

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIИИИ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)

International Scientific Journal Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2018 Issue: 11 Volume: 67

Published: 21.11.2018 <http://T-Science.org>

QR – Issue



QR – Article



Victor Aleksandrovich Melent'ev

Philosophy Doctor, senior research associate

Rzhanov Institute of Semiconductor Physics Siberian

Branch of Russian Academy of Sciences (ISP SB RAS)

melva@isp.nsc.ru

SECTION 4. Computer science, computer engineering and automation.

USE OF MELENTIEV'S GRAPH REPRESENTATION METHOD FOR IDENTIFICATION AND ENUMERATION OF CIRCUITS OF THE GIVEN LENGTH

Abstract: Within a problem of scaling of parallel applications, the method of solution of a task of searching of simple circuits of the given length in the graph of the computing system with use of its projective description is offered. The method can be used both in the theory of computing systems, and in the graph theory, a logistics and other researches, the bound to use of the graph theory.

Key words: topology of computing system, graph's projection, simple circuit, Hamiltonian circuit.

Language: Russian

Citation: Melent'ev, V. A. (2018). Use of Melentiev's graph representation method for identification and enumeration of circuits of the given length. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 11 (67), 85-91.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-11-67-16> **Doi:**  <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2018.11.67.16>

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА МЕЛЕНТЬЕВА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ГРАФОВ ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ И ПЕРЕЧИСЛЕНИЯ ЦИКЛОВ ЗАДАНОЙ ДЛИНЫ

Аннотация: В рамках проблемы масштабирования параллельных приложений предлагается метод решения задачи поиска простых циклов заданной длины в графе вычислительной системы с использованием его проективного описания. Метод может быть использован как в теории вычислительных систем, так и в теории графов, логистике и прочих связанных с использованием теории графов исследованиях.

Ключевые слова: топология вычислительной системы, проекция графа, простой цикл, гамильтонов цикл.

Введение

Топологические проблемы входят в число первоочередных проблем, требующих интенсивных научных исследований вследствие их определяющего влияния на быстродействие и отказоустойчивость вычислительных систем (ВС) экзафлопного класса [1, с. 52]. Эти проблемы традиционно решаются методами теории графов с установлением биективных соответствий множества модулей и множества линий связи системы, соответственно, множеству вершин графа, и множеству его ребер. Однако, элементарный уровень используемых при этом форм описания графа, задающих всего лишь бинарные отношения смежности вершин, предопределяет комбинаторный характер

детерминированного поиска отношений более высокого порядка, что при неизбежном в масштабных системах наращивании входных данных приводит к «комбинаторному взрыву» [2 с. 243]. Для исключения таких последствий применяют различного рода эвристические, стохастические и генетические методы и алгоритмы, однако качество аппроксимации при этом обусловлено размером выборки в стохастических или мощностью исходной популяции в генетических алгоритмах, поэтому присущая им недетерминированность вкупе с потребностью актуальности результатов повышает вероятность непредсказуемых и деструктивных для системы последствий.

В работе [3] автором был предложен не имеющий аналогов инструментарий описания и

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

исследования графов, впервые предоставивший формальную основу для перехода от вероятностных и эвристических методов в анализе и синтезе сложных топологий к аналитическим. Изложен метод построения проекций графа, представлены доказательства утверждений и теорем, определяющих свойства проекций графа и обуславливающих полноту проекций и конечность процедуры их построения, и даны теоретические обоснования снижения трудоемкости алгоритмов поиска кратчайших маршрутов графа.

Идея о возможности применения этого аппарата для создания методов, исключающих необходимость использования переборных механизмов в задачах анализа и синтеза обладающих заданными свойствами системных топологий, впервые сформулирована в работе [4]. Учитывая, что в англоязычной литературе [5] название изложенного в [4] метода идентифицировано по имени Автора, внедрение этого топонима в название данной работы вполне оправданно. Решение задачи синтеза регулярного графа ВС сводится там к абстрагированному от графического представления построению системы проекций, соответствующих заданным свойствам синтезируемого графа, и к совместному в отношении этих свойств решению этой системы, целью которого является определение множества изначально неизвестных ребер графа.

Одной из ключевых проблем параллельных систем является проблема наилучшего отображения коммуникационного шаблона задачи на топологию коммуникационной сети [6, с.76]. Предложенный в [7, с. 244] общий подход к решению этой проблемы также основан на использовании проективного описания топологий ВС и решаемых на них задач. В связи с тем, что кольцевые структуры параллельных программ широко применяются, в частности, в обработке сигналов и изображений [8, с.158], в данной

работе рассмотрено применение проективного описания топологии параллельной ВС для выявления в ней циклов с длиной, определяемой необходимым ускорением параллельной задачи и быстродействием используемой в ВС сетевой технологии.

Проективное описание графа

Проекция $P_i(v)$ неориентированного простого графа $G(V, E)$ представляет собой i -уровневую конструкцию, на нулевом уровне которой расположена ракурсная (определяющая ракурс проекции) вершина $v \in V$; порожденное ею на первом уровне окружение $\mathcal{N}(v)$, содержит $s(v)$ вершин, смежных вершине v и принадлежащих ее окрестности $[v]$, а каждый i -й ($i > 0$) уровень содержит подмножества вершин, порожденных вершинами предшествующих уровней [9, с. 696; 10, с.170]. Отношения непосредственного предшествования и порождения вершин в проекции $P(v)$ есть отношения смежности этих вершин. Число порожденных на i -м уровне подмножеств соответствует числу вершин порождающего их $(i - 1)$ -го уровня. Упорядочив вершины по их непосредственным предшествованиям и порождениям от ракурсной v до j -й вершины i -го уровня v_{ij} , получим маршрут $M(v_i - v_{ij}) = (v, v_{1x}, \dots, v_{ij})$ из вершины v в вершину v_{ij} , при этом в невзвешенном графе номер i уровня равен длине пути из v в любую вершину подмножества V_i находящихся на этом уровне вершин. Последовательность вершин, непосредственно предшествующих открывающимся скобкам от v_{ij} до ракурсной вершины v , дает обратный маршрут $M(v_{ij} - v_i) = M^{-1}(v_i - v_{ij})$.

На расположенном ниже рисунке показан рассматриваемый далее в качестве демонстрационного примера граф, ниже приведены его полные проекции:

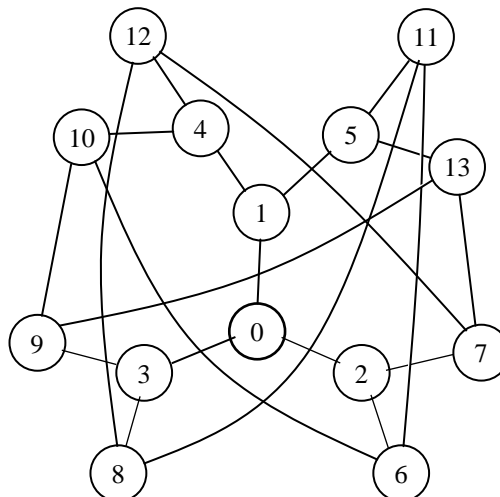


Рисунок 1. Граф.

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

Полная проекция несет в себе информацию обо всех вершинах и ребрах графа. Минимальное число уровней в ней определяется эксцентриситетом ракурсной вершины.

$$\begin{aligned}
 P(0) &= 0^{(1^{(4^{(10,12)}, 5^{(11,13)}), 2^{(6^{(11,10)}, 7^{(12,13)}), 3^{(8^{(12,11)}, 9^{(13,10)})})})}, \\
 P(1) &= 1^{(0^{(2^{(6,7)}, 3^{(8,9)}), 4^{(10^{(6,9)}, 12^{(7,8)}), 5^{(11^{(6,8)}, 13^{(7,9)})})})}, \\
 P(2) &= 2^{(0^{(1^{(4,5)}, 3^{(8,9)}), 6^{(11^{(5,8)}, 10^{(4,9)}), 7^{(12^{(8,4)}, 13^{(9,5)})})})}, \\
 P(3) &= 3^{(0^{(1^{(4,5)}, 2^{(6,7)}), 8^{(12^{(7,4)}, 11^{(6,5)}), 9^{(13^{(7,5)}, 10^{(6,4)})})})}, \\
 P(4) &= 4^{(1^{(0^{(2,3)}, 5^{(11,13)}), 10^{(6^{(2,11)}, 9^{(3,13)}), 12^{(7^{(2,13)}, 8^{(3,11)})})})}, \\
 P(5) &= 5^{(1^{(0^{(2,3)}, 4^{(10,12)}), 11^{(6^{(2,10)}, 8^{(3,12)}), 13^{(7^{(2,12)}, 9^{(3,10)})})})}, \\
 P(6) &= 6^{(2^{(0^{(1,3)}, 7^{(12,13)}), 11^{(5^{(1,13)}, 8^{(3,12)}), 10^{(4^{(1,12)}, 9^{(3,13)})})})}, \\
 P(7) &= 7^{(2^{(0^{(1,3)}, 6^{(11,10)}), 12^{(4^{(1,10)}, 8^{(3,11)}), 13^{(9^{(3,10)}, 5^{(1,11)})})})}, \\
 P(8) &= 8^{(3^{(0^{(1,2)}, 9^{(13,10)}), 12^{(7^{(2,13)}, 4^{(1,10)}), 11^{(5^{(1,13)}, 6^{(2,10)})})})}, \\
 P(9) &= 9^{(3^{(0^{(1,2)}, 8^{(12,11)}), 13^{(7^{(2,12)}, 5^{(1,11)}), 10^{(4^{(1,12)}, 6^{(2,11)})})})}, \\
 P(10) &= 10^{(4^{(1^{(0,5)}, 12^{(7,8)}), 6^{(2^{(0,7)}, 11^{(5,8)}), 9^{(3^{(0,8)}, 13^{(7,5)})})})}, \\
 P(11) &= 11^{(6^{(2^{(0,7)}, 10^{(4,9)}), 5^{(1^{(0,4)}, 13^{(7,9)}), 8^{(3^{(0,9)}, 12^{(4,7)})})})}, \\
 P(12) &= 12^{(7^{(2^{(0,6)}, 13^{(9,5)}), 8^{(3^{(0,9)}, 11^{(5,6)}), 4^{(1^{(0,5)}, 10^{(6,9)})})})}, \\
 P(13) &= 13^{(9^{(3^{(0,8)}, 10^{(4,6)}), 7^{(2^{(0,6)}, 12^{(8,4)}), 5^{(1^{(0,4)}, 11^{(6,8)})})})}.
 \end{aligned}$$

Поиск кратчайших циклов

Выбираем вершину которая должна входить в искомые циклы. В нашем демонстрационном примере выбираем вершину 0. Полная проекция графа $P(0)$ состоит из нулевого уровня с выбранной в качестве ракурсной вершины 0 и из трех вышестоящих уровней:

$$P(0) = 0^{(1^{(4^{(10,12)}, 5^{(11,13)}), 2^{(6^{(11,10)}, 7^{(12,13)}), 3^{(8^{(12,11)}, 9^{(13,10)})})}.$$

Так как ни один из внешних по отношению к ракурсной вершине уровней вершину 0 не содержит, что указывает на отсутствие циклов – надстраиваем $P(0)$, заменяя вершины последнего уровня их проекциями, начиная крайней левой вершины третьего уровня. Для наглядности мы не будем загромождать здесь результирующую проекцию заменой всех ее внешних (расположенных на верхнем уровне) вершин; отметим при этом, что такая замена и все последующие коррекции независимы между собой по данным и, следовательно, предполагают возможность параллельного их выполнения. Ниже

показана замена лишь одной из всех вершин внешнего уровня рассматриваемой проекции – вершины 10:

$$\begin{aligned}
 P(0) &= 0^{(1^{(4^{(10^{(4^{(10,5)}, 12^{(7,8)}), 6^{(2^{(0,7)}, 11^{(5,8)}), 9^{(3^{(0,8)}, 13^{(7,5)})}, 12), 5^{(11,13)}), \\
 &\quad 0^{(2^{(6^{(11,10)}, 7^{(12,13)}),}), \\
 &\quad 0^{(3^{(8^{(12,11)}, 9^{(13,10)})})}.
 \end{aligned}$$

Крайняя слева вершина 4 из внешнего окружения вершины 10 уже встречается на пути в нее из вершины 0, а поскольку нас по условию поставленной задачи интересуют лишь простые (не содержащие повторяющихся вершин) циклы – удаляем вершину 4 вместе с порожденным ею фрагментом:

$$\begin{aligned}
 P(0) &= 0^{(1^{(4^{(10^{(6^{(2^{(0,7)}, 11^{(5,8)}), 9^{(3^{(0,8)}, 13^{(7,5)})}, 12), 5^{(11,13)}), \\
 &\quad 0^{(2^{(6^{(11,10)}, 7^{(12,13)}),}), \\
 &\quad 0^{(3^{(8^{(12,11)}, 9^{(13,10)})})}.
 \end{aligned}$$

Здесь крайняя слева порожденная вершиной 10 вершина 6 не имеет повторов на пути в нее из 0-й вершины – оставляем в проекции ее и порожденный ею фрагмент; аналогично поступаем с вершиной 2. Как видим, на 6-м уровне рассматриваемой проекции впервые появляется вершина 0 – получен цикл 0-1-4-10-6-2-0. Считаем этот первый из обнаруженных таким образом циклов кратчайшим и удаляем с 6-го уровня все вершины, отличные от нулевой:

$$\begin{aligned}
 P(0) &= 0^{(1^{(4^{(10^{(6^{(2^{(0)}, 11^{(0)}), 9^{(3^{(0)}, 13^{(0)})}, 12), 5^{(11,13)}), \\
 &\quad 0^{(2^{(6^{(11,10)}, 7^{(12,13)}),}), \\
 &\quad 0^{(3^{(8^{(12,11)}, 9^{(13,10)})})}.
 \end{aligned}$$

Удалив вершины с порожденными пустыми внешними окружениями, получим:

$$\begin{aligned}
 P(0) &= 0^{(1^{(4^{(10^{(6^{(2^{(0)}), 9^{(3^{(0)})}, 12), 5^{(11,13)}), \\
 &\quad 0^{(2^{(6^{(11,10)}, 7^{(12,13)}),}), \\
 &\quad 0^{(3^{(8^{(12,11)}, 9^{(13,10)})})}.
 \end{aligned}$$

Как видим из полученной выше проекции, обнаружен второй 6-цикл (цикл с длиной, равной шести): 0-1-4-10-9-3-0. Распространив описанную процедуру наращивания на все внешние вершины исходной проекции, имеем:

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

$$P(0) = 0^{(1(4(10(6(2^{(0)}), 9(3^{(0)})), 12(7(2^{(0)}), 8(3^{(0)})), 5(11(6(2^{(0)}), 8(3^{(0)})), 13(9(3^{(0)}), 7(2^{(0)}))), 2(6(11(5(1^{(0)}), 8(3^{(0)})), 10(4(1^{(0)}), 9(3^{(0)})), 7(12(8(3^{(0)}), 4(1^{(0)})), 13(9(3^{(0)}), 5(1^{(0)}))), 3(8(12(7(2^{(0)}), 4(1^{(0)})), 11(6(2^{(0)}), 5(1^{(0)})), 9(13(7(2^{(0)}), 5(1^{(0)})), 10(4(1^{(0)}), 6(2^{(0)})))$$

Из полученной таким образом проекции видно, что длина кратчайшего цикла, содержащего вершину 0, равна шести, и число таких циклов –

24. Перечислим их:

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1. 0-1-4-10-6-2-0, | 13. 0-2-7-12-8-3-0, |
| 2. 0-1-4-10-9-3-0, | 14. 0-2-7-12-4-1-0, |
| 3. 0-1-4-12-7-2-0, | 15. 0-2-7-13-9-3-0, |
| 4. 0-1-4-12-8-3-0, | 16. 0-2-7-13-5-1-0, |
| 5. 0-1-5-11-6-2-0, | 17. 0-3-8-12-7-2-0, |
| 6. 0-1-5-11-8-3-0, | 18. 0-3-8-12-4-1-0, |
| 7. 0-1-5-13-9-3-0, | 19. 0-3-8-11-6-2-0, |
| 8. 0-1-5-13-7-2-0, | 20. 0-3-8-11-5-1-0, |
| 9. 0-2-6-11-5-1-0, | 21. 0-3-9-13-7-2-0, |
| 10. 0-2-6-11-8-3-0, | 22. 0-3-9-13-5-1-0, |
| 11. 0-2-6-10-4-1-0, | 23. 0-3-9-10-4-1-0, |
| 12. 0-2-6-10-9-3-0, | 24. 0-3-9-10-6-2-0. |

Нетрудно убедиться, что перечень этих 6-циклов для вершины 0 – избыточен, и на самом деле рассматриваемый нами граф содержит всего 12 различных 6-циклов с вершиной 0 в составе:

- 0-1-4-10-6-2-0 \equiv 0-2-6-10-4-1-0,
- 0-1-4-10-9-3-0 \equiv 0-3-9-10-4-1-0,
- 0-1-4-12-7-2-0 \equiv 0-2-7-12-4-1-0,
- 0-1-4-12-8-3-0 \equiv 0-3-8-12-4-1-0,
- 0-1-5-11-6-2-0 \equiv 0-2-6-11-5-1-0,
- 0-1-5-11-8-3-0 \equiv 0-3-8-11-5-1-0,
- 0-1-5-13-9-3-0 \equiv 0-3-9-13-5-1-0,
- 0-1-5-13-7-2-0 \equiv 0-2-7-13-5-1-0,
- 0-2-6-11-8-3-0 \equiv 0-3-8-11-6-2-0,

10. 0-2-6-10-9-3-0 \equiv 0-3-9-10-6-2-0.

11. 0-2-7-12-8-3-0 \equiv 0-3-8-12-7-2-0,

12. 0-2-7-13-9-3-0 \equiv 0-3-9-13-7-2-0.

Добавим к представленному выше примеру, что в общем случае в процессе поиска циклов реплика (копия) ракурсной вершины может появиться на уровне с меньшим, чем найдено ранее, номером (в данном случае на уровне ниже шестого), и в этом случае проекцию следует скорректировать с учетом новой длины кратчайшего цикла, удалив из нее вышерасположенные уровни, следует также удалить все вершины, расположенные на уровне с номером, равным новой длине кратчайшего цикла, оставив только реплики ракурсной вершины.

Поиск циклов заданной длины

При поиске циклов заданной длины поступаем аналогично вышеописанному, но достраиваем проекцию до уровня с номером, равным заданной длине. При этом реплики ракурсной вершины, находящиеся на уровнях, меньших заданной длины, следует удалить.

Рассмотрим поиск цикла с длиной, равной семи. Повторив описанную выше процедуру, нетрудно убедиться, что таких циклов в нашем графе не существует. Поэтому покажем результаты поиска циклов с длиной, равной восьми:

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

$$P(0) = 0^{(1(4(10(6(11(8(3^{(0)})), 9(13(7(2^{(0)})), 12(7(13(9(3^{(0)})), 8(11(6(2^{(0)}))), 0^{(1(5(11(6(10(9(3^{(0)})), 8(12(7(2^{(0)})), 13(9(10(6(2^{(0)})), 7(12(8(3^{(0)}))), 0^{(2(6(11(5(13(9(3^{(0)})), 8(12(4(1^{(0)})), 10(4(12(8(3^{(0)})), 9(13(5(1^{(0)}))), 0^{(2(7(12(8(11(5(1^{(0)})), 4(10(9(3^{(0)})), 13(5(11(8(3^{(0)})), 9(10(4(1^{(0)}))), 0^{(3(8(12(7(13(5(1^{(0)})), 4(10(6(2^{(0)})), 11(6(10(4(1^{(0)})), 5(13(7(2^{(0)}))), 0^{(3(9(13(7(12(4(1^{(0)})), 5(11(6(2^{(0)})), 10(4(12(7(2^{(0)})), 6(11(5(1^{(0)})))))$$

Перечислим 8-циклы с вершиной 0 в составе, их число равно двенадцати:

1. 0-1-4-10-6-11-8-3-0 \equiv 0-3-8-11-6-10-4-1-0
2. 0-1-4-10-9-13-7-2-0 \equiv 0-2-7-13-9-10-4-1-0
3. 0-1-4-12-7-13-9-3-0 \equiv 0-3-9-13-7-12-4-1-0
4. 0-1-4-12-8-11-6-2-0 \equiv 0-2-6-11-8-12-4-1-0
5. 0-1-5-11-6-10-9-3-0 \equiv 0-3-9-10-6-11-5-1-0
6. 0-1-5-11-8-12-7-2-0 \equiv 0-2-7-12-8-11-5-1-0
7. 0-1-5-13-9-10-6-2-0 \equiv 0-2-6-10-9-13-5-1-0
8. 0-1-5-13-7-12-8-3-0 \equiv 0-3-8-12-7-13-5-1-0
9. 0-2-6-11-5-13-9-3-0 \equiv 0-3-9-13-5-11-6-2-0
10. 0-2-6-10-4-12-8-3-0 \equiv 0-3-8-12-4-10-6-2-0
11. 0-2-7-12-4-10-9-3-0 \equiv 0-3-9-10-4-12-7-2-0
12. 0-2-7-13-5-11-8-3-0 \equiv 0-3-8-11-5-13-7-2-0

Поиск гамильтоновых циклов

По определению гамильтоновых циклов (далее, Г-циклов), однократно содержащих все вершины графа, поиск может быть произведен из любой его вершины. В нашем демонстрационном примере, как и выше, используем ту же вершину 0 и ее проекцию. Так как число вершин в рассматриваемом графе – 14, то вершина 0 в искомым Г-циклах (14-циклах) должна появиться только на 14-м уровне проекции $P(0)$. Выполняя те же процедуры, что и ранее, достраиваем исходную полную проекцию вершины 0 до 14-го уровня. Ниже приведем лишь полученный в результате поиска перечень из 24-х Г-циклов:

1. 0-1-4-10-6-2-7-12-8-11-5-13-9-3-0 \equiv 0-3-9-13-5-11-8-12-7-2-6-10-4-1-0,
2. 0-1-4-10-6-11-5-13-9-3-8-12-7-2-0 \equiv 0-2-7-12-8-3-9-13-5-11-6-10-4-1-0,
3. 0-1-4-10-9-3-8-12-7-13-5-11-6-2-0 \equiv 0-2-6-11-5-13-7-12-8-3-9-10-4-1-0,
4. 0-1-4-10-9-13-5-11-6-2-7-12-8-3-0 \equiv 0-3-8-12-7-2-6-11-5-13-9-10-4-1-0,
5. 0-1-4-12-7-2-6-10-9-13-5-11-8-3-0 \equiv 0-3-8-11-5-13-9-10-6-2-7-12-4-1-0,
6. 0-1-4-12-7-13-5-11-8-3-9-10-6-2-0 \equiv 0-2-6-10-9-3-8-11-5-13-7-12-4-1-0,
7. 0-1-4-12-8-3-9-10-6-11-5-13-7-2-0 \equiv 0-2-7-13-5-11-6-10-9-3-8-12-4-1-0,
8. 0-1-4-12-8-11-5-13-7-2-6-10-9-3-0 \equiv 0-3-9-10-6-2-7-13-5-11-8-12-4-1-0,
9. 0-1-5-11-6-2-7-13-9-10-4-12-8-3-0 \equiv 0-3-8-12-4-10-9-13-7-2-6-11-5-1-0,
10. 0-1-5-11-6-10-4-12-8-3-9-13-7-2-0 \equiv 0-2-7-13-9-3-8-12-4-10-6-11-5-1-0,
11. 0-1-5-11-8-3-9-13-7-12-4-10-6-2-0 \equiv 0-2-6-10-4-12-7-13-9-3-8-11-5-1-0,
12. 0-1-5-11-8-12-4-10-6-2-7-13-9-3-0 \equiv 0-3-9-13-7-2-6-10-4-12-8-11-5-1-0,
13. 0-1-5-13-9-3-8-11-6-10-4-12-7-2-0 \equiv 0-2-7-12-4-10-6-11-8-3-9-13-5-1-0,
14. 0-1-5-13-9-10-4-12-7-2-6-11-8-3-0 \equiv 0-3-8-11-6-2-7-12-4-10-9-13-5-1-0,
15. 0-1-5-13-7-2-6-11-8-12-4-10-9-3-0 \equiv 0-3-9-10-4-12-8-11-6-2-7-13-5-1-0,
16. 0-1-5-13-7-12-4-10-9-3-8-11-6-2-0 \equiv 0-2-6-11-8-3-9-10-4-12-7-13-5-1-0,
17. 0-2-6-10-4-1-5-11-8-12-7-13-9-3-0 \equiv 0-3-9-13-7-12-8-11-5-1-4-10-6-2-0,
18. 0-2-6-10-9-13-7-12-4-1-5-11-8-3-0 \equiv 0-3-8-11-5-1-4-12-7-13-9-10-6-2-0,
19. 0-2-6-11-5-1-4-10-9-13-7-12-8-3-0 \equiv 0-3-8-12-7-13-9-10-4-1-5-11-6-2-0,
20. 0-2-6-11-8-12-7-13-5-1-4-10-9-3-0 \equiv 0-3-9-10-4-1-5-13-7-12-8-11-6-2-0,
21. 0-2-7-12-4-1-5-13-9-10-6-11-8-3-0 \equiv 0-3-8-11-6-10-9-13-5-1-4-12-7-2-0,

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

22. 0-2-7-12-8-11-6-10-4-1-5-13-9-3-0 \equiv 0-3-9-13-5-1-4-10-6-11-8-12-7-2-0,
23. 0-2-7-13-5-1-4-12-8-11-6-10-9-3-0 \equiv 0-3-9-10-6-11-8-12-4-1-5-13-7-2-0,
24. 0-2-7-13-9-10-6-11-5-1-4-12-8-3-0 \equiv 0-3-8-12-4-1-5-11-6-10-9-13-7-2-0.

Заклучение

Проблема масштабирования параллельных приложений обусловлена необходимостью повышения эффективности их реализации на системах со сверхвысокой интегральной производительностью и связана с потребностью выявления в графах таких крупномасштабных вычислительных систем подграфов, изоморфных информационным графам решаемых задач. В число базовых информационных топологий задач параллельной обработки больших информационных массивов входят и кольцевые топологии. Беспереборному, но детерминированному при этом выявлению и перечислению циклов заданной длины в графе ВС, от кратчайших до гамильтоновых, посвящена эта работа.

Описанное в работе решение поставленной задачи основано на использовании системы полных проекций графа ВС и состоит в надстраивании избранных проекций до уровней, соответствующих заданной длине цикла; регламентация такого надстраивания демонстрируется на примерах. *Беспереборность* предлагаемого механизма поиска циклов и

абсолютная *достоверность* получаемых при этом результатов, а также возможности *параллельной реализации* этого механизма, существенно повышают преимущества использования предлагаемого метода, особенно, в связи с незатухающей тенденцией к масштабированию вычислительных мощностей существующих и перспективных суперкомпьютерных систем.

Несмотря на то, что в работе рассмотрены только неориентированные ненагруженные графы, изложенный метод успешно может быть переложен и на графы с дугами и с весами: особенности проективного описания таких графов отмечены в [3, с. 39].

Изложенные в работе результаты могут быть использованы и в не связанных с вычислительными системами научных областях и приложениях, прежде всего, в самой теории графов, а также в логистике, в топологическом макетировании и пр., т. е. там, где объекты описываются графовыми абстракциями.

References:

1. (2012). *Koncepciya po razvitiyu tekhnologii vysokoproizvoditel'nyh vychislenij na baze superEvm ehksaflopnogo klassa (2012-2020 гг.)* Retrieved 2018, from http://filearchive.cnews.ru/doc/2012/03/esk_text.pdf
2. Bratko, I. (2004). *Algoritmy iskusstvennogo intellekta na yazyke PROLOG, 3-e izdanie: Per. s angl. M.: Izd. dom "Vil'yams", p. 640.*
3. Melentiev, V. A. (2000). Bracket Form of Graph Description and its Use in Structural Investigation of Robust Computer Systems. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing, No 4, Allerton Press Inc., USA.* pp. 34-47. Retrieved 2018, from <http://elibrary.ru/item.asp?id=14954075>
4. Melent'ev, V. A. (2010). *Analiticheskij podhod k sintezu reguljarnyh grafov s zadannymi znacheniyami porjadka, stepeni i obhvata. Prikladnaya diskretnaya matematika, №2(8), 74-86.* Retrieved 2018, from <http://mi.mathnet.ru/pdm206>
5. Volkova, A. (2018). A Technical Translation of Melentiev's Graph Representation Method with Commentary. *University Honors Theses.* p. 503. Retrieved 2018, from <https://pdxscholar.library.pdx.edu/honorstheses/503>
6. Hoefler T., & Snir M. (2011). Generic Topology Mapping Strategies for Large-scale Parallel Architectures. *Proceedings of the International Conference on Supercomputing, ICS'11, ACM,* pp. 75–84.
7. Melentiev, V. (2014). Embedding of subsystems limiting length and number of paths between vertexes of computing system graph. *UBS, 2014, Issue: 47, Moscow: IPU RAN,* 212-246.

Impact Factor:	ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
	ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHII (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
	GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
	JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

8. Tarkov, M. (2013). On efficient construction of hamiltonian cycles in distributed computer systems by recurrent neural networks. *VEC. Issue: 43*, Moscow: IPU RAN, 157–171.
9. Melent'ev, V. A. (2004, Oct. 4-6). The formal rudiments of a bracket patterns' in graph theory. *Proceedings of the II International Conference "Parallel Computations and Control Problems" PACO '2004*. Moscow, pp. 694-706.
10. Melent'ev, V. A. (2005). Formal'nyj podhod k issledovaniyu struktur vychislitel'nyh sistem. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta*, №14, 167-172.

Impact Factor:	ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
	ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHHI (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
	GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
	JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	
