

SOI: [1.1/TAS](http://s-o-i.org/1.1/TAS) DOI: [10.15863/TAS](https://doi.org/10.15863/TAS)

International Scientific Journal
Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2018 Issue: 11 Volume: 67

Published: 21.11.2018 <http://T-Science.org>

QR – Issue

QR – Article



**SECTION 2. Applied mathematics.
Mathematical modeling.**

S. U. Zhanatauov
candidate of physics and mathematical sciences,
Department «Information technologies and automation», Professor,
Noncommercial joint-stock company "Kazakh national agrarian university", Kazakhstan
sapagtu@mail.ru

MODELING EIGENVECTORS WITH GIVEN THE VALUES OF THEIR INDICATED COMPONENTS

Abstract: The paper solves a new problem inverse to the problem from the DSP model: $R_{mn} => (C_{mn}, A_{mn})$ and different from the problem from the model ISP 1[8]: $A_{mn} => (C^{(l)}_{mn}, R^{(l)}_{mn}), l=1, \dots, k_l < \infty$. For the matrix $C_{mn} = [C^+_1 | C^+_2]$ (with the new values $c^+_{kj}, j=1, \dots, l, k \in \{1, \dots, n\}$) is required to find a new pair of matrices (C^+_{mn}, A^+_{mn}) , such that the matrix $C^+_{mn} = [C^+_1 | C^+_2]$ has the same set of pairs of indices (k, j) and the same new values of the components $c^+_{kj}, j=1, \dots, l, k \in \{1, \dots, n\}$ as in the first l eigenvectors $c^+_j = (c^+_{1j}, c^+_{2j}, \dots, c^+_{nj})^T$, located at column submatrices C^+_1 of matrix $C^+_{mn} = [c^+_1 | c^+_2 | \dots | c^+_n]$. Matrix C^+_{mn} and A^+_{mn} satisfy the equations: $C^{+T}_{mn} C^+_{mn} = C^+_{mn} C^{+T}_{mn} = I_{mn}, C^+_{mn} A^+_{mn} C^{+T}_{mn} = R^+_{mn}, \lambda^+_1 + \dots + \lambda^+_n = n, c^+_i A^+_{mn} c^{+T}_j = I, c^+_i A^+_{mn} c^{+T}_j = r^+_{ij}, r^+_{ij} = r^+_{ji}, i=1, \dots, n; j=1, \dots, n, C^+_{mn} = [C^+_1 | C^+_2]$, where the correlation matrix R^+_{mn} has a new matrix of the eigenvectors and the eigenvalues $A^+_{mn} = \text{diag}(\lambda^+_1, \dots, \lambda^+_n) = n$. $\lambda^+_1 + \dots + \lambda^+_n = n, \lambda^+_1 \geq \dots \geq \lambda^+_n > 0$. Model ISP 2: $C_{mn} => (C^+_{mn}, A^+_{mn})$. The solution of the problem: a pair of matrices $A^+_{mn}, C^+_{mn} = [C^+_1 | C^+_2]$ necessary to implement IM PCA[3]: $(C^+_{mn}, A^+_{mn}) => (R^+_{mn}, Z^{(t)}_{mn}, Y^{(t)}_{mn}), t=1, \dots, k_t < \infty$.

Key words: eigenvectors with given the values of their indicated components.

Language: Russian

Citation: Zhanatauov, S. U. (2018). Modeling eigenvectors with given the values of their indicated components. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 11 (67), 107-119.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-11-67-18> **Doi:** <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2018.11.67.18>

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ
С ЗАДАНЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ ИХ ВЫДЕЛЕННЫХ КОМПОНЕНТ**

Аннотация: В статье решена новая задача, обратная к задаче из модели ПСЗ[3]: $R_{mn} => (C_{mn}, A_{mn})$ и отличная от задачи из модели ОСЗ 1[11]: $A_{mn} => (C^{(l)}_{mn}, R^{(l)}_{mn}), l=1, \dots, k_l < \infty$. Для матрицы $C_{mn} = [C^+_1 | C^+_2]$ (с новыми значениями $c^+_{kj}, j=1, \dots, l, k \in \{1, \dots, n\}$) требуется найти новую пару матриц (C^+_{mn}, A^+_{mn}) , такую, что матрица $C^+_{mn} = [C^+_1 | C^+_2]$ имеет те же заданные пары индексов (k, j) и те же новые значения компонентов $c^+_{kj}, j=1, \dots, l, k \in \{1, \dots, n\}$, что и у первых l собственных векторов $c^+_j = (c^+_{1j}, c^+_{2j}, \dots, c^+_{nj})^T$, расположенных по столбцам подматрицы C^+_1 матрицы $C^+_{mn} = [c^+_1 | c^+_2 | \dots | c^+_n]$. Матрицы C^+_{mn} и A^+_{mn} удовлетворяют равенствам: $C^{+T}_{mn} C^+_{mn} = C^+_{mn} C^{+T}_{mn} = I_{mn}, C^+_{mn} A^+_{mn} C^{+T}_{mn} = R^+_{mn}, \lambda^+_1 + \dots + \lambda^+_n = n, c^+_i A^+_{mn} c^{+T}_j = I, c^+_i A^+_{mn} c^{+T}_j = r^+_{ij}, r^+_{ij} = r^+_{ji}, i=1, \dots, n; j=1, \dots, n, C^+_{mn} = [C^+_1 | C^+_2]$, где корреляционная матрица R^+_{mn} имеет новые матрицы собственных векторов и собственных чисел $A^+_{mn} = \text{diag}(\lambda^+_1, \dots, \lambda^+_n) = n$. $\lambda^+_1 + \dots + \lambda^+_n = n, \lambda^+_1 \geq \dots \geq \lambda^+_n$. Модель ОСЗ 2: пары матриц $A^+_{mn}, C^+_{mn} = [C^+_1 | C^+_2]$ необходимы для реализации ОМ ГК: $(C^+_{mn}, A^+_{mn}) => (R^+_{mn}, Z^{(t)}_{mn}, Y^{(t)}_{mn}), t=1, \dots, k_t < \infty$.

Ключевые слова: собственные векторы с заданными значениями их выделенных компонент.

Введение

В программной системе, имитирующей на компьютере мышление человека, процесс мышления человека, решаются определенные задачи или принимаются решения в конкретной

области. Обязательные шаги процесса «добычи» знаний при обработке данных (они представлены ниже): данные, «вычисленные» данные (информация), модуль извлечения знаний, система объяснений фактов и правил для модуля

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

извлечения знаний, - воспроизводятся на компьютере. Они соответствуют структуре типовой экспертной системы (ЭС).

Наиболее общими методами представления знаний в ЭС являются: правила, семантические сети, фреймы. Представление знаний в виде правил предполагает наличие фактов и правил, из которых выводятся смыслы (выводы) [1]. Большинство существующих коммерческих ЭС основаны на правилах

В работе [1] найден смысл для комбинации смыслов z -переменных из Прямой [2] и Обратной [3,4] Моделей Главных Компонент. Таких комбинаций смыслов рассмотрено 2. Извлечение знаний происходит из матрицы собственных векторов S_{nn} размерности n -на- n и из $n=6$ названий z -переменных, отражающих смыслы имен z -переменных.

Для системы искусственного интеллекта (ИИ) смыслы играют роль знаний [1]: будущая карьерная успешность школьника существенно зависит от «статуса родителей» и от «средней оценки в школе». Эти выводы [1] получены после обработки приводимых ниже 6 показателей (из их смыслов и значений). При других смыслах показателей и (или) их значений могут быть получены другие выводы. В общем случае, интеллект можно представить как совокупность фактов и правил их использования. Цели в ЭС достигаются с помощью правил и использованием всех известных фактов. Количество фактов и правил может быть любым конечным, а смысл выводов из них – разной степени содержательности: от очевидных до новых. В [1, с.11] приводятся случаи наличия «1 факт + 2 правила», «3 факта+ 9 правил». В работе [1] рассматривается случай «3 правила+2 «вычисленных» факта». Извлекаются неформализованные знания. Формализованные знания формулируются в книгах, руководствах, документах в виде общих и строгих суждений (законов, формул, моделей, алгоритмов и т.п.).

В программной системе, имитирующей на компьютере мышление человека, где формализуются процессы мышления человека, решаются специальные задачи и принимаются формализованные решения, относящиеся к соответствующей конкретной области. Выделяют основные шаги процесса «добычи» знаний и при разработке программных средств воспроизводятся формальные словесные выводы на компьютере по «усеченной» грамматике, синтаксису.

Среди СИИ, широко внедряемых в область автоматизации проектирования систем принятия решений, следует выделить такие экспертные системы (ЭС), в которых находится обширный запас знаний и экспертных оценок о конкретной предметной области.

Будем рассматривать формализованные знания, извлеченные из цифр в таблице объект-свойства. Простые «готовые» формализованные знания формулируются в книгах, руководствах, документах в виде общих и строгих суждений (законов, формул, моделей, алгоритмов и т.п.). Мы добываем знания из цифровых данных. Данные - это совокупность сведений, зафиксированных на определенном носителе в форме, пригодной для постоянного хранения, передачи и обработки. Преобразование и обработка (анализ) данных позволяет получить полезную и применяемую информацию. Информация - это результат преобразования и компьютерного или иного анализа данных. Мы рассматриваем их формы в виде чисел, векторов (собственных чисел, коэффициентов регрессии), матриц (собственных векторов, коэффициентов корреляций), в виде названий и значений так называемых z -переменных, u - переменных, организованных в виде прямоугольных матриц, обладающих известными алгебраическими свойствами. Отличие информации от данных состоит в том, что данные - это фиксированные прямые или косвенные сведения о событиях и явлениях, которые хранятся на определенных носителях, а информация появляется в результате обработки данных при решении конкретных задач. Знания – это зафиксированная и проверенная практикой обработанная информация, которая использовалась и может многократно использоваться для принятия решений. Знания – это вид информации, которая хранится в базе знаний и отображает знания специалиста в конкретной предметной области. Знания – это интеллектуальный капитал. Формальные знания могут быть в виде документов (стандартов, нормативов), регламентирующих принятие решений или учебников, инструкций с описанием решения задач.

Мы ниже рассматриваем косвенные сведения, содержащиеся в матрице собственных векторов, обнаруженные и опубликованные в статьях [1,5,6,7]. Эти матрицы собственных векторов соответствовали определенным данным, относящихся к прошлым моментам времени. Знания основывались на значениях выделенных компонент первых l ($l=1,2,3$) собственных векторов, в которых была своя иерархия между значениями выделенных компонент в l собственных векторах.

В настоящее время фактор времени внес существенные коррективы в иерархии между значениями выделенных компонент в l собственных векторах из матриц S_{66} , анализировавшихся в [1,5,6,7]. Обоснование этого будет разным для 4 матриц собственных векторов из указанных работ. Но все матрицы

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

имеют размерность 6-на-6. Впредь будем рассматривать матрицу C_{nn} размерности n -на- n . Мы провели расчеты по нашей разработанной модели (ОСЗ 2) по всем 4 матрицам собственных векторов. Приведем результаты только по новой матрице собственных векторов C_{66}^+ из работы [1]. При этом новая матрица собственных чисел Λ_{66}^+ адекватна по выбранным алгебраическим свойствам старой матрице собственных чисел Λ_{66} из [1]. Матрицы C_{66}^+ и Λ_{66}^+ относятся к данным, получаемым в настоящее время. Реальные данные из работ [1,5,6,7] относятся к прошлым моментам времени. Мы моделируем новые данные, относящиеся к настоящему времени, используя относящиеся (по построению) к настоящему моменту времени пару матриц C_{66}^+ и Λ_{66}^+ . Далее при $m=20$ реализовали вариант ОМ ГК[3,4] вида: $(C_{66}^+, \Lambda_{66}^+) \Rightarrow (R_{66}^+, Z_{m6}^{(t)}, Y_{m6}^{(t)}, t=1, \dots, k, k < \infty, m=20$. Стандартизованная выборка Z_{m6} объема $m=20$ имеет корреляционную матрицу $R_{66}^+ = (1/m)Z_{m6}^{(t)T}Z_{m6}^{(t)}$. Элементы спектра $\Lambda_{66}^+ = \text{diag}(\lambda_1^+, \dots, \lambda_n^+)$, $n=6$, являются измерителями количества информации. Матрица $C_{66}^+ = [c_1|c_2|\dots|c_6]$ собственных векторов $c_j^+ = (c_{1j}^+, c_{2j}^+, \dots, c_{nj}^+)^T$, $j=1, \dots, 6$, является преобразователем 6 z -переменных в 6 y -переменных, из которых только ℓ штук y -переменных, $\ell < 6$, имеют содержательный смысл. При известном векторе средних и векторе стандартных отклонений имеем выборку модельных данных, относящихся к настоящему времени. Адекватность по критериям показаны в работах [8-10].

Матрицы собственных векторов и косвенные сведения, содержащиеся в них

Рассматриваемые совокупности смыслов извлечены в нескольких статьях [1,5,6,7] при когнитивном анализе нескольких реальных данных X_{mn}^0 с числом измеряемых показателей $n=6$. Во всех случаях извлечения цифровых знаний из Z_{mn} , вычисленных из X_{mn}^0 подчиняющихся правилам для цифровых фактов, в том числе вычисленных с применением прямой и обратной моделей главных компонент [2,3,4]. Элементы матрицы Z_{mn} являются значениями z -переменной $z = (x^\circ - x_{cp})/s$. Формула $x^\circ = x_{cp} + zs$ показывает структуру разложения измеренного значения x° на слагаемые. Первое слагаемое (x_{cp}) называется ожидаемым значением, его значение является главной частью значения x° реального показателя и имеет единицу измерения. Второе слагаемое (zs) показывает число $z = (x^\circ - x_{cp})/s$ отклонений (стандартных) в отклонении исходного значения x_{ij}° от значения выборочного среднего: $x_{ij}^\circ = (x_{ij}^\circ - x_{ij}^{cp})/s_{ij}$, $z_{ij} = x_{ij}^\circ/s_{ij}$, где $x_{ij}^\circ = (x^\circ - x_{ij}^{cp}) = z_{ij}s_{ij}$.

Основным поставщиком цифровых знаний являются пары матриц $(C_{66}^+, \Lambda_{66}^+)$. Кратко рассмотрим используемые нами при моделировании собственных векторов с заданными значениями их выделенных компонент матрицы собственных векторов и матрицы собственных чисел. Они вычислялись по данным прошлых лет служили источником косвенных и реальных сведений. У нас эти сведения про матрицу $C_{66} = [c_1|c_2|\dots|c_6]$ собственных векторов $c_j = (c_{1j}, c_{2j}, \dots, c_{nj})^T$, $j=1, \dots, 6$, являются отправной точкой при преобразовании ее в новую матрицу C_{66}^+ , содержащаяся в ней информация является неизменной и ценной. Меняем только иерархию между значениями выделенных в работах [1,5,6,7] компонент в ℓ собственных векторах из матрицы C_{66} . При изложении результатов моделирования из [1] мы не приводим значения элементов матриц R_{66} , $R_{66}^{(t)}$, ибо они не используются при когнитивном анализе когнитивной карты узла №1, соответствующей главной компоненте u_1 [1].

В работе [7] разработана «модель представления знаний эксперта в виде ориентированного орграфа (когнитивной карты) $[(Z, Y), C]$. Здесь в двух множествах анализируемые факторы $(Z, Y=ZC)$ интерпретируются как события из $n=6$ z - и из $n=6$ y -переменных, относящихся к одной ($\ell=1$) ситуации. Матрица C_{66} интерпретируется как множество измерений $n^2=6^2$ причинно-следственных отношений между факторами ситуации) и $n=6$ когнитивных методов анализа экономической ситуации в телекоммуникационной отрасли. Орграф когнитивной карты выделяет визуализируемые подмножества факторов» в виде одного фактора u_1 , так как число существенных (доминирующих по величине дисперсии) обобщенных факторов (главных компонент, y -переменных) $\ell=1$. Оно определено по критерию Дикмана-Кайзера: $\Lambda_{66} = \text{diag}(4.6798, 0.7050, 0.3390, 0.2249, 0.0500, 0.0013)$, $f_4(\Lambda_{66}, 1) = 4.6798/6 = 0.78$. Переменная №1 содержит 78% информации о факторах ситуации, определяемой в 44 телекоммуникационных предприятиях Республики Казахстан по 6 значениям Т-факторов. Названия показателей следующие: $z_1=(T1)$ - ВРП; $z_2=(T4)$ - доля прибыльных предприятий; $z_3=(T5)$ - совокупный доход до налогообложения предприятий и организаций; $z_4=(T9)$ - объем промышленного производства на 1 предприятие; $z_5=(T15)$ - количество междугородных разговоров на 1 предприятие; $z_6=(y)$ = междугородный трафик (минуты) для предприятий. Матрица C_{66} единственна и вычисляется в ПМ ГК [2] как решение прямой спектральной задачи (ПСЗ) [1,3,4]. Значения y - переменных вычисляются по формуле

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

$y_1=0.4479*z_1+0.3961*z_2+0.4444*z_4+0.4129*z_5+0.4259*z_6+\varepsilon_1$. Выделенные компоненты 1-го собственного вектора равны этим приведенным значениям, так как нами было в работе [7] назначено пороговое значение $c(1)=0.4$. По шкале Чеддока 0.4 входит в интервал $[0,3-0,5]$ умеренной связи. Тогда значения «весов» c_{k1} по модулю превышают пороговое значение $c(1)=0.4$, соответственно только у 5 (из 6) z-переменных с номерами $k=1,2,4,5,6$. Эти выделенные 5 компонент оказывают «ощутимое» влияние на y-переменную №1. Вариабельность этих z-переменных преимущественно обеспечивают дисперсию, равную $\lambda_1=4,6798$ – наибольшую интерпретируемую оценку информативности матрицы $Z_{44,06}$ посредством весов $c_{11}=+0.4479$, $c_{12}=+0.3961$, $c_{14}=+0.4444$, $c_{15}=+0.4129$, $c_{16}=+0.4259$, вычисленных в ПМ ГК. Тогда общий смысл равен сумме смыслов z-переменных с номерами 1,2,4,5,6: $\text{смысл}(y_1)=0.4479*\text{смысл}(z_1)+0.3961*\text{смысл}(z_2)+0.4444*\text{смысл}(z_4)+0.4129*\text{смысл}(z_5)+0.4259*\text{смысл}(z_6)+\varepsilon_1$. Эта линейная комбинация смыслов когнитивно сформулирована как «мощность предприятия по вкладу в ВРП и по объему промышленного производства» [7]. В итоге мы видим, что на единственный обобщенный фактор y_1 воздействует набор Т-факторов: на фактор y_1 влияют Т-факторы Т1, Т4, Т9, Т15, z_6 [7]. В соответствии со своим набором Т-факторов наш обобщенный фактор и интерпретируется когнитивно. При этом чем больше расходов разных, тем больше расходов и на интернет. Это свидетельствует о том, что междугородным трафиком и интернетом пользуется наиболее успешно работающая часть крупных предприятий. Регионы, где работают такие предприятия, имеют развитую телекоммуникационную инфраструктуру. Эти выводы получены для тех лет. Сейчас ситуация совсем иная.

В работе [5] в качестве переменных рассматриваются 6 «доходностей ГЦБ к дате погашения», т.е. имеем 6 финансовых инструментов (ФИ), преобразуемых в новые ФИ (НФИ) при помощи своей матрицы [5, Таблица 2] $C_{66}=[c_1|c_2|\dots|c_6]$ собственных векторов. Рассматриваются НФИ №1, НФИ №2, НФИ №3 ($\ell=3$), обладающих разными портфельными рисками: $\lambda_1=1.8076$, $\lambda_2=1.7936$, $\lambda_3=1.1509$. В этих данных практически учитываемая моделью вычисления рисков изменения доходности типа «доходность к дате погашения» [5], равна $(1.8076+1.7936+1.1509)/6=0,792017=79,2\%$.

Существенную роль для решения задачи из статьи [5] выделенные по своим критериям «веса» из компонент $\ell=3$ собственных векторов $[c_1|\dots|c_\ell]$. Эти «веса» при z-переменных №1, №2 (у 1-го собственного вектора), №4, №5 (у 2-го

собственного вектора), №4, №6 (у 3-го собственного вектора) имеют финансовый смысл и название. Значения новых финансовых инструментов НФИ №1, НФИ №2, НФИ №3, определяются через первые 3 y-переменные вида $y_{11}=0.6529z_{i1}+0.6379z_{i2}+\varepsilon_1$, $y_{12}=0.5142z_{i4}+0.6940z_{i5}+\varepsilon_2$, $y_{13}=0.5614z_{i4}+0.6637z_{i6}+\varepsilon_3$.

Коэффициенты 0.6529, 0.6379, 0.5614, 0.5142, 0.6940, 0.6637 при стандартизованных z-переменных z_1, z_2, z_4, z_5, z_6 являются элементами матрицы собственных векторов C_{66} , бесконечное множество значений вычисляются при применении описываемой ниже модели.

Тот же смысл имеют НФИ №1, НФИ №2, НФИ №3 и при других значениях, выделенных в статье и указанных выше 6 весомых компонентах подматрицы C_1 из матрицы собственных векторов [5, Таблица 3].

Разработанная в предлагаемой статье модель применялась при решении нашей новой задачи для данных из работы [5]. Подробности будут изложены отдельно.

Мы подробно рассматриваем случай $\ell=2$. В работе [6] выделяются «веса» компонент 2 собственных векторов $[c_1|c_2]$ из 6. Эти «веса» $c_{11}=-0.5101$; $c_{31}=0.3820$; $c_{41}=0.3918$; $c_{51}=-0.4447$; $c_{61}=0.4149$; $c_{32}=-0.5719$; $c_{42}=-0.5645$; $c_{52}=-0.3311$; $c_{62}=0.4164$ при z-переменных №1, №3, №4, №5, №6 (у 1-го собственного вектора), №3, №4, №5, №6 (у 2-го собственного вектора) являются элементами матрицы собственных векторов C_{66} . Их бесконечное множество значений 9 элементов из подматрицы C_1 моделируются при применении описываемой ниже модели ОСЗ 2. Линейная комбинация смыслов z-переменных z_1, z_3, z_4, z_5, z_6 , как показано в [6], дает новый смысл y-переменной y_1 новый вид задолженности: будущая муниципальная кредиторская задолженность бюджетов 20 городов США: $\text{вид}(z_1)=\text{БКЗ}$ [6]. Линейная комбинация смыслов z-переменных с номерами 3,4,5,6, дает другой новый смысл y-переменной y_2 , а именно новый вид задолженности: будущая муниципальная дебиторская задолженность бюджетов 20 городов США: $\text{вид}(z_2)=\text{БДЗ}$ [6]. Вычисленная по реальным данным матрица собственных векторов C_{66} «различает» только задолженности 2-х видов: БКЗ, БДЗ. Результаты всех вычислительных экспериментов не будем здесь иллюстрировать.

Следующий случай $\ell=2$ мы рассмотрим подробно и опишем результаты расчетов. В работе [1] выделяются «веса» из компонент 2-х собственных векторов $[c_1|c_2]$ из 6. Эти «веса» $c_{11}=0.5106$; $c_{31}=0.4569$; $c_{51}=0.5129$; $c_{61}=0.4215$. $c_{22}=0.4642$; $c_{62}=-0.6128$ при z-переменных №1, №3, №5, №6 (у 1-го собственного вектора), №2, №6 (у 2-го собственного вектора) являются элементами матрицы собственных векторов C_{66} ,

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

конечное множество значений вычисляются при применении алгоритмов описываемой ниже модели вычисления собственных векторов с заданными значениями их весовых компонент.

Решаемая в данной статье задача является другой обратной спектральной задачей, отличной от ОСЗ 1 и от ПСЗ. Для всех матриц собственных векторов C_{66} одинаковой размерности разработана одна программа-таблица для надстройки «Поиск решения» (Solver), но для каждой матрицы собственных векторов C_{66} разработаны отдельные 2-столбцовые таблицы ограничений, реализующие присущие для каждой матрицы $C_{66}^{(+)}$ ограничения вида $|c_{kj}| \geq c(j)$, $j=1, \dots, \ell$, $k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Общими для всех программ-таблиц являются соотношения $C_{nn}^{+T} C_{nn}^{+} = C_{nn}^{+} C_{nn}^{+T} = I_{nn}$, $R_{nn}^{+} C_{nn}^{+} = C_{nn}^{+} \Lambda_{nn}^{+}$. Для элементов моделируемого нового спектра $\Lambda_{nn}^{+} = \text{diag}(\lambda_1^+, \dots, \lambda_6^+)$ введено ограничение $\lambda_1^+ + \dots + \lambda_6^+ = 6$, $\lambda_1^+ > \dots > \lambda_6^+ > 0$, $\lambda_1^+ = \lambda_1$, где λ_1 – известный всегда наибольший элемент известного спектра $\Lambda_{66} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_6)$.

Наше исследование требует особого рассмотрения. Оно касается будущего для нынешних школьников. Как ситуации так и события в системе семья-ученики-школа часто меняются. Требуется частый мониторинг состояния дел, объектов, субъектов, информационного поля и других инфраструктурных факторов. Начнем с пересмотра весов значимости и проявлений измеряемых показателей в сложной системе семья-ученики-школа на настоящий момент в условиях Республики Казахстан. С учетом ментальных и других скрытых (неизмеряемых) особенностей, отличающихся от таковых в западных странах с развитой экономикой, с другими ценностными ориентациями в системе

семья-ученики-школа.

Для современных представлений о будущей карьере школьника имеет огромное значение реальная оценка своих способностей и оценка факторов, влияющих на оценки проявлений «граней» способностей. Оценки проявлений тех или иных «граней» способностей у детей осуществляют на государственном уровне через баллы по дисциплинам, преподаваемом в учреждениях среднего образования. Они соответствуют стандартам и могут служить критерием оценки проявлений «граней» способностей. По оценкам ученика по дисциплинам за школьные годы можно реально оценить свои способности. Одним из важных и первичных критериев будущей карьеры, предопределяющих уровень успехов ученика, являются школьные оценки по дисциплинам. Но на эти оценки влияют, кроме личных качеств ученика, факторы родителей, семьи, школы, учителей. Величины их проявлений измеряются количественно, имеют адекватный смысл и коэффициенты корреляции. Практическое значение наших выводов, предназначенных для самого школьника, не раз проверялось в беседах с студентами младших курсов. В старших курсах меняется их сознание. Они в большей степени доверяют модели из статьи [4], чем личным успехам в учебе.

Собственные векторы с заданными значениями их выделенных компонент

Проанализируем элементы Таблицы 2 и сформулируем экспертным путем фразу «о чем и что говорят данные». Данные состоят из чисел - значений 6-ти показателей у 20 школ США (Таблица 1) [1,4,12].

Таблица 1. Данные по 6 показателям 20 муниципальных школ США.

X1	X2	X3	X4	X5	X6
28.87	7.20	26.60	6.19	37.01	3.83
20.10	-11.71	24.40	5.17	26.51	2.89
69.05	12.32	25.70	7.04	36.51	2.86
65.40	14.28	25.70	7.10	40.70	2.92
29.59	6.31	25.40	6.15	37.10	3.06
44.82	6.16	21.60	6.41	33.90	2.07
77.37	12.70	24.90	6.86	41.80	2.52
24.67	-0.17	25.01	5.78	33.40	2.45
65.01	9.85	26.60	6.51	41.01	3.13
9.99	-0.05	28.01	5.57	37.20	2.44

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

12.20	-12.86	23.51	5.62	23.30	2.09
22.55	0.92	23.60	5.34	35.20	2.52
14.30	4.77	24.51	5.80	34.90	2.22
31.79	-0.96	25.80	6.19	33.10	2.67
11.60	-16.04	25.20	5.62	22.70	2.71
68.47	10.62	25.01	6.94	39.70	3.14
42.64	2.66	25.01	6.33	31.80	3.54
16.70	-10.99	24.80	6.01	31.70	2.52
86.27	15.03	25.51	7.51	43.10	2.68
76.73	12.77	24.51	6.96	41.01	2.37

Полученные после расчетов по когнитивному моделированию [1] новые знания следующие. Они получены из заданных известных смыслов исходных показателей. Смыслы 6-ти показателей (в данных) 20 школ США следующие.

№1 - оплата школьного персонала в расчете на одного школьника;

№2 – процент отцов - белых (выделяемых ментальным сознанием) у 6-классников;

№3 - социально-экономическое положение (СЭП), складывающееся из средних (у 6-классников) - размера семей, полноты семей, образования отцов, образования матерей, процента отцов – белых, размера квартиры;

№4 - средняя школьная оценка за устную речь;

№5 - средний образовательный уровень матерей 6-классников (единице измерения соответствует 2 класса, матери имеют только школьное образование);

В реалиях Республики Казахстан этот показатель имеет другой, но похожий смысл:

№5 - средний образовательный уровень матерей 6-классников (единице измерения соответствует наличие аттестата о среднем образовании (10летнее);

№6 (оценка за устную речь (за 6 классов).

Они разделены на 3 группы:

а) показатель № 1 характеризует учителей с точки зрения школы.

б) показатели № 2, 3,5 характеризуют семью и родителей.

в) показатели № 4 и №6 характеризуют успехи ученика в школе.

В соответствии с ментальным представлением ранжируем 3 группы показателей в порядке уменьшения значений их «весов» - начиная с больших и заканчивая меньшим «весом». Под термином «вес» имеем в виду абсолютное значение $|c_{k1}|$ или $|c_{k2}|$, превышающее пороговое значение $c_0=0.48$ [1].

Четыре значения «веса» c_{k1} по модулю превышают пороговое значение $c(1)=0.48$. Их значения $c_{21}=+0.4803$, $c_{31}=+0.4982$, $c_{51}=+0.4805$, $c_{61}=+0.4816$ приблизительно одинаковы, что, по нашему мнению не соответствует реалиям социально-экономической ситуации РК, не соответствует ментальным верованиям, менталитету населения РК. Мы употребляем слово «менталитет» так как в Википедии. «Менталитет - это или «склад ума» (от фр. mentalite), или социально-психологические установки, способы восприятия, манера чувствовать и думать. «Понятие mentalite утвердилось в интеллектуальной жизни Запада как поправка 20 в. к просветительскому отождествлению сознания с разумом. Mentalite означает нечто общее, лежащее в основе сознательного и бессознательного, логического и эмоционального, т.е. глубинный и потому трудно фиксируемый источник мышления, идеологии и веры, чувства и эмоций».

Представим значения «весов» согласно нашим новым ментальным представлениям упорядоченности «весов». Одно из их бесконечного множества имеет вид: $c_{21}=+0.4803$, $c_{31}=+0.4982$, $c_{51}=+0.4805$, $c_{61}=+0.4816$. Соответствующие 4 «веса» (из 6) при z-переменных с номерами $k=2,3,5,6$, $c_{21}=+0.4803$, $c_{31}=+0.4982$, $c_{51}=+0.4805$, $c_{61}=+0.4816$.

Они оказывают разное «ощутимое» влияние на у - переменную №1 (в том числе преимущественно обеспечивают дисперсию $\lambda_1=3.6258$ - наибольшую информативность, пропорциональную дисперсии) посредством весов $c_{21}=+0.4803$, $c_{31}=+0.4982$, $c_{51}=+0.4805$, $c_{61}=+0.4816$.

Показатель № 1 характеризует учителей с точки зрения школы. Показатели № 2, 3,5 характеризуют семью и родителей. Показатели № 4 и №6 характеризует успехи ученика в школе, их значения коррелируют с значениями показателей №1, 2, 3,5 (Таблица 1). Эти факторы нулевого

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

уровня содержат простые сведения и могут быть использованы вместо данных, соответствующих современным реалиям в среднем образовании. Эти факторы нулевого уровня содержат простые сведения и могут быть использованы вместо данных, соответствующих современным реалиям в среднем образовании.

Значения элементов строк таблицы 1 хорошо отражают силы выраженности и связи между понятными показателями. Анализ значений 6 измеренных показателей ученика (успехи при овладении знаниями, навыками по дисциплинам), учителей (оценка их работы с точки зрения руководства школы), показателей семьи (социально-экономические характеристики) и родителей (мать и отца). Таблица значений 6 показателей по 20 школам США приведена в работах [1,12].

Эти данные имеют смысл нулевого уровня. Например, 1-ая строка нашей таблицы данных содержит значения 6 показателей: 28.87; 7.20; 26.60; 6.19; 37.01; 3.83. Число 28.87 означает (столбец №1 - оплата школьного персонала в расчете на одного школьника. Равно количеству долларов, равных сумме всех затрат, деленных на общее число учеников). Число 7.20 (столбец №2) равно проценту отцов - белых у 6-классников из школы №1. Число 26.60 из столбца №3 означает - рейтинговая оценка социально-экономическое положение (СЭП), складывающееся из средних арифметических (у 6-классников): размера семей, полноты семей, образования отцов, образования матерей, процента отцов - белых, размера квартиры. Число 6.19 (столбец №4) означает среднюю школьную оценку за устную речь по 10-балльной системе. Число 37.01 из столбца №5 означает средний образовательный уровень матерей 6-классников (единицей измерения равна 2 класса школы. Матери учеников муниципальных школ имеют чаще всего школьное образование, их дети учатся в муниципальных школах, где обучение бесплатное. Данное число, если поделить на 2, равно 18 классам, что означает, что она училась больше 8 лет или училась не только в одной школе. Число 3.83 в столбце №6 равно средней оценке за устную речь (за 6 классов).

Аналогично можно изменить данные по американским школам, ученикам, родителям на значения показателей казахстанских школ неэлитного статуса.

В работе [1] дан анализ элементов данных 2-го уровня - матрицы собственных векторов S_{66} и выявлены новые цифровые знания, не извлеченные при обработке другими методами [12].

Нас не удовлетворяют значения выделенных компонент у двух собственных векторов $c_j=(c_{1j},c_{2j}, \dots,c_{nj})^T$, $j=1,2$, из 6 [1]. Эти значения:

они примерно одинаковы, - не присущи для школ Республики Казахстан. Покажем это, правильно интерпретируя абсолютные величины выделенных 5 компонент двух собственных векторов $c_j=(c_{1j},c_{2j}, \dots,c_{nj})^T$, $j=1,2$. Они названы нами «весами». Все «веса» удовлетворяют критерию $abs(c_{kj})=corr(y_k,z_j) \geq 0.44$. Этот критерий применили для для всех номеров собственных векторов: $abs(c_{kj})=corr(y_k,z_j) \geq 0.44$. Для данных по школам РК применяем 3 пороговых значений: $abs(c_{k1})=corr(y_k,z_1) \geq 0.44$, если $k=2,3,5$. Применяем критерий $abs(c_{61})=corr(y_k,z_1) \geq 0.3816$, если $k=6$, а для компонент 2-го собственного вектора применяем критерий $abs(c_{k2})=corr(y_k,z_1) \geq 0.6014$. Для данных по школам США как мы видели применился один критерий $abs(c_{kj})=corr(y_k,z_j) \geq 0.44$.

Обоснование новых значений для выделенных значений компонент двух собственных векторов опирается на субъективное восприятие величины c_{kj} как коэффициенте корреляции между k -ым y -переменной и j -ой z -переменной $c_{kj}=corr(y_k,z_j)$. Корреляция $corr(y_1,z_2) = -0,4805$ равна степени связи статуса родителей с измеряемым показателем, z_2 (процент отцов - белых (выделяемых ментальным сознанием) у 6-классников), а Корреляция $corr(y_1,z_5) = -0,4803$ равна степени связи статуса родителей с измеряемым показателем, z_5 (средний образовательный уровень матерей 6-классников (единице измерения соответствует наличие аттестата о среднем образовании)). В реалиях РК вместо показателя «процент отцов - белых» (имеется в виду более «статусные» национальности, чем негры, латинос) нужно рассматривать показатель «процент отцов - чиновников». И коэффициент корреляции $corr(y_1,z_5)$ должен быть равен не $-0,4803$ - как в США, должен равняться большей по абсолютной величине, например, $corr(y_1,z_5) = -0,5603$. А коэффициент корреляции $corr(y_1,z_2) = -0,4805$ должен быть заменен, например, на $corr(y_1,z_2) = -0,4405$.

Ниже мы сформируем для казахстанских показателей, аналогичных американским, значения и архитектуру номеров индексов выделенных элементов в подматрице S_1 матрице S_{66} . Экспертным путем назначим упорядочим величины назначенных элементов матрицы $S_{66}=[c_1|c_2|\dots|c_6]$ собственных векторов $c_j=(c_{1j},c_{2j}, \dots,c_{nj})^T$, $j=1, \dots, 6$. И преобразуем независимо от соответствующих им, но неизвестных выборок $Z^{(t)}_{m6}, Y^{(t)}_{m6}$, $t=1, \dots, k, k < \infty$, $m=20$, в новую матрицу S^+_{66} . Используя содержащуюся в ней информацию. Она отражает нашу компетенцию и восприятие и является для школьника на данный момент времени неизменной и ценной. Мы вынуждены поменять только иерархию между значениями выделенных в работе [1] компонент c_{kj} в ℓ собственных

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

векторах из матрицы C_{66} . Из нее по цифровым фактам нулевого уровня (Таблица 1) были вычислены другие («вычисленные») цифровые факты в виде матрицы C_{66} . Они - новые агрегаты цифр – значения элементов матрицы линейного преобразования $C_{66}=[c_1|c_2|...|c_6]$. Эта матрица формально является матрицей собственных векторов $c_j=(c_{1j},c_{2j},...,c_{6j})^T, j=1,...,6$, образующих ортонормированную матрицу $C_{66}=[c_1|c_2|...|c_6]$, согласованную с матрицей собственных чисел (спектром) $\Lambda_{66}=\text{diag}(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_6), \lambda_1>...>\lambda_6>0$, таким образом, что выполняются равенства $R_{66}C_{66}=C_{66}\Lambda_{66}, C_{66}^T R_{66}=C_{66}^T \Lambda_{66}^T R_{66}^T=I_{66}$, где $\text{diag}(R_{66})=(1,...,1), \text{tr}(R_{66})=1+...+1=\text{tr}(\Lambda_{66})=\lambda_1+...+\lambda_6=6, [1,2,3]$. Матрицы C_{66} и Λ_{66} вычисляются одновременно по известной корреляционной матрице R_{nn} . Матрица R_{66} вычисляется по стандартизованной выборке Z_{m6} объема $m=20$: $R_{66}=(1/m)Z_{m6}^T Z_{m6}$. Элементы спектра $\Lambda_{66}=\text{diag}(\lambda_1,...,\lambda_6)$, являются измерителями количества информации. Внесем в ее первые столбцы изменения. И вычислим при наличии такой матрицы C_{66} новую пару матриц $(\Lambda_{66}^+ C_{66}^+)$. При этом учитываем, что наша матрица, как и матрица $C_{66}=[c_1|c_2|...|c_6]$ собственных векторов $c_j=(c_{1j},c_{2j},...,c_{6j})^T, j=1,...,6$, является преобразователем 6 z-переменных в 6 y-переменных, из которых только ℓ штук, $\ell<6$, y-переменных имеют содержательный смысл. Наличие смыслов обеспечивают только те компоненты первых ℓ собственных векторов $[c_1|...|c_\ell]$.

Обозначим элементы этих ℓ собственных векторов в виде подматрицы C_1 размерности 6 - на -2. Разбиение матрицы $C_{66}=[C_1|C_2]$ соответствует разбиению множества собственных векторов на 2 и на 4 векторов. Условно назовем матрицу C_1 «весомой» («weighty»). Матрица C_1 всегда имеет элементы c_{kj} , подчиняющиеся условиям $|c_{kj}| \geq c(j), j=1,...,\ell, k \in \{1,2,3,4,5,6\}$.

Здесь положительное число $c(j)$ служит пороговым значением для «веса» $\text{abs}(c_{kj})=\text{corr}(y_k,z_j) \geq c(j), j=1,...,\ell$. В разных данных [1,5-7] при $n=6$ весомыми признаны элементы c_{kj} с разными индексами $(k,j), k \in \{1,2,3,4,5,6\}, j \in \{1,2,3,4,5,6\}$.

При моделировании матрицы C_{66}^+ мы оставляем без изменений результаты когнитивных смысла из работы [1]. А когнитивный анализ выявил следующие цифровые знания. Карьерная успешность американских школьников муниципальных школ США зависит 1) от статуса родителей, 2) от личных оценок по предметам. Точная «цифровая» интерпретация переменная №1 передается фразой «ощутимое общее влияние родителей, СЭП семьи и учителей на школьника». В более развернутом виде эта фраза выглядит так: «общее влияние на школьника,

состоящее из 3 частей: влияние родителей, имеющих отцов-белых, матерей (с образованием не больше 8 классов), влияние СЭП семьи (размер семьи, полнота ее, размер квартиры) и влияние учителей (средняя оценка за устную речь, выставленные за все 6 классов)». Точная «цифровая» интерпретация переменная №1 передается фразой «влияние на школьника (с точки зрения школы) состоит из 2 частей: стимулированное оплатой школой влияние штатных учителей и влияние учителей-профессионалов, оценивших успеваемость учеников в баллах (баллы присутствуют при вычислении средней школьной оценки за устную речь)».

При проведении вычислительных экспериментов применялись ранее хорошо апробированные модели. Вычисленные элементы корреляционной матрицы и матрицы собственных векторов при анализе исходной таблицы данных из [1] применялись программы, реализующие алгоритмы решения ПСЗ и ПЗ АГК. ПЗ АГК имеет единственное решение Y_{mn} и связанное с ним ассоциированное решение $Z_{mn}=Y_{mn} C_{66}^T$. Решаемая ниже обратная спектральная задача (назовем ее ОСЗ 2) является другой обратной спектральной задачей, отличной от ОСЗ 1 [3]: $\Lambda_{nn} \Rightarrow (C_{66}^{(\ell)}, R_{66}^{(\ell)}), \ell=1,...,k, k < \infty$, и от ПСЗ: $R_{66} \Rightarrow (C_{66}, \Lambda_{66})$. Схематично обозначим ОСЗ 2 так: $C_{66} \Rightarrow (C_{66}^+, \Lambda_{66}^+ R_{66}^+)$. ОСЗ 2 не решается путем модификации алгоритма решения ОСЗ 1. ОСЗ 2 является новой задачей. ОСЗ 2 является недостающим звеном в спектральных задачах с симметрической матрицей. ПСЗ: $R_{66} \Rightarrow (C_{66}, \Lambda_{66})$ - это прямая задача *диагонализации* известной выборочной корреляционной матрицы R_{66} , решаемая для симметрической матрицы $R_{66}=R_{66}^T$. Задача ОСЗ 2 формулируется следующим образом.

Задача моделирования собственных векторов с заданными значениями их выделенных компонент

Сформулируем новую задачу (назовем ее Обратная спектральная Задача №2: ОСЗ 2).

Пусть имеем ортонормированную матрицу собственных векторов C_{nn} (решения ПСЗ), согласованную со своим спектром $\Lambda_{nn}=\text{diag}(\lambda_1,...,\lambda_n)$ таким образом, что выполняются равенства $R_{nn}C_{nn}=C_{nn}\Lambda_{nn}, C_{nn}^T R_{nn}=C_{nn}^T \Lambda_{nn}^T R_{nn}^T=I_{nn}, \text{diag}(R_{nn})=(1,...,1), \text{tr}(R_{nn})=1+1+...+1=\text{tr}(\Lambda_{nn})=\lambda_1+...+\lambda_n=n, \lambda_1 \geq ... \geq \lambda_n \geq 0$.

Пусть заданы пары индексов (k,j) и новые значения заданных нами выделенным компонентам $c_{kj}=c_{kj}^+, j=1,...,\ell, k \in \{1,...,n\}$ у первых ℓ собственных векторов $c_j=(c_{1j},c_{2j},...,c_{nj})^T$, расположенных по столбцам матрицы $C_{nn}=[c_1|c_2|...|c_n]$, согласованной со спектром

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

$\Lambda_{nn} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ таким образом, что выполняются равенства: $R_{nn}C_{nn} = C_{nn}\Lambda_{nn}$, $C_{nn}^T C_{nn} = C_{nn} C_{nn}^T = I_{nn}$, $\text{diag}(R_{nn}) = (1, \dots, 1)$, $\text{tr}(R_{nn}) = 1 + \dots + 1 = \text{tr}(\Lambda_{nn}) = \lambda_1 + \dots + \lambda_n = n, \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$. Для матрицы C_{nn} (с новыми значениями $c_{kj} = c^+_{kj}$) требуется найти новую пару матриц $(C^+_{nn}, \Lambda^+_{nn})$, такую, матрица C^+_{nn} имеет те же заданные пары индексов (k, j) и те же новые значения $c_{kj} = c^+_{kj}$ компонентов c^+_{kj} , $j=1, \dots, \ell$, $k \in \{1, \dots, n\}$ у первых ℓ собственных векторов $\mathbf{c}_j = (c_{1j}, c_{2j}, \dots, c_{nj})^T$, расположенных по столбцам подматрицы C^+_1 матрицы $C^+_{nn} = [c^+_1 | c^+_2 | \dots | c^+_n]$. Матрицы C^+_{nn} и Λ^+_{nn} должны удовлетворять равенствам: $C^+_{nn} C^+_{nn} = C^+_{nn} C^+_{nn} = I_{nn}$, $C^+_{nn} \Lambda^+_{nn} C^+_{nn} = R^+_{nn}$, $\lambda^+_1 + \dots + \lambda^+_n = n$, $\mathbf{c}_j^+ \Lambda^+_{nn} \mathbf{c}_j^+ = 1$, $\mathbf{c}_i^+ \Lambda^+_{nn} \mathbf{c}_j^+ = r_{ij}$, $r_{ji} = r_{ij}$, $j=1, \dots, \ell$. $C^+_{nn} = [C^+_1 | C^+_2]$, где корреляционная матрица R^+_{nn} имеет новые матрицы собственных векторов и собственных чисел $\Lambda^+_{nn} = \text{diag}(\lambda^+_1, \dots, \lambda^+_n) = n$. $\lambda^+_1 + \dots + \lambda^+_n = n$, $\lambda^+_1 \geq \dots \geq \lambda^+_n$.

В результате решения ОСЗ 2 вычисляются 2 матрицы: ортогональная матрица C^+_{66} собственных векторов $\mathbf{c}^+_j = (c^+_{1j}, c^+_{2j}, \dots, c^+_{6j})^T$, расположенных по её столбцам: $C^+_{66} = [c^+_1 | c^+_2 | \dots | c^+_6]$ и согласованная со спектром $\Lambda^+_{66} = \text{diag}(\lambda^+_1, \dots, \lambda^+_6)$ таким образом, что выполняются соотношения $R^+_{66} C^+_{66} = C^+_{66} \Lambda^+_{66}$, $C^+_{66} C^+_{66} = C^+_{66} C^+_{66} = I_{66}$, $\text{diag}(R^+_{66}) = (1, \dots, 1)$, $\text{tr}(R^+_{66}) = 1 + \dots + 1 = \text{tr}(\Lambda^+_{66}) = \lambda^+_1 + \dots + \lambda^+_6 = 6$, $\lambda^+_1 \geq \dots \geq \lambda^+_6 \geq 0$.

Решениями ПСЗ являются 2 матрицы C_{66} , Λ_{66} , а ортогональное преобразование - матрица C_{66} , примененное к матрице z-переменных $Z_{131,6}$. ОСЗ 1- обратная спектральная задача - обратная к ПСЗ задача симметризации известной диагональной матрицы Λ_{nn} , со свойствами из ПСЗ, в результате решения которой вычисляются 2 матрицы: ортогональная C_{nn} и симметрическая R_{nn} со свойствами из ПСЗ. Среди бесконечного множества пар матриц $(C^{(\ell)}_{66}, R^{(\ell)}_{66})$, $\ell=1, \dots, k_\ell < \infty$, существуют такие, которые удовлетворяют тем или иным критериям [1,5,6,7]. Для решения ОСЗ 2 необходима матрица собственных векторов, являющаяся либо решением ПСЗ: $R_{nn} = \Rightarrow (C_{nn}, \Lambda_{nn})$, либо решением ОСЗ 1: $\Lambda_{nn} = \Rightarrow (C^{(\ell)}_{66}, R^{(\ell)}_{66})$, $\ell=1, \dots, k_\ell < \infty$.

В модель ОСЗ 2 заложено выполняться условие равенства произведения матриц $C^+_{nn} \Lambda^+_{nn} C^+_{nn}$ матрице R^+_{nn} коэффициентов корреляции: $C^+_{nn} \Lambda^+_{nn} C^+_{nn} = R^+_{nn}$. Это условие присутствует в модели ОСЗ 2 в виде функций ограничений для целевой функции вида $\lambda^+_1 + \dots + \lambda^+_6 = 6$.

Функции ограничений для целевой функции имеют вид $\mathbf{c}_j^+ \Lambda^+_{66} \mathbf{c}_j^+ = 1$, $\mathbf{c}_i^+ \Lambda^+_{66} \mathbf{c}_j^+ = r_{ij}$, $r_{ji} = r_{ij}$, $j=1, \dots, \ell$. Незвестными переменными являются элементы подматрицы C^+_1 и наличие ее элементов в модели ОСЗ 2 обязательно.

Но основное свойство ортонормированной матрицы собственных векторов корреляционной матрицы $C^+_{66} C^+_{66} = C^+_{66} C^+_{66} = I_{66}$, требует наличия

подматрицы C^+_2 . поэтому модель ОСЗ 2 должна использовать полную матрицу $C^+_{66} = [C^+_1 | C^+_2]$ или полную матрицу $C^{+(\ell)}_{66} = [C^{+(\ell)}_1 | C^{+(\ell)}_2]$. При этом эти матрицы собственных векторов не должны иметь одну и ту же матрицу собственных чисел. Решение оптимизационной задачи (смотрите ниже) обеспечивает моделирование матрицы Λ^+_{66} как матрицы собственных чисел, а матрицу C^+_{66} - как матрицу собственных векторов для корреляционной матрицы R^+_{66} . А не любой симметрической матрицы. Условие, налагаемое на тип матрицы R^+_{66} требует ввода в соотношения модели ОСЗ 2 дополнительных ограничений на ее элементы. Эти ограничения существенны в решаемой оптимизационной задаче.

Отметим, что в модели ОСЗ 2 допустимо назначение неизменным элементы подматрицы C_2 (C^+_2). В программе-таблице модели ОСЗ 2 допустимо назначение нулевых значений элементам матрицы C^+_2 : $C^+_{66} = [C^+_1]$ или $C^{+(\ell)}_{66} = [C^{+(\ell)}_1]$ при числе используемых столбцов $n - \ell = n, \ell = 0$. Это повышает вычислительную сложность надстройки «Поиск решения» к ЭТ Excel (Solver).

Мы рассматриваем случай $n=6$ из-за использования нами разных «конфигураций», образуемых индексами (k, j) элементов c_{kj} j -ых собственных векторов $\mathbf{c}_j = (c_{1j}, c_{2j}, \dots, c_{nj})^T$, $j=1, \dots, 6$. В разных матрицах C_{66} мы выделяли по разным критериям пары номеров (k, j) разных компонент элементов c_{kj} . Все элементы находятся в подматрице C^+_1 . Мы не исследовали влияние числа $n - \ell$ столбцов подматрицы C_2 при $n > 6$ на точность вычислений элементов матрицы C^+_{66} . При $n=6$ использование только 4 столбцов матрицы C_{66} не повлияло, не отразилось на точность вычислений процедуры.

Решения C^+_{nn} ОСЗ 2 существенно облегчают задачи моделирования пар матриц $(C^+_{nn}, \Lambda^+_{nn})$, удовлетворяющих тому или иному критерию [1,5-7] и соотношениям $C^+_{nn} C^+_{nn} = C^+_{nn} C^+_{nn} = I_{nn}$, $R^+_{nn} C^+_{nn} = C^+_{nn} \Lambda^+_{nn}$, $R^+_{nn} = R^+_{nn}$.

ОСЗ 1 подробно описана в работах [2, 11]. Подматрица C_1 матрицы C_{66} имеет весомые значения, являющиеся выделенными компонентами собственных векторов $[c_1 | \dots | c_\ell]$. Выделенные компоненты присутствовали в ПСЗ (в матрице C_{66}) и активно участвовали при извлечении цифровых знаний [1,5-7], где подматрица C_1 была единственно доступной.

Наша ОСЗ 2 моделирует множество других подматриц C^+_1 , каждая из них является источником косвенных сведений и «выдает» те же цифровые знания [1,5-7]. Одни и те же знания соответствуют нашему множеству цифровых данных, адекватных реальным данным (таблицам «объект-свойства»). В данной статье ОСЗ 2 решается после решения ПСЗ, так как в работах

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

[1,5-7] при извлечении цифровых знаний применялась ПМ ГК. Но можно использовать и решение ОСЗ 1. Случаев необходимости использования решений ОСЗ 1 существует много. Здесь их не рассматриваем.

Моделирование матрицы $C^{(+)}_{66}$ и матрицы Λ^{+}_{66}

Введем в ячейки ЭТ Excel известные значения элементов матриц C_{66} и Λ_{66} [1]. Проверяем в программе-таблице (Таблица 2) выполнение и точность равенств $C^{T}_{66}C_{66}=C_{66}C^{T}_{66}=I_{66}$, $R_{66}C_{66}=C_{66}\Lambda_{66}$. Далее реализуем ниже приведенные Шаги 1-7.

Шаг 1. Выделяем индексы (k,j) и значения элементов c_{kj} из подматрицы C_1 с выделенными индексами. Так как $\ell=2$, то введем пары ячеек ЭТ Excel (имени и значения элементов) из 1-го столбца: $c_{21}=-0,5603$, $c_{31}=-0,4982$, $c_{51}=-0,4405$, $c_{61}=-0,3816$, из 2-го столбца: $c_{12}=-0,7048$, $c_{42}=-0,6014$. Эти элементы не изменяют своих значений.

Шаг 2. Ввод в ячейки ЭТ Excel скалярных равенств, взятых из матричных равенств $C^{+T}_{66}C^{+}_{66}=C^{+}_{66}C^{+T}_{66}=I_{66}$, $R^{+}_{66}=C^{+}_{66}\Lambda^{+}_{66}C^{+T}_{66}$. Для элементов моделируемого нового спектра $\Lambda^{+}_{66}=\text{diag}(\lambda^{+}_1, \dots, \lambda^{+}_6)$ введем ограничения $\lambda^{+}_1 + \dots + \lambda^{+}_6 = 6$, $\lambda^{+}_1 > \dots > \lambda^{+}_6 > 0$, $\lambda^{+}_1 = \lambda_1$, где $\lambda_1 -$

известный всегда наибольший элемент известного спектра $\Lambda_{66}=\text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_6)$.

Шаг 3. Назначить ячейку с формулой $\lambda^{+}_1 + \dots + \lambda^{+}_6$ целевой функцией процедуры Solver.

Шаг 4. Назначить в качестве изменяемых ячеек (неизвестных переменных задачи) ячейки подматрицы C_1 и ячейки элементов столбцов №3, №4 матрицы C^{+}_{66} .

Этим действием достигается неизменяемость компонентов собственных векторов № 5 и 6, если это требуется.

Шаг 5. Назначить в качестве изменяемых еще 6 ячеек с значениями $\lambda^{+}_1, \dots, \lambda^{+}_6$.

Шаг 6. Ввод в трюке окна Solver ограничений для чеек с их значениями вида $\lambda^{+}_1, \dots > 0$, $\dots, \lambda^{+}_6 > 0$, $\lambda^{+}_1 = \lambda_1$.

Шаг 7. Нажать кнопку «Выполнить».

Примечание 1. В Шаге 4 в качестве изменяемых ячеек мы назначили столбцы №3, №4, №5, №6.

Примечание 2. В зависимости от «конфигураций», образуемых индексами (k,j) элементов c_{kj} j-ых собственных векторов $c_j=(c_{1j}, c_{2j}, \dots, c_{6j})^T$, $j=1, \dots, 6$, и величин элементов c_{kj} возможен ввод ограничений вида [3,4] $f_s(\Lambda^{+}_{66})=f_s$, $s \in \{2,4,5,6\}$.

Таблица 1. Программа-таблица.

ROW 1	-0,1363	-0,7048	0,0000	-0,5100	0,4139	-0,2307	1,0000
ROW 2	-0,4405	-0,0910051	-0,6725	-0,0414	-0,4162	-0,4128	1,000
ROW 3	-0,4982	-0,2740117	-0,2114	-0,4171	0,0615	0,6740	1,0000
ROW 4	0,2821778	-0,6014	0,0000	0,6746	-0,1000	0,3060	1,0000
ROW 5	-0,5603	-0,011149	-0,0033	0,0145	-0,8010	0,2100	1,0000
ROW 6	-0,3816	0,2410112	-0,7092	0,3301	0,0000	-0,4294	1,0000
	1,0000	1,00000	1	1,00000	1,0000	1,0000	
Ljambda	3,184478	1,7729569	0,8114	0,2311649	0,0000001	1E-07	6
1	1,0000						
2	0,3098	1,0000					
3	0,6078	0,1177	1,0000				
4	0,5495	0,2060	-1,0182	1,0000			
5	0,2554	0,7894	0,8935	-0,4893	1,0000		
6	-0,1744	0,8803	0,5782	-0,5484	0,6791	1,0000	
	1	2	3	4	5	6	
	3,6258	1,3953	0,5702	0,2942	0,0731	0,0415	

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117 SIS (USA) = 0.912 ICV (Poland) = 6.630
 ISI (Dubai, UAE) = 0.829 ПИИЦ (Russia) = 0.156 PIF (India) = 1.940
 GIF (Australia) = 0.564 ESJI (KZ) = 4.102 IBI (India) = 4.260
 JIF = 1.500 SJIF (Morocco) = 5.667

	1	
c21	-0,5603	-0,4803
C31	-0,4982	-0,4982
C51	-0,4405	-0,4805
C61	-0,3816	-0,4816
c12	-0,7048	-0,6548
c42	-0,6014	-0,7014

Таблица 2. Собственные числа и собственные векторы C₆₆ [1]

VECTOR VL(1:6): WHIT 6 COMPONENTS						
	λ_1	λ_2				
ROW 1	3.6258	1.3953	0.5702	0.2942	0.0731	0.0415
MATRIX C(N,N) 6 ROWS 6 COLUMNS						
	1	2	3	4	5	6
	c.1	c.2				
ROW1	-0.1790	0.6548	-0.6852	0.2430	0.0153	0.1020
ROW2	-0.4803	-0.2093	-0.2202	-0.3517	0.7021	-0.2457
ROW3	-0.4982	-0.0947	0.0908	0.4384	-0.3481	-0.6490
ROW4	-0.1622	0.7014	0.5510	-0.3854	0.0181	-0.1708
ROW5	-0.4805	-0.1622	-0.1779	-0.5193	-0.5784	0.3271
ROW6	-0.4816	-0.0112	0.3722	0.4548	0.2252	0.6098

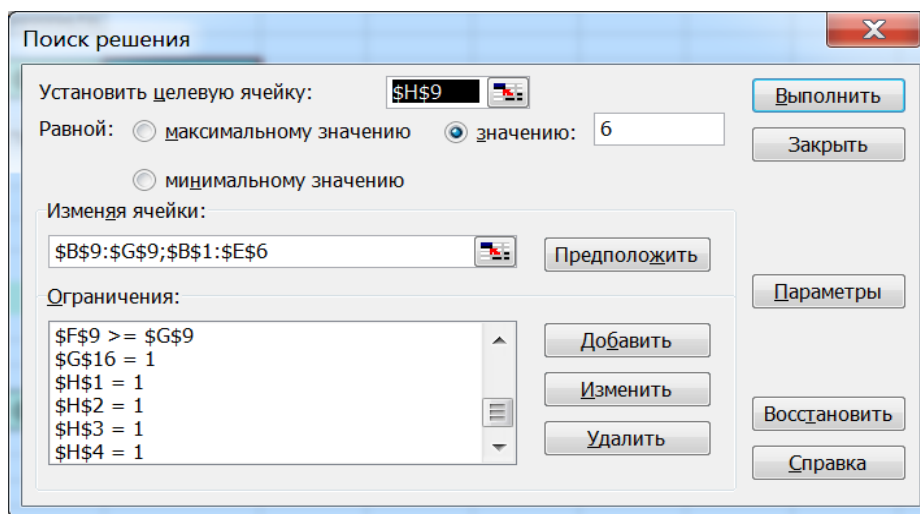


Рисунок 1. Окно надстройки «Поиск решения» для программы-таблицы из Таблицы 1

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

Параметры поиска решения

Максимальное время: 1000 секунд

Предельное число итераций: 1000

Относительная погрешность: 0,000000001

Допустимое отклонение: 0 %

Сходимость: 0,00000000001

Линейная модель Автоматическое масштабирование

Неотрицательные значения Показывать результаты итераций

Оценки: линейная квадратичная

Разности: прямые центральные

Метод поиска: Ньютона сопряженных градиентов

OK Отмена Загрузить модель... Сохранить модель... Справка

Рисунок 2 Окно параметров надстройки «Поиск решения» для программы-таблицы из Таблицы 1

В результате решения ОСЗ №2 получены ее решения–новый спектр $\Lambda_{66}^+ = \text{diag}(\lambda_1^+, \dots, \lambda_6^+) = \text{diag}(3.184478, 1.7729569, 0.8114, 0.2311649, 0.0000001)$ и новая матрица C_{66}^+ собственных векторов с заданными весовыми значениями элементов из 1-го столбца: $c_{21} = -0,5603$, $c_{31} = -0,4982$, $c_{51} = -0,4405$, $c_{61} = -0,3816$, из 2-го столбца: $c_{12} = -0,7048$, $c_{42} = -0,6014$ (Таблица 1). Выполнение запрограммированных в Шагах 3-6 условий видны из распечатки программы-таблицы (Таблица 1).

Новый спектр немного отличается от исходного спектра $\Lambda_{66} = \text{diag}(3,6258, 1,3953, 0,5702, 0,2942, 0.0731, 0.0415)$ соответствующего своей матрице C_{66} (Таблица 2).

Для спектра $\Lambda_{66}^+ = \text{diag}(3.184478, 1.7729569, 0.8114, 0.2311649, 0.0000001)$ получены (с применением программ из ППП «Спектр» [13]) Λ_{66}^+ -выборки $Z_{mn}^{(t)}$ объема $m=20$, $t=1, \dots, k_t=1000$. Они будут применяться в исследованиях по результатам работ [1,5-7].

Заключение

Разработанная модель ОСЗ 2 применяется при моделировании матрицы собственных векторов и матрицы собственных чисел. Но с заданными значениями их выделенных компонент из матрицы собственных векторов. Наша модель является результатом решения одной из 13 обратных задач [14]. Для 5 объектов ОМ ГК в качестве входных объектов отобраны следующие полезные для пользователя подмодели [14]: $(R) \Rightarrow, (Y) \Rightarrow, (Z) \Rightarrow, (\Lambda, C) \Rightarrow,$
 $(\Lambda, R) \Rightarrow, (\Lambda, Y) \Rightarrow, (\Lambda, Z) \Rightarrow, (\Lambda, C, R) \Rightarrow, (\Lambda, R, Y) \Rightarrow,$
 $(\Lambda, Y, Z) \Rightarrow, (\Lambda, C, R, Y) \Rightarrow, (\Lambda, R, Y, Z) \Rightarrow,$ $C_{66} = [C_1^+ | C_2] \Rightarrow (C_{nn}^+, \Lambda_{nn}^+) \Rightarrow (R_{nn}^+, Z_{nn}^{(t)}, Y_{nn}^{(t)}), t=1, \dots, k_t < \infty$, где слева от стрелки \Rightarrow обозначены входные объекты из ОМ ГК, а справа от стрелки \Rightarrow подразумевается присутствие обозначений выходных объектов из ОМ ГК. Все схемы обратных подмоделей реализованы программно.

Обратные задачи решены с применением ОЗ АГК[3,4]: $\Lambda_{nn} \Rightarrow (R_{nn}^{(t)}, C_{nn}^{(t)}, Y_{nn}^{(t)}, Z_{nn}^{(t)}), \ell=1, \dots, k_\ell < \infty, t=1, \dots, k_t < \infty$. ОСЗ 2 использует косвенные сведения, содержащиеся в матрице собственных векторов $C_{nn}^{(t)}$, обнаруживаемые, например, при когнитивном анализе реальных данных. Применение модели ОСЗ 2 в задачах моделирования цифровизации валидных и измеряемых показателей предприятия [15] актуально из-за периодического появления дополнительных сведений, отличающихся от тех, что были учтены в момент времени извлечения цифровых знаний. Необходимо выявление причины наличия только одной заметной z-переменной для каждого из 6 валидных переменных. Измеряемые z-переменные №3,4,5 не дополнили ни одну заметную z-переменную. Почему отсутствуют пары (тройки) заметных z-переменных для каждого из 6 валидных переменных?. Вопрос касается случая $n=9$. Это – часть примеров, когда «данные образуют смыслом». Что касается случая $n=6$, то мы имеем дело не с сенсорной, а с контекстуальной информацией из отрасли телекоммуникаций. «Интернет всего» обращается к информационному потоку посредством стратегий и технологий, которые связывают между собой данные из разных источников. Для нового спектра $\Lambda_{66}^+ = \text{diag}(3.184478, 1.7729569, 0.8114, 0.2311649, 0.0000001)$ получены (с применением программ из ППП «Спектр» [13]) Λ_{66}^+ -выборки $Z_{mn}^{(t)}$ объема $m=20$, $t=1, \dots, k_t=1000$. Программы из ППП «Спектр» [13] моделируют данные, используя информацию разных уровней, но

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

моделируют значения 5 матриц из ОМ ГК. Реальные данные из разных источников служили входным объектом ПМ ГК, выходные объекты применяются в исследованиях результатов работ [1,4-7]. Эти исследования повышают эффективность применения наших моделей и позволяя нам перейти к решению других, более интересных задач.

References:

1. Zhanatauov, S. U. (2013). Kognitivnaja karta i model' social'no-jekonomicheskikh faktorov kar'ernoj uspešnosti škol'nikov municipal'nyh škol SShA. *Sibirskij pedagogičeskij žurnal*, №6, 28-33.
2. Hotelling, H. (1933). Analysis of a complex of statistical variables into principal components. *J. Educ. Psychol.*, vol.24, 417-441, 498-520.
3. Zhanatauov, S. U. (1987). The inverse problem of the principal component analysis. Proc. of the 1-st World Congress of Soc.Math.Statist. and Probability Theory of Bernoulli, Utrecht, pp.116-119.
4. Zhanatauov, S. U. (2013). Obratnaja model' glavnyh komponent. -Almaty: *Kazstatinform*, p. 201.
5. Zhanatauov, S. U. (2017). A model of calculation risk changing of the interest rate "yield to maturity date" for foreign currency bonds of the republic of Kazakhstan. *International scientific journal Theoretical & Applied Science*, №8, vol.52, 19-36. <http://www.T-Science.org>
6. Zhanatauov, S. U. (2014). Analiz budushhijh debitorskoj i kreditorskoj zadolžen noster municipalitetov gorodov. *Jekonomičeskij analiz: teorija i praktika. Moscow: №2 (353)*, 54-62.
7. Zhanatauov, S. U. (2015, May 16-17). Kognitivnaja karta i kognitivnaja model' analiza glavnyh komponent (telekommunikacionnaja otrasl'). Nacional'naja asociacija učennyh (NAU). IX Mezhd. nauch.-prakt. konf: «Otečestvennaja nauka v jepohu izmenenij: postulaty prošlogo i teorij novogo vremeni». Rossija, Ekaterinburg, pp. 55-58.
8. Zhanatauov, S. U. (2016). Model and histogram to adequacy of variables (C,Λ)-samples and real multidimensional sample. *International Scientific Journal Theoretical & Applied Science*, № 11, vol.43, 53-61. www.T-Science.org.
9. Zhanatauov, S. U. (2014, April 25). The (C,Λ,Y)-sample is adequate to real multidimensional sample. Proc. Int. conf. "Leadership in Education, Business and Culture". Almaty-Seattle, ICET USA. Leadership International Conference "Leadership on Education, Business and Culture", pp.151-155.
10. Zhanatauov, S. U. (2017, May 29-31). Modelirovanie mnogomernykh vyborok znachenij priznakov zernovoj kultury. "II mezhdun. nauchno-prakt.konf. «Evropa i tjurkskij mir: nauka, tehnika i tehnologij", Izmir (Turcija). www.regionacadem.org.
11. Chalmers, C. P. (1975). Generation of correlation matrices with a given eigen – structure. *J. Stat. Comp. Simul.*, vol.4, pp.133-139.
12. Mosteller, F., & T'juki, D. (1982). Analiz dannyh i regressija: v 2-h vypuskah, vyp. 2. Moscow: *Finansy i statistika*, p. 239. (Matematiko-statističeskie metody za rubežhom).
13. Zhanatauov, S. U. (1988). O funkcional'nom napolnenii PPP "Spektr". *Sistemnoe modelirovanie-13*, Novosibirsk, pp.3-11.
14. Zhanatauov, S. U. (2014, February 24-25). The inverse problem, inverse model, invertible model. «Internat Conference "Science: Integrating Theory and Practice", Bozeman, Montana, USA/ ICET,USA) International Academic Research Conference on Business, Education, Nature and Technology», pp.447-449.
15. Zhanatauov, S. U. (2018). Model of digitalization of the validity indicators and of the measurable indicators of the enterprise. *Int.Scién.Jour. "Theoretical & Applied Science"*, №9(65), pp.315-334. www.t-science.org