SOI: 1.1/TAS DOI: 10.15863/TAS
International Scientific Journal
Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) **e-ISSN:** 2409-0085 (online)

Year: 2018 **Issue:** 10 **Volume:** 66

Published: 06.10.2018 http://T-Science.org

QR – Issue QR – Article

SECTION 2. Applied mathematics. Mathematical modeling.

Orifjon Shodiyevich Bozorov
Senior researcher,
Tashkent institute of Textile and Light Industry

Ismatulla Qushayevich Khujaev
Leading researcher,
Scientific and innovation center of information and communication technologies at
Tashkent university of information technologies

Muyasar Shavkatovna Mamatqulova
Assistant professor,
Tashkent institute of Textile and Light Industry

DISTRIBUTION OF THE IMPULSE IN PIPELINES WITH IRREGULARLY DISTRIBUTED HYDRAULIC RESISTANCE

***Abstract**: The problem of the distribution of an impulse along a horizontal pipeline, which has a variable cross-sectional area, is considered. To solve the classical quasi-one-dimensional problem of N.E. Zhukovsky, methods of simplification from the viewpoint of the physics of nonlinear waves are applied.*

With the introduction of the auxiliary function, equations are formed with respect to the calibration functions of the forward and backward waves in the field of friction and inertia. For the cases of a slow change in the cross-sectional area and the propagation velocity of small pressure perturbations along the length of the pipeline with the introduction of a "slow coordinate," simplified nonlinear equations with respect to calibration functions are constructed. An explicit solution of the problem is obtained for the case of nonlinear hydrodynamic resistance.

***Key words**: the main gas pipeline, the friction of force, the horizontal gas pipeline, variable diameter, nonlinear problem of the hydrodynamic resistance.*

***Language**: Russian*

***Citation**: Bozorov, O.S., Khujaev, I.Q., & Mamatqulova, M.S. (2018). Distribution of the impulse in pipelines with irregularly distributed hydraulic resistance. *ISJ Theoretical & Applied Science, 10 (66),* 54-57.

***Soi**: http://s-o-i.org/1.1/TAS-10-66-8 ***Doi**: crossref https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2018.10.66.8

УДК 622.69+536-33(075)

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИМПУЛЬСА В ТРУБОПРОВОДАХ С НЕРАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ГИДРАВЛИЧЕСКИМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ

***Аннотация**: Рассмотрена задача о распространении импульса по горизонтальному трубопроводу, который имеет переменную площадь поперечного сечения. Для решения классической квазиодномерной задачи Н.Е. Жуковского применены методы упрощения с позиций физики нелинейных волн.*

С введением вспомогательной функции составлены уравнения относительно калибровочных функций прямой и обратной волн в поле силы трения и инерции. Для случаев медленного изменения площади поперечного сечения и скорости распространения малых возмущений давления по длине трубопровода с введением «медленной координаты» построены упрощенные нелинейные уравнения относительно калибровочных функций. Для случая нелинейного гидродинамического сопротивления получено явное решение задачи.

***Ключевые слова**: магистральный газопровод, сила трения, горизонтальной газопровод, переменный диаметр, нелинейная задача гидродинамического сопротивления.*

Introduction

Взаимодействие прямых и обратных волн, их затухание представляют особый интерес. В известных теориях, например, в [1,2] с помощью линеаризации получены решения, согласно которым затухание прямой волны имеет экспоненциальный характер. В этих работах отсутствует вопрос о потери энергии прямой волны.

Более глубокое изучение распространения волн в трубопроводах предполагает учет нелинейности процесса, обусловленные как силой сопротивления, так и другими силовыми факторами. Это способствует более точному математическому представлению объекта, и определить узкие с точки зрения надежности функционирования трубопроводов и их сетей.

Materials and Methods

Временные изменения диаметра трубопровода и величины гидродинамического сопротивления позволяют при относительно медленных их изменениях применение калибровочных функций и упрощение уравнений сохранения импульса при выполнении условий $\frac{\dot{c}}{c} \sim \frac{\dot{h}}{h} \sim \frac{\dot{D}}{D} \sim \mu << 1$ и $\omega t >> 1$, где h, D – толщина стенки и диаметр трубопровода; точка над буквой – производная по времени [3-10].

При исследовании акустических задач ограничиваются приближением $\frac{\tilde{\rho}}{\rho_0} \sim \frac{\tilde{p}}{p_0} \sim \frac{u}{c} \sim \mu << 1$, где $\tilde{\rho}, \tilde{p}$ – местные отклонения плотности и давления среды от постоянных значений ρ_0, p_0. Такое приближение также сильно ограничивает класс решаемых задач. А введение замены в виде $\varphi = \ln \frac{\rho}{\rho_0}$, например, позволяет описать процесс при малых колебаниях плотности, реализуя упрощений и оценок в виде $\varphi = \ln \frac{\rho_0 + \tilde{\rho}}{\rho_0} = \ln\left(1 + \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0}\right) \sim \frac{\tilde{p}}{p_0} \sim \mu$, если $\frac{\tilde{\rho}}{\rho_0} << 1$.

Ниже рассматривается задача о распространении прямой и обратной волн в горизонтальной трубопроводе, площадь поперечного сечения которого является переменной по длине. Задача сформулирована в рамках модели Н.Е. Жуковского на основе нелинейных квазиодномерных уравнений сохранения импульса и массы [11]

$$\begin{cases} -f\dfrac{\partial p}{\partial x} = \dfrac{\partial (f\rho u)}{\partial t} + \dfrac{\lambda}{2D}\rho u^2 f, \\ -f\dfrac{\partial p}{\partial t} = c^2 \dfrac{\partial (\rho u f)}{\partial x}, \quad c^2 = \dfrac{\partial p}{\partial \rho}. \end{cases} \tag{1}$$

где использованы обозначения: t, x – время и продольная координата; p, u, ρ – средние значения статического давления, скорости потока и плотности среды в сечении x; λ – коэффициент сопротивления в формуле Дарси-Вейсбаха, зависящий от шероховатости живого сечения трубопровода и режима течения; $D = D(x)$ – переменный диаметр трубопровода; $f = \pi D^2/4$ – переменная площадь поперечного сечения трубопровода; c – скорость распространения малых возмущений давления в системе труба-среда.

Введем вспомогательную функцию

$$\varphi = \ln \frac{f\rho}{f_0 \rho_0}, \tag{2}$$

где f_0, ρ_0 – значения площади поперечного сечения трубопровода и плотности среды до возмущений.

Подстановки этой функции в систему (1) и некоторые видоизменения приводит к системе уравнений [12]

$$\begin{cases} A_t + cA_x - F\varphi\left(c_t^* + cc_x^*\right) - \dfrac{c}{\gamma}\left(\dfrac{f_t}{f} + c\dfrac{f_x}{f}\right) + \\ \qquad + u\left(\varphi_t + c\varphi_x\right) = -\varepsilon u^2, \\ B_t - cB_x - F\varphi\left(c_t^* - cc_x^*\right) + \dfrac{c}{\gamma}\left(\dfrac{f_t}{f} - c\dfrac{f_x}{f}\right) + \\ \qquad + u\left(\varphi_t - c\varphi_x\right) = \varepsilon u^2. \end{cases} \tag{3}$$

Здесь γ – газодинамический показатель;

$$A + B = 2u; \qquad A - B = 2c\varphi; \qquad F(\varphi) = \int_0^{\varphi} c(\varphi)d\varphi,$$

$\varepsilon = \lambda/(2D)$.

Упрощения в виде требований $f_x/f << \omega$, $f_t = 0$, $c_t^* = 0$ приводят к системе уравнений

$$\begin{cases} A_{x'} = -\dfrac{u}{c}\left[(A-B)_{t'} + \dfrac{\lambda}{2Dc}(A+B)\right], \\ -B_{x'} = -\dfrac{u}{c}\left[(A-B)_{t'} + \dfrac{\lambda}{2Dc}(A+B)\right]. \end{cases} \tag{4}$$

Здесь ввели «медленную координату» x'.

Заметим, что основной импульс является функцией фазы, которая определяется как решение уравнения

$$\frac{dx}{dt} = c(x), \tag{5}$$

т.е.

$$\eta = \int_0^x \frac{dx'}{c(x')} - t. \qquad (6)$$

Для прямой волны в виде основного импульса имеем оценку

$$A(\eta) = \frac{1}{2}\left[u(\eta) - c\varphi(\eta)\right] >> B(\xi).$$

Из (4), учитывая медленное изменения площади поперечного сечения трубы и оставляя только члены первого порядка малости, составим систему

$$\begin{cases} A_{x'} = -\varepsilon(x')\dfrac{A^2}{c}\dfrac{1}{1+A/c}, \\ B_{x'} = \varepsilon(x')\dfrac{A^2}{c}\dfrac{1}{1-A/c}. \end{cases} \qquad (7)$$

Решение данной системы приводит к трансцендентному уравнению относительно основного импульса:

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{c}\ln\frac{A}{c} = \int_0^x \frac{\varepsilon(x')dx'}{c(x')} + \frac{1}{A(0,\eta)}. \qquad (8)$$

Данное уравнение можно решить численно и определить значение калибровочной функции $A(x',\eta)$. При этом имеем решение уравнения относительно калибровочной функции обратной волны:

$$B(x') = \int_0^x \frac{\varepsilon(x')}{c(x')}\frac{A^2}{1-A/c}dx',$$

которая генерируется от прямой волны.

Решение (8) представляет нелинейный эффект, связанный вторым слагаемым в левой части равенства и представляющий физической нелинейности задачи.

Простым приближением полученного решения является учет нелинейности, связанной гидродинамическим сопротивлением, когда решение задачи получится явное

$$A = \frac{A(0,\eta)}{1 + A(0,\eta)\displaystyle\int_0^x \frac{\varepsilon(x')dx'}{c(x')}}, \qquad B = \frac{1}{c}\int_0^x \frac{A^2}{1-A/c}\varepsilon(x')dx'. \qquad (9)$$

В этом случае для кинетической энергии единичной массы среды на единицу элементарной длины имеем оценку

$$W_{кин} = \frac{\rho u^2}{2} = \rho_0 e^{\frac{B-A}{2c}}(A+B)^2 \approx \approx \rho_0\left(1 - \frac{A}{2c}\right)A^2. \qquad (10)$$

Выражение (10) показывает, что нелинейность полученного результата привела к дополнительному члену $-\dfrac{\rho_0 A^3}{2c}$, который связан образованием обратной волны и сильно зависит от амплитуды гидродинамической скорости. Этот член способствует к уменьшению энергии относительно случая линейного подхода и доказывает переменности скорости звука в зависимости от параметра $\varepsilon = \varepsilon(x)$.

Рассмотрим задачу с граничным условием при $x = 0$ заданы $u = u_0(x)$ и $\rho = \rho_0(x)$. Решением этой задачи для прямой и обратной волн будут

$$u(x,t) = f_1(x-ct) + f_2(x+ct),$$

$$\rho(x,t) = \frac{1}{2c}\left[f_1(x-ct) - f_2(x+ct)\right].$$

В линейной постановке между этими функциями имеет место взаимосвязь

$$f_1|_{x=0} + f_2|_{x=0} = u_0(t),$$

$$\frac{1}{2c}\left[f_1|_{x=0} - f_2|_{x=0}\right] = \rho_0(t).$$

Но учет нелинейности процесса и неоднородности среды усложняет решению задачи о распространении сигналов, которые медленно меняют свою форму по длине волны. При решении таких задач используется поочередное усреднение. Остановимся на случае, когда изменения, связанные с неоднородностью и нелинейностью, малы. Полагаем, что только основная волна с фазой $x-ct$ создает нелинейные эффекты. Т.е. отказываемся от приближения $A >> B$. Тогда уравнения приобретают вид

$$\begin{cases} (u + c\varphi)_\xi + u\varphi_\xi = c(\ln f)_\xi - \dfrac{\varepsilon}{2c}u^2, \\ (u - c\varphi)_\eta + u\varphi_\eta = c(\ln f)_\eta + \dfrac{\varepsilon}{2c}u^2. \end{cases} \qquad (11)$$

Согласно предложенному выше методу от координат (η,ξ) переходим к координатам (η,x') и (ξ,x'), где $x' = x$ – медленная координата. При этом уравнения приобретают вид

$$\begin{cases} (u + c\varphi)_{x'} + u\varphi_{x'} = c(\ln f)_{x'} - \dfrac{\varepsilon}{2c}u^2, \\ (u - c\varphi)_{x'} + u\varphi_{x'} = c(\ln f)_{x'} + \dfrac{\varepsilon}{2c}u^2. \end{cases} \qquad (12)$$

Отсюда следует, что

$$2c\varphi_{x'} = -\frac{\varepsilon}{2c}u^2. \qquad (13)$$

Подстановка (13) в первое уравнение (12) заменой выражений $c\varphi_{x'}$ и $u\varphi_{x'}$ приводит к уравнению:

$$u_{x'} - \frac{\varepsilon}{4c}u^2 - \frac{\varepsilon}{4c^2}u^3 = c(\ln f)_{x'} - \frac{\varepsilon}{2c}u^2$$

или

$$u_{x'} + \frac{\varepsilon}{4c}u^2 - \frac{\varepsilon}{4c^2}u^3 = c\left(\ln f\right)_{x'}.$$

Аналитическое или численное решение данного уравнения при допущениях малых значений $\frac{u}{c} << 1$ и $\frac{f_x}{f} << k$, где k – волновое число граничного импульса, не представляет трудностей.

Conclusion

Таким образом, в рамках данной работы получены решения задачи о распространении импульса в трубопроводе с переменной площадью поперечного сечения. Доказано, что учет нелинейной силы трения и переменной площади поперечного сечения трубы при распространении прямой волны приводит к генерации обратной волны и уменьшения кинетической энергии прямой волны. Введение медленной координаты позволяет построить обыкновенное нелинейное дифференциальной уравнение относительно скорости потока, где основным фактором является путевое изменение площади поперечного сечения трубопровода.

References:

1. Charnyj, I.A. (1975). *Neustanovivsheesja dvizhenie real'noj zhidkosti v trubah.* Izd. 2-e, Moscow, Nedra, pp.1-296.
2. Mamadaliev, X.A., & Khujaev, I.Q. (2016). Mathematical model of the pipeline connected to the ends of an area with dampers of pressure. *American Journal of Mathematical and Computational Sciences, 1(1),* 43-49.
3. Rudenko, O.V., Hedberg, K.M., Jenflo, B.O., Ostrovskij, L.A., & Rudenko, O.V. (2009). O problemah nelinejnoj akustiki, predstavljajushhihsja segodnja naibolee vazhnymi i interesnymi. *Akusticheskij zhurnal, 55, 6,* 698-705.
4. Rudenko, O.V., & Shwartsburg, A.B. (2010). Nonlinear and linear wave phenomena in narrow pipes. *Acoustical Physics, 56, 4,* 429-434.
5. Hesham, M., & Hassanein, M. (2010). On the use of discrete wavelet transform for solving integral equations of acoustic scattering. *Acoustical Physics, 56, 4,* 560-567.
6. Bodunova, J.P., & Potapov, A.I. (2010). Tochnoe opisanie nelinejnyh trehmernyh akusticheskih voln v barotropnom gaze. *Akusticheskij zhurnal, 56, 5,* 587-590.
7. Bodunova, J.P., Konoplev, S.A., & Potapov, A.I. (2011). Rasprostranenie i vzaimodejstvie nelinejnyh voln v zhidkosti s puzyr'kami gaza. *Akusticheskij zhurnal, 57, 2,* 228-233.
8. Shamaev, V.G., & Shamaev, N.V. (2011). Novye knigi po akustike i smezhnyh disciplin, izdannye v 2010 g. na russkom jazyke. *Akusticheskij zhurnal, 57, 4,* 550-576.
9. Tkachenko, L.A. (2014). Nelinejnye kolebanija gaza v oktrytoj trebe pri negarmonicheskom vozbuzhdenii. *Akusticheskij zhurnal, 60, 2,* 160-165.
10. Ostrovskij, L.A., Gurbatov, S.N., & Didenkulov, I.N. (2011). Nelinejnaja akustika v Nizhnem Novgorode. Obzor. *Akusticheskij zhurnal, 57, 3,* 150-166.
11. Seleznjov, V.E., Aljoshin, V.V., & Prjalov, S.N. (2007). *Matematicheskoe modelirovanie truboprovodnyh setej i sistem kanalov. Metody, modeli i algoritmy.* Moscow, MAKS Press, pp.1-695.
12. Bozorov, O.S., & Mamatkulov, M.M. (2015). *Analiticheskie issledovanija nelinejnyh gidrodinamicheskih javlenij v sredah s medlenno menjajushhimisja parametrami.* Tashkent, TITLP, pp.1-96.