Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИНЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	

SOI: 1.1/TAS DOI: 10.15863/TAS

International Scientific Journal
Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) **e-ISSN:** 2409-0085 (online)

Year: 2018 **Issue:** 09 **Volume:** 65

Published: 29.09.2018 http://T-Science.org

S.U. Zhanatauov
candidate of physics and mathematical sciences,
Department «Information technologies and automation»,
Associate professor,
Noncommercial joint-stock company
"Kazakh national agrarian university"
Kazakhstan
sapagtu@mail.ru

K.A. Akhmetov
candidate of technical sciences,
Department «Information technologies and automation»,
Professor,
Noncommercial joint-stock company
"Kazakh national agrarian university"
Kazakhstan
kahmetov@mail.ru

SECTION 2. Applied mathematics. Mathematical modeling.

SIMULATION OF MULTIDIMENSIONAL SAMPLE WITH THE ASSIGNED VALUES OF THE COEFFICIENTS OF LINEAR REGRESSION

***Abstract**: The article describes the calculation steps for model values of the matrix elements of centered and normalized values of z-variables $Z_{mn}=[Z_1 \rfloor Z_2]$. The partition $[Z_1 \rfloor Z_2]$ corresponds to a regression model of the form $z_n=\beta_1 z_1+\beta_2 z_2+\ldots+\beta_{n-}$ $z_n=\beta_1 z_1+\beta_2 z_2+\ldots+\beta_{n-1}$, where $z_1, z_2, \ldots, z_{n-1}$ is a set of explanatory (independent) variable ("regressors"), z_n- response variable (dependent variable), $\beta_1,\ldots,\beta_{n-1}$ -regression coefficients. There is an adequacy of the real multi-dimensional sample X^0_{mn} as a model, histogram, and the mean arithmetic mean x^{me}_j, standard deviations $s_j=sqrt(s^2_j)$, $j=1, \ldots, n$. The tables, the graphs of the parameters, the variables of the IM MLRA are given for $m=20$, $n=3$:*

$Z^{(t,\ell,)}_{mn}=[Z^{(t,\ell,)}_1 / Z^{(t,\ell)}_2],(1\backslash m)Z^{(t)T}_1 Z^{(t)}_1=R^{(\ell)}_{11},(1\backslash m)Z^{(t)T}_1 Z^{(\ell,t)}_2=R^{(\ell)}_{12},R^{(\ell)}_{12}=R^{(\ell)}_{11}\beta,\ \beta=(\beta_1,\beta_2)^T.$

***Key words**: inverse model, multidimensional, linear, regression analysis.*

***Language**: Russian*

***Citation**:* Zhanatauov SU, Akhmetov KA (2018) SIMULATION OF MULTIDIMENSIONAL SAMPLE WITH THE ASSIGNED VALUES OF THE COEFFICIENTS OF LINEAR REGRESSION. ISJ Theoretical & Applied Science, 09 (65): 301-314.

***Soi**:* http://s-o-i.org/1.1/TAS-09-65-48 ***Doi**:* crossref https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2018.09.65.48

МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОМЕРНОЙ ВЫБОРКИ С ЗАДАННЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИИ

***Аннотация**: В статье дано описание этапов вычислений модельных значений элементов матрицы центрированных и нормированных значений z-переменных $Z_{mn}=[Z_1 \rfloor Z_2]$. Матрица $Z_{mn}=[Z_1 \rfloor Z_2]$. Разбиение $[Z_1 \rfloor Z_2]$ соответствует регрессионной модели вида $z_n=\beta_1 z_1+\beta_2 z_2+\ldots+\beta_{n-1} z_{n-1}$, где $z_1, z_2, \ldots, z_{n-1}$-набор объясняющих (независимых) переменных («регрессоров»), z_n-переменная отклика (зависимая переменная), $\beta_1,\ldots,\beta_{n-1}$- регрессионные коэффициенты. Имеется адекватность реальной многомерной выборке X^0_{mn} как модельная, гистограммная, так и по значениям средних арифметических $x^{cp}_j=x^{cp}_j$, стандартных отклонений $s_j=sqrt(s^2_j)$, $j=1,\ldots,n$. Приведены таблицы, графики параметров, переменных ОМ МЛРА при $m=20, n=3$: $Z^{(t,\ell,)}_{mn}=[Z^{(t,\ell,)}_1 / Z^{(t,\ell)}_2],(1\backslash m)Z^{(t)T}_1 Z^{(t)}_1=R^{(\ell)}_{11}$, $(1\backslash m)Z^{(t)T}_1 Z^{(\ell,t)}_2=R^{(\ell)}_{12},R^{(\ell)}_{12}=R^{(\ell)}_{11}\beta,\ \beta=(\beta_1,\beta_2)^T$.*

***Ключевые слова**: обратная модель, множественный, линейный, регрессионный анализ.*

Введение

Регрессионные модели разработаны в многочисленных вариантах, применялись во многих предметных областях. Многочисленные статьи, монографии на разных языках, программы для ЭВМ общеизвестны, стали повседневным инструментарием.

Представляет интерес последовательность значений компонент вектора значений коэффициентов регрессии, начиная с «нехороших» кончая желаемыми. Значения компонент вектора значений коэффициентов регрессии $\beta_1,\beta_2,\ldots,\beta_{n-1}$ будут вычислены, если имеются числовые данные. Мы рассматриваем в качестве данных матрицу центрированных и нормированных значений $Z_{mn}=[Z_1 \rfloor Z_2]$. Рассмотрим регрессионную модель вида $z_n=\beta_1 z_1+\beta_2 z_2+\ldots+\beta_{n-1}z_{n-1}+\alpha$, где $z_1,z_2,\ldots,z_{n-1}$-набор объясняющих (независимых) переменных («регрессcоров»), z_n-переменная отклика (зависимая переменная),$\beta_1,\ldots,\beta_{n-1}$-регресссионные коэффициенты, α-свободный член. Эта модель моделирует взаимосвязь между двумя или более *объясняющими* переменными и одной переменной *отклика* путем подгонки вышеприведенного линейного уравнения к стандартизованным значениям z-переменных $z_{ij}=(x^0_{ij}-x^{cp}_j)/s_j$. Здесь x^0_{ij} - i-ое значение j-го признака реального объекта, $x^{cp}_j=(x^0_{1j}+\ldots+x^0_{mj})/m$-среднее арифметическое, $s^2_j=(x^2_{1j}+\ldots+x^2_{mj})/m$-стандартное отклонение, $x_{ij}=x^0_{ij}-x^{cp}_j$ - отклонение от среднего значения x^{cp}_j. Стандартизованные значения z_n изменяются относительно значений $z_1,z_2,\ldots,z_{n-1}$ с одинаковыми стандартными отклонениями, равными 1. В соответствии с этим разбиением z-переменных m значений всех n z-переменных образует 2 подматрицы Z_1,Z_2 матрицы $Z_{mn}=[Z_1 \rfloor Z_2]$ для m-на-n матрицы Z_{mn}. Элементы столбцов (с номерами j=1,…,n) матрицы Z_{mn} центрированы выборочными средними и нормированы стандартными отклонениями: $z_{ij}=(x^0_{ij}-x^{cp}_j)/s_j$. Элементы $z_{ij}=(x^0_{ij}-x^{cp}_j)/s_j$ матрицы стандартизованных отклонений не имеют размерности, и все ее столбцы имеют одинаковые дисперсии, равные единице. Это – одно из удобств для наших задач.

Однако, в связи с кризисными событиями актуальны задачи управления вычисленными значениями коэффициентов регрессии $\beta_1,\ldots,\beta_{n-1}$, изменяя их значения $\beta^{(t)}_1,\ldots,\beta^{(t)}_{n-1}$ в момент времени t на заданные экспертом значения. Изменения проводятся от отрицательных значений (от убыточных приращений в уравнении регрессии) к положительным значениям (к прибыли). Величина приращения к j-ому значению β_j назначается экспертом отдельно и требует соответствующей работы. В примере, описываемом ниже, приведены результаты только начальных значений и конечных значений коэффициентов регрессии $\beta_1,\ldots,\beta_{n-1}$.

Мы рассматриваем в качестве исходных значения $\beta_1,\ldots,\beta_{n-1}$ и моделируем для них матрицу $Z_{mn}=[Z_1 \rfloor Z_2]$ значений n z-переменных, такую, что она имеет значения $\beta_1,\ldots,\beta_{n-1}$. Таких матриц моделируются бесконечно много, каждая преобразуется в псевдореальную выборку данных с применением своих средних и стандартных отклонений (Рисунок 7).

Например, прибыль (зависимая переменная или отклик) в зависимости от прироста ресурсов, вложений (независимых переменных) в прибыльные активные операции. Предварительная фиксация значений коэффициентов регрессии $\beta_1,\ldots,\beta_{n-1}$ и моделирование значений независимых и зависимой переменных позволит иметь ряды матриц $Z_{mn}=[Z_1 \rfloor Z_2]$, достигающих по построению такой матрицы $Z_{mn}=[Z_1 \rfloor Z_2]$, которая будет иметь заданные целевые значения коэффициентов регрессии $\beta_1,\ldots,\beta_{n-1}$. Тогда возможно проектирование рядов векторов значений коэффициентов регрессии $\boldsymbol{\beta}=(\beta_1,\ldots,\beta_{n-1})^T$ и соответствующих им рядов матриц $Z_{mn}=[Z_1 \rfloor Z_2]$ с заданными свойствами. Предыдущий и последующий члены ряда векторов значений коэффициентов регрессии нужно подбирать вручную и в соответствии с реальными производственными, маркетинговыми, административными мероприятия ми, обеспечивающих достижение планируемых финансовых приростов значений ресурсов, вложений. Если нет реального менеджмента по достижению планируемых значений $\beta_1,\ldots,\beta_{n-1}$, то нет пользы от модельных значений элементов матрицы $Z_{mn}=[Z_1 \rfloor Z_2]$. Матрица $Z_{mn}=[Z_1 \rfloor Z_2]$ при известных значениях средних и стандартных отклонений преобразуются в «реальные» значения с единицами измерения показателей с номерами j=1,…,n. Каждая цифра в «реальной» матрице адекватна реальному значению, если значения n z–переменных удовлетворяют системе уравнений (*). При этом практические решения по принятию предыдущего значения и последующего значения должны быть подвергнуты всестороннему анализу.

Современные тенденции в теории и практике финансового анализа связаны с проблемой модификации системы финансовых коэффициентов, с приведением этой системы к форме, удобной для принятия адекватных управленческих решений в области финансового менеджмента. В этом направлении существует несколько подходов. Предпочтителен подход, когда выбирают из всех существующих финансовых показателей и коэффициентов незначительное количество тех, которые наиболее полно и всесторонне характеризуют финансовое состояние банка.

Здесь мы остановимся на статистическом подходе к коэффициентному методу финансового анализа. Суть нашего подхода может быть сведена к анализу выборочных коэффициентов корреляции и коэффициентов регрессии. Последние имеют практически важные смысл и интерпретацию: «если банк увеличит на 1 тысячу тенге свои кредитные вложения, то банк потерпит убыток в 347,87 тенге, а если банк увеличит на 1 тысячу тенге свои вложения в ценные бумаги, то банк потерпит убыток в 225,42 тенге. т.е. банку в это время нельзя заниматься традиционными операциями» [1].

Для иллюстрации статистического подхода к финансовому экспресс-анализу нужны модельные данные, адекватные по значениям статистик много мерной выборки. Перечень этих статистик (векторы, матрицы) будет выявлен по мере изложения текста. При этом закон распределения значений 1-мерных переменных для финансовых показателей бывает неопределенным, что достигается применением обратной модели главных компонент (ОМ ГК) [2,3], для 1-мерных z-переменных из R-, Λ-выборок не определены законы распределений.

Модели и задачи

Исходной гипотезой для рассматриваемой ниже обратной задачи множественной линейной регрессии (ОЗ МЛРА) является существование уравнения регрессии вида $z_n=\beta_1 z_1+\beta_2 z_2+\ldots+\beta_{n-1}z_{n-1}$, где, в отличие от прямой задачи множественной линейной регрессии (ПЗ МЛРА) известны значения $ß_1,\ldots,ß_{n-1}$ вектора $ß=(ß_1,\ldots,ß_{n-1})^T$ регрессионных коэффициентов, значение свободного члена α. Модель множественной линейной регрессии, где вычисляется единственный вектор $ß=(ß_1,\ldots,ß_{n-1})^T$ регрессионных коэффициентов, назовем (при $\alpha=0$) прямой моделью множественной линейной регрессии (ПМ МЛРА) и обозначим так: $Z_{mn}=[Z_1 \rfloor Z_2]=>(R_{11},R_{12},\beta)$. В ПМ МЛРА решена ПЗ МЛРА, ее решение β единственно и равно $\beta_R=R^{-1}_{11}R_{12}$. Для каждого значения z_n из «реальной» выборки и значения z_n из ПММЛА разность величины остатка случайно не равно нулю. В нашей ОМ МЛРА аналогичная разность равна нулю. В ОМ МЛРА модельные значения n z–переменных точно удовлетворяют $z_n=\beta_1 z_1+\beta_2 z_2+\ldots+\beta_{n-1}z_{n-1}$. Аддитивное случайное приращение α_i, $i=1,\ldots,m$, к значениям z_{in} придает вектору-решению $(z_{i1}, z_{i2},\ldots,z_{i(n-1)},z_{in})^T$ нашей модельной выборки соответствует ошибке предсказанного значения в ПМ МЛРА. Следовательно теоретическое решение ПМ МЛРА является одним из бесконечного множества теоретических решений ОМ МЛРА.

Моделируемые данные соответствуют данным из конвертированных балансов предприятия [3]. Обоснование соответствия наших модельных данных данным из конвертированных балансов проведены в разделе статьи [2]. Эта переоценка похожа на прогнозирование будущего (именно для этого чаще всего служит моделирование). И не есть восстановление прошлого, т.е. «обратное моделирование».

Трудным местом ПЗ МЛРА[1] является вычисление обратной матрицы для симметрической корреляционной матрицы «регрессоров» R_{11}, которая может быть неполного ранга – тогда не существует для нее обратной матрицы, или быть «плохо обусловленной». Число обусловленности матрицы показывает насколько матрица близка к матрице неполного ранга (для квадратных матриц - к вырожденности). В работах [5-14] число обусловленности корреляционной матрицы измеряется набором ее f-параметров $f_1(\Lambda_{nn})=\lambda_1+\ldots+\lambda_n)=n$, $f_2(\Lambda_{nn})=(\lambda^2_1+\ldots+\lambda^2_n)$, $f_3(\Lambda_{nn})=\lambda_1/\lambda_n$, $f_4(\Lambda_{nn})=(\lambda_1+\ldots+\lambda_\ell)/n<1$, $f_5(\Lambda_{nn})=\lambda_1\times\lambda_2\times\lambda_3\times\ldots\times\lambda_n$, $f_6(\Lambda_{nn})=\lambda_1/\lambda_2+\ldots+\lambda_{n-1}/\lambda_n)$. Здесь f-параметр $f_3(\Lambda_{nn})=\lambda_1/\lambda_n$ измеряет значение числа обусловленности, а остальные – близость (удаленность) от вырожденности корреляционной матрицы R_{nn}. Но при этом решается прямая спектральная задача (ПСЗ):$R_{nn}=>(C_{nn},\Lambda_{nn})$, где квадратная ортонормированная матрица C_{nn},- матрица собственных векторов $\mathbf{c}_j=(c_{1j},c_{2j}\ldots c_{nj})^T$, $j=1,\ldots,n$, образующих ортогональную матрицу $C_{nn}=[\mathbf{c}_1|\mathbf{c}_2|\ldots|\mathbf{c}_n]$, согласованную с матрицей собственных чисел (спектром) $\Lambda_{nn}=\mathrm{diag}(\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_n)$, $\lambda_1>\ldots>\lambda_n>0$, таким образом, что выполняются равенства $R_{nn}C_{nn}=C_{nn}\Lambda_{nn}$, $C^T_{nn}C_{nn}=C_{nn}C^T_{nn}=I_{nn}$, где $\mathrm{diag}(R_{nn})=(1,\ldots,1)$, $\mathrm{tr}(R_{nn})=1+1+1+1+1+1=\mathrm{tr}(\Lambda_{nn})=\lambda_1+\ldots+\lambda_n=n$ [4-11]. Матрицы C_{nn} и Λ_{nn} вычислятся одновременно по известной корреляционной матрице R_{nn}. Матрица R_{nn} вычисляется по стандартизованной выборке Z_{mn}: $R_{nn}=(1/m)Z^T_{mn}Z_{mn}$. Элементы спектра $\Lambda_{nn}=\mathrm{diag}(\lambda_1,\ldots,\lambda_n)$, $n>2$, являются вышеприведенными измерителями.

Решаемая в [1] ОЗ МЛРА, как показано в «Теореме о z–переменных в ОМ МЛРА» [1], имеет бесконечное множество решений $(R^{(\ell)}_{11},R^{(\ell)}_{12}, Z^{(t)}_1,Z^{(\ell,t)}_2)$, где матрицы корреляционные матрицы $R^{(\ell)}_{11}$ моделируются в модели вида: $(n,\varphi_{11})=>(R^{(\ell)}_{11})$, подматрицы $R^{(\ell)}_{12}$ вычисляются: $R^{(\ell)}_{12}=R^{(\ell)}_{11}ß$, подматрицы $Z^{(\ell,t)}_1$ являются решением ОЗ АГК: $R^{(\ell)}_{11}=>(C^{(\ell)}_{11},\Lambda^{(\ell)}_{11},Y^{(t)}_{m(n-1)},Z^{(\ell,t)}_{m(n-1)})$, подматрица $Z^{(\ell,t)}_2$ -решением Оптимизационной задачи №5, $t=1, \ldots к_t<\infty$, $\ell=1,\ldots,k_\ell<\infty$. Выборки $Z^{(t)}_1,Z^{(\ell,t)}_2$ ОМ ГК удовлетворяют соотношениям: $(1\backslash m)Z^{(t)T}_1Z^{(t)}_1=R^{(\ell)}_{11}$, $(1\backslash m)Z^{(t)T}_1Z^{(\ell,t)}_2=R^{(\ell)}_{12}$, $(1\backslash m)Z^{(\ell,t)T}_2Z^{(\ell,t)}_2=R_{22}=1$. Матрицы $C^{(\ell)}_{11}$, $\Lambda^{(\ell)}_{11},Y^{(t)}_{m(n-1)}$, $Z^{(\ell,t)}_{m(n-1)})$ из решаемых задач используются для достижения требуемых равенств, удовлетворяют соотношениям ОМ ГК, доказанным в Теореме о Λ–выборках [5,7,9].

Обратная модель множественной линейной регрессии

ОМ МЛРА разработана в работе [1]. Она необходима для моделирования данных, демонстрирующих все возможные динамики в моменты времени t рассматриваемых нами агрегированных коэффициентов $\beta^{(t)}_R=(\beta^{(t)}_1,\ldots,\beta^{(t)}_{n-1})$. Здесь t означает момент времени даты бухгалтерского баланса, данные из которого (или первичные данные, трансформированные к моменту времени t) используются в нашей модели. Для коэффициентов $\beta^{(t)}_R=(\beta^{(t)}_1,\ldots,\beta^{(t)}_{n-1})^T$ существуют соответствующие подматрицы $R^{(\ell)}_{11},R^{(\ell)}_{12}$, корреляционных матриц, подматрицы z-переменных $z_1,\ldots,z_{n-1}$: $(1\backslash m)Z^{(t)T}{}_1Z^{(t)}{}_1=R^{(\ell)}{}_{11}$, $(1\backslash m)Z^{(t)T}{}_1Z^{(\ell,t)}{}_2=R^{(\ell)}{}_{12}$, на независимые-$z_1,\ldots,z_2$ и зависимую- $z_n=\beta_1z_1+,\ldots,\beta_{n-1}z_{n-1}$, $R^{(\ell)}{}_{12}=R^{(\ell)}{}_{11}\mathbf{\beta}$, показателей Динамики этих показателей показывают оптимистические или неблагоприятные тенденции в периоды времени t, наличие которых мы будем определять по коэффициентам корреляции, по коэффициентам эластичности прибыли по объясняющему фактору с номером j, где j может принимать одно из значений 1,2 …, n-1.

Для значений коэффициентов регрессии (входных параметров модели) в статье [1] решены задача 1, подзадача 1, подзадача 2, подзадача 3, оптимизационная задача №5, доказана Теорема.

ОМ МЛРА [1]: $\mathbf{\beta=>[Z^{(\ell,t)}{}_1 \,|\, Z^{(\ell,t)}{}_2]}$ существует, имеет бесконечное множество решений с номерами $t=1,\ldots,\kappa_t<\infty$, $\ell=1,\ldots,\kappa_\ell<\infty$. Выходным объектом ОЗ МЛРА является многомерная выборка $Z_{mn}=[Z_1|Z_2]=\{(z_{i1},\ldots,z_{i,n-1}|z_{in})\}$, Входным объектом обратной задачи множественной линейной регрессии (ОЗ МЛРА) является вектор $\beta_R=(\beta_1,\ldots,\beta_{n-1})$. Выходным объектом ОЗ МЛРА является многомерная выборка $Z_{mn}=[Z_1|Z_2]=\{(z_{i1},\ldots,z_{i,n-1}|z_{in})\}$.

На шаге 1 подзадачи 1 моделируются матрицы $R^{(\ell)}{}_{11}$ в модели вида: $(n,\varphi_{11})=>(R^{(\ell)}{}_{11})$, подматрицы $R^{(\ell)}{}_{12}$ вычисляются: $R^{(\ell)}{}_{12}=R^{(\ell)}{}_{11}\beta$, подматрицы $Z^{(\ell,t)}{}_1$ являются решением ОЗ АГК: $R^{(\ell)}{}_{11}=>(C^{(\ell)}{}_{11},\Lambda^{(\ell)}{}_{11}, Y^{(t)}{}_{m(n-1)},Z^{(\ell,t)}{}_{m(n-1)})$, подматрица $Z^{(\ell,t)}{}_2$ -решением Оптимизационной задачи №5, $t=1,\ldots,\kappa_t<\infty$, $\ell=1,\ldots,k_\ell<\infty$. Выборки $Z^{(t)}{}_1,Z^{(\ell,t)}{}_2$ ОМ ГК удовлетворяют соотношенииям $(1\backslash m)Z^{(\ell,t)T}{}_1Z^{(\ell,t)}{}_1=R^{(t)}{}_{11}$, $(1\backslash m)Z^{(\ell,t)T}{}_1Z^{(\ell,t)}{}_2=R^{(\ell)}{}_{12}$, $(1\backslash m)Z^{(\ell,t)T}{}_2Z^{(\ell,t)}{}_2=R_{22}=1$. При этом матрицы $C^{(\ell)}{}_{11}$, $\Lambda^{(\ell)}{}_{11},Y^{(t)}{}_{m(n-1)},Z^{(\ell,t)}{}_{m(n-1)}$ из решаемых задач используются для достижения требуемых равенств, удовлетворяют соотношениям ОМ ГК, доказанным в Теореме о Λ–выборках [9].

Конкретные значения полученного решения $z_{1j},z_{2j},\ldots,z_{mj}$ системы уравнениц (*) зависят от начальных значений, назначаемых пользователем процедуры «Поиск решения» и вводимых в соответствующее поле окна этой процедуры.

Ниже в примере мы выбрали любой нормированный вектор $(z_{1j},z_{2j},\ldots,z_{mj})$ такой, что $1=(z_{1j}{}^2+\ldots+z_{m,j}{}^2)/m$, где n=3, m=20. Этот вектор в паре с другими векторами из столбцов матрицы Z_{mn} не дает желаемых значений коэффициентов корреляции, но процедура «Поиск решения» легко преобразует этот нормированный вектор $(z_{1j},z_{2j},\ldots,z_{mj})$ в вектор, являющийся решением системы (*). Размерность n=3 в нашем примере позволяет сравнивать результаты расчетов с данными, полученных в результате анализа данных из работ [5-14].

Примеры многомерных МЛРА-выборок z–переменных, моделируемых в ОМ МЛРА

Приведем две многомерные МЛРА-выборки z–переменных, моделируемых с применением ОМ МЛРА. Этот пример анализирует случай n=3, удобен для восприятия особенностей ОМ МЛРА. Случай n=4 сложен в этом аспекте. В примере реальными являются величины $\mathbf{\beta_1=-0.34787}$; $\mathbf{\beta_2=-0,22542}$., значения выборочных средних $\mathbf{x_1^{cp}=329.6}$ (себестоимость реализованной продукции (товаров, услуг), млн. тенге), $\mathbf{x_2^{cp}=841.3}$ (стоимость основных средств, финансовые инвестиции, фонд заработанной платы и другие капиталы, млн. тенге), $\mathbf{x_3^{cp}=456.9}$, (доход от реализации продукции (товаров и услуг), млн. тенге), стандартные отклонения $\mathbf{s_1=51{,}1749}$, $\mathbf{s_2=109{,}3621}$, $\mathbf{s_3=105{,}1742}$.

В МЛРА-выборке $Z_{mn}=[Z^{(t,\ell)}{}_1 \,|\, Z^{(t,\ell)}{}_2]$ моделируются преобразованные многомерные случайности [5,7,12-14] преобразуемые случайными преобразованиями от одномерных случайностей, генерируемых датчиком случайных чисел, равномерно распределенных в интервале [0,1]. Заметим, что реализовать наше случайное число из интервала [0,1], имеющую вид бесконечной дроби в компьютере невозможно, так как разрядная сетка компьютера ограничена. В компьютере можно формировать дискретные последовательности случайных чисел, которые не могут отличаться друг от друга только на величину меньше 2^{-n} (n-число разрядов в ячейке компьютера, n=64). То есть непрерывного, "теоретического" распределения на компьютерах получить нельзя. Если эти числа равновероятны, то такое распределение случайных чисел называют квазиравномерным.

Этапы применения программ из ППП «Спектр» для получения многомерной Λ-выборки z–переменных, точно удовлетворяющих соотношениям, уравнениям ОМ МЛРА (ОЗ

МЛРА объединим и изобразим так: **$(m=20,n=2,r_{12},ß=(ß_1,ß_2)^T)=>(R_{11},R_{12}, Z_1,Z_2)$**. состоят из следующих шагов. На Шаге 0 при n=3 моделируем спектр неизвестной корреляционной матрицы Λ_{22}=diag(λ_1,λ_2) размерности 2. Это число равно числу объясняющих (независимых) переменных («регрессоров»), наличие такого разбиения z-переменных требует отдельного моделирования значений их матриц Z_1,Z_2. Сперва в соответствии с значением n=2 и со значениями λ_1,λ_2 известных элементов спектра Λ_{22} моделируем одну корреляционную матрицу $R^{(\ell)}_{11}$ с номером $\ell=1,\ldots, \kappa_\ell<\infty$, размерности 2-на-2. Характеристику этой кореляционной матрицы выразим в виде значения параметра φ_{11}[9]. Схему этого Шага 1 мы обозначили так: $(n-1,r^{(\ell)})=>\{\Lambda^{(\ell)}_{22}=\text{diag}(\lambda^{(\ell)}_1,\lambda^{(\ell)}_2)\}$. Значения $\lambda^{(\ell)}_1$, $\lambda^{(\ell)}_2$ приведены в [9]: $\lambda^{(\ell)}_1=1+r^{(\ell)}$, $\lambda^{(\ell)}_2=1-r^{(\ell)}$, при $r^{(\ell)}>0$. Если $r^{(\ell)}<0$, то $\lambda^{(\ell)}_1=1-r^{(\ell)}$, $\lambda^{(\ell)}_2=1+r^{(\ell)}$, Этим мы гарантируем выполнение обязательного условия: $\lambda^{(\ell)}_1>\lambda^{(\ell)}_2$. Для моделирования m-на-2-матрицы (2-мерной выборки) Z_1, являющейся частью нашей будущей выборки $Z_{m3}=[Z_1|Z_2]$, необходимо моделировать 2-мерные выборки U_{m2} и Y_{m2}.

Для получения 2-мерной случайной стандартизированной выборки U_{m2}, имеющей корреляционную матрицу I_{22}=diag(1,1), m>n =2, можно воспользоваться процедурой декорелирующего преобразования [5,7,9,16,17]: $V°_{mn}=>U_{mn}$, апробированного в [7-9] при многих значениях m>n>2. Здесь матрица $V°_{mn}$ состоит из 2-х столбцов и m строк. Каждый элемент $v°_{ij}$ этой марицы $\{v°_{ij}\}$i=1,…,m,j=1,2, является значением теоретической случайной величины ξ, имеющей теоретическое равномерное распределение в интервале [0,1]: $\xi\sim P_{[0,1]}$.

Из матрицы $V°_{mn}$ значений случайных чисел мы должны получить те числа, которые нам нужны. Иначе говоря «чужие» числа мы должны преобразовать в «свои» числа. «Свои» числа, объединенные в таблицы чисел обладают требуемыми нам алгебраическими свойствами. Мы рассматриваем случай n=2 из ОМ ГК. Нам придется использовать 2 столбца из уже готовой матрицы U_{mn}, m=20>n>2. Ниже мы не приводим таблицу U_{m2}, взятой из матрицы U_{mn}, m=20>n>2, но приводим значения элементов матриц $Z_{mn}=[Z^{(t,\ell)}_1 | Z^{(t,\ell)}_2]$ при фиксированных значениях t,ℓ. Данное декоррелирующее преобразование в работах[5,7,9,16] схематично обозначено так: $V°_{mn}=>U_{mn}$ причем оно (только при n>2) может быть реализовано для любой выборки значений случайной величины ξ в виде матрицы данных $V^{o(t)}_{mn}$ ранга n>2 с номером t: $t=1,\ldots,k_t<\infty$. Элементы $v°_{ij}$ выборки $V°_{mn}=\{v°_{ij}\}$ являются реализациями 1-мерной случайной величины ξ. Закон распределения ее - равномерный **$(\xi\sim P_{[0,1]})$** или гауссов $(\xi\sim Gau(0,\Sigma)$, $\Sigma=I_{nn})$. После вычисления средних арифметических $v_1^{me}\ldots,v_n^{me}$ для каждой из n>2 столбцов матрицы $V°_{mn}=\{v°_{ij}\}$ вычисляется матрица $V_{mn}=\{v°_{ij}-v_j^{me}\}$, i=1,…,m, j=1,…,n. Многомерная выборка V_{mn} преобразуется в случайную стандартизированную выборку U_{mn} из множества $\boldsymbol{N}_s(0,I_{nn})$ [5,7,9,12-14] n-мерных выборок, имеющих выборочные средние, выборочные корреляционные матрицы, в точности равные $0_{1n},I_{nn}$. Используемое при этом преобразование является случайным и зависящим от случайной выборки V_{mn}. Тогда исходное теоретическое распределение $(\xi\sim P_{[0,1]}$ или $\xi\sim Gau(0,\Sigma)$, $\Sigma=I_{nn})$ после преобразования становится теоретически неопределенным. Ранг матрицы U_{m2} $rk(U_{m2})=2$ такой, что: $(1/m)U^T_{m2}U_{m2}=I_{22}$, Декоррелирующее преобразование реализуется на первом этапе построения ОМ ГК [5,7,9,12-17] при n>2. Но при n=2 оно не применимо. И мы вынуждены использовать любые 2 столбца из U_{mn}, m>n>2, n ≠2 [9]. При этом декоррелирующем преобразовании применяется ПЗ АГК [4-5,7]. Для получения нашей 2-мерной выборки $U_{mn}\in\boldsymbol{N}_s(0,I_{nn})$, m>n=2 нельзя применить декорелирующие преобразование к выборке V_{m2}, ибо при n=2 программа, например, метода Якоби не работает. Символ $\boldsymbol{N}_s(0,I_{nn})$ обозначает № множество», а не «генеральная совокупность». Оба эти объекта бесконечны.

Далее преобразуем выборку $U^{(t)}_{m2}$ в выборку $Y^{(t)}_{m2}=U^{(t)}_{m2}\Lambda^{(1/2)}_{22}$, где значения элементов диагональной матрицы $\Lambda^{(1/2)}_{22}$ равны значенииям квадратных корней от элементов матрицы Λ_{22}=diag(λ_1,λ_2): $\lambda^{(1/2)}_1$=sqrt(1+r), $\lambda^{(1/2)}_2$=sqrt(1-r). Полученная 2-мерная выборка $Y^{(t)}_{m2}$ содержит в 1-ом столбце 1-ую главную компоненту (y-переменную из m значений): $\mathbf{y}^{(t)}_1=(u^{(t)}_{11}\times\text{sqrt}(1+r),\ldots,u^{(t)}_{m1}\times\text{sqrt}(1+r))^T$, во 2-ом столбце- 2-ую главную компоненту (y-переменную из m значений):$\mathbf{y}^{(t)}_2=(u^{(t)}_{12}\times\text{sqrt}(1-r),\ldots,u^{(t)}_{m2}\times\text{sqrt}(1-r))^T$, где $u^{(t)}_{11},\ldots,u^{(t)}_{m1}$ и $u^{(t)}_{12},\ldots,u^{(t)}_{m2}$ суть значения u-переменных $\mathbf{u}^{(t)}_1=(u^{(t)}_{11},\ldots,u^{(t)}_{m1})^T$,$\mathbf{u}^{(t)}_2=(u^{(t)}_{12},\ldots,u^{(t)}_{m2})^T$, полученных выше в результате моделирования при n>2 матрицы U_{mn}. Но используем результат при n>2 для случая n=2. Выборка $Y^{(t)}_{m2}=U^{(t)}_{m2}\Lambda^{(1/2)}_{22}$, представленная в виде матрицы главных компонент, удовлетворяет стандартному условию некоррелированности ее y-переменных: если $\mathbf{y}^{(t)2}_{i1}=((1+r)\times(u^{(t)2}_{i1})$, $\mathbf{y}^{(t)2}_{i2}=((1-r)\times(u^{(t)2}_{i2}))$, i=1,…,m, то выполняется равенство $(1/m)Y^{(t)T}_{m2}Y^{(t)}_{m2}$=diag((1+r),(1-r)), эквивалентное равенству (1/m)×diag**[**$(1+r)\times(u^{(t)2}_{11},+\ldots+u^{(t)2}_{m1})$, $(1-r)\times(u^{(t)2}_{12}+\ldots+u^{(t)2}_{m2})$]=diag [(1+r),(1-r)], причем 2 m-мерных вектора значений y-переменных будучи взаимно перпендикулярными, имеют разные длины, равные $\lambda^{(\ell)}_1=1\pm/-r^{(\ell)}$,$\lambda^{(\ell)}_2=1(-/+)r^{(\ell)}$: (1/m)×diag $(\mathbf{y}^{(t)2}_{.1},\mathbf{y}^{(t)2}_{.2})$=diag($(1+r^{(\ell)}),(1-r^{(\ell)})$). Если $r^{(\ell)}>0$, то $\lambda^{(\ell)}_1=1+r^{(\ell)}$, $\lambda^{(\ell)}_2=1-r^{(\ell)}$, если $r^{(\ell)}<0$, то $\lambda^{(\ell)}_1=1-r^{(\ell)}$, $\lambda^{(\ell)}_2=1+r^{(\ell)}$, должно выполняться обязательное условие $\lambda^{(\ell)}{}_1>\lambda^{(\ell)}{}_2$. Этим мы реализовали схему Шага 1: $(n-1,r^{(\ell)}{}_{12})=>\{\Lambda^{(\ell)}{}_{22}=diag(\lambda^{(\ell)}{}_1,\ldots,\lambda^{(\ell)}{}_{22})\}$. При n=3 на Шаге 2 моделирование корреляционной матрицы $R^{(\ell)}{}_{22}$ проводится с использованием только формул. При n-1=2 для множества значений $\{r^{(\ell)}\}=\{0.3,0.5,0.562299064,0.6,0.65,0.7,0.75,0.8,0.85,0.9,0.93,0.95\}$ приведены только по одному экземпляру выборок $U^{(t)}{}_{m2}$, $Y^{(t)}{}_{m2}$, $Z^{(t,\ell)}{}_{m2}$ [9].

Здесь мы будем использовать 12 корреляционных матриц $R^{(\ell)}{}_{22}$, $\ell=1,\ldots,12$, со своими спектрами $\Lambda^{(\ell)}{}_{22}=diag(\lambda^{(\ell)}{}_1,\lambda^{(\ell)}{}_2)$, элементы которой по абсолютным величинам удовлетворяют нас и соответствуют выбранному значению $r^{(\ell)}$ в предыдущем Шаге 1. Она генерирует матрицу $R^{(\ell)}{}_{11}$ ($\ell=1$, Таблица 1, Таблица 3).

При n=2 для бесконечного множества корреляционных матриц размерности 2×2 $R^{(\ell)}{}_{22}$ таких, что что ее элементы удовлетворяют соотношениям: $diag(R^{(\ell)}{}_{22})=(r^{(\ell)}{}_{11},r^{(\ell)}{}_{22})=(1,1)$, внедиагональные элементы положительны $1>r_{21}{}^{(\ell)}=r^{(\ell)}{}_{12}>0$ (отрицательны:$-1\le r^{(\ell)}\le 0$), а ее собственные числа равны $\lambda^{(\ell)}{}_1=1+r^{(\ell)}$, $\lambda^{(\ell)}{}_2=1-r^{(\ell)}$ ($\lambda^{(\ell)}{}_1=1-r^{(\ell)}$, $\lambda^{(\ell)}{}_2=1+r^{(\ell)}$) существуют [9]:

а) только 2 собственных вектора $\mathbf{c}_{.1}=(-\sin\alpha,\cos\alpha)^T$, $\mathbf{c}_{.2}=(\cos\alpha,\sin\alpha)^T$, $\mathbf{c}_{.2}=(\cos\alpha,\sin\alpha)^T$, ($\mathbf{c}_{.1}=(\sin\alpha,\cos\alpha)^T$, $\mathbf{c}_{.2}=(\cos\alpha,-\sin\alpha)^T$), такие, что $\mathbf{c}_{.i}{}^T\mathbf{c}_{.i}=1,\mathbf{c}_{.j}{}^T\mathbf{c}_{.j}=1,\mathbf{c}_{.i}{}^T\mathbf{c}_{.j}=0$, j=1,2,i=1,2, i≠j. Это – реализация ОМ ГК при =2, этого варианта не было в статьях, опубликованных ранее статьи.

Эти 2 матрицы 2 собственных векторов используем для моделирования подматрицы Z_1 (Таблица 1, Таблица 3) из матрицы $Z_{mn}=[Z_1|Z_2]$. Она выбирается из числа выборок $Z_1=Z^{(t,\ell)}{}_{m2}$, $t=1,\ldots,\kappa_t<\infty$, $\ell=1,2$. Преобразуем полученную 2-мерную выборку $Y^{(t)}{}_{m2}=U^{(t)}{}_{m2}\Lambda^{(1/2)}{}_{22}$ (объема m>2) значений 2-х некоррелированных y-переменных в 2-мерную выборку значений 2-х коррелированных z-переменных $Z_2=Z^{(t,\ell)}{}_{m2}=Y^{(t)}{}_{m2}C^{(\ell)T}{}_{22}$, где i-ая строка матрицы Z_{m2} состоит из элементов

$z^{(t,\ell)}{}_{i1}=(u_{i1}\times sqrt(1+r)\times(-\sin\alpha)+u_{i2}\times sqrt(1-r)\times\cos\alpha$,

$z^{(t,\ell)}{}_{i2}=((u_{i1}\times sqrt(1-r)\times\cos\alpha-u_{i2}\times sqrt(1-r)\times\sin\alpha))$,

а ее столбцы удовлетворяют условиям:

$\mathbf{z}^{(t,\ell)}{}_{.1}=(z^{(t,\ell)}{}_{11},\ldots,z^{(t,\ell)}{}_{m1})^T$,
$\mathbf{z}^{(t,\ell)}{}_{.2}=(z^{(t,\ell)}{}_{1j},\ldots,z^{(t,\ell)}{}_{mj})^T$,
$(1/m)\mathbf{z}^{(t,\ell)}{}_{.1}{}^T\mathbf{z}^{(t,\ell)}{}_{.2}=r^{(\ell)}{}_{12}=r^{(\ell)}{}_{21}=r^{(\ell)}$,
$(1/m)\mathbf{z}^{(t,\ell)}{}_{.1}{}^T\mathbf{z}^{(t,\ell)}{}_{.1}=1,(1/m)\mathbf{z}^{(t,\ell)}{}_{.2}{}^T\mathbf{z}^{(t,\ell)}{}_{.2}=1$.

Далее вычисляем подматрицу $R^{(\ell)}{}_{12}=R^{(\ell)}{}_{11}\boldsymbol{\beta}$. Мы подошли к последнему шагу из их цепи: $\boldsymbol{\beta}\to R^{(\ell)}{}_{11}\to Z^{(\ell,t)}{}_1\to R^{(\ell)}{}_{12}\to Z^{(\ell,t)}{}_2$.

Здесь вектор коэффициентов регрессии $\mathbf{ß=(ß_1,ß_2)^T}$ задан нами и его компоненты равны $\boldsymbol{\beta_1}$ **= - 0.34787;** $\boldsymbol{\beta_2}$**= - 0,22542**. Их значения (компонент вектора **ß** и подматрицы $R^{(\ell)}{}_{12}$) приведены в Таблице1.

Теперь у нас имеются все данные для решения Оптимизационной задачи №5 (Рисунок 1, Таблица 1). Решение Оптимизационной задачи №5 схематично обозначим: $(Z_1=Z^{(t,\ell)}{}_{m2},R^{(\ell)}{}_{12})=>Z_2=Z^{(\ell,t)}{}_2$. И тогда будет смоделирована полная выборка $Z^{(t,\ell)}{}_{mn}=[Z^{(t,\ell)}{}_1|Z^{(t,\ell)}{}_2]$, являющаяся решением нашей ОЗ МЛРА [1].

Оптимизационная задача №5

Пусть в модели многомерного линейного регрессионного анализа (МЛРА) задано разбиение множества 3 z-переменных на независимые - $z_1,\ldots,z_2$ и зависимую - z_3. По условию задачи существует уравнение регрессии вида $z_3=\beta_1 z_1+\beta_2 z_2$, где известны значения $ß_1,ß_2$ вектора $ß=(ß_1,ß_2)^T$ коэффициентов регрессии. В Шаге 1 решения подзадачи 2 задачи 1 [1] были получены значения элементов подматрицы $Z^{(t,\ell)}{}_1$. Эти значения будем использовать в качестве постоянных параметров уравнений в нижеприведенной системе (*).

Если известны значения 2 z-переменных, расположенных в 2 столбцах подматрицы Z_1 размерности m×2 и известны значения $\mathbf{r_{13}},\mathbf{r_{23}},\mathbf{r_{33}}$ 3-х коэффициентов корреляции (между 2 независимыми $z_1,\ldots,z_2$ и одной зависимой z_3 z-переменными) из подматрицы $R_{12}=(1/m)Z^T{}_1Z_2$, то имеем систему из n-1 линейных уравнений и из 1 нелинейного уравнения:

$$(1/m)\times(z_{11}\times z_{13}+z_{21}\times z_{23}+\ldots+z_{\kappa 1}\times z_{\kappa 3}+\ldots+z_{m1}\times z_{m3})=\mathbf{r_{13}}$$
$$(1/m)\times(z_{21}\times z_{13}+z_{22}\times z_{23}+\ldots+z_{\kappa 2}\times z_{\kappa 3}+\ldots+z_{m2}\times z_{m3})=\mathbf{r_{23}}$$
$$(1/m)\times(z_{13}\times z_{13}+z_{23}\times z_{23}+\ldots+z_{\kappa 3}\times z_{\kappa 3}+\ldots+z_{m3}\times z_{m3})=\mathbf{r_{33}} \quad (*)$$

Требуется найти m-мерное решение–вектор $Z_2=(z_{13},z_{23},\ldots,z_{m3})^T$ из матрицы $Z_{20,3}=[Z_1 \rfloor Z_2]$, удовлетворяющее системе уравнений (*).

Описание примера расчетов при n=3 моделирования многомерной Λ-выборки z–переменных в ОМ МЛРА следующее. Из равенства $R^{(\ell)}{}_{12}=R^{(\ell)}{}_{11}\boldsymbol{\beta}$ имеем значения величин из правой части системы уравнений (*): r_{13}= 0.397941, r_{23},= -0.06427, r_{13}=1 (Таблица 1). Значения 40 коэффициен тов $z_{11},z_{21},\ldots,z_{\kappa 1},\ldots, z_{20,1}$, $z_{21},z_{22},\ldots,z_{\kappa,2},\ldots,z_{20,2}$ в 2-х уравнениях с 20 неизвестными $z_{13},z_{23},\ldots,z_{20,3}$ из левой части системы уравнений (*) представлены в первых двух столбцах Таблицы 2. Решением системы уравнений (*) является вектор-столбец $Z_2=(z_{13},z_{23},\ldots, z_{20,3})^T$, его элементы расположены в столбце №3 Таблицы 2.

Для решения данной системы трех уравнений разработана программа-таблица в ЭТ Excel-2003 с применением процедуры Solver (надстройка «Поиск решения»). В окне (Рисунок 2) надстройки «Поиск решения» в 2 ячейках одного столбца на листе ЭТ Excel поместим 3 формулы левых частей уравнений из системы (*). В правом столбце от этого столбца в его ячейках введем значения (числа) коэффициентов (**r_{13},r_{23},r_{33}.**)=(0.397941,-0.06427,1) Первую ячейку с формулами (2-ая из 3-х ячеек в 1-ой строке (11 1,00) на Рисунке 1) назначим целевой. В строках №2 и №3 ниже целевой ячейки с формулой разместим формулы 2-х функций ограничений для r_{13} и r_{23}. эти 3 формулы на Рисунке 1 присутствуют дважды: в комментарии («Начальные данные») и в тексте программы («Полученное решение»).

В разработанной программе-таблице (Рисунок 1) вводим в ее ячейки значения элементов системы линейных и одного нелинейного уравнений. Решаем эту систему методом Ньютона, применяя надстройку «Поиск решения» в ЭТ Excel. Параметры имеют вид, приведенный на Рисунке 2. Нажав на кнопку «Выполнить» найдем элементы подматрицы Z_2, зависящую от выборки Z_1 и от матрицы R_{12} (столбец №3, Таблица 1). Элементы подматрицы Z_2 являются значениями z–переменной №3 (Таблица 2, столбец 3; Таблица 4, столбец 1).

Многомерная МЛРА-выборка $Z_{20,3}$=[Z_1|Z_2] 3-х z–переменных, полученная нами, имеет вид, приведенный в Таблице 2.

Выборочные средние $x_1^{ср}$=329.6 (себестоимость реализованной продукции (товаров, услуг), млн. тенге), $x_2^{ср}$=841.3 (стоимость основных средств, финансовые инвестиции, фонд заработанной платы и другие капиталы, млн. тенге), $x_3^{ср}$ =456.9, (доход от реализации продукции (товаров и услуг), млн. тенге) были вычислены по реальным данным 20-ти малых предприятий одного из районов Алматинской области. Их стандартные отклонения вычислены и равны: **s_1=51,1749, s_2=109,3621, s_3=105,1742**. Стандартные отклонения имеют имя размерности «млн. тенге», совпадающее с именем размерности средних **$x_1^{ср}$=329.6, $x_2^{ср}$=841.3., $x_3^{ср}$=456,9.**Они вычислены по 20 значениям центрированных x-переменных x_1,x_2,x_3, где их значения удовлетворяют формуле $x_{ij}=x^0_{ij}-x^{ср}_j$ i=1,…,20, j=1,2,3. На рисунке 4 приведены динамики изменений значений 3-х z-переменных из МЛРА-выборки $Z^{(t,\ell,)}_{mn}=[Z^{(t,\ell,)}_1 \mid Z^{(t,\ell)}_2]$. МЛРА-выборка $Z^{(t,\ell,)}_{mn}$,m=20, удовлетворяет всем равенствам $(1\backslash m)Z^{(t)T}_1Z^{(t)}_1=R^{(\ell)}_{11}$, $(1\backslash m)Z^{(t)T}_1Z^{(\ell,t)}_2=R^{(\ell)}_{12}$ ОМ МЛРА.

Мы привели описание шагов вычислений МЛРА-выборки при **β_1 = 0,634787; β_2= -0,42121**.

Отрицательное значение **β_2=-0,42121** обусловлено реальными факторами. Показатель «стоимость основных средств, финансовые инвестиции, фонд заработанной платы» отражает своим значением недавнее время своего воздействия как на показатель №1, так и на показатель №2. С течением времени показатель №2 должен дать положительное приращение показателю №3. Но он дает пока отрицательное приращение: $z_3=(z_2+1)=\beta_1z_1+\beta_2(z_2+1)=$ $0.634787z_1+(-0.42121)$ $z_2= z_3(z_2)+(-0.42121)<z_3(z_2)$. Здесь $z_3(z_2)$ означает функцию z_3 от аргумента z_2.

Проанализировав значения 3-х x^0-переменных, преобразованных из 3-х z-переменных, моделируемых в ОМ МЛРА, эксперты поставили задачу моделирования другой МЛРА-выборки с заданными значениями коэффициентов регрессии **β_1=0.82920; β_2=0.702687,** дающих положительное приращение показателю №3 при приращениях на 1 как показателя №1, так и показателя №2. Для этого есть обоснование. Так как $z_3=(z_1+1)=z_3(z_1)+(0.634787)>z_3(z_1)$ и $z_3=(z_2+1)=z_3(z_2)+(-0.42121)<z_3(z_2)$, то $z_3=(z_1+1)$ - $z_3(z_2+1)=[z_3(z_1)-z_3(z_2)]+[0.634787+0.42121]$.

Это равенство показывает, что разность (**β_1 - β_2**) «с большой вероятностью» положительна: (**β_1- β_2)>0.** Неравенство **β_1>β_2** у нас выполняется **β_1=0.634787> β_2=-0.42121**. Необходимо модельно (перейти от убыточных данных к данным, моделирующим посредством уравнения регрессии положительный доход) увеличить значение коэффициента регрессии **β_2** до желаемого положительного значения. Увеличение его значения было проделано «короткими» шагами и за десяток шагов достигнуто значения **β_2=0.702687.** При этом из-за неизменности коэффициента корреляции r_{12} =0,56229 значение коэффициента регрессии β_1 также за десяток шагов увеличено до значения **β_1=0.82920**. В итоге значения коэффициентов регрессии зафиксированы на уровне **β_1=0.82920>β_2=0.702687**. Динамика изменений значений Аналогично решив задачу №5 (Программа-таблица для надстройки «Поиск решения» (Solver - Рисунок 5; Модельные значения элементов подматриц коэффициентов корреляции $R^{(\ell)}_{11}$, $R^{(\ell)}_{12}$, модельные значения коэффициентов регрессии **β_1=0.82920>β_2=0.702687**- Таблица 3) найдем значения z–переменной №3 (Таблица 4, столбец 2).

Найдем элементы подматрицы Z_2, зависящую от выборки Z_1 и от матрицы R_{12} (столбец №3, Таблица 1). Элементы подматрицы Z_2 являются значениями №3 (Таблица 2, столбец 3; Таблица 4, столбец 1).

При моделировании МЛРА-выборки с заданными коэффициентами регрессии **β_1=0.82920; β_2=0.702687** мы используем (при преобразовании в x^0-переменные) те же значения средних и стандартных отклонений: **$x_1^{ср}$=329.6, $x_2^{ср}$=841.3, $x_3^{ср}$=456.9, s_1=51,1749, s_2=109,3621, s_3=105,1742.** Это нужно для нивелирования их влияний при визуальном сравнении динамик значений x^0-переменных (Рисунок 7). Динамики изменений значений 3-х x^0-переменных, преобразованных из 3-х z-переменных по формуле $x^0_{ij}=z_{ij}s_j+x^{cp}_j$ приведены на Рисунке 7.

Описание расчетов (при β_1**=0.82920;**β_2**=0.702687**) моделирования при новой многомерной МЛРА-выборки 3-х z–переменных аналогично вышеприведенному описанию. Приведем только результаты. На Рисунке 5 программа-таблица для надстройки «Поиск решения» (Solver), В Таблице 3 приведены модельные значения элементов подматриц коэффициентов корреляции $R^{(\ell)}_{11}$, $R^{(\ell)}_{12}$, реальные значения коэффициентов регрессии β_1**=0.82920;** β_2**=0.702687**. В Таблице 4, столбец №2 приведены значения новой z–переменной №3. Совместный график динамик двух решений задачи №5 - z–переменной №3 (Таблица 4), приведен на Рисунке 6.

1	1	1,00
2	0,397941	0,397941
3	-0,06427	-0,06427
	1,00	1

1	0,8548093	1,00
2	0,0042033	0,397941
3	0,027605	-0,06427
5	1,170813	1

Рисунок 1 - Программа-таблица для надстройки «Поиск решения» (Solver)

Таблица 1

Модельные значения элементов подматриц коэффициентов корреляции $R^{(\ell)}_{11}$, $R^{(\ell)}_{12}$, реальные значения коэффициентов регрессии $ß=(ß_1,ß_2)^T$

$R^{(\ell)}_{11}$		$R^{(\ell)}_{12}$	ß
1,0000	**0,562299064**	0,397941	0,634787
0,562299064	**1,0000**	-0,06427	-0,42121
0,397941	-0,06427	1,0000	

Таблица 2

МЛРА-выборка $Z_{mn}=[Z^{(t,\ell)}_1 \mid Z^{(t,\ell)}_2]$, удовлетворяющие равенствам $(1\backslash m)Z^{(\ell)T}_1Z^{(\ell)}_1=R^{(\ell)}_{11},(1\backslash m)Z^{(\ell)T}_1Z^{(t,\ell)}_2=R^{(\ell)}_{12},R^{(\ell)}_{12}=R^{(\ell)}_{11}ß$, $ß=(-0{,}347870, -0{,}225420)^T$

	Values of the z-variables z_1, z_2, z_3		
0	1	2	3
1	-0,26949	-0,6751279	-1,395987
2	0,851299	1,690445511	0,726718
3	0,171842	-0,65191022	-0,179229
4	-0,415423	0,834632982	-1,05001
5	-1,061171	0,174885282	-1,067333
6	-0,55355	-0,65730942	-0,521972
7	-1,635462	-2,61243959	0,64514
8	-0,187172	-0,37684687	0,312487
9	0,22706	0,495406099	-2,440673
10	1,417322	0,346405376	1,841887
11	-0,253407	-1,34115615	-0,228297

12	-0,781238	-0,87248111	-0,337884
13	-0,920703	1,258501727	-1,956155
14	1,708209	1,418344863	0,833235
15	-1,281626	-0,67603777	0,11783
16	0,765646	0,170802218	0,513218
17	0,325761	0,432509081	0,230109
18	0,226954	-0,241941	-0,245842
19	2,346661	0,813930716	0,123245
20	-0,681514	0,469383841	-0,143386
	1,0000	1,0000	1,0000

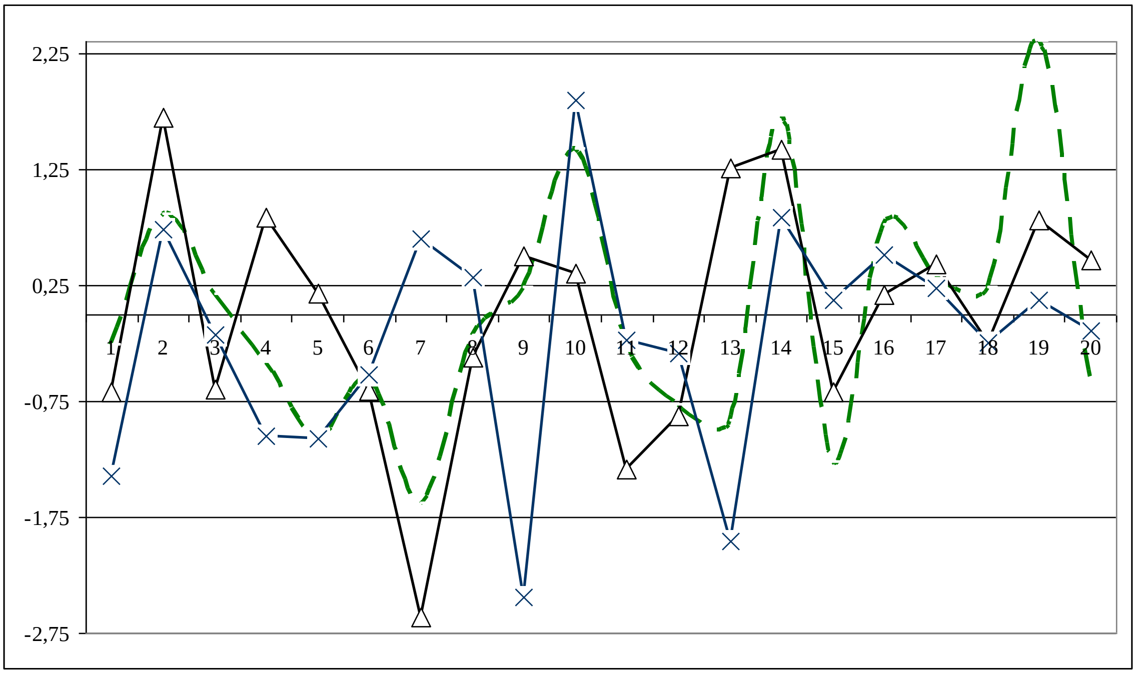

Рисунок 2 Динамики значений 3-х z-переменных, моделируемых в ОМ МЛРА β_1 = 0,634787; β_2= -0,42121

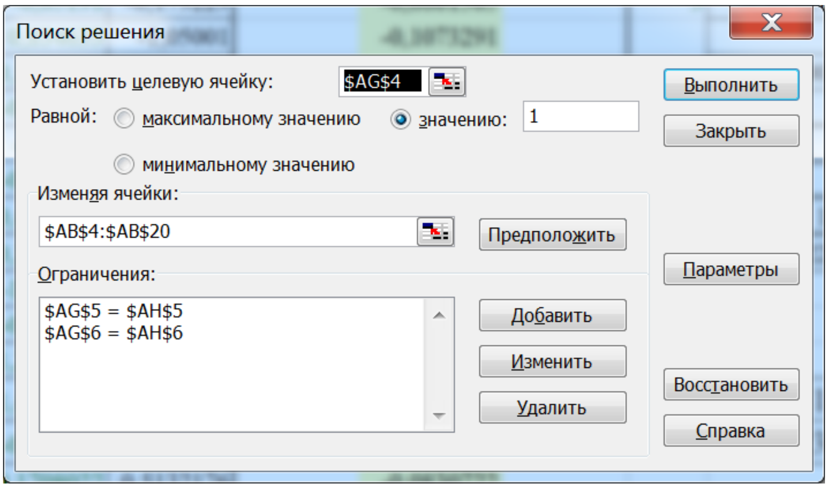

Рисунок 3 Окно процедуры «Поиск решений» в ЭТ Excel с введенными формулами целевой функции оптимизационной задачи №5 (n=3) и 2-х функций ограничений

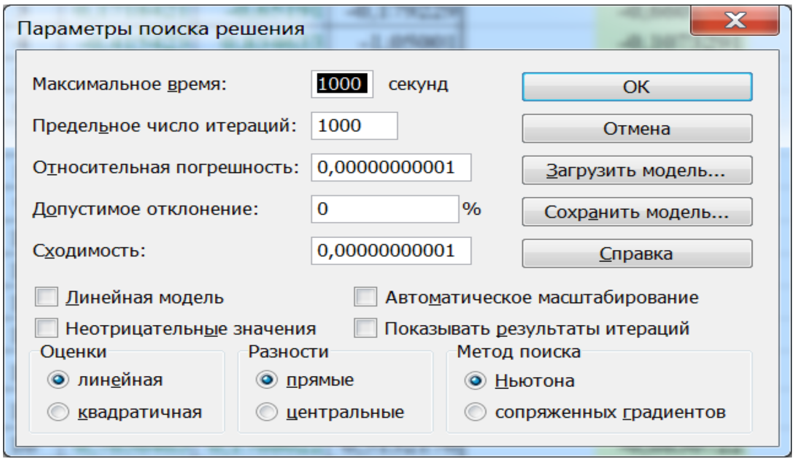

Рисунок 4 Окно «Параметры поиска решений» процедуры «Поиск решений» в ЭТ Excel с введенными значениями параметров целевой функции оптимизационной задачи №5 (n=3) и 3 функций ограничений

1	1	1,00
2	0,8292	0,8292
3	0,702687	0,702687
	1,00	1

1	0,8548093	1,00
2	0,0042033	0,8292
3	0,02760545	0,702687
5	1,17081253	1

Рисунок 5 Программа-таблица для надстройки «Поиск решения» (Solver)

Таблица 3

Модельные значения элементов подматриц коэффициентов корреляции $R^{(\ell)}_{11}$, $R^{(\ell)}_{12}$, *модельные* значения коэффициентов регрессии $ß=(ß_1,ß_2)^T$

$R^{(\ell)}_{11}$		$R^{(\ell)}_{12}$	ß
1,0000	**0,562299064**	0.634787	**0,82920**
0,562299064	**1,0000**	0.3457469	**0,702687**
0.634787	0.3457469	1,0000	

Таблица 4

Столбец №3 $Z^{(\ell,\ell)}_2$ из МЛРА-выборки $Z_{mn}=[Z^{(\ell,\ell)}_1 \mid Z^{(\ell,\ell)}_2]$ при $ß=(-0{,}347870, -0{,}225420)^T$ (столбец №1) и при $ß=(0.82920, 0.702687)^T$ (столбец №2),удовлетворяющие равенствам $(1\backslash m)Z^{(\ell)T}{}_1Z^{(\ell)}{}_1=R^{(\ell)}_{11}$,$(1\backslash m)Z^{(\ell)T}{}_1Z^{(\ell,\ell)}{}_2=R^{(\ell)}_{12}$, $R^{(\ell)}_{12}=R^{(\ell)}_{11}ß$,

j=3=>(ß₁ >0, ß₂<0)	j=3=>(ß₁ >0, ß₂ >0)
1	2
-1,395987165	-0,788634403
0,726717704	1,286619568
-0,179229441	-0,113674802

-1,050009996	-0,367841477
-1,067333222	-1,013006693
-0,521972316	-0,727545649
0,645139770	-2,317663760
0,312486572	-0,145727144
-2,440672581	0,285553966
1,841886518	1,637375441
-0,228296905	-0,620842330
-0,337883618	-0,894326873
-1,956154576	-0,871726636
0,833235380	1,987463673
0,117830072	-1,073202949
0,513217595	0,738557726
0,230108734	0,418313570
-0,245841581	-0,245841581
0,123244747	0,123244747
-0,143386205	-0,143386205
1,000000000	1,000000000

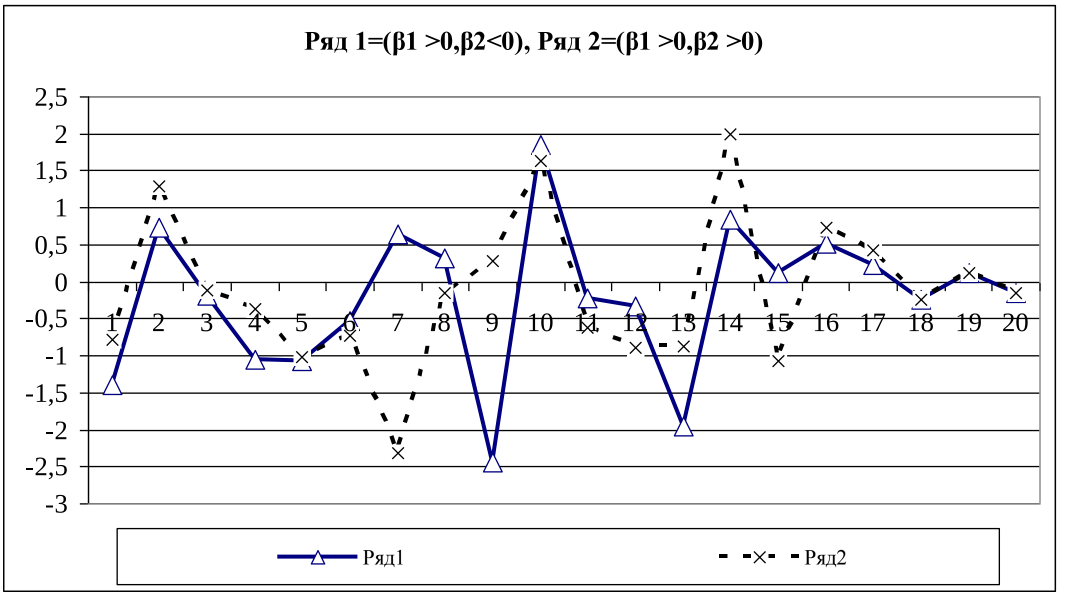

Рисунок 6 Динамики значений z-переменной №3, моделируемых в ОМ МЛРА а) при β_1 = 0,634787, β_2= -0,42121(Ряд 1); б) при β_1 =0,82920, β_2=0,702687(Ряд 2)

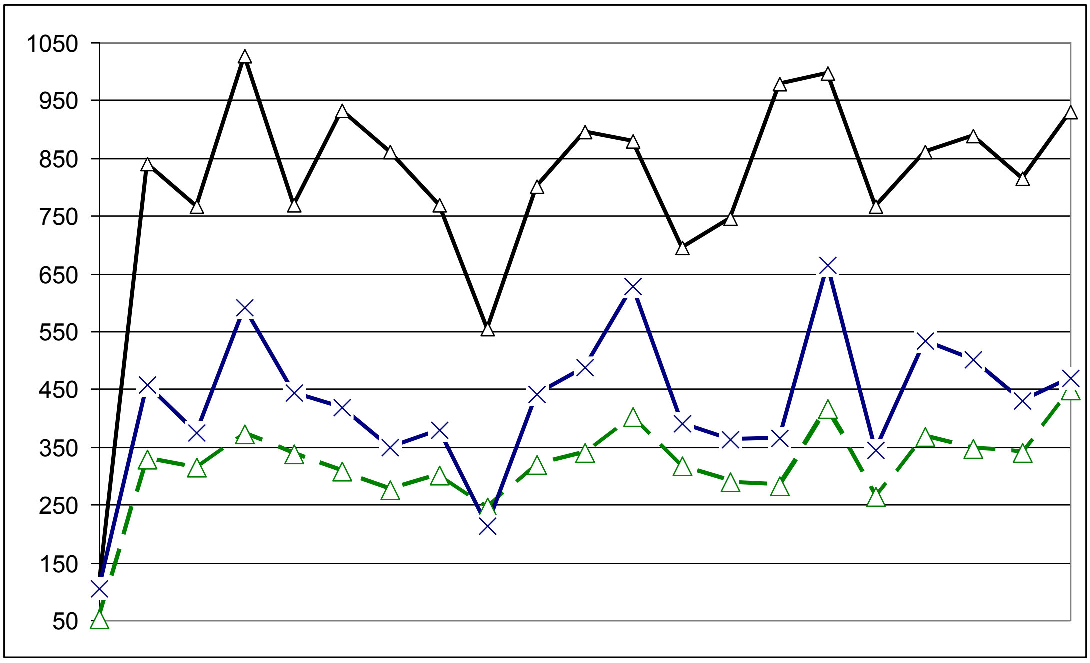

Рисунок 7 Динамики значений 3-х x^0-переменных, преобразованных из 3-х z-переменных, моделируемых в ОМ МЛРА при $\beta_1=0.82920; \beta_2=0.702687$, $x_1^{ср}=329.6$, $x_2^{ср}=841.3$, $x_3^{ср}=456.9$, $s_1=51{,}1749$, $s_2=109{,}3621$, $s_3=105{,}1742$

Заключение

Мы конструировали ОМ МЛРА - обозначили постоянные величины (целые, вещественные) и переменные величины (детерминированные, случайные одномерные), воспользовались известными из ПМ МЛРА уравнениями, равенствами. Неизвестный вектор $ß=(ß_1,\ldots,ß_{n-1})^T$ коэффициентов регрессии из ПЗ МЛРА объявили в ОЗ МЛРА известным параметром. Постановки обратных задач (ОЗ АГК, ОЗ МЛРА) для известных популярных задач многомерной прикладной статистики – анализ главных компонент и множественный линейный регрессионный анализ, их задачи мы назвали прямыми задачами, являются новыми, а исследования с их применением: теоремы, задачи, приложения в других предметных областях, алгоритмы, компьютерные программы , результаты расчетов по реальным данным, выводы, цифровые знания, новые ключевые слова,- составляют новое научное направление в современной прикладной статистике. В этом направлении применена в данной статье сложная математическая модель ОМ МЛРА. Предстоит проводить глубокий анализ связанных с ОЗ МЛРА, с ОЗ АГК проблем. Исследовать обнаруженные новые явления, объекты, проявления их свойств и разработать алгоритмические методы работы с ними, выходить на новые рубежи знаний и технологий-виртуальные базы данных, виртуальные лаборатории. Чтобы успешно и всесторонне осмыслить существующие в этих моделях объекты, явления, процессы необходимо рассмотреть вопросы при переходе от безразмерных значений z-переменных к значениям x^0–переменных (исходных переменных).

Псевдоадекватность имеет место при значениях средних арифметических независимых и одной n-1 зависимой переменной $\mathbf{x}_{cp}=(x_1^{cp},\ldots,x_{n-1}^{cp},x_n^{cp})$, с их стандартными отклонениями $s_j=(x^2_{1j}+\ldots+x^2_{mj})/m$, $j=1,\ldots,n$, $x_{ij}=x^0_{ij}–x_j$ $i=1,\ldots,m, j=1,\ldots,n-1$. Это позволит оценивать приращения значения $\mathbf{x}_n$ при заданном приращении одной из независимых x-переменных. выходить на новые рубежи знаний и технологий.

Выше мы конструировали ОМ МЛРА - обозначили постоянные величины (целые, вещественные) и переменные величины (детерминированные, случайные одномерные), воспользовались известными из ПМ МЛРА уравнениями, равенствами. Неизвестный вектор $ß=(ß_1,\ldots,ß_{n-1})^T$ коэффициентов регрессии из ПЗ МЛРА объявили в ОЗ МЛРА известным параметром. Постановки обратных задач (ОЗ АГК, ОЗ МЛРА) для известных популярных задач многомерной прикладной статистики – анализ главных компонент и множественный линейный регрессионный анализ, их задачи мы назвали прямыми задачами, являются новыми, а исследования с их применением: теоремы, задачи, приложения в других предметных областях, алгоритмы, компьютерные программы , результаты расчетов по реальным данным, выводы, цифровые знания,

Мы начали проводить глубокий анализ связанных с ОЗ МЛРА, с ОЗ АГК проблем. Исследо вать обнаруженные новые явления, объекты, проявления их свойств и разработать алгоритми ческие методы работы с ними, выходить на новые рубежи знаний и технологий-виртуальные базы данных, виртуальные лаборатории. Чтобы успешно и всесторонне осмыслить существующие в этих моделях объекты, явления, процессы необходимо рассмотреть вопросы при переходе от безразмерных значений z-переменных к значениям x^0–переменных (исходных переменных). Здесь имеем дело с значениями средних арифметических независимых и одной n-1 зависимой переменной $\mathbf{x}_{cp}=(x_1^{cp},\ldots,x_{n-1}^{cp},x_n^{cp})$, с их стандартными отклонениями. Необходимо вычислять n-1 эластичностей переменной x_n по x-переменным $x_1,\ldots,x_n, x_{ij}=x^0_{ij}-x_j, i=1,\ldots,m, =1,\ldots,n$.

References:

1. Zhanatauov SU. (2018) Inverse model of multiple linear regression analysis. International scientific journal Theoretical &Applied Science.2018, №4(60):201-212. www.T-Science.org.
2. Zhanatauov SU. (2018) Model of digitalization of the validity indicators and of the measurable indicatojrs of the enterprise. International scientific journal Theoretical &Applied Science.2018, №9(65): www.T-Science.org.
3. Kas"yanenko T.E. (2011) Preobrazovanie finansovoy otchet nosti predpriyatya dlya tseley otsenki biznesa. Izd–vo Sank-Peterburgskogo gosudarstvennogo Uni versiteta ekonomiki i finansov.2011, 169 p.
4. Hotelling H. (1933) Analysis of a complex of statistical variables into principal compo nents.-J.Educ. Psychol. ,1933, vol.24, p. 417-441, p. 498-520.
5. Zhanatauov S.U. (1987) Obratnaya model' glavnykh kompo nent i ee primenenie. Diss. na soiskanie uch. step.. kand. fiz.-mat. nauk:05.13.11:zashchishchena 8.12.1987: utv.1.06.1988/ZhanatauovSapargaliUtepovich-Vychis litel'nyy tsentr Sibirskogo otdeleniya AN SSSR, Novosibirsk, 1987g., 302 p.
6. Zhanatauov S.U. (1989) Modelirovanie odnoy zamechatel' noy ekstremal'noy sovokupnosti// Sistemnoe modeli rovanie-14, -Novosibirsk.1989. p.27- 33.
7. ZhanatauovS.U. (2013) Obratnaya model' glavnykh kompo nent:-monografiya.-Almaty: Kazstatinform, 2013.-201 p.
8. Zhanatauov S.U. (2017) A model of calculation risk changing of the interest rate "yield to maturity date" for foreign currency bonds of the republic of Kazakhstan. International scientific journal Theoretical& Applied Science.2017,№8,vol.52,rr.19-36.www.T-Science.org.
9. Zhanatauov SU. (2017) Theorem on the Λ-samples. Inter national scientific journal Theoretical&Applied Science. 2017,№ 9,vol.53, rr.177-192. www.T-Science.org.
10. Zhanatauov SU (2017) Optimization problem of modeling missing elements of the spectrum of the correlation matrix. International scientific journal Theoretical &Applied Science. 2017,№10, vol.54,rr.189-198. www.T-Science.org.
11. Zhanatauov SU (2017) .The optimization problem with linearized equations f-parameters (f1,f2,f3,f4,f5,f6)-spectrum. International scientific journal Theoretical &Applied Science. 2017,№11,vol.55,p.251-267. www.T-Science.org.
12. Zhanatauov S.U. (2016) Model and histogram to adequacy of variables (C,Λ)-samples and real multidimensional sample. International Scientific Journal Theoretical &Applied Science.2016, № 11, vol. 43, p. 53-61. www.T-Science.org.
13. Zhanatauov S.U. (2014) The (C,Λ,Y)-sample is adequate to real multidimensional sample. Proced. Int. conf.. "Leadership in Education, Business and Culture". 25 apriel 2014, Almaty-Seatle, ICET USA. Leadership Iternational Conference "Leadership on Education, Business and Culture». p.151-155.
14. Zhanatauov S.U. (2017) Modelirovanie mnogomernykh vyborok znacheniy priznakov zernovoy kul'tury. "II mezhdun. nauchno-prakt.konf. «Evropa i tyurkskiy mir: nauka, tekhnika i tekhnologii".Izmir (Turtsiya), 29-31 maya 2017. www.regionacadem.org.

15. ZhanatauovS,U.O (1988) funktsional'nom napolnenii PPP “Spektr”.Sistemnoe modelirovanie-13.-Novosibirsk, 1988, p.3-11.
16. Zhanatauov S.U. (1987) The inverse problem of the principal component analysis// Proc.of the 1-st World Congress of Soc. Math. Statist. and Probabillity Theory of Bernoulli. - Utrecht, 1987. - p. 116-119.
17. Zhanatauov S.U. (1980) Metod polucheniya vyborki s zadannymi sobstvennymi chislami ee korrelyatsion noy matritsy. - V kn. Matematicheskie voprosy analiza dannykh. Novosibirsk, 1980, p.62-76.