущільненням.

За час  $(t_1 - t_0)$  ущільнення повинно пройти відстань  $\Lambda_{-1}$  зі швидкістю  $v_{-1}$ . Використавши (3), отримуємо:

$$\omega_m (t_1 - t_0) = \omega_m \frac{\Lambda_{-1}}{v_{-1}} = \omega_m \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi m,$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

Із цього випливає  $\omega_m / \omega_0 = m$ , тобто частоти коливань мають бути строго кратними. Формулу (5) перепишемо так:

$$(2\pi - \varphi_0)m = |2\pi p + \varphi_m|, \quad (6)$$

де  $m$  – кратність множення частоти (обов'язково ціле число).

Ця формула – необхідна умова одночасного збудження двох типів коливань із кратною частотою в одній системі для сповільнення хвиль, в якій основне коливання збуджується на  $-1$ -й просторовій гармоніці.

У формулах (5) та (6) наведені фазові зсуви на період гребінки для нульових просторових гармонік основного та помноженого типів коливань. Ці формули також показують, що фазовий набіг на період гребінки робочої просторової гармоніки помноженого типу коливань має бути строго кратним фазовому набігу на період робочої просторової гармоніки основного типу коливань (у  $m$  разів).

Формулу (6) можна використовувати і для приладів М-типу (наприклад, магнетронів), якщо замість лінійної швидкості електронних ущільнень мати на увазі кутову швидкість електронних спиць, які формуються основним коливанням поблизу поверхні системи сповільнення хвиль.

**4. Діаграми для проєктування помножувача частоти.** Формулу (6) зручно навести у графічній формі для різної кратності множення частоти (рис. 5). Діаграма допомагає швид-

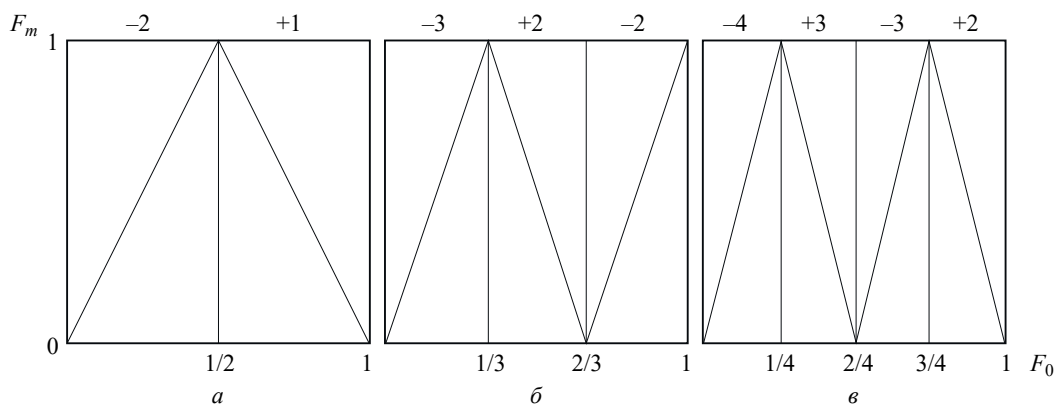


Рис. 5. Діаграма для проєктування помножувача:  $a - m = 2$ ;  $b - m = 3$ ;  $v - m = 4$

ко визначити приблизні параметри можливого режиму, які можна уточнити за формулою (6).

Показано зв'язок фазового зсуву нульової просторової гармоніки  $\varphi_0$  основного (який помножуємо) типу коливань із фазовим зсувом нульової гармоніки  $\varphi_m$  помноженого типу коливань для різної кратності множення частоти. Кратність множення  $m$  показана у нижній частині малюнка. По осі абсцис відкладено величину  $F_0 = \varphi_0 / \pi$  для основного коливання, по осі ординат – величину  $F_m = \varphi_m / \pi$  для помноженого типу коливань. У верхній частині рисунка показані номери робочих просторових гармонік для помноженого типу коливань (для області, обмеженої прямими, які нормальні до осі абсцис). Зазначимо, що розглядається випадок, коли ЛЗХ (або клинотрон) збуджується на  $-1$ -й просторовій гармоніці основної поверхневої хвилі і модулює електронний потік для множення частоти.

Інших розв'язків для одночасного збудження двох коливань в одній системі сповільнення хвиль, крім показаних на діаграмах, не існує (для наведених значень  $m$ ).

**5. Розрахунок дисперсійних характеристик гребінки у вищих смугах пропускання.** Період гребінки обираємо для основного коливання ЛЗХ або клинотрона і розраховуємо на робочу напругу у кілька кіловольтів. При цьому коливання з помноженою у кілька разів частотою звичайно розміщені у вищих смугах пропускання цієї ж гребінки. Хвиля цього типу коливань може бути не поверхневою, а об'ємною і швидкою. Для виконання умов одночасного збудження основного коливання і коливання з помноженою частотою потрібно у робочій точ-

ці забезпечити точну кратність частот обох коливань. Металевий екран, який розміщений на достатньо великій відстані від поверхні гребінки, майже не впливає на коливання з поверхневою хвилею і дуже сильно впливає на дисперсію об'ємної хвилі. Механічним переміщенням екрана можна керувати дисперсійною характеристикою коливань об'ємного типу і забезпечити виконання вимог кратності частот. Для визначення необхідного положення екрана треба мати можливість розраховувати дисперсію гребінки у вищих смугах пропускання.

Для розрахунку дисперсії гребінки у двовимірному наближенні у випадку поверхневих хвиль є аналітичні формули, отримані строгими методами [18–21]. Числове моделювання системи «гребінка у прямокутному хвилеводі» за допомогою потужних сучасних програм [15, 16] показало, що у цій системі в основній (нижчій) смузі пропускання коливання мають однорідний розподіл амплітуди поля уперек гребінки (практично двовимірний). На цьому типі коливань працюють реальні клинотрони. Дисперсійні характеристики цього типу коливань добре співпадають з обчисленими у двовимірному наближенні. Числове моделювання, виконане Т. Яценко та К. Ільєнком [15], показало, що у певному діапазоні частот існують типи коливань із «двовимірним» розподілом поля і у вищих смугах пропускання. Їх дисперсійні характеристики добре співпадають з аналітичними, отриманими у двовимірному наближенні.

Аналітичні формули у проєктуванні приладів мають значні переваги порівняно з універсальними комп'ютерними програмами. Особливо це помітно при аналізі вищих смуг пропускан-

ня великих номерів. Зі збільшенням частоти в обраному для аналізу діапазоні частот швидко зростає число різних типів коливань. Потрібні спеціальні дослідження розподілу поля у цих типах коливань, щоб знайти близький до двовимірний за розподілом поля тип коливань, на якому буде працювати реальний прилад. Звучити область пошуку у цьому випадку допомогав відомий аналітичний розв'язок. Навіть при використанні сучасних універсальних програм витрачається багато часу на аналіз розподілу усіх полів у вищих смугах пропускання. Аналітичні формули дозволяють за кілька секунд визначити частоти і робочі напруги одразу у десяти вищих смуг пропускання у двовимірному наближенні. Як буде показано нижче, існують випадки, коли двовимірні розв'язки легко пов'язати із реальними за допомогою простих формул.

Слід зазначити, що термін «смуга пропускання» зазвичай використовують для аналізу гребінок із близьким до поверхні розміщення екрана. З віддаленням екрана смуги пропускання перекривають одна одну, і у цьому випадку доречніше казати не про смуги пропускання, а про моди, які можуть розповсюджуватися у системі на заданій частоті або при заданому фазовому зсуві на період.

Формули для аналізу дисперсії гребінки у двовимірному наближенні [17, 18] придатні для аналізу поверхневих хвиль. Якщо хвиля стає швидкою і об'ємною, то деякі коефіцієнти у цих формулах стають комплексними. Налаштовані програми для розрахунку дисперсії перестають працювати. Зміни та доповнення у формули для розрахунку дисперсії легко внести, якщо скористатися роботами [19–21]. Метод розрахунку базується на виправленні квазістатичних розв'язків в області екрана за допомогою деяких «вищих» розв'язків. У разі об'ємних хвиль в області екрана будуть не поверхневі хвилі, а об'ємні. Не вдаючись у подробиці, наведемо формули для розрахунку дисперсії гребінки у двовимірному наближенні з доповненнями, які введені для випадку швидких хвиль. У роботі [13] формули наведені із позначеннями, які були використані І.Л. Вербицьким у роботі [18]. Ми скористаємося тими ж позначеннями. Ці рівняння були отримані вперше іншим методом, ніж у роботах [19–21],

але у такій самій постановці і в тому ж наближенні, тому і результати для поверхневих хвиль збігаються. Наводимо формули з роботи [18] із змінами для швидких хвиль:

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{b} - \varphi'(b) - f(\theta) - \frac{2}{b} \frac{1}{1-PM},$$

де

$$b = \frac{\varphi}{2\pi}, \quad \theta = \frac{l}{d}, \quad a = \sqrt{b^2 - \left(\frac{d}{\lambda}\right)^2},$$

$$M = \frac{a+b+(b-a)\exp(-G)}{b-a+(a+b)\exp(-G)}, \quad G = 4\pi a \frac{A}{d},$$

$$v = \frac{d}{\lambda} \theta \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right),$$

$$\varphi'(b) = 3 - \frac{2}{1-b^2} - \frac{4}{4-b^2} - 0,158b^2,$$

$$P = \left[ (1-\theta)^{1-\theta} (1+\theta)^{1+\theta} \right]^{2b},$$

$$f(\theta) = 2 \ln(4\theta) + \frac{1-\theta}{\theta} \ln(1-\theta) - \frac{1+\theta}{\theta} \ln(1+\theta);$$

$\varphi$  – фазовий зсув основної гармоніки на період гребінки;  $d$  – період гребінки;  $l$  – ширина щілинних резонаторів;  $h$  – глибина резонаторів;  $A$  – відстань від поверхні гребінки до екрана;  $\lambda$  – довжина хвилі у вільному просторі.

У випадку швидких хвиль, коли  $d/\lambda > b$ , у рівняннях слід замінити величину  $M$  на  $M'$ :

$$M' = \frac{b \cos(G') - a' \sin(G')}{b \cos(G') + a' \sin(G')}, \quad a' = \sqrt{(d/\lambda)^2 - b^2},$$

$$G' = 2\pi a' A / d.$$

Із цього трансцендентного рівняння можна визначити  $\lambda$  за заданими геометричними параметрами та фазовим зсувом  $\varphi$ .

У випадку значних фазових зсувів поблизу  $\pi$  може з'явитися похибка. Справа в тому, що в аналітичному методі розрахунку квазістатичний розв'язок в області екрана корегується деякими додатковими розв'язками для того, щоб виправити тільки основну просторову гармоніку. Решта гармонік швидко спадають при віддаленні від поверхні гребінки і корекції зазвичай не потребують. За умови  $\varphi = \pi$  основна просторова гармоніка дорівнює за амплітудою  $-1$ -й, тому ця вища гармоніка при близько розташованому екрані також потребує корекції.



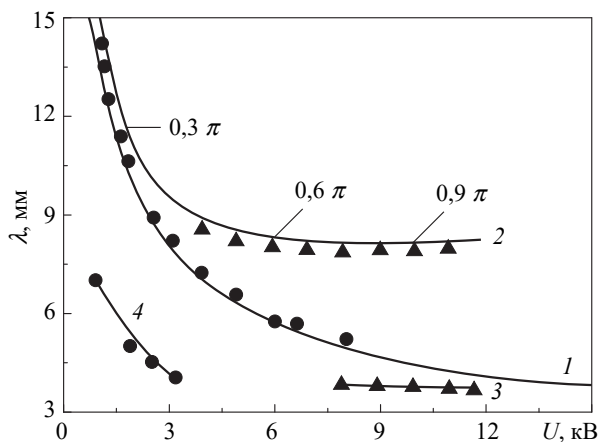


Рис. 6. Залежність довжини хвилі  $\lambda$ , яка генерується у приладі, від напруги  $U$

У роботах [19–21] щодо таких випадків наведено формули для виправлення квазістатичних розв’язків за кількома вищими просторовими гармоніками, яке необхідне, коли екран розміщений близько до поверхні гребінки або період гребінки вже близький з довжиною хвилі  $\lambda$ .

Слід зазначити, що система сповільнення хвиль типу «гребінка» та її характеристики розглядались у багатьох роботах. Для розв’язання задачі використовують прямі числові методи. Задача зводиться до розв’язання нескінченних систем лінійних рівнянь (наприклад, [22]). На жаль, для систем типу «гребінка» збіжність розв’язків при збільшенні числа рівнянь не доводиться. Тому при практичному використанні прямих методів необхідно визначати ступінь збіжності розв’язків системи рівнянь числовим способом (наприклад, [14]). Для більш строгого розв’язку доводиться значно ускладнювати метод, використовуючи розкладання полів за системою спеціальних функцій, які описують особливості поля поблизу гострих країв металевих елементів.

Метод конформних відображень, який використовуємо ми, є аналітичним, а не числовим. Для полів одержані формули, в яких одразу вірно описані особливості полів поблизу ребер гребінки. Точність обчислення полів та дисперсійних характеристик строго визначається і, за необхідності, може збільшуватись урахуванням додаткових членів. У цьому велика перевага методу конформних відображень порівняно із числовими методами. Цей метод розвинений для двовимірних задач, проте у деяких випад-

ках його можна застосувати для реальних тривимірних задач.

**6. Порівняння із експериментальними результатами.** Для перевірки умов, які необхідні для одночасного збудження у гребінці двох коливань різних частот, ми обрали опубліковані у роботі [12] експериментальні результати. У цьому дослідженні експериментально порівнювалась робота генератора міліметрового діапазону у режимах ЛЗХ (клинотрона) та оротрона. Для цього над поверхнею гребінки був розміщений рухомий екран. На рис. 1 у роботі [12] показано конструкцію експериментального макета: гребінка, над якою пролітає електронний пучок, та рухоме сферичне дзеркало над нею.

У цьому приладі, крім основного коливання, експериментально спостерігалось коливання із подвійною частотою. На рис. 6 показано графіки залежностей, експериментально отриманих у [12].

Оротронні коливання на першій частотній гармоніці відмічені цифрою 1; показані ЛЗХ-коливання на першій (цифра 2) і другій (цифра 3) частотних гармоніках; оротронні коливання на другій частотній гармоніці позначено цифрою 4. Експериментальні значення виділені трикутниками та кружками.

По суті, макет, представлений у роботі [12], являє собою той тип помножувача, який ми бажаємо використати для роботи у субміліметровому діапазоні довжин хвиль. У роботі наведено геометричні параметри гребінки, режим роботи приладу та отримані результати щодо частот, фазових зсувів та робочих напруг. Автори роботи [12] зазначили, що «у приладі відносно легко збуджувались другі гармоніки основної частоти». У ті роки автори не змогли докладно пояснити існування режиму подвоєння частоти, але зазначили: «Безумовно, це явище являє інтерес з точки зору просування у більш короткохвильовий діапазон».

Параметри гребінки у приладі роботи [12]: період 0,9 мм; ширина щілинних резонаторів гребінки – 0,45 мм; глибина щілин – 1,75 мм. Гребінка має розмір 40 × 40 мм. Відстань від поверхні гребінки до екрана (дзеркала) могла змінюватись від 18 до 34 мм. У режимі ЛЗХ прилад збуджувався при напрузі 4...12 кВ. Режим подвоєння частоти спостерігався при напрузі 8...12 кВ.

Перевіримо, як експериментальний режим множення частоти узгоджується з формулами (5) та (6) у середній частині діапазону подвоєння при напрузі 10 В. Розрахуємо дисперсію в основній смугі пропускання, а потім визначимо положення дзеркала-екрана для одночасного збудження подвійної частоти на заданій анодній напрузі. Фазовий зсув основного коливання дорівнюватиме  $0,9\pi$ . За таких великих фазових зсувів екран, сильно віддалений від гребінки ( $\approx 20$  мм), практично не впливає на дисперсію основного коливання з поверхневою хвилею.

Для основного коливання, за умови  $\varphi = 0,9\pi$  і  $U = 10,774$  кВ, повинні генеруватися коливання з довжиною хвилі  $\lambda = 7,9613$  мм при роботі на  $-1$ -й просторовій гармоніці. Цей результат ми отримали шляхом розрахунку режиму поверхневих хвиль у двовимірному наближенні.

Для подвоєння частоти, згідно з діаграмою на рис. 4 і формулою (6), слід обрати  $\varphi = 0,2\pi$  і роботу на  $+1$ -й просторовій гармоніці. Розраховуємо резонансні частоти реального тривимірного резонатора із системою сповільнення хвиль на одній із його стінок. Слід знайти таке положення рухомого екрана над гребінкою, щоб резонансна частота коливання у режимі швидких хвиль при фазовому зсуві хвилі  $\varphi = 0,2\pi$  дорівнювала подвоєній частоті основного коливання ( $\lambda = 3,9806$  мм).

Покажемо, як можна скористатися строгими двовимірними формулами для обчислення резонансних частот такого резонатора. Електровакуумний прилад являє собою замкнутий металевий об'єм, який може розглядатися як об'ємний резонатор складної форми. Для конкретності розрахунку будемо вважати, що цей резонатор являє собою металевий прямокутний паралелепіпед, один із боків якого (розміром  $40 \times 40$  мм) є гребінкою із 44 щілинних резонаторів шириною  $0,45$  мм і глибиною  $1,75$  мм. Протилежна гребінці стінка рухома, а відстань від неї до поверхні гребінки може змінюватися від  $18$  до  $34$  мм. Треба визначити резонансні частоти цього резонатора та типи коливань, із якими може взаємодіяти вузький стрічковий електронний пучок (шириною  $5$  мм), який проходить над поверхнею гребінки у її середній частині. Розподіл поля у такому резонаторі – стоячі хвилі з вузлами на металевих стінках.

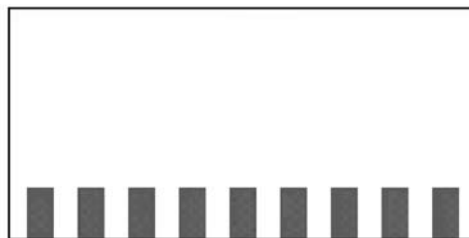


Рис. 7. Хвилевід, однорідний уздовж осі  $z$

Фазовий зсув хвилі на період гребінки  $\varphi$  повинен бути дискретним і визначається з умови рівності нулю ВЧ-поля  $E_y$  на краях гребінки ( $44\varphi = \pi n$ ), де  $n$  – ціле число. При великій кількості щілинних резонаторів ці значення досить близько розміщені одне від одного.

У поперечному напрямку (вздовж ламелей гребінки, вісь  $z$ ) також повинно бути розміщено ціле число півхвиль:  $m\Lambda_z/2 = B$ , де  $m$  – непарне ціле число, а  $B$  – ширина гребінки,  $B = 40$  мм (у випадку парних  $m$  в область електронного пучка потрапляє вузол поля і немає взаємодії електронів з полем). Уздовж осі  $y$  (нормально до поверхні гребінки) розподіл поля – також стояча хвиля з нулем на поверхні рухомої стінки. Покажемо, що резонансні частоти такого резонатора можна точно визначити через розв'язання двовимірної задачі, в якій ВЧ-поля однорідні вздовж осі  $z$ .

Якщо необмежено збільшувати розмір резонатора (ширину гребінки) у напрямку осі  $z$  (уздовж ламелей гребінки), то реальну тривимірну систему можна розглядати як хвилевід складної форми, однорідний вздовж цієї осі (рис. 7).

Типи хвиль у цьому хвилеводі будуть задаватися фазовим зсувом хвилі на період гребінки  $\varphi$  (ця хвиля уздовж осі  $x$  – стояча).

Оскільки хвилевід однорідний уздовж осі  $z$ , хвилі поділяються на хвилі  $E$ - та  $H$ -типу (моди). Як і для будь-якого хвилеводу, існують критичні довжини  $\lambda_{cr}$  для всіх типів хвиль (мод).

Для всіх мод стала поширення по осі  $z$ , довжина хвилі у хвилеводі  $\Lambda$ , довжина хвилі у вільному просторі  $\lambda$  та критична довжина хвилі  $\lambda_{cr}$  пов'язані між собою відомими співвідношеннями:

$$\Gamma = k\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{cr})^2}, \quad \Lambda = \lambda/\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{cr})^2},$$

$$\lambda/\lambda_{cr} = \sqrt{1 - (\lambda/\Lambda)^2}. \quad (7)$$

Якщо  $\lambda = \lambda_{cr}$ , то  $\Gamma \rightarrow 0$ ,  $\Lambda \rightarrow \infty$ . Хвиля перестав розповсюджуватися уздовж осі  $z$  і за розподілом поля стає двовимірною; для  $H$ -типу хвиль лишаються не рівними нулю лише три компоненти поля:  $H_z, E_x, E_y$ .

Таким чином, розв'язавши двовимірну задачу для такого хвилеводу, можна визначити  $\lambda_{cr}$  для цього типу коливань і набір довжин хвиль та частот для заданих  $\Lambda$ . Дві хвилі, які можуть розповсюджуватися у цьому хвилеводі назустріч одна одній, створюють стоячу хвилю з вузлами на відстані  $\Lambda/2$  одна від одної. У вузлах хвилі можна розмістити стінки резонатора.

Як було показано вище, для реального тривимірного резонатора  $\Lambda$  має такі дискретні значення: для  $m = 1 - \Lambda = 80$  мм; для  $m = 3 - \Lambda = 26,7$  мм; для  $m = 5 - \Lambda = 16$  мм. Підставимо ці значення у (7) для діапазону довжин хвиль  $\lambda \approx 8$  мм. Отримаємо наступні значення резонансних довжин хвиль тривимірного резонатора, визначені через двовимірні розв'язки: для основного коливання ( $m = 1$ )  $\lambda \approx 0,995\lambda_2$ , для  $m = 3 - \lambda \approx 0,94\lambda_2$ , для  $m = 5 - \lambda \approx 0,865\lambda_2$  і т. д., де  $\lambda_2(\varphi)$  – результат обчислення у двовимірній задачі.

У випадку основного коливання (із найбільшою довжиною хвилі,  $m = 1$ ) резонансні частоти тривимірного резонатора практично співпадають із двовимірними.

**Довжини хвиль, що можуть поширюватися у гребінці у різних смугах пропускання при  $\varphi = 0,2\pi$  і відстані до екрана 20,12 мм**

Смуга	$\lambda$ , мм	$U_a$ , В
1	11,237	1 352
2	8,939	2 136
3	8,5030	2 361
4	7,826	2 786
5	7,095	3 390
6	6,406	4 159
7	5,787	5 097
8	5,240	6 217
9	4,760	7 535
10	4,3417	9 056
11	3,979	10 782
12	3,665	12 709
13	3,3926	14 832
14	3,1560	17 139

Розрахуємо набір резонансних частот резонатора для  $\varphi = 0,2\pi$  при зміні відстані до екрана над гребінкою. Скористаємося строгими формулами, які наведені у розд. 5. Для простоти розрахунків будемо вважати екран плоским; це не змінить принципу відбиття енергії. Ми знайшли таке положення екрана, за якого резонансна частота швидкої моди вдвічі більша частоти коливань поверхневої моди ЛЗХ. Для цього відстань від поверхні гребінки до екрана має дорівнювати 20,12 мм.

Отримані такі результати розрахунку: при фазовому зсуві  $\varphi = 0,2\pi$ , відстані до екрана 20,12 мм, роботі на +1-й просторовій гармоніці і напрузі 10,782 кВ повинні генеруватися коливання із довжиною хвилі 3,979 мм. Подвійна довжина хвилі складає 7,958 мм. Порівнюючи із основним коливанням з довжиною хвилі 7,9613 при напрузі 10,774 кВ, бачимо, що ми обрали положення екрана досить точно. Підтвердилася надійність розрахунків режиму множення частоти за допомогою розробленої методики.

Слід зазначити, що така велика відстань до екрана була задана умовами експерименту ( $18 \text{ мм} < A < 34 \text{ мм}$ ) і не є необхідною. Розподіл поля швидкої хвилі уздовж осі  $y$ , нормально до поверхні гребінки, являє собою стоячу хвилю з вузлами поздовжньої компоненти електричного ВЧ-поля. У кожній із площин, де  $E_x = 0$ , можна розмістити металевий екран.

У таблиці наведено довжини хвиль, що можуть поширюватися у гребінці при  $\varphi = 0,2\pi$  і відстані до екрана 20,12 мм у різних смугах пропускання (різних мод), а також робочі напруги для роботи на +1-й просторовій гармоніці цих мод.

Видно, що потрібна нам мода коливань розміщена аж у 11 смугі пропускання гребінки.

На рис. 8 показано обчислені дисперсійні характеристики для мод резонатора при відстані до екрана 20,12 мм.

Найнижча за частотою мода  $I$  – основна мода поверхневої хвилі, на якій працює ЛЗХ. Той режим ЛЗХ, що ми аналізували (фазовий зсув  $0,9\pi$  на -1-й просторовій гармоніці) позначено кружечком. Через цю точку проходить так звана «лінія пучка» 2. У точках перетину цієї прямої із дисперсійними кривими гармонік інших мод всі ці гармоніки будуть мати фазову швидкість, рівну швидкості електронів пучка.

Наступна за збільшенням частоти мода 3 при малих фазових зсувах на період є швидкою. Режим ковзання (точка переходу поверхневої хвилі в об'ємну) позначений кружечком на дисперсійній кривій. Мода 4 є швидкою, і з її +1-ю гармонікою електрони пучка можуть мати однакову швидкість. Кружечком на цій кривій позначено точку, в якій частота моди точно удвічі перевищує частоту ЛЗХ. Це робоча точка режиму подвоєння частоти, який ми аналізували вище. Між кривими 3 і 4 розташовані дисперсійні криві восьми швидких мод, які не побудовані на рисунку, бо знаходяться близько одна до одної і в області поблизу  $\varphi = \pi$  майже збігаються. На вертикальній прямій  $\varphi = 0,2\pi$  кружечками позначені точки, через які проходять дисперсійні криві цих швидких мод.

Пряма 5, що виходить із початку системи координат, відображає «лінію швидкості світла». Моді, дисперсійні криві яких розміщені вище цієї прямої, мають фазову швидкість, більшу за швидкість світла.

Зазначимо, що для фазового зсуву поверхневої хвилі ЛЗХ  $\varphi_0 \leq 0,7\pi$  неможливо підібрати положення екрана для подвоєння частоти, оскільки в області фазового зсуву  $\varphi_m = 0,6\pi$ , необхідного згідно з формулою (6) для подвоєння частоти, взагалі немає дисперсійних кривих швидких хвиль. Лінія електронного пучка для реалізації такого режиму показана прямою 6, яка закінчується кружечком у точці подвоєння частоти основного коливання при  $\varphi_0 = 0,7\pi$ . На рис. 7 видно, що експериментальна крива подвоєння частоти дійсно закінчується поблизу області  $\varphi \approx 0,7\pi$ .

Аналіз дисперсійних характеристик показав, що збудження генератора на частоті, кратній частоті основного коливання, можливе лише на просторових гармоніках швидких хвиль у вищих смугах пропускання системи сповільнення хвиль.

Експериментально спостерігалось подвоєння частоти і у режимі оротрона (за умови  $\varphi = 0$ ). Із формули (6) випливає, що за умов  $\varphi_0 = 0$  і  $\varphi_m = 0$  подвоєння частоти можливе при синхронізмі електронних ущільнень, сформованих  $\pm 1$ -ю просторовою гармонікою основного коливання, із  $\pm 2$ -ю просторовою гармонікою коливань помноженої частоти. Для цього параметри системи мають забезпечити співвід-

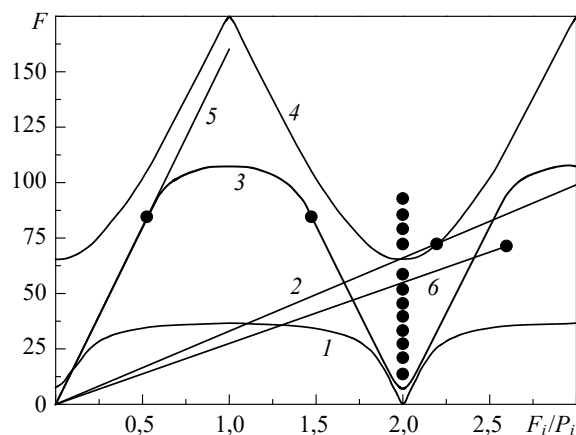


Рис. 8. Дисперсійні залежності для поверхневих та швидких мод об'ємного резонатора з гребінкою (відстань від поверхні гребінки до екрана 20,12 мм): 1 – основна поверхнева мода; 2 – лінія пучка; 3 – мода, найближча до основної; 4 – мода коливань для подвоєння частоти; 5 – лінія швидкості світла; 6 – лінія пучка для  $\varphi = 0,6\pi$

ношення частот  $\omega_m = 2\omega_0$ . У разі переміщення рухомого екрана змінюються частоти обох типів коливань, і підібрати положення екрана шляхом розрахунків значно складніше, ніж у випадку, коли частота одного з типів коливань практично не залежить від положення екрана. В експерименті використано не плоский екран, а сферичне дзеркало. Ми проведемо тільки наближену оцінку за двовимірними формулами для плоского екрана.

Графіки залежності частоти від положення екрана для обох типів коливань являють собою майже прямі лінії, паралельні одна одній. У різних межах пропускання їх взаємне розміщення майже не змінюється, хоч при великих відстанях від гребінки до екрана прямі для різних типів коливань поступово зближуються, але не перетинаються. Повного збігу кривих при перестроюванні частоти у наближеному розрахунку досягти не вдалося.

На максимальному конструктивно можливо-му віддаленні екрана 34,5 мм основне коливання на  $\pm 1$ -й гармоніці було б при довжині хвилі  $\lambda_0 = 8,979$  мм і напрузі 2564 В. За такого самого положення екрана помножене коливання на  $\pm 2$ -й просторовій гармоніці було б при довжині хвилі  $\lambda_m = 4,561$  мм і напрузі 2483 В. Різниця  $2\lambda_m = 9,122$  мм і  $\lambda_0$  складає приблизно 1,5 %.

Можливо, у розрахунку із сферичною формою екрана для різних частот була б більша різниця для кривих перестроювання і було б

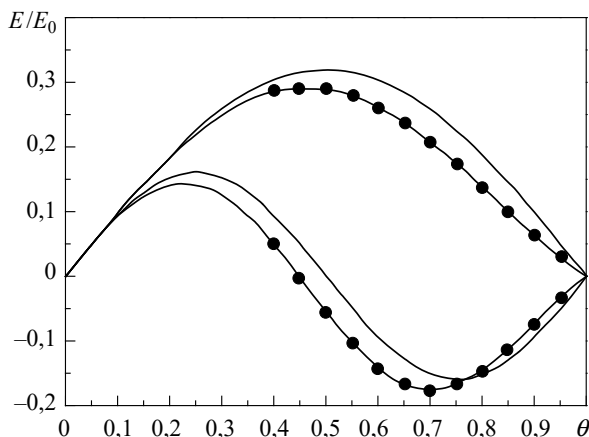


Рис. 9. Амплітуди 1-ї та 2-ї просторових гармонік для синфазних коливань

можливо одержати повну кратність частот, яка необхідна для помноження. Також можливо, що на синфазному типі коливань оротрон міг збуджуватися на 2-й просторовій гармоніці коливання із подвоєною частотою (за невеликого підстроювання дзеркала резонатора). Робочі напруги цих режимів співпадають. Резонатор має велику добротність, тому коливання цього типу могли конкурувати з коливаннями типу ЛЗХ.

Хоч у експериментальній гребінки ширина щілинних резонаторів дорівнювала половині періоду і за наближеними формулами у цьому випадку в полі гребінки 2-ї просторової гармоніки взагалі не повинно було бути, за формулами, отриманими строгим методом конформних відображень, амплітуда 2-ї просторової гармоніки не дорівнює нулю [22]. На рис. 9 показано залежності амплітуд 1-ї та 2-ї просторових гармонік від відношення ширини щілин до періоду гребінки  $\theta$ . Амплітуди нормовані за середнім значенням амплітуди електричного ВЧ-поля на щілині на рівні поверхні гребінки ( $E_0$ ).

Показано наближені (суцільні криві) і строгі (криві з кружечками) залежності. Темними кружечками позначено строгі залежності. Нижні криві – для  $\pm 2$ -ї гармонік.

Нижче наведено строгі формули для амплітуд гармонік [22]:

$$\frac{A_1}{E_0} = 2\theta \left( \frac{1-\theta}{1+\theta} \right)^\theta, \quad \frac{A_2}{E_0} = 2\theta \left( \frac{1-5\theta^2}{1-\theta^2} \right) \left( \frac{1-\theta}{1+\theta} \right)^{2\theta}.$$

Додатні та від’ємні гармоніки у стоячій хвилі мають однакові амплітуди.

**Висновок.** У літературі описані, в основному, приклади помноження частоти вдвічі із використанням в якості генератора коливань основної частоти ЛЗХ на  $\pi$ -типі коливаннях. Відповідно, для генерування подвоєної частоти використовують режим оротрона (коливання на синфазній моді). Для клинотронів короткохвильової частини міліметрового діапазону та для довгохвильової частини субміліметрового діапазону, при зручних для експлуатації напругах у кілька кіловольтів, режими з великими фазовими зсувами поблизу  $\varphi = \pi$  здійснити неможливо. У цих діапазонах хвиль клинотрони добре працюють при фазових зсувах на період гребінки  $0,33 \dots 0,4 \pi$ . Проте саме клинотрони цих діапазонів могли б бути зручними для створення на їх основі помножувачів частоти для короткохвильової частини субміліметрового діапазону.

У роботі проаналізовано загальний випадок одночасного збудження коливань кратних частот в системі сповільнення хвиль типу «гребінка». Показано, що для помножувача існує багато варіантів режимів, які можуть бути реалізовані у реальних клинотронах.

Для добору таких режимів отримані розрахункові формули та зручні діаграми. Придатність та надійність таких оцінок продемонстровано шляхом порівняння із відомими експериментальними результатами.

Для аналізу дисперсійних характеристик систем сповільнення хвиль у вищих смугах пропускання наведено формули, отримані строгим методом конформних відображень, які для випадку швидких хвиль ще не публікувалися. Для розробки помножувачів частоти, які працюють у вищих смугах пропускання гребінки, використання цих аналітичних формул набагато зручніше, ніж застосування складних числових методів. У багатьох випадках двовимірні формули можна застосовувати для розрахунку критичних частот швидких мод.

У роботі обговорюються особливості режиму помноження частоти на одній системі сповільнення хвиль і розглядаються аспекти, які необхідно враховувати при розробці реальних генераторів. Показано, що збудження генератора на частоті, що кратна частоті основного коливання, можливе тільки на просторових гармоніках швидких хвиль у вищих смугах про-

пускання системи сповільнення хвиль. При цьому набіг фази на період гребінки робочої просторової гармоніки коливань помноженого типу повинен бути точно кратним фазовому зсуву на період робочої просторової гармоніки коливань основного типу.

Аналіз дисперсійних характеристик показав, що точне потрапляння на бажану частоту у досліджуваному помножувачі можливе тільки при налаштуванні дисперсійної характеристики за допомогою рухомого екрана над поверхнею гребінки.

Отримані результати слід розглядати як початковий, але необхідний крок у роботі щодо

створення помножувачів частоти у короткохвильовій частині субміліметрового діапазону довжин хвиль. Необхідно розв'язати низку задач щодо формування електронних пучків з великою густиною і малими пульсаціями їх меж, оскільки шар біля поверхні гребінки, де зосереджене поле робочої гармоніки, у діапазоні хвиль 0,3...0,5 мм складає лише 0,01 мм. Ця проблема обговорювалася у [9].

Оцінка ефективності роботи помножувачів досліджуваного типу та обґрунтування можливості одержання компактних електронних ущільнень будуть розглядатися у другій частині роботи.

#### БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Левин Г.Я., Бородкин А.И., Кириченко А.Я., Усиков А.Я., Чурилова С.А. *Клиноотрон*. Киев: Наук. думка, 1992. 200 с.
2. Dayton J.A.Ir., Mearini G.T., Kory C.L. Diamond Based Sub Millimeter Back Wave Oscillator. *Int. Vacuum Electronics Conf. (IVEC 2004) Conf. Dig. Monterey, CA, USA (27–29 April, 2004)*. Monterey: IEEE, 2004. P. 71–72.
3. *Лампы обратной волны миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов волн*. Под ред. Н.Д. Девяткова. Москва: Радио и связь, 1985. 135 с.
4. Ives L., Kory C., Read M. Development of Terahertz Backward Wave Oscillators. *Int. Vacuum Electronics Conf. (IVEC 2004) Conf. Dig. Monterey, CA, USA (27–29 April, 2004)*. Monterey: IEEE, 2004. P. 68–69.
5. Корнеев В.К., Курин В.Г. О работе генератора дифракционного излучения на высших пространственных гармониках. *Радиофизика и электроника: сб. науч. тр. Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины*. Харьков: 2008. Т. 13, № 2. С. 227–231.
6. Мирошниченко В.С., Корнеев В.К., Сенкевич Е.Б. Возбуждение генератора дифракционного излучения с двойной решеткой на высших пространственных гармониках. *20-я Междунар. Крымская конф. «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии»* (Крымико 2010) (13–17 сент. 2010, Севастополь): материалы конф. в 2 т. Севастополь, 2010. Т. 1. С. 265–266.
7. Мясин Е.А., Ильин А.Ю., Евдокимов В.В., Чигарев С.Г. Генерация в оротроне электромагнитных колебаний коротковолновой части миллиметрового диапазона волн на 2-й пространственной гармонике. *16-я Междунар. Крымская конф. «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии»* (Крымико 2006) (11–15 сент. 2006, Севастополь): материалы конф. в 2 т. Севастополь, 2006. Т. 1. С. 259–260.
8. Мильчо М.В., Тищенко А.С., Завертанний В.В., Лопатин И.В., Терехин С.Н. Клиноотрон – умножитель частоты в субмиллиметровом диапазоне длин волн ( $\lambda = 0,93$  мм). *Радиофизика и электроника*. 2015. Т. 6(20), № 2. С. 61–67.
9. Мильчо М.В. Исследование и проектирование отборника мощности для электровакуумного умножителя частоты субмиллиметрового диапазона волн. *Радиофизика и электроника*. 2019. Т. 24, № 3. С. 45–60.
10. Братман В.Л., Махалов П.Б., Федотов А.Э., Хаймович И.М. О возбуждении оротронных колебаний на удвоенной частоте поверхностной волны. *Изв. вузов. Радиофизика*. 2007. Т. 50, № 10–11. С. 859–865.
11. Скрынник Б.К., Корнеев В.К., Демченко К.Ю. Об обратной связи в опытах Смита–Парселла. *Радиофизика и электроника: сб. науч. тр. Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины*. Харьков: 2000. Т. 5, № 3. С. 14–18.
12. Богомолов Г.Д., Бородкин А.И., Куц В.С., Левин Г.Я., Русин Ф.С., Чурилова С.А. Исследование возбуждения системы типа «гребенка» в оротронном режиме и режиме ЛОВ. *Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ*. 1970. № 1. С. 97–102.
13. Мильчо М.В., Ефимов Б.П., Завертанний В.В., Гончаров В.В. Особенности режимов работы генераторов типа клиноотрон. *Радиофизика и электроника: сб. науч. тр. Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины*. Харьков: 2005. Т. 10, № 3, С. 435–440.
14. Кириленко А.А., Сенкевич С.Л., Стешенко С.А. Анализ трехмерных замедляющих систем на основе метода обобщенных матриц рассеяния. *Радиофизика и электроника: сб. науч. тр. Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины*. Харьков: 2007. Т. 12, спец. вып. С. 122–129.
15. Milcho M.V., Pyenko K.V., Lopatin I.V., Zavertanniy V.V., Yatsenko T.Yu., Tishchenko A.S. Klynotron – Multiplier for Submillimeter Waveband. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2019. Vol. 78, Iss. 2. P. 137–152. DOI: 10.1615/TelecomRadEng.v78.i2.50.
16. Hongzhu Xi, Zhaochang He, Jianguo Wang, Rong Li, Gang Zhu, Zaigao Chen, Jinsong Liu, Luwei Liu, Hao Wang. A continuous – wave clinotron at 0.26 THz with sheet electron beam. *Phys. Plasma*. 2017. Vol. 24, Iss. 3. P. 033105(6 p.). DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4977809>.
17. Никольский В.В. *Теория электромагнитного поля*. Москва: Высшая школа, 1961. 271 с.

18. Verbitskii I.L. Dispersion Relations for Comb-Type Slow-Wave Structures. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* 1980. Vol. 28, Iss. 1. P. 48–50. DOI: 10.1109/TMTT.1980.1130005.
19. Мильчо М.В. Метод конформных отображений для расчета высокочастотных электромагнитных полей в замедляющих системах. Ч. 1. Случай больших замедлений. *Радиофизика и электроника: сб. науч. тр. Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины.* Харьков: 2003. Т. 8, № 1. С. 136–147.
20. Мильчо М.В. Метод конформных отображений для расчета высокочастотных электромагнитных полей в замедляющих системах. Ч. 2. Электродинамические решения эквивалентные электростатическим. *Радиофизика и электроника: сб. науч. тр. Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины.* Харьков: 2003. Т. 8, № 2. С. 259–268.
21. Мильчо М.В. Метод конформных отображений для расчета высокочастотных электромагнитных полей в замедляющих системах. Ч. 3. Анализ конкретных систем. *Радиофизика и электроника: сб. науч. тр. Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины.* Харьков: 2003. Т. 8, № 3. С. 374–385.
22. Шестопалов В.П., Кириленко А.А., Масалов С.А., Сиренко Ю.К. *Резонансное рассеяние волн: В 2-х т. Т. 1. Дифракционные решетки.* Киев: Наукова думка, 1986. 232 с.
23. Мильчо М.В. Использование конформных отображений для расчета высокочастотных полей в периодических структурах. *Радиофизика и электроника: сб. науч. тр. Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины.* Харьков: 1998. Т. 3, № 1. С. 20–27.

Стаття надійшла 10.03.2020

## REFERENCES

1. Levin, G.Y., Borodkin, A.I., Kirichenko, A.Y., Usikov, A.Y. ed., Churilova, S.A., 1992. *Klynotron.* Kiev: Naukova Dumka Publ. (in Russian).
2. Dayton, J.A.Ir., Mearini, G.T., Kory, C.L., 2004. Diamond Based Sub Millimeter Back Wave Oscillator. In: *IEEE Int. Vacuum Electronics Conf. (IVEC 2004): conf. dig. Monterey, CA, USA, 27–29 April 2004*, pp. 71–72.
3. Deviatkov, N.D. ed., 1985. *BWT of sub-mm wave-band.* Moscow: Radio i Sviaz' Publ. (in Russian).
4. Ives, L., Kory, C., Read, M., 2004. Development of Terahertz Backward Wave Oscillators. In: *IEEE Int. Vacuum Electronics Conf. (IVEC 2004): conf. dig. Monterey, CA, USA, 27–29 April 2004*, pp. 68–69.
5. Korneenkov, V.K., Kurin, V.G., 2008. About work of a diffraction radiation oscillator operating on the higher space harmonics. In: V.M. Yakovenko, ed., 2008. *Radiofizika i elektronika.* Kharkov: IRE NAS of Ukraine Publ. **13**(2), pp. 227–231 (in Russian).
6. Miroshnichenko, V.S., Korneenkov, V.K., Senkevich, E.B., 2010. Excitation of diffraction radiation oscillator with double grating on higher space harmonics. In: *20<sup>th</sup> Int. Crimean Conf. "Microwave and telecommunication technologies" (CriMiCo'2010).* Sevastopol, Crimea, Ukraine, 13–17 Sept. Vol. 1, pp. 265–266 (in Russian).
7. Myasin, E.A., Il'in, A.Yu., Evdokimov, V.V., Chigarev, S.G., 2006. Operation of the Short-Millimeter-Wave Orotron on the Second Space Harmonic. In: *16<sup>th</sup> Int. Crimean Conf. "Microwave and telecommunication technologies" (CriMiCo'2006).* Sevastopol, Crimea, Ukraine, 11–15 Sept. Vol. 1, pp. 265–266 (in Russian). DOI: 10.1109/CRMICO.2006.256385.
8. Milcho, M.V., Tischenko, A.S., Zavertaniy, V.V., Lopatin, I.V., Teriohin, S.N., 2015. Clinotron as a frequency multiplier in the sub-mm waveband ( $\lambda = 0.935$  mm). *Radiofiz. elektron.*, **20**(2), pp. 61–67 (in Russian).
9. Mil'cho, M.V., 2019. Research and design of power catcher for electro-vacuum frequency multiplier of sub-millimeter wave range. *Radiofiz. elektron.*, **24**(3), pp. 45–60 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.15407/rej2019.03.045>.
10. Bratman, V.L., Makhalov, P.B., Fedotov, A.E., Khaimovich, I.M., 2007. Excitation of orotron oscillations at the doubled frequency of a surface wave. *Quantum Electron.*, **50**(10–11), pp. 780–785.
11. Skrynnik, B.K., Korneenkov, V.K., Demchenko, M.Yu., 2000. On the feedback in the Smith-Purcell experiments. In: V.M. Yakovenko, ed., 2000. *Radiofizika i elektronika.* Kharkov: IRE NAS of Ukraine Publ. **5**(3), pp. 14–18 (in Russian).
12. Bogomolov, G.D., Borodkin, A.I., Kushch, V.S., Levin, G.Ya., Rusin, F.S., Churilova, S.A., 1970. Comb-type system examination in Orotron and BWT regimes. *Elektronnaya Tekhnika. Ser. 1. SVCH-Tekhnika*, **1**, pp. 97–102 (in Russian).
13. Mil'cho, M.B., Efimov, B.P., Zavertaniy, V.V., Goncharov, V.V., 2005. Peculiar properties of operating modes of klinotron-type oscillators. In: V.M. Yakovenko, ed. 2005. *Radiofizika i elektronika.* Kharkov: IRE NAS of Ukraine Publ. **10**(3), pp. 435–440 (in Russian).
14. Kirilenko, A.A., Senkevich, S.L., Steshenko, S.O., 2007. Dispersion analysis of three dimensional slow-wave structures on basis of generalized scattering matrix method. In: V.M. Yakovenko, ed. 2007. *Radiofizika i elektronika.* Kharkov: IRE NAS of Ukraine Publ. **12**(spec. iss.), pp. 122–129 (in Russian).
15. Milcho, M.V., Ilyenko, K.V., Lopatin, I.V., Zavertaniy, V.V., Yatsenko, T.Yu., Tishchenko, A.S., 2019. Klynotron – Multiplier for Submillimeter Waveband. *Telecommunications and Radio Engineering*, **78**(2), pp. 137–152. DOI: 10.1615/TelecomRadEng.v78.i2.50.
16. Hongzhu, Xi, Zhaochang, He, Jianguo, Wang, Rong, Li, Gang, Zhu, Zaigao, Chen, Jinsong, Liu, Luwei, Liu, Hao, Wang, 2017. A continuous – wave clinotron at 0.26 THz with sheet electron beam. *Phys. Plasma*, **24**(3), pp. 033105(6 p.). DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4977809>.
17. Nikol'skiy, V.V., 1961. *Electromagnetic field theory.* Moscow: Vysshaya shkola Publ.
18. Verbitskii, I.L., 1980. Dispersion Relations for Comb-Type Slow-Wave Structures. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **28**(1), pp. 48–50. DOI: 10.1109/TMTT.1980.1130005.
19. Mil'cho, M.V., 2003. The conformal mapping method for analysis high-frequency electro-magnetic fields in slow-wave structures. Ch. 1. The case of large slow-downs. In: V.M. Yakovenko, ed. 2003. *Radiofizika i elektronika.* Kharkov: IRE NAS of Ukraine Publ. **8**(1), pp. 136–147 (in Russian).

20. Mil'cho, M.V., 2003. The conformal mapping method for analysis high-frequency electro-magnetic fields in slow-wave structures. Ch. 2. Electro-dynamics solutions being equivalent to electrostatic ones. In: V.M. Yakovenko, ed. 2003. *Radiofizika i elektronika*. Kharkov: IRE NAS of Ukraine Publ. **8**(2), pp. 259–268 (in Russian).
21. Mil'cho, M.V., 2003. The conformal mapping method for analysis high-frequency electro-magnetic fields in slow-wave structures. Ch. 3. The concrete slow-wave systems analysis. In: V.M. Yakovenko, ed. 2007. *Radiofizika i elektronika*. Kharkov: IRE NAS of Ukraine Publ. **8**(3), pp. 374–385 (in Russian).
22. Shestopalov, V.P., Kirilenko, A.A., Masalov, S.A., Sirenko, Yu.K., 1986. *Resonant wave scattering*. Vol. 1. *Diffraction gratings*. Kyiv: Naukova dumka Publ. (in Russian).
23. Mil'cho, M.V., 1998. The use of conformal mapping for analysis of high frequency fields in the periodic structures. In: V.M. Yakovenko, ed. 1998. *Radiofizika i elektronika*. Kharkov: IRE NAS of Ukraine Publ. **3**(1), pp. 20–27 (in Russian).

Received 10.03.2020

M.V. Mil'cho, K. Ilyenko

O.Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics of NASU  
12, Acad. Proskura St., Kharkiv, 61085, Ukraine

A SUBMILLIMETER FREQUENCY MULTIPLIER.  
PART 1. CONDITIONS OF SIMULTANEOUS TWO-MODE EXCITATION  
IN THE SLOW-WAVE STRUCTURE OF THE O-TYPE OSCILLATOR

**Subject and Purpose.** A special need for oscillators amenable to operation in the short-wave end of the submillimeter wave band sends us in search for new ways of their development. A proposal exists related to vacuum-tube frequency multipliers based on the backward-wave oscillator (BWO) or its variant, the clinotron. Sometimes a simultaneous excitation of two different-frequency oscillations is experimentally observed in ordinary millimeter wave clinotrons, orotrons and diffraction radiation oscillators. The aim of the present study is to examine whether those operational regimes can be implemented in the creation of electronic frequency multipliers in the submillimeter wave band.

**Methods and Methodology.** The research method is a theoretical analysis of the process of simultaneous interaction of the electron beam with the electromagnetic fields of two modes in the BWO slow-wave structure. The aim is finding relationships to impose on the slow-wave structure parameters and the BWO operation figures and thus furnish a simultaneous excitation of the two modes. The obtained relationships are tested against published experimental results.

**Results.** Two conditions of simultaneous mode excitations have been formulated, requiring (i) equal velocities of the operating spatial harmonics and (ii) their strict frequency multiplicity. Handy diagrams have been constructed, which made it possible to build frequency multiplication schemes with any multiplicity. The rigorous analytical method of comb dispersion calculation has been generalized to the higher passbands of large numbers. The calculation results have been compared with relevant experimental data, lending support to the validity of the obtained formulas to describe the frequency multiplication regime.

**Conclusion.** A possibility has been theoretically shown of designing submillimeter vacuum-tube frequency multipliers upon clinotron-type oscillators with a single slow-wave structure. The regime of simultaneous generation of two given frequencies requires that the system dispersion in different passbands be controlled by moving a screen over the comb-type slow-wave structure.

**Key words:** vacuum tubes, frequency multiplier, clinotron, spatial harmonics.