УДК 537.86

А. В. Дормидонтов, Ю. В. Прокопенко, В. М. Яковенко
Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина
E-mail: prokopen@ire.kharkov.ua; yakovenko@ire.kharkov.ua

ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ НА ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛН В ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ ЦИЛИНДРЕ С ДВУМЕРНЫМ ЭЛЕКТРОННЫМ ГАЗОМ НА БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Одной из актуальных проблем современной радиофизики является исследование фундаментальных свойств твердотельных структур, содержащих наноразмерные фрагменты. Исследования механизмов возбуждения электромагнитных волн при движении заряженных частиц в различных электродинамических системах составляют основу электроники. При этом к числу принципиально важных характеристик структур относятся их дисперсионные уравнения. Они позволяют определить место электродинамических структур в радиофизических системах разного назначения. Информационной характеристикой являются потери энергии заряженной частицы в единицу времени на возбуждение в системе собственных волн и/или колебаний. В электростатическом приближении получено дисперсионное уравнение, характеризующие собственные моды полупроводникового цилиндра со слоем двумерного электронного газа на его боковой поверхности (3*D*+2*D*-плазмы). Найдены потери энергии частицы, движущейся во внешнем магнитном поле, вектор напряженности которого направлен параллельно продольной оси симметрии 3*D*+2*D*-плазмы цилиндрической конфигурации. Отмечен универсальный характер полученного соотношения. С его помощью можно определить потери энергии как при вращательном движении частицы вокруг цилиндра, так и при поступательном движении частицы параллельно образующей цилиндра. Обнаружен эффект невзаимности возбуждения собственных волн 3*D*+2*D*-плазменного цилиндра с идентичной структурой распределения полей, но отличающихся направлением распространения по азимутальной координате. Результаты исследований расширяют наши представления об электрофизических свойствах систем с плазмоподобными средами и систематизируют знания о механизмах возбуждения электромагнитных волн в электродинамических системах, составляющих основу микроволновых устройств. Библиогр.: 13 назв.

Ключевые слова: собственные колебания и волны, плазмоподобные среды, электродинамическая структура с плазменным слоем, двумерный электронный газ, наноструктура, магнитотормозной резонанс, эффект Доплера, потери энергии частицы на возбуждение волн.

Наметившаяся тенденция использования малоразмерных структур стимулирует изучение их электромагнитных свойств и механизмов возбуждения в них собственных колебаний (волн). С этой точки зрения большой интерес представляют вопросы о потерях энергии заряженной частицы [1, 2] на возбуждение колебаний в системах разного рода. Отметим, что в структурах, содержащих двумерный электронный газ (2*D*-газ), существуют собственные плазменные волны, обладающие малыми фазовыми скоростями [3–5].

В работе [6] нами были найдены потери энергии заряженной частицы, движущейся по спиральной траектории вокруг диэлектрического цилиндра без 2*D*-газа, на возбуждение электромагнитных волн в нем. При этом принят во внимание эффект запаздывания, без учета которого потери энергии отсутствуют. В работе [7] в условиях электростатического приближения изучено возбуждение собственных волн полупроводникового и диэлектрического цилиндров с 2*D*-газом на боковых поверхностях, а также определены потери энергии заряженной частицы, движущейся по спиральной траектории вокруг такой структуры. Однако при исследованиях полупроводникового цилиндра не учитывались его гиротропные свойства, что оправдано в терагерцевом диапазоне частот и/или при высоких значениях напряженности внешнего магнитного поля, или же в компенсированной электронно-дырочной плазме.

В настоящей работе определены потери энергии заряженной частицы, движущейся в магнитном поле по спиральной траектории вокруг полупроводникового цилиндра, на поверхности которого находится слой 2*D*-газа толщиной a с концентрацией электронов N_0. Его наличие создает условия для существования электростатических волн в системе. Такой слой может быть создан путем нанесения тонкой проводящей пленки на поверхность полупроводника. Он также может быть образован, например, периодически неровной поверхностью полупроводникового цилиндра вдоль его образующей [8, 9] или в результате электризации под воздействием статического электрического поля потока заряженных частиц. При этом область локализации поля превосходит высоту неровности поверхности. Предполагается, что толщина слоя a мала по сравнению с радиусом цилиндра и областью локализации электромагнитного поля вдоль радиуса. Отрицательный заряд, естественно, компенсируется положительно заряженным фоном.

1. Постановка задачи. Основные уравнения. Пусть вокруг полупроводникового (3*D*-плазмы) цилиндра с радиусом ρ_1 движется по спиральной траектории с радиусом ρ_0 заряженная частица с зарядом e и массой m_0 (например, электрон). В цилиндрической системе координат (ρ, φ, z) плотность заряда $Q(\vec{r},t)$ в произвольной точке пространства $\vec{r}$ в момент времени t имеет вид

$$Q(\vec{r},t) = e\delta(\rho-\rho_0)\delta(\varphi-\omega_H t)\delta(z-v_z t)/\sqrt{\rho\rho_0}\,, \quad (1)$$

где v_z – скорость поступательного движения частицы вдоль координатной оси Z, совпадающей с геометрической осью симметрии цилиндра; $\omega_H = |e|H_0/m_0c$ – циклотронная частота частицы в магнитном поле, напряженность H_0 которого направлена вдоль оси Z; c – скорость света.

Цель нашей работы заключается в том, чтобы найти потери энергии заряженной частицы, обусловленные возбуждением ею медленных волн в полупроводниковом цилиндре с двумерным электронным газом (2*D*-плазмой) на его боковой поверхности. В этом случае достаточно воспользоваться электростатическими уравнениями электродинамики.

Потери энергии ($W = mv^2/2$) частицы в единицу времени определим как

$$\frac{dW}{dt} = e(v_z E_z + v_\varphi E_\varphi), \quad (2)$$

где $v_\varphi = \omega_H \rho_0$ – скорость вращательного движения частицы. При этом значения компонент E_φ и E_z напряженности электрического поля, образуемого при движении частицы над поверхностью полупроводникового цилиндра (как с 2*D*-газом, так и без него), берутся в точке нахождения частицы: $\rho = \rho_0$; $\varphi = \omega_H t$; $z = v_z t$. Очевидно, что потери энергии частицы связаны с возбуждением собственных волн (колебаний) в цилиндрической структуре.

Электрическое поле, создаваемое зарядом в области $\rho > \rho_1$, определяется из уравнений

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = 0,\;\; \mathrm{div}\vec{E} = 4\pi Q(\vec{r},t), \quad (3)$$

где $\vec{E}$ – вектор напряженности поля.

Поскольку толщина a равновесного слоя 2*D*-газа мала по сравнению с другими пространственными размерами цилиндрической структуры, то плотность электронов в нем можно представить в виде $N_{0S}\delta(\rho-\rho_1)$, где поверхностная плотность электронов $N_{0S} = N_0 a$. Электрическое поле в цилиндре ($\rho < \rho_1$) определяется из уравнений

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = 0,\;\; \mathrm{div}\vec{D} = 4\pi e N(\vec{r},t), \quad (4)$$

где $\vec{D}$ – вектор индукции поля; $N(\vec{r},t)$ – возмущенная плотность электронов в точке с радиус-вектором $\vec{r}$ в момент времени t. Величина $N(\vec{r},t)$ удовлетворяет уравнению непрерывности, которое в цилиндрической системе координат имеет вид

$$\frac{\partial N(\vec{r},t)}{\partial t} + N_{0S}\delta(\rho-\rho_1)\left(\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi}\right) = 0. \quad (5)$$

Компоненты v_φ и v_z вектора скорости частицы $\vec{v}$ удовлетворяют уравнению движения

$$m\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = e\vec{E}(\vec{r},t),$$

где m – эффективная масса электронов проводимости. Вектор электрической индукции $\vec{D}(\vec{r},t)$ связан с вектором $\vec{E}(\vec{r},t)$ материальным соотношением [1, 10]

$$\vec{D}_i(\vec{r},t) = \int_{-\infty}^{t} \hat{\varepsilon}_{ij}(t-t')\vec{E}_j(\vec{r},t')dt',$$

где $\hat{\varepsilon}_{ij}(t-t')$ – функция влияния, характеризующая эффективность передачи действия поля из момента времени t' в момент t [10]; индексы i и j соответствуют одному из направлений вдоль осей координат ρ, φ и z, причем по индексу j производится суммирование с перебором всех направлений.

Введем скалярный потенциал поля $\psi(\vec{r},t)$ таким образом, чтобы электрическое поле удовлетворяло условию $\vec{E}(\vec{r},t) = -\nabla\psi(\vec{r},t)$. Представим величины $\psi(\vec{r},t)$, $N(\vec{r},t)$ и $\vec{D}(\vec{r},t)$ в виде набора пространственно-временных гармоник. Например,

$$\psi(\vec{r},t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\psi_n(\rho,q_z,\omega)e^{i(q_z z+n\varphi-\omega t)}dq_z d\omega,$$

$$N(\vec{r},t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}N_n(\rho,q_z,\omega)e^{i(q_z z+n\varphi-\omega t)}dq_z d\omega,$$

$$\vec{D}(\vec{r},t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\vec{D}_n(\rho,q_z,\omega)e^{i(q_z z+n\varphi-\omega t)}dq_z d\omega,$$

где q_z и n – продольное волновое число и номер пространственной гармоники (совпадающий с азимутальным модовым индексом) соответственно; ω – частота парциальной волны.

На границе цилиндра $\rho = \rho_1$ выполняются условия равенства тангенциальных составляющих электрических полей в вакууме и цилиндре. Нормальные составляющие векторов индукции испытывают разрыв, обусловленный поверхностным зарядом. Величина разрыва определяется из уравнений (4) и (5).

Наша задача состоит в том, чтобы из приведенных уравнений и граничных условий найти поле, создаваемое частицей, а также поле, отраженное от поверхности цилиндра. Очевидно, что последнее выражается через параметры частицы и среды.

Разлагая функции $\delta(\varphi-\omega_H t)$ и $\delta(z-v_z t)$ соответственно в ряд и интеграл Фурье, а также учитывая, что

$$e^{-i(q_z v_z+n\omega_H)t}=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-i\omega t}\delta(\omega-q_z v_z-n\omega_H)d\omega,$$

плотность заряда (1) представим в виде набора пространственно-временных гармоник

$$Q(\vec{r},t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}Q_n(\rho,q_z,\omega)e^{i(q_z z+n\varphi-\omega t)}dq_z d\omega,$$

где

$$Q_n(\rho,q_z,\omega)=\frac{e}{4\pi^2}\frac{\delta(\rho-\rho_0)}{\sqrt{\rho\rho_0}}\delta(\omega-q_z v_z-n\omega_H).$$

Тогда уравнения Пуассона (3) и (4) сводятся соответственно к виду

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\psi_n(\rho,q_z,\omega)-\left(q_z^2+\frac{n^2}{\rho^2}\right)\psi_n(\rho,q_z,\omega)=$$
$$=-\frac{e}{\pi}\frac{\delta(\rho-\rho_0)}{\sqrt{\rho\rho_0}}\delta(\omega-q_z v_z-n\omega_H); \tag{6}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho D_{n\rho})+\frac{in}{\rho}D_{n\varphi}+iq_z D_{nz}=$$
$$=\frac{4\pi e^2 N_{0S}}{m\omega^2}\delta(\rho-\rho_1)\left(q_z^2+\frac{n^2}{\rho^2}\right)\psi_n(\rho,q_z,\omega), \tag{7}$$

где $D_{n\rho}$, $D_{n\varphi}$, D_{nz} – составляющие вектора $\vec{D}_n(\rho,q_z,\omega)$, причем $D_{ni}=\varepsilon_{ij}(\omega)E_{nj}$, в котором $\varepsilon_{ij}(\omega)=\int_0^{\infty}\varepsilon_{ij}(\tau)\exp(i\omega\tau)d\tau$ – компоненты тензора диэлектрической проницаемости среды. В случае 3D-плазменного цилиндра, расположенного в соосном магнитном поле, компоненты тензора диэлектрической проницаемости среды $\varepsilon_{ij}(\omega)$ внутри исследуемой структуры ($\rho<\rho_1$) выражаются следующим образом [10, 11]:

$$\varepsilon_{\rho\rho}(\omega)=\varepsilon_{\varphi\varphi}(\omega)=\varepsilon_0-\omega_L^2/(\omega^2-\omega_e^2),$$
$$\varepsilon_{\rho\varphi}(\omega)=-\varepsilon_{\varphi\rho}(\omega)=-i\omega_L^2\omega_e/\omega(\omega^2-\omega_e^2),$$
$$\varepsilon_{zz}(\omega)=\varepsilon_0-\omega_L^2/\omega^2,$$
$$\varepsilon_{\rho z}(\omega)=\varepsilon_{\varphi z}(\omega)=\varepsilon_{z\rho}(\omega)=\varepsilon_{z\varphi}(\omega)=0,$$

где $\omega_L=\sqrt{4\pi e^2 N/m}$ и $\omega_e=|e|H_0/mc$ – ленгмюровская и циклотронная частоты электронов проводимости, концентрация которых равна N; ε_0 – диэлектрическая постоянная кристаллической решетки.

2. Поле, создаваемое частицей. Прежде всего найдем поле $\vec{E}^e(\vec{r},t)$, создаваемое зарядом (1) в вакууме, воспользовавшись уравнением (6).

Вне орбиты движения частицы ($\rho\neq\rho_0$) спектральная составляющая потенциала этого поля $\psi_n^e(\rho,q_z,\omega)$ удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta\psi_n^e(\rho,q_z,\omega)=0$ (модифицированному уравнению Бесселя) и имеет вид

$$\psi_n^e(\rho,q_z,\omega)=\begin{cases}C_1 I_n(k\rho), & \rho<\rho_0,\\ C_2 K_n(k\rho), & \rho>\rho_0,\end{cases}$$

где $I_n(k\rho)$ и $K_n(k\rho)$ – модифицированные функции Бесселя n-го порядка первого (функция Инфельда) и второго (функция Макдональда) рода соответственно; $k=|q_z|$; C_1 и C_2 – произвольные постоянные. Выбор решения обусловлен выполнением условий конечности величины $\psi_n^e(\rho,q_z,\omega)$ при $\rho\to 0$ и $\rho\to\infty$.

На орбите движения частицы $\rho=\rho_0$ выполняются условия непрерывности потенциала поля, что приводит к условию

$$C_1 I_n(k\rho_0)=C_2 K_n(k\rho_0). \tag{8}$$

Второе граничное условие для определения постоянных C_1 и C_2 получим из уравнения (6), умножая его на ρ и интегрируя по $d\rho$ в интервале $\rho_0-\delta\rho<\rho<\rho_0+\delta\rho$ при $\delta\rho\to 0$ с учетом условия (8). В результате имеем

$$C_1 I_n'(k\rho_0)-C_2 K_n'(k\rho_0)=\frac{e}{\pi k\rho_0}\delta(\omega-q_z v_z-n\omega_H),$$

где штрих у цилиндрических функций обозначает их производные по аргументу, вычисленные при значении аргумента $k\rho_0$. Совместное рассмотрение приведенных граничных условий определяет C_1 и C_2, которые имеют следующий вид:

$$C_1=\frac{e}{\pi}K_n(k\rho_0)\delta(\omega-q_z v_z-n\omega_H),\ C_2=C_1\frac{I_n(k\rho_0)}{K_n(k\rho_0)}.$$

Таким образом, поскольку электрическое поле частицы $\vec{E}^e(\vec{r},t)$ описывается модифицированными функциями Бесселя, то в радиальном направлении оно локализуется вблизи частицы.

3. Поля волн, отраженных и преломленных поверхностью цилиндрической структуры. При движении частицы над 3D+2D-плазмой цилиндрической конфигурации происходит отражение ее поля от поверхности и проникновение через поверхность цилиндра. Для определения поля, формируемого в системе, воспользуемся уравнением (7), которое преобразуется в

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\varepsilon_{\rho\rho}(\omega)\psi_n-\left(\kappa^2+\frac{n^2}{\rho^2}\right)\varepsilon_{\varphi\varphi}(\omega)\psi_n=$$
$$=-\frac{4\pi e^2 N_{0S}}{m\omega^2}\delta(\rho-\rho_1)\left(q_z^2+\frac{n^2}{\rho^2}\right)\psi_n, \tag{9}$$

где $\psi_n\equiv\psi_n(\rho,q_z,\omega)$; $\kappa^2=q_z^2\varepsilon_{zz}(\omega)/\varepsilon_{\varphi\varphi}(\omega)$. Вне боковой поверхности цилиндра ($\rho\neq\rho_1$) спектральная составляющая потенциала $\psi_n^s(\rho,q_z,\omega)$ поля, формируемого отраженной и преломленной волнами, удовлетворяет уравнению (9) с правой нулевой частью. При $\kappa^2>0$ это уравнение имеет вид модифицированного уравнения Бесселя. При $\kappa^2<0$, что возможно внутри полупроводникового цилиндра, мы имеем уравнение Бесселя. С учетом условия конечности величины $\psi_n^s(\rho,q_z,\omega)$ при $\rho\to 0$ и $\rho\to\infty$ решения однородного уравнения имеют вид

$$\psi_n^s(\rho,q_z,\omega)=\left[\begin{array}{l}AK_n(k\rho),\ \rho>\rho_1,\\ \left[\begin{array}{l}BI_n(\kappa\rho),\ \rho<\rho_1,\kappa^2>0,\\ BJ_n(|\kappa|\rho),\ \rho<\rho_1,\kappa^2<0,\end{array}\right.\end{array}\right.$$

где $J_n(\kappa\rho)$ – функция Бесселя n-го порядка первого рода.

В случае, когда электрическое поле $\vec{E}^s(\vec{r},t)$ отраженной и преломленной волн описывается модифицированными функциями Бесселя, поле собственных волн (колебаний) структуры локализуется вблизи ее цилиндрической поверхности $\rho=\rho_1$. При этом собственные волны являются поверхностными магнитоплазмонами. В полупроводниковом цилиндре, в котором $\varepsilon_{zz}(\omega)/\varepsilon_{\varphi\varphi}(\omega)<0$, что равносильно $\kappa^2<0$, поле преломленной волны проникает вглубь структуры и, следовательно, поле ее собственных волн (колебаний) имеет объемный характер или конфигурацию «шепчущей галереи».

Таким образом, в исследуемой системе в области $\rho_1<\rho<\rho_0$ формируется интерференционное поле падающей на цилиндрическую поверхность структуры и отраженной от нее волн: $\vec{E}(\vec{r},t)=\vec{E}^s(\vec{r},t)+\vec{E}^e(\vec{r},t)$. В результате спектральная составляющая потенциала ψ_n имеет вид

$$\psi_n=\left[\begin{array}{lll}\left[\begin{array}{ll}BI_n(\kappa\rho), & \kappa^2>0,\ \ \rho<\rho_1,\\ BJ_n(|\kappa|\rho), & \kappa^2<0,\ \ \rho<\rho_1,\end{array}\right. & & \\ AK_n(k\rho)+C_1I_n(k\rho), & & \rho_1<\rho<\rho_0,\\ C_2K_n(k\rho), & & \rho>\rho_0.\end{array}\right.$$

Постоянные A и B определяются решениями системы уравнений (приведены для случая $\kappa^2<0$)

$$\begin{cases}A\dfrac{K_n(k\rho_1)}{I_n(k\rho_1)}-B\dfrac{J_n(|\kappa|\rho_1)}{I_n(k\rho_1)}=-C_1,\\ A\dfrac{K_n'(k\rho_1)}{J_n(|\kappa|\rho_1)}-B\left[\varepsilon_{\rho\rho}(\omega)\dfrac{|\kappa|}{k}\dfrac{J_n'(|\kappa|\rho_1)}{J_n(|\kappa|\rho_1)}+\right.\\ \left.+i\varepsilon_{\rho\varphi}(\omega)\dfrac{n}{k\rho_1}-\dfrac{\Omega^2(n^2+q_z^2\rho_1)}{\omega^2 k\rho_1}\right]=-C_1\dfrac{I_n'(k\rho_1)}{J_n(|\kappa|\rho_1)},\end{cases}$$

где $\Omega^2=4\pi e^2N_{0S}/m\rho_1$. Первое уравнение системы является следствием условия непрерывности ψ_n на поверхности структуры $\rho=\rho_1$. Второе уравнение получается из уравнения (4) после применения к нему теоремы Остроградского–Гаусса и определения $N(\vec{r},t)$ из уравнения (5) с учетом уравнения движения, а также разложения $\vec{D}(\vec{r},t)$, $\vec{E}(\vec{r},t)$ и $N(\vec{r},t)$ по пространственно-временным гармоникам. При этом учтено, что

$$\vec{E}(\vec{r},t)=-\nabla\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\psi_n e^{i(q_z z+n\varphi-\omega t)}dq_z d\omega.$$

Следовательно,

$$A=-C_1\frac{I_n(k\rho_1)}{K_n(k\rho_1)}\left(1+\frac{1}{\Delta_n k\rho_1 I_n(k\rho_1)K_n(k\rho_1)}\right),$$
$$B=-\frac{C_1}{\Delta_n k\rho_1 J_n(|\kappa|\rho_1)K_n(k\rho_1)},$$

где

$$\Delta_n=\frac{K_n'(k\rho_1)}{K_n(k\rho_1)}-\varepsilon_{\rho\rho}(\omega)\frac{|\kappa|}{k}\frac{J_n'(|\kappa|\rho_1)}{J_n(|\kappa|\rho_1)}-$$
$$-i\varepsilon_{\rho\varphi}(\omega)\frac{n}{k\rho_1}+\frac{\Omega^2(n^2+q_z^2\rho_1^2)}{\omega^2 k\rho_1}.$$

При этом использован определитель Вронского $K_n(k\rho_1)I_n'(k\rho_1)-I_n(k\rho_1)K_n'(k\rho_1)=1/k\rho_1$ [12]. В случае $\kappa^2>0$ функции Бесселя и их производные ($J_n(|\kappa|\rho_1)$ и $J_n'(|\kappa|\rho_1)$) заменяются функциями Инфельда и их производными ($I_n(\kappa\rho_1)$ и $I_n'(\kappa\rho_1)$ соответственно), а $|\kappa|$ заменяется κ.

Компоненты электрического поля, формируемого в исследуемой системе, имеют вид

$$E_\varphi=-\frac{i}{\rho}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}n\psi_n(\rho,q_z,\omega)e^{i(q_z z+n\varphi-\omega t)}dq_z d\omega,$$

$$E_z=-i\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}q_z\psi_n(\rho,q_z,\omega)e^{i(q_z z+n\varphi-\omega t)}dq_z d\omega.$$

4. Дисперсионные уравнения цилиндрических полупроводниковых и диэлектрических структур с 2*D*-газом. Из выражений для A

и B при отсутствии заряда ($C_1 = 0$) следует дисперсионное уравнение

$$\Delta_n = 0, \tag{10}$$

которое определяет частоты собственных волн (колебаний) 3D+2D-плазменного цилиндра. Решения уравнения (10) определяют связь собственных частот структуры и волновых чисел соответствующих собственных волн. Отметим, что они определяют также частоты собственных мод изотропного ($\varepsilon_{\rho\rho}(\omega) = \varepsilon_{zz}(\omega) = \varepsilon_0$ и $\varepsilon_{\rho\varphi}(\omega) = 0$) или анизотропного ($\varepsilon_{\rho\rho}(\omega) = \varepsilon_{\|}$, $\varepsilon_{zz}(\omega) = \varepsilon_{\perp}$ и $\varepsilon_{\rho\varphi}(\omega) = 0$, где $\varepsilon_{\|}$ и $\varepsilon_{\perp}$ – диэлектрические проницаемости среды в параллельном и перпендикулярном направлениях к оптической оси кристалла, параллельной координатной оси Z, соответственно) диэлектрического цилиндра, боковая поверхность которого покрыта плазменным слоем толщиной $a << 1/k$. При $\Omega = 0$ (т. е. $N_{0S} = 0$) решения уравнения (10) характеризуют собственные волны (колебания) полупроводникового цилиндра.

В случае диэлектрического цилиндра с 2D-газом уравнение (10) упрощается и приобретает вид, приведенный в [7]. В случае диэлектрического цилиндра без 2D-газа уравнение (10) не зависит от частоты, что свидетельствует об отсутствии собственных волн (колебаний) электростатического происхождения. Если положить $\varepsilon_0 = 1$, то получим дисперсионное уравнение плазменного 2D-слоя (нанотрубки – при соответствующих значениях ρ_1) [3].

5. Потери энергии частицы. После подстановки величин компонент E_φ и E_z в точке нахождения частицы в формулу (2) с учетом $v_\varphi = \rho_0 \omega_H$ получим

$$\frac{dW}{dt} = \frac{ie^2}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{q_z v_z + n\omega_H}{\Delta_n k \rho_1} \frac{K_n^2(k\rho_0)}{K_n^2(k\rho_1)} \times \tag{12}$$
$$\times \delta(\omega - q_z v_z - n\omega_H) e^{i(q_z v_z + n\omega_H - \omega)t} dq_z d\omega.$$

Интегрирование по $d\omega$ приводит к выражению для потерь энергии частицы в единицу времени на возбуждение собственных волн (колебаний) 3D+2D-плазменного цилиндра в условиях эффекта Доплера, при котором $\omega = q_z v_z + n\omega_H$:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{2ie^2}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q_z v_z + n\omega_H}{\Delta_n k \rho_1} \frac{K_n^2(k\rho_0)}{K_n^2(k\rho_1)} dq_z. \tag{13}$$

В формуле (13) полюсы $\Delta_n = 0$ определяют продольные волновые числа собственных мод структуры. Отметим, что для каждой моды полюс является простым и имеет единственное значение. Частица теряет энергию на возбуждение волн в условиях магнитотормозных резонансов. Им соответствуют точки пересечения дисперсионных кривых, полученные как решения уравнения (10) в зависимости от k, с прямой $\omega = kv_z + n\omega_H$.

Воспользовавшись условием $\Delta_n = 0$, проинтегрируем выражение (13) по dq_z. При этом учтем формулу Сохоцкого [2, 13]

$$\lim_{\xi \to -0} \frac{1}{\Delta_n - i\xi} = i\pi\delta(\Delta_n) + \frac{P}{\Delta_n},$$

где P – главное значение интеграла, и при обходе полюса учтем зависимость малой мнимой части $\varepsilon(\omega)$ от знака ω. В результате получим

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{2e^2}{\rho_1} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \ge -\frac{q_{zn} v_z}{\omega_H}}}^{\infty} \frac{q_{zn} v_z + n\omega_H}{k_n |\Delta'_{nq_z}|} \frac{K_n^2(k_n \rho_0)}{K_n^2(k_n \rho_1)}, \tag{14}$$

где q_{zn} – продольное волновое число возбуждаемой моды с азимутальным индексом n, определяемое из уравнения $\Delta_n = 0$; $k_n = |q_{zn}|$; Δ'_{nq_z} – значение производной $\partial\Delta_n / \partial q_z$ при q_{zn}. В сумме по n слагаемые, для которых не выполняется условие $n \ge -q_{zn} v_z / \omega_H$, равны 0, что обусловлено выполнением закона сохранения энергии.

Отметим, что при изменении порядка интегрирования в выражении (12) получим аналогичное выражение (14), отличающееся тем, что в знаменателе вместо Δ'_{nq_z} будет стоять $\Delta'_{n\omega}$ – значение производной $\partial\Delta_n / \partial\omega$ на частоте магнитотормозного резонанса $\omega_n = q_{zn} v_z + n\omega_H$, которая является решением уравнения $\Delta_n = 0$. Оба результата являются тождественными, поскольку $\Delta'_{nq_z} = v_z \Delta'_{n\omega}$.

В (14) суммирование производится по азимутальному индексу n собственных мод структуры, частоты которых определяются решениями уравнения (10) в условиях магнитотормозного резонанса. Заметим, что решения (10) для мод с идентичными распределениями полей, но отличающимися по знаку азимутального индекса, не совпадают. Из (14) следует, что спектральные плотности потерь энергии заряженной частицы в единицу времени dW_n / dt (симметричные слагаемые по n) различны при $n > 0$ и $n < 0$. В этом проявляется принцип невзаимности распространения собственных волн 3D+2D-плазменного цилиндра, что приводит к снятию частотного вырождения по азимутальному индексу.

Согласно (14) взаимодействие полей частицы и собственных мод структуры проявляется при малых расстояниях (по сравнению с длиной волны собственных колебаний) между частицей и цилиндрической поверхностью структуры, что обусловлено характером их локализаций.

Особый интерес представляет случай циклотронного резонанса, когда $v_z = 0$. При этом потери энергии частицы на возбуждение собственных мод структуры определяются выражением

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{2e^2}{\rho_1}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\omega_H}{k_n\,|\,\Delta'_{nq_z}\,|}\frac{K_n^2(k_n\rho_0)}{K_n^2(k_n\rho_1)}.$$

Частоты возбуждаемых мод структуры $\omega_n = n\omega_H$ удовлетворяют уравнению $\Delta_n = 0$. Следовательно, в исследуемой электродинамической системе осуществляется селекция возбуждаемых мод внешним продольным магнитным полем с напряженностью H_0.

В случае, когда $H_0 = 0$, в системе реализуются условия черенковских резонансов. Потери энергии частицы на возбуждение волн (колебаний) в структуре равны

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{2e^2}{\rho_1}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{|\,\Delta'_{n\omega}\,|}\frac{K_n^2(k_n\rho_0)}{K_n^2(k_n\rho_1)},$$

где $k_n = \omega_n / v_z$. Частота ω_n возбуждаемой моды с азимутальным индексом n определяется из уравнения $\Delta_n = 0$. Продольное волновое число возбуждаемой моды удовлетворяет соотношению $q_{zn}v_z = \omega_n - n\omega_H$. Следовательно, в $3D$+$2D$-плазменном цилиндре, изменяя величину H_0 внешнего магнитного поля, можно осуществлять селекцию возбуждаемых мод.

Отметим, что спектральные плотности потерь энергии заряженной частицы в единицу времени $dW_n / dt \to 0$ (слагаемые в (14) высокого порядка) при $n \to \infty$. Как следствие, при учете ограниченности азимутальной составляющей волнового числа в $3D$+$2D$-плазме цилиндрической конфигурации осуществляется возбуждение мод с азимутальными индексами в ограниченных диапазонах – $|\,n\,| < \rho_1 / a$.

Выводы. Таким образом, показано, что при движении заряженной частицы по спиральной траектории вокруг полупроводникового цилиндра с $2D$-электронным газом на его боковой поверхности в системе возбуждаются собственные волны электростатического происхождения. Заметим, что в диэлектрическом цилиндре эти волны возникают только в присутствии $2D$-газа. Возбуждение $3D$+$2D$-плазменного цилиндра осуществляется в условиях магнитотормозного резонанса, когда совпадают частоты и продольные волновые числа волн заряженной частицы и собственных волн системы. В этом случае на частоте $\omega_n = q_{zn}v_z + n\omega_H$ (определяемой доплеровским сдвигом частоты) выполняется условие $\Delta_n = 0$. В результате возникают потери энергии заряженной частицы. Показано, что посредством изменения величины внешнего магнитного поля можно осуществлять селекцию возбуждаемых мод.

Получена и проанализирована универсальная формула для потерь энергии частицы в единицу времени. С ее помощью можно определить потери энергии как при вращательном, так и при поступательном движении частицы (или заряженного кольца, охватывающего цилиндр [7]). Эта формула может быть применена для описания потерь энергии на возбуждение собственных волн (колебаний) различных цилиндрических структур с $2D$-газом, а также полупроводникового цилиндра.

Отмечено, что спектр собственных частот таких структур соответствует конечному набору гармоник с азимутальными индексами $|\,n\,| < \rho_1 / a$. Обнаружен эффект невзаимности возбуждения собственных волн $3D$+$2D$-плазменного цилиндра с идентичными структурами распределения полей, но отличающихся направлением распространения по азимутальной координате.

Библиографический список

1. *Ландау Л. Д.* Электродинамика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 1982. – 620 с.
2. *Силин В. П.* Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред / В. П. Силин, А. А. Рухадзе. – М.: Госатомиздат, 1961. – 244 с.
3. *Ведерников А. К.* Плазменные колебания в нанотрубках и эффект Аарова-Бома для плазмонов / А. К. Ведерников, А. Д. Говоров, А. В. Чаплик // Журн. эксперим. и теорет. физики. – 2001. – 120, вып. 4(10). – С. 979–985.
4. *Ведерников А. К.* Колебательные моды и электронно-фононное взаимодействие в полупроводниковых нанотрубках / А. К. Ведерников, А. В. Чаплик // Физика и техника полупроводников. – 2004. – 38, вып. 11. – С. 1358–1363.
5. *Чаплик А. В.* Поверхностные магнитоплазмоны в структуре с двумерной и трехмерной плазмой / А. В. Чаплик // Журн. эксперим. и теорет. физики. – 2013. – 144, вып. 1(7). – С. 215–220.
6. *Потери* энергии заряженной частицы, движущейся по спиральной траектории / А. В. Дормидонтов, Ю. В. Прокопенко, С. И. Ханкина, В. М. Яковенко // Радиофизика и электрон. – 2014. – 5(19), № 1. – С. 29–41.
7. *Потери* энергии заряженной частицы на возбуждение собственных волн в цилиндрических структурах с двумерным электронным газом / А. В. Дормидонтов, Ю. В. Прокопенко, С. И. Ханкина, В. М. Яковенко // Радиофизика и электрон. – 2014. – 5(19), № 4. – С. 63–72.
8. *Ханкина С. И.* Поверхностные плазменные волны на неровной границе твердого тела / С. И. Ханкина, В. М. Яковенко, И. В. Яковенко // Изв. вузов. Радиофизика. – 2002. – 46, вып. 10. – С. 887–893.
9. *Ханкина С. И.* Поверхностные электронные состояния, создаваемые рэлеевской волной / С. И. Ханкина, В. М. Яковенко, И. В. Яковенко // Журн. эксперим. и теорет. физики. – 2007. – 131, вып. 3. – С. 518–524.

10. *Александров А. Ф.* Основы электродинамики плазмы / А. Ф. Александров, Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе. – М.: Высш. школа, 1978. – 407 с.
11. *Квазиоптические* твердотельные резонаторы / А. Я. Кириченко, Ю. В. Прокопенко, Ю. Ф. Филиппов, Н. Т. Черпак. – К.: Наук. думка, 2008. – 286 с.
12. *Бейтмен Г.* Высшие трансцендентные функции: в 3 т. Т. 2 / Г. Бейтмен, А. Эрдейи; пер. с англ. Н. Я. Виленкина. – 2-е изд., стереотип. – М.: Наука, 1974. – 295 с.
13. *Владимиров В. С.* Обобщенные функции в математической физике / В. С. Владимиров. – М.: Наука, 1976. – 280 с.

Рукопись поступила 13.07.2015.

A .V. Dormidontov, Yu. V. Prokopenko,
V. M. Yakovenko

ENERGY LOSS OF CHARGED PARTICLE ON THE WAVES EXCITATION IN SEMICONDUCTOR CYLINDER WITH TWO-DIMENSIONAL ELECTRON GAS ON THE SIDE SURFACE

One of the urgent problems of modern radiophysics is the study of the fundamental properties of solid-state structures that contain nanodimension fragments. Studies of the excitation mechanisms of electromagnetic waves when the charged particles move in various electrodynamic systems form the basis of electronics. In this case, a number of the fundamentally important characteristics of structures include their dispersion equations. They allow to determine the place of electrodynamic structures in the radio physical systems of different purposes. An energy loss of a charged particle per unit time on the waves and/or oscillations excitation in the system is the data characteristic. In electrostatic approximation the dispersion equation describing the eigenmodes of semiconductor cylinder with the layer of two-dimensional electron gas on the side surface (3D+2D-plasma) has been obtained. The energy loss of charged particle was found when it was moving in external magnetic field that has the intensity vector parallel to the symmetry longitudinal axis of the 3D+2D-plasma of cylindrical configuration. It was noted that the obtained relation has the universal character. With the help of it the energy loss may be determined for rotary motion of particle around the cylinder and its translational motion parallel to the cylinder generatrix. The effect of non-reciprocity of the eigenmodes excitation of 3D+2D plasma cylinder was discovered. These modes have identical structures of the field distribution, but differ in the propagation direction along the azimuthal coordinate. Research results extend our conceptions about the electrodynamic properties of systems with plasma mediums and systematize the knowledge of the excitation mechanisms of electromagnetic waves in electrodynamic systems that form the basis of microwave devices.

Key words: eigenmodes, plasma-medium electrodynamic structure with the plasma layer, two-dimensional electron gas, nanostructure, gyrosynchrotron resonance, Doppler effect, particle energy loss by the wave excitation.

А. В. Дормидонтов, Ю. В. Прокопенко,
В. М. Яковенко

ВТРАТИ ЕНЕРГІЇ ЗАРЯДЖЕНОЇ ЧАСТИНКИ НА ЗБУДЖЕННЯ ХВИЛЬ У НАПІВПРОВІДНИКОВОМУ ЦИЛІНДРІ З ДВОВИМІРНИМ ЕЛЕКТРОННИМ ГАЗОМ НА БОКОВІЙ ПОВЕРХНІ

Однією з актуальних проблем сучасної радіофізики є дослідження фундаментальних властивостей твердотільних структур, які містять нанорозмірні фрагменти. Дослідження механізмів збудження електромагнітних хвиль під час руху заряджених частинок у різноманітних електродинамічних системах складають основу електроніки. До числа принципово важливих характеристик структур відносяться їх дисперсійні рівняння. Вони дозволяють визначити місце електродинамічних структур у радіофізичних системах різноманітного призначення. Інформаційною характеристикою є втрати енергії зарядженої частинки в одиницю часу на збудження в системі власних хвиль і/або коливань. В електростатичному наближенні отримано дисперсійне рівняння, що характеризує власні моди напівпровідникового циліндра з шаром двовимірного електронного газу на його бічній поверхні (3*D*+2*D*-плазми). Знайдено втрати енергії зарядженої частинки, що рухається в зовнішньому магнітному полі, вектор напруженості якого спрямований паралельно повздовжній осі симетрії 3*D*+2*D*-плазми циліндричної конфігурації. Зазначено універсальний характер отриманого співвідношення. За його допомогою можливо визначити втрати енергії як при обертальному русі навколо циліндра, так і при поступальному русі частинки паралельно твірній циліндра. Виявлено ефект невзаємності збудження власних хвиль 3*D*+2*D*-плазмового циліндра з ідентичною структурою розподілу полів, які проте відрізняються напрямком розповсюдження вздовж азимутальної координати. Результати досліджень розширюють наші уявлення про електрофізичні властивості систем з плазмоподібними середовищами та систематизують знання про механізми збудження електромагнітних хвиль в електродинамічних системах, які складають основу мікрохвильових пристроїв.

Ключові слова: власні коливання і хвилі, плазмоподібні середовища, електродинамічна структура з плазмовим шаром, двовимірний електронний газ, наноструктура, магнітотормозний резонанс, ефект Доплера, втрати енергії частинки на збудження хвиль.