

## Çeyrek ayna süzgeç bankası tasarımında Kaiser-Hamming penceresinin performansının incelenmesi

### Investigation of the performance of the Kaiser-Hamming window in design of QMF bank

Bircan KAMIŞLIOĞLU<sup>1\*</sup> , Nurhan KARABOĞA<sup>2</sup> 

<sup>1,2</sup>Elektrik Elektronik Mühendisliği, Mühendislik Fakültesi, Fırat Üniversitesi, Elazığ, Türkiye.  
bkamisioglu@firat.edu.tr, nurhan\_k@erciyes.edu.tr

Geliş Tarihi/Received: 02.12.2017, Kabul Tarihi/Accepted: 22.06.2018  
\* Yazışılan yazar/Corresponding author

doi: 10.5505/pajes.2018.37974  
Araştırma Makalesi/Research Article

#### Öz

Son yıllarda hızlı sayısal süzgeçler ve süzgeç bankalarında önemli gelişmeler olmuştur. Çoklu hızla sahip süzgeç bankalarının bir uygulaması olarak bilinen QMF (Çeyrek Ayna Süzgeç-Quadrature Mirror Filter) bankası alt bant kodlama, görüntü sıkıştırma, kelime kodlama, biyomedikal sinyal işleme ve haberleşme sistemlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu çalışmada; QMF bankası tasarımında istenilmeyen salınımları ortadan kaldırmak için Kaiser ve Hamming pencerelerinin kaskat bağlanması ile elde edilen pencere fonksiyonu kullanılarak tasarlanan prototip FIR (Finite Impulse Response-Sonlu dürtü tepkili) süzgeçle QMF bankası tasarımı gerçekleştirilmiştir. Farklı pencere fonksiyonları ile tasarlanan süzgeçlerde süzgecin derecesinin performansı nasıl değiştirdiği incelenmiş ve sonuçta daha yüksek durdurma bandı zayıflaması sergileyen Kaiser-Hamming penceresinin QMF bankası tasarımında kullanılabileceği sonucuna varılmıştır.

**Anahtar kelimeler:** FIR, QMF bankası, Pencereleme, Kaiser penceresi, Hamming penceresi, Kaiser-Hamming penceresi

#### Abstract

In recent years, significant improvements have been in fast digital filters and filter banks. QMF (Quadrature Mirror Filter) bank, known as an application of multi-speed filter banks are widely used sub-band coding, image compression, word coding, biomedical signal processing and communication systems. In this study; QMF bank design is realized via a windowing method with prototype FIR (Finite Impulse Response) filter design and based on cascade bounded Kaiser and Hamming windows for eliminating undesired oscillations in QMF bank design. It has been investigated how the performance changed of the filter degree in designing filter with different window functions and at the result it is shown that Kaiser-Hamming window with lower stopband attenuation could be used in QMF bank design.

**Keywords:** FIR QMF bank, Windowing, Kaiser window, Hamming window, Kaiser-Hamming window

## 1 Giriş

İlk defa 1976 yılında literatüre tanıtılan QMF (Quadrature Mirror Filter-Çeyrek Ayna Süzgeç) bankası, iki kanallı doğrusal fazlı QMF bankası uygulaması olarak 1980 yılında gerçekleştirilmiştir [1],[2]. QMF, girişine uygulanan işaretin frekans alanında iki veya daha fazla alt bant işaretlerine ayırmak için yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Böylelikle her bant işaretinin birbirinden bağımsız olarak işlenebilmesi, yeterli sıkıştırma yapılabilmesi ve sürecin ileri aşamalarında alt bant işaretlerinin yeniden elde edilerek, orijinal işaretin yeniden düzgün bir şekilde yapılandırılabilmesi mümkün olmaktadır [3]. Süzgeç bankaları; haberleşme sistemleri, görüntü sıkıştırma, biyomedikal işaret işleme, alt bant kelime kodlama, gibi pek çok işaret işleme alanında kullanılmaktadır [4]-[6].

Çoklu hızlı sistemlerin geliştirilmesinde FIR (Finite Impulse Response-Sonlu dürtü tepkili) süzgeçler önemli rol almaktadırlar. FIR süzgeç tasarımında çoğunlukla frekans düzleminde örnekleme, pencereleme fonksiyonlarının kullanılması ve eşdalgacıklı optimum süzgeç tasarım tekniği ön plana çıkmaktadır [7],[8]. Tasarımlarda pencereleme yöntemi, tasarım doğruluğu sağlamanın yanı sıra daha düşük hesaplamaya karmaşıklığı sağladığı için de yaygın olarak kullanılmaktadır [9]. Kumar, Singh ve Anand iki kanallı QMF bankasının tasarımı için pencereleme tekniklerini kullanan farklı metodlar geliştirmişlerdir [10],[11]. Son zamanlarda QMF bankasının analizi ve tasarımı için pek çok teori ve teknik

geliştirilmiş bu süzgeç bankaları tek ve çok boyutlu işaret işlemede geniş bir uygulama alanı bulmuştur. Süzgeç bankası tasarımında, hata fonksiyonun frekans düzleminde doğrusal olması için tanımlanan iteratif bir yöntem olarak adlandırılan WLS (Weighted Least Squares-Ağırlıklı En Küçük Kareler) yöntemiyle belli iyileştirmeler gerçekleştirilmiştir [12]-[13]. 1995 yılında QMF bankası için prototip süzgecin tasarımında hesaplama zamanını ve karmaşıklığını azaltan eşdalgacıklı yaklaşım kullanılmıştır [14]. 1998'de ağırlıklı minimaks yaklaşımı iki kanallı QMF tasarımı için kullanılarak durdurma bandı hatası ve yeniden oluşturma hatası (reconstruction error) tatmin edici seviyelere indirgenmiştir [15]. Daha düşük iterasyon sayısı sağlayan en düşük ortalama karesel hata yaklaşımı kullanılarak daha düşük yeniden oluşturma hatası ve durdurma bandı zayıflamasına sahip bir süzgeç 2000 yılında geliştirilmiştir [16].

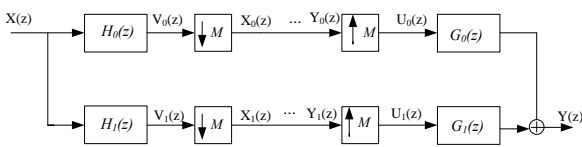
Bazı sayısal süzgeç tasarım uygulamalarında, dalgalanma oranı (ripple ratio) ya da MSR (main lobe to side lobe energy ratio-ana lobun yan loba enerji oranı) yan lob azalma oranından daha önemli olduğundan literatürde kullanılan pencerelerde belirlenen spektral parametre değerlerinin iyileşmesini sağlamak amacıyla çeşitli tasarımlar yapılmaktadır [17]-[22]. 2014 yılında Avcı K. sayısal süzgeç tasarımında Kaiser ve Hamming pencerelerinin birleştirilmesiyle oluşturulan ve Kaiser-Hamming olarak adlandırılan bir pencere fonksiyonunu literatüre sunmuştur [22]. Yine QMF bankası tasarımlarında son yıllarda sezgisel tekniklerde etkin bir şekilde araştırmacılar tarafından kullanılmaya başlanmıştır. DE (Differential

Evolution-Farklısal Gelişim), PSO (Particle Swarm Optimization-parçacık sürü optimizasyonu) algoritması bu uygulamalara örnek olarak gösterilebilir [23]-[26]. Bu çalışmalarda, süzgeç bankası tasarımında kullanılan prototip süzgeç parametreleri, sezgisel algoritmalarla elde edilmiştir. 2015 yılında Kamislioglu ve ark. tarafından gerçekleştirilen çalışmada Kaiser ve Cosh pencerelerinin kaskat bağlanmasıyla oluşturulan yeni bir pencere fonksiyonu ile oluşturulan prototip süzgeç kullanılarak QMF bankası uygulaması gerçekleştirilmiş ve farklı giriş işaretleri uygulandığında tasarlanan süzgeç bankasının performansı incelenmiştir [27].

Bu çalışmada da Kaiser-Hamming penceresi ile tasarlanan prototip FIR süzgeç kullanılarak QMF bankası tasarımı gerçekleştirilmiştir. Tasarlanan süzgeç bankasının performansı, Kaiser, Hamming, Chebyshev ve [27] ile [28] numaralı referanslarda verilen farklı pencereler ile gerçekleştirilen tasarımlara ait sonuçlarla karşılaştırılmıştır. QMF bankasının prensipleri çalışmanın ikinci bölümünde açıklanmış, pencere fonksiyonları ile Kaiser ve Hamming pencerelerinin spektral analizleri üçüncü bölümde incelenmiştir. Dördüncü bölümde Kaiser-Hamming penceresi ile QMF bankası tasarımı yapılmış ve farklı süzgeç dereceleri için süzgeç bankasının başarımı incelenerek son bölümünde elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır.

## 2 QMF bankası

QMF bankaları ya en iyi yeniden yapılandırılmış (Perfect Reconstruction-PR) ya da yaklaşık en iyi yeniden yapılandırılmış (Nearly Perfect Reconstruction-NPR) olarak tasarlanmaktadır [28]. Şekil 1'de gösterilen iki kanallı bir QMF bankası, girişine uygulanan  $X(z)$  işaretini aynı bant genişliğine sahip iki alt banda ayırır. Bu iki kanallı süzgeç modeli  $n$  kanallı olacak şekilde de tasarlanabilir [29]. Şekilde gösterilen iki kanallı süzgeç bankası yapısında alçak geçiren analiz süzgeci  $H_0(z)$ , yüksek geçiren analiz süzgeci ise  $H_1(z)$  transfer fonksiyonları ile temsil edilmektedir. Alçak ve yüksek geçiren süzgeç çıkışlarında işlem karmaşıklığını azaltmak için işaretler iki kat sıkıştırma işlemine tabii tutulur. Örnek sayısı azaltılan işaretler kodlanarak alıcı uca iletilir. Alıcı kısmında alınan işaretler iki kat yukarı örnekleme işlemine tabii tutulur ve  $G_0(z)$  transfer fonksiyonuna sahip alçak geçiren sentez süzgeci ile  $G_1(z)$  transfer fonksiyonuna sahip yüksek geçiren sentez süzgeçlerinden geçirilir. Alıcı kısımda son olarak sentez süzgeçlerinin çıkışları yeniden yapılandırılmış işaret elde etmek için birleştirilir. Yeniden yapılandırılan işaret;  $H_0(z)$ ,  $H_1(z)$ ,  $G_0(z)$  ve  $G_1(z)$  süzgeçlerinin ideal olmamasından dolayı, ALD (Aliasing Distortion-Örtüşme Bozulması), AMD (Amplitude Distortion-Genlik bozulması), ve PHD (Phase Distortion-Faz bozulması)'ye maruz kalır. Bu yüzden çoğu uygulamada yeniden yapılandırılan işaretin,  $X(z)$ 'ye mümkün olduğunca yakın olması istenir. Bu sebeple örtüşme, genlik ve faz bozulmalarını gidermek için süzgeç bankası tasarımında ya en iyi yapılandırılmış ya da yaklaşık en iyi yapılandırılmış sistemlerle çalışılır [30].



Şekil 1: İki kanallı QMF bankası blok gösterimi.

Bozulma transfer fonksiyonu  $T(z)$ , örtüşme transfer fonksiyonu  $A(z)$  ile temsil edilirse süzgeç bankasının girişine uygulanan  $X(z)$  giriş işareti için çıkışında elde edilen  $Y(z)$  işareti Denklem 1 ile verilmektedir.

$$Y(z) = T(z)X(z) + A(z)X(z) \quad (1)$$

Denklem 2 ve Denklem 3'de sırasıyla bozulma ve örtüşme fonksiyonları tanımlanmaktadır.

$$T(z) = (1/2)[H_0(z)G_0(z) + H_1(z)G_1(z)] \quad (2)$$

$$A(z) = (1/2)[H_0(-z)G_0(z) + H_1(-z)G_1(z)] \quad (3)$$

En iyi yeniden yapılandırma şartlarında, örtüşme fonksiyonu sifıra eşit olacaktır. Bu durum, Denklem 4'de gösterilmektedir:

$$A(z) = 0 \quad (4)$$

Böylece analiz ve sentez süzgeçleri arasındaki bağıntı ve süzgeç bankasının transfer fonksiyonu; 5, 6 ve 7 denklemlerinde verilmektedir.

$$G_1(z) = -H_0(-z) \quad (5)$$

$$G_0(z) = H_1(-z) \quad (6)$$

$$Y(z) = T(z)X(z) \quad (7)$$

Çıkış işaretini elde etmek için 7 No.lu denklemde 2, 5 ve 6 eşitlikleri kullanılırsa,

$$Y(z) = \frac{1}{2}[H_0(z)H_1(-z) - H_1(z)H_0(-z)]X(z) \quad (8)$$

elde edilir. Örtüşmesiz durum için Denklem 8 düzenlenirse,

$$Y(z) = \frac{1}{2}[H_0^2(z) - H_0^2(-z)]X(z) \quad (9)$$

olarak bulunur. Denklem 9 kullanılarak elde edilen süzgeç bankasının transfer fonksiyonu Denklem 10 ile verilmiştir.

$$T(z) = \frac{1}{2}[H_0(z)G_0(z) + H_1(z)G_1(z)] \quad (10)$$

Yeniden elde etme hatası (peak reconstruction error-pre), Denklem 11 ile verilmektedir.

$$pre = \max \left| 20 \log_{10} \left| H_0^2(w) - H_0^2(w + \pi) \right| \right| \quad (11)$$

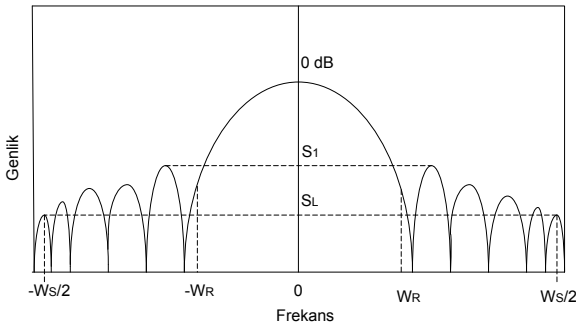
## 3 Pencere fonksiyonları

Fourier serisi kullanılarak tasarlanan süzgeç uygulamalarında, doğrudan serinin kesilmesi sonucu ortaya çıkan olay Gibbs tarafından 1899'da gösterilmiştir [31]. Gibbs salınımlarını yok etmek için FIR süzgeç tasarımında pencere fonksiyonları kullanılmaktadır. Kullanılan pencere, süzgecin performansına doğrudan etki eden analob genişliği, dalgalanma oranı ve yan lob azalma oranı gibi parametrelere sahiptir. İyi tasarlanmış bir pencere fonksiyonunun yani dolayısıyla süzgecin dar analob genişliğine,  $2wR$  küçük dalgalanma oranına ve geniş yanlob azalma oranına sahip olması istenir [32]. Tasarlanmak istenen

süzgecin yani süzgeç bankası tasarımı kullanılan prototip süzgecin katsayıları, ideal genlik tepkisine sahip süzgeç ve süzgeçle aynı uzunluğa sahip bir pencere fonksiyonunun çarpılmasıyla elde edilmektedir. Denklem 12 bir boyutlu sayısal süzgeçler için süzgeç katsayılarını tanımlamaktadır.

$$h[n] = h_{id}[n]W[n] \quad (12)$$

Zamana bağlı bir fonksiyon olarak  $N$  uzunluğa sahip bir pencere yapısı  $W(nT)$ ,  $|n| \leq (N-1)/2$  aralığında sıfırdan farklı geri kalan durumlarda ise sıfırdır.  $W(nT)$ 'nin frekans spektrumundaki karşılığı Denklem 13'te verilmiştir. Burada  $T$  örnekleme periyodudur. Gibbs salınımlarını giderebilmek için kullanılan pencerenin normalize edilmiş genlik spektrumu dB. cinsinden Şekil 2'de gösterilmiştir. Şekil 2'deki pencere fonksiyonunun normalize edilmiş genlik spektrumu Denklem 14'teki eşitlik ile elde edilir.



Şekil 2: Pencere fonksiyonunun normalize edilmiş genlik spektral gösterimi.

$$W(e^{j\omega T}) = |A(\omega)|e^{j\theta(\omega)} = w(0) + 2 \sum_{n=1}^{(N-1)/2} w(nT) \cos \omega nT \quad (13)$$

$$|W_N(e^{j\omega T})| = 20 \log_{10}(|A(\omega)|/|A(\omega)|_{\max}) \quad (14)$$

$W_M$  analog genişliği,  $R$  dalgalanma oranı (Ripple Ratio) ve yan lob azalma oranı olarak bilinen pencere fonksiyonlarının ayırt edici spektral parametreleri Şekil 2'de gösterilmiştir.  $W_M$ , iki yarım analog genişliğine eşittir, yani  $W_M=2W_R$ 'dir.  $S$ , maksimum yanlob genliği  $S_1$  ile  $S_L$  minimum yanlob genliğinin farkıdır yani  $S=S_1-S_L$ 'dir.

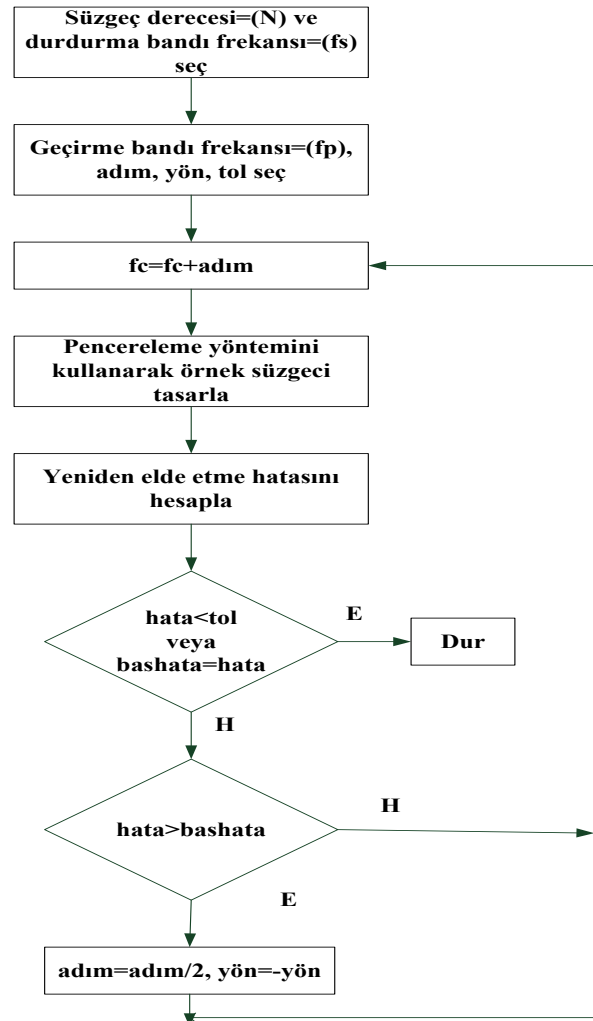
Literatürde farklı özelliklere sahip pencere türleri önerilmiştir [33],[34]. Tek ve iki boyutlu sayısal süzgeçler, iki boyutlu sayısal süzgeçlerin kullanıldığı görüntü işleme uygulamaları, çoklu hızlı süzgeç bankaları, yine tek ve iki boyutlu süzgeçler kullanılarak gürültü giderme işlemleri geliştirilen pencere fonksiyonlarının uygulama alanları olarak verilebilir. İşaret işleme alanında yaygın olarak kullanılan sabit pencere fonksiyonları olarak Dikdörtgen, Hamming, Hann, Blackman, [33] gibi pencereler; ayarlanabilir pencere fonksiyonları olarak da Dolph-Chebyshev, Kaiser, Saramaki, ve Ultraspherical, ve diğ. [34] sayılabilir. Bu çalışmada literatürde daha önceden önerilen Kaiser-Hamming penceresinin QMF süzgeç bankasındaki uygulaması gerçekleştirilmiştir.

#### 4 Parks-McClellan algoritması

Araştırmacılar tarafından hem geçirme hem de durdurma bantlarında farklı bozulmalar gösteren süzgeçler tasarlamak tercih edilmektedir. Bozulmanın fazla olduğu durumlarda daha kısa FIR süzgeçler kullanarak bu problem ortadan kaldırılabilir.

İteratif bir algoritma olan Parks McClellan optimizasyon algoritması kullanılarak süzgecin geçirme ve durdurma bantlarında farklı bozulmalara sahip FIR süzgeçler tasarlanabilir [35]. Parks McClellan optimizasyon algoritması ile Chebyshev hata yaklaşımı yöntemi kullanılarak FIR süzgeç tasarımı doğrusal fazda gerçekleştirilebilir. Chebyshev hata minimizasyonu yaklaşımı uygulamalara göre değişkenlik gösteren ve farklı durumlara özgü kısıtlamalar yapabilen esnekliği yüksek bir yöntemdir [36]. Remez algoritması ya da doğrusal programlama, Chebyshev hata fonksiyonunu minimize etmek için kullanılan algoritmalarıdır [37].

Bahsedilen her iki algoritma genel amaçlı olup iteratif sayısal çözümler sunan algoritmalarıdır. Remez algoritmasının etkili yapısı, hızlı bir şekilde optimal çözümlere yaklaşması, algoritmayı sıklıkla kullanılan bir teknik yapmıştır. Şekil 3'te bu çalışmada önerilen QMF süzgeç bankası uygulamasında yararlandığımız algoritmayı özetleyen akış şeması verilmektedir [27],[38],[39]. İlk olarak süzgecin derecesi,  $f_p$  geçirme bandı ve  $f_s$  durdurma bandı uç frekans değerleri ile  $f_c$  kesim frekansı seçilerek prototip süzgeç katsayıları elde edilir. Bu prototip süzgecin katsayıları kullanılarak bu süzgece pencere fonksiyonlarından biri uygulanır. Sonuçta yeni bir prototip süzgeç ve bu süzgeçin katsayıları bulunur.



Şekil 3: Parks McClellan optimizasyon algoritması akış diyagramı.

Önceden tanımlanmış olduğumuz yeniden elde etme hatası kullanılarak hata fonksiyonunun değerlendirilmesi gerekir.  $Q$  amaç fonksiyonu optimizasyonu süresince her adımda elde edilen yeni süzgeçler için tekrardan hesaplanır, en küçük değer elde edilmeye çalışılır. Karşılaştırmalar esnasında hata değeri başlangıçta belirlenen hata değerinden büyükse adım büyüklüğünün yarısı alınır ve arama yönü önceki duruma göre değiştirilerek devam edilir. Böylece tasarlanan süzgeç her aşamada optimum özellikleri sağlayacak şekilde iyileştirilir. Bu işlem sonlandırma şartları sağlandığında sona erdirilir. Denklem 15'te QMF süzgeç bankası için  $Q$  ile tanımlanan yeniden elde etme hatası verilmiştir.

$$Q = \max \left\{ |H(w)|^2 + \left| H\left(w - \frac{\pi}{2}\right) \right|^2 - 1 \right\} \quad 0 < w < \frac{\pi}{2} \quad (15)$$

Denklem 15 ile verilen  $Q$ , sisteme ait amaç fonksiyonu çalışmamızda optimize etmek istediğimiz fonksiyon olarak tanımlanmaktadır[37].

## 5 Analiz ve benzetim sonuçları

Bu bölümde önerilen süzgeç bankasının tasarımı ve elde edilen sonuçlar kıyaslamalı olarak verilmektedir. Çalışmada ilk olarak Kaiser penceresi ve ikinci olarak Hammig penceresi kullanılarak prototip süzgeç elde edilmiş ve daha sonra bu prototip süzgeçler kullanılarak farklı süzgeç uzunlukları için QMF bankası tasarlanmıştır ve süzgeç bankasının performansı gösterilmiştir. Çalışmanın daha sonraki bölümünde Kaiser-Hamming olarak adlandırılan Kaiser ve Hamming pencerelerinin birbirinin ardına bağlanmasıyla oluşturduğumuz pencere fonksiyonu ile QMF bankası tasarımı gerçekleştirilmiş ve yine performansı farklı süzgeç uzunluklarında test edilmiştir. Alt bölümlerde sırasıyla Kaiser penceresi, Hammig penceresi, Kaiser-Hamming penceresi ile süzgeç bankası tasarımı ve elde edilen sonuçlar verilmektedir.

### 5.1 Kaiser Penceresi ile QMF bankası tasarımı

Araştırmacılar tarafından çok fazla tercih edilen ayarlanabilir pencere fonksiyonlarından biri olan Kaiser penceresi, birinci dereceden Bessel fonksiyonunu kullanan,  $N$  pencere uzunluğu ve ayarlanabilir dalgalanma oranı  $\beta$  olmak üzere iki bağımsız parametreye sahiptir [18]. Ayrık zamanda Kaiser penceresi, Denklem 16'daki gibi tanımlanmaktadır.

$$w(n) = \frac{I_0(\beta \sqrt{1 - (2n/(N-1))^2})}{I_0(\beta)} \quad (16)$$

Burada  $I_0(x)$ , birinci tür, sıfır dereceli geliştirilmiş Bessel fonksiyonudur, fonksiyonun güç serisine açılmış formu Denklem 17 eşitliği ile verilir.

$$I_0(x) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{k!} \left( \frac{x}{2} \right)^k \right]^2 \quad (17)$$

Sabit pencerelerde; pencere uzunluğu artarken analob genişliği azalmakta, dalgalanma oranı hemen hemen sabit kalmaktadır. Kaiser penceresinin ayarlanabilir parametresinin daha büyük değerleri için daha geniş analob genişliği ve daha küçük dalgalanma oranı oluşmaktadır. Tablo 1'de Kaiser penceresi için süzgeç uzunluğunun 31 ve 111 olduğu durumda kontrol

parametresi  $\beta$  ile analob genişliği  $W_M$ 'nin değişimi incelenmiştir. Tablo 1'den  $A_s$  ile  $\beta$ 'nin doğru orantılı olarak değişmesine paralel olarak Kaiser penceresi analob genişliği  $W_M$ 'nin de  $\beta$  arttıkça arttığı görülmektedir. Süzgecin derecesinin artmasına bağlı olarak analob genişliği de düşmektedir.

Tablo 1: Kaiser penceresi için  $\beta$  ve  $W_M$ 'nin değişimi.

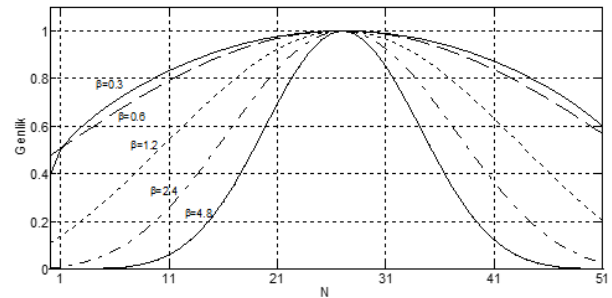
N	$A_s$ (dB)	$\beta$	$W_M$
31	50	4.55126	0.07812
	60	5.65326	0.08593
	70	6.75526	0.09375
	80	7.85726	0.10156
111	50	4.55126	0.02148
	60	5.65326	0.02343
	70	6.75526	0.02539
	80	7.85726	0.02734

Tablo 2'de  $A_s=60$  dB için 11-111 arasında alınan farklı süzgeç dereceleri için gerçekleştirilen süzgeç bankalarına ait elde edilen sonuçlar verilmektedir. Diğer dereceden süzgeçlere göre süzgeç derecesinin 51 olduğu durumda, en düşük tepe yeniden elde etme hatasına 47 iterasyonda ulaşılmıştır.  $N=51$  için tepe yeniden elde etme hatası (pre), 0.0132; amaç fonksiyonunun en iyi değeri 0.0015 ve durdurma bandı zayıflaması  $A_s$ , 62.41 dB olarak elde edilmiştir. Süzgeç derecesinin 11 olduğu durumda da 71.32 dB olarak en iyi durdurma bandı zayıflatması elde edilmiştir.

Tablo 2: Kaiser penceresi ile tasarlanan QMF bankası için elde edilen sonuçlar.

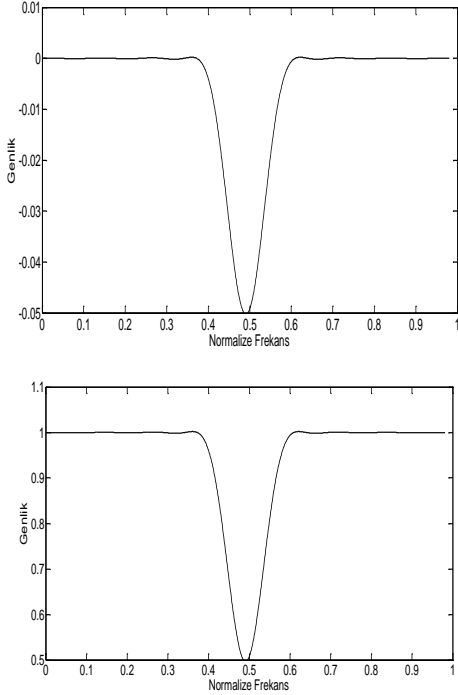
N	pre	$Q$	$t$ (s)	İter. Sayısı	$A_p$ (dB.)	$A_s$ (dB.)
11	0.0471	0.0054	0.1344	45	0.0118	71.32
31	0.0202	0.0023	0.1357	45	0.0051	68.67
51	0.0132	0.0015	0.1447	47	0.0033	62.41
71	0.0199	0.0023	0.1258	43	0.0050	58.80
91	0.0144	0.0017	0.1443	48	0.0036	61.62
111	0.0193	0.0022	0.1467	47	0.0048	59.09

Şekil 4'te Kaiser penceresi için kontrol parametresi  $\beta$ 'nin farklı değerlerine bağlı olarak süzgeç uzunluğunun 1-51 arasında olması durumunda pencere fonksiyonu ile  $\beta$  arasındaki ilişki verilmektedir. Kaiser penceresiyle yapılan tasarımlarda;  $\beta$  değerine bağlı olarak analob genişliği de değişim göstermekte,  $A_s$  arttıkça analob genişliği de artmaktadır.

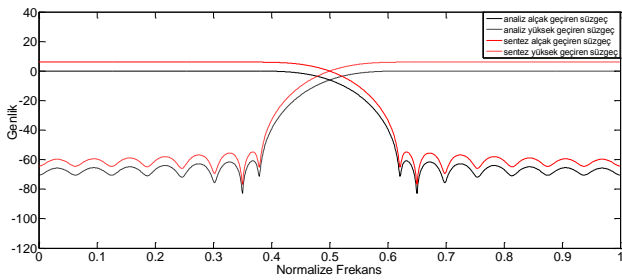


Şekil 4: Zaman düzleminde farklı  $\beta$  değerleri için Kaiser penceresinin spektrumu.

Pencereleme yöntemlerinden Kaiser penceresini kullanarak tasarlanan süzgeç bankasının tepe yeniden elde etme hatası ve genlik bozulmasının değişimi Şekil 5'te verilmektedir. Şekil 6'da  $N=51$  için Kaiser pencereleme yöntemiyle tasarlanan analiz ve sentez süzgeçlere ait prototip alçak geçiren ve prototip süzgeçten türettiğimiz yüksek geçiren süzgeçlerin genlik tepkileri dB cinsinden verilmiştir.



Şekil 5:  $N=51$  için Kaiser pencereleme yöntemiyle tasarlanan süzgeç bankasında. (a): Tepe yeniden elde etme hatası değişimi, (b): Genlik bozulması değişimi.



Şekil 6:  $N=51$  için analiz ve sentez süzgeçlerin genlik tepkisi (Kaiser penceresi).

## 5.2 Hamming penceresi ile QMF bankası tasarımı

Sabit pencere fonksiyonuna sahip olarak bilinen Hamming penceresi özellikle işaret işleme alanında farklı uygulamalarda kullanılmaktadır. Bu pencere fonksiyonu Denklem 18'de verilmektedir [7].

$$w(n) = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right), & |n| \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & \text{diğer yerlerde} \end{cases} \quad (18)$$

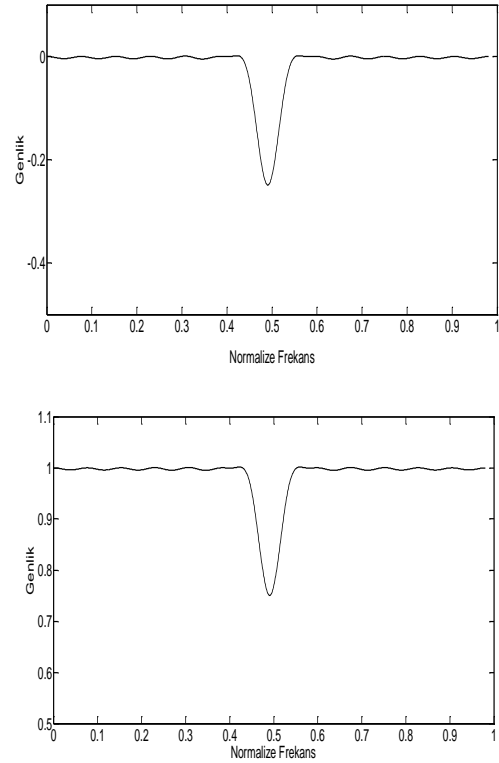
Pencere parametrelerinin ayarlanması işlemi; sabit pencere fonksiyonlarının bir tek parametreye sahip olmalarından dolayı yapılamamaktadır. Bu nedenle sabit pencerelerin yerine

ayarlanabilir parametrelere sahip ayarlanabilir pencere fonksiyonları kullanılması tercih edilmiştir. Tablo 3'te farklı süzgeç uzunlukları için Hamming penceresi kullanılarak tasarlanan QMF bankası için elde edilen sonuçlar verilmektedir.

Tablo 3: Hamming penceresi kullanılarak tasarlanan QMF bankası için elde edilen sonuçlar.

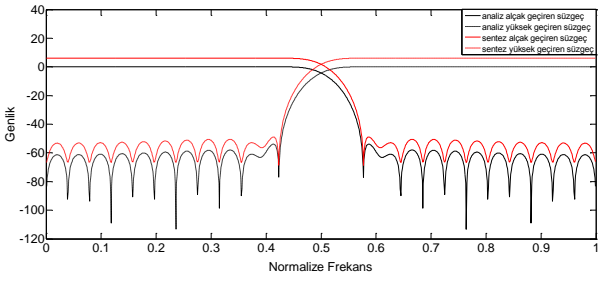
N	pre	Q	t(s)	iter. sayısı	$A_p$ (dB.)	$A_s$ (dB.)
11	0.1238	0.0143	0.1371	47	0.0311	62.91
31	0.0762	0.0088	0.1350	47	0.0191	67.13
51	0.0138	0.0016	0.1411	49	0.0034	62.17
71	0.0464	0.0054	0.1416	47	0.0116	71.47
91	0.0173	0.0020	0.1368	47	0.0043	70.04
111	0.0418	0.0048	0.1389	47	0.0105	72.36

Tablo 3'te süzgeç derecesinin 51 olduğu durumda; tepe yeniden elde etme hatası 0.0138, amaç fonksiyonunun en iyi değeri 0.0016,  $A_p$  0.0034 ve  $A_s$  62.17 dB olarak elde edilmiştir. Süzgecin derecesinin 51 olması durumunda diğer süzgeç uzunluklarına göre daha düşük pre elde edilirken bu sonuca 49 iterasyon için 0.1411 s'de yani diğer süzgeç tasarımlarına göre daha uzun bir sürede ulaşılmıştır. Hamming pencereleme yöntemi kullanılarak tasarlanan süzgeç bankasının tepe yeniden elde etme hatası ve genlik bozulmasının değişimi Şekil 7 ile gösterilmiştir. Şekil 8'de  $N=51$  ve  $A_s=62.17$  dB için pencereleme yöntemlerinden Hamming penceresiyle tasarlanan analiz ve sentez süzgeç bankalarını oluşturan ilk örnek alçak ve yüksek geçiren süzgeçlerin genlik yanıtları dB cinsinden verilmiştir.



Şekil 7:  $N=51$  için Hamming pencereleme yöntemiyle tasarlanan süzgeç bankasında. (a): Tepe yeniden elde etme hatası değişimi, (b): Genlik bozulması değişimi.





Şekil 8: Hamming pencereleme yöntemiyle tasarlanan analiz ve sentez süzgeçlerin  $N=51$  için genlik tepkisi.

### 5.3 Kaiser-Hamming penceresi ile QMF bankası tasarımı

Bu çalışmada Hamming penceresinin zamana ötelenerek Kaiser penceresi ile birleştirilmesi ile elde edilen Kaiser-Hamming olarak adlandırılan kaskat pencere yapısı kullanılarak tasarlanan QMF bankasının performansı farklı

süzgeç uzunlukları için incelenmiştir. Kaiser-Hamming süzgecinin pencere fonksiyonu Denklem 19'da verilmektedir.

$a_{kh}$  ile belirtilen Kaiser-Hamming penceresine ait yeni bir kontrol parametresi kullanılmıştır [40].

$$w(n) = 0.5 * \left[ \frac{I_0(a_{kh} \sqrt{1 - (2n/(N-1))^2})}{I_0(a_{kh})} + 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \right] \quad (19)$$

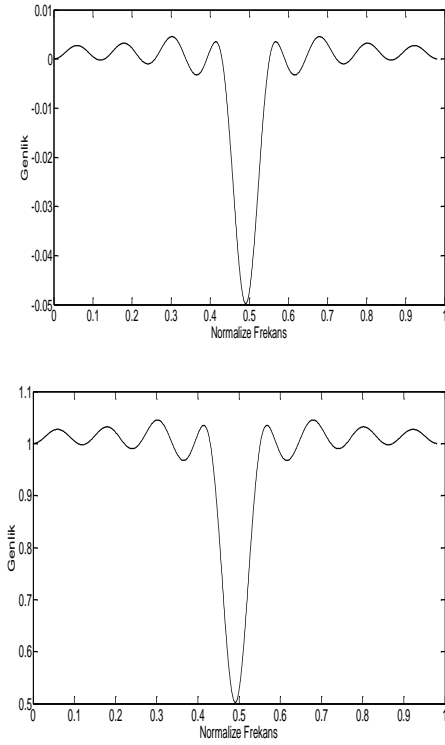
Kaiser-Hamming pencereleme yöntemi kullanılarak tasarlanan QMF bankası ile ilgili elde edilen tasarım parametreleri Tablo 4'te verilmektedir. Önerilen QMF tasarımında Kaiser-Hamming penceresi, Kaiser ve Hamming pencerelerine göre daha iyi durdurma bandı zayıflaması gösterirken süzgecin performansı düşmüştür.  $A_p$ , maksimum geçirme bandı zayıflamasının olabildiğince düşük,  $A_s$  durdurma bandı zayıflamasının ideal süzgeç yanıtına en yakın olacak şekilde yüksek olması istenir.

Tablo 4: Önerilen QMF bankasının Kaiser-Hamming pencere fonksiyonu ile tasarımından elde edilen sonuçlar.

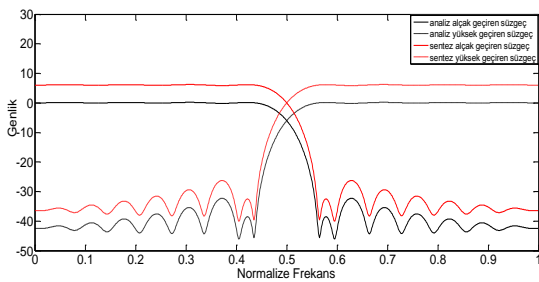
$A_s$ (dB.)	N	pre	$Q$	$t$ (s)	iter. sayısı	$A_p$ (dB.)	$A_s$ (dB.)
50	11	0.0052	0.0612	0.0981	47	0.1308	70.48
	31	0.0048	0.0573	0.0960	47	0.1224	71.05
	51	0.0032	0.0379	0.1023	47	0.0811	74.61
	71	0.0043	0.0512	0.0982	45	0.1096	72.01
	91	0.0036	0.0420	0.0985	47	0.0901	73.70
60	111	0.0041	0.0489	0.1056	47	0.1050	72.38
	11	0.0043	0.0511	0.0943	47	0.1095	72.02
	31	0.0037	0.0438	0.0945	47	0.0940	73.33
	51	0.0021	0.0250	0.1029	47	0.0536	78.19
	71	0.0032	0.0379	0.1006	47	0.0813	74.59
70	91	0.0025	0.0293	0.0923	45	0.0629	76.82
	111	0.0031	0.0358	0.1099	47	0.0769	75.07
	11	0.0044	0.0525	0.0959	47	0.1126	71.78
	31	0.0037	0.0440	0.1004	47	0.0944	73.30
	51	0.0022	0.0251	0.0959	47	0.0538	78.16
80	71	0.0032	0.0379	0.0962	47	0.0813	74.58
	91	0.0025	0.0293	0.0976	47	0.0629	76.81
	111	0.0030	0.0357	0.0954	47	0.0769	75.07
	11	0.0045	0.0534	0.0952	47	0.1146	71.63
	31	0.0038	0.0443	0.0993	47	0.0951	73.23
80	51	0.0023	0.0253	0.1049	47	0.0543	78.08
	71	0.0033	0.0381	0.0985	47	0.0818	74.53
	91	0.0026	0.0295	0.0973	47	0.0633	76.75
	111	0.0032	0.0359	0.0963	47	0.0773	75.03

Tablo 4 incelenecek olursa; prototip süzgeç tasarımında kullanılan süzgecin durdurma bandı zayıflamasının 50, 60, 70 ve 80 dB olması durumunda 51. dereceden süzgeç için daha düşük pre'nin elde edildiği görülmektedir.  $A_s=50$  dB. olması durumunda pre 0.0032,  $Q$  0.0379,  $A_p$  0.0811 ve  $A_s$  zayıflaması ise 74.61 dB. olarak 47. iterasyonda elde edilmiştir. Süre ve iterasyon sayısı açısından değerlendirildiğinde, daha az katsayı değeri hesaplanması dolayısıyla, 31. dereceden süzgeçler daha önde görünmektedirler. Tablo 4 göz önüne alındığında en uygun pre'nin 0.0021 olarak bulunduğu, durdurma bandı zayıflamasının 60 dB. olması durumunda elde edildiği söylenebilir.

Şekil 9'da  $N=51$  için önerilen pencereleme tekniğini kullandığımız süzgeç bankasının tepe yeniden elde etme hatası ve genlik bozulması değişimi verilmektedir. Şekil 10'da  $N=51$  için önerilen pencereleme yöntemiyle tasarlanan analiz süzgeçlere ait genlik tepkisi dB cinsinden verilmiştir.

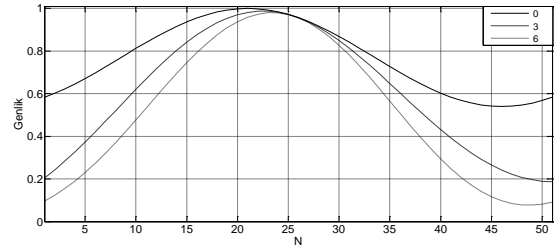


Şekil 9:  $N=51$  için Kaiser-Hamming pencere yöntemiyle tasarlanan süzgeç bankasında. (a): Tepe yeniden elde etme hatası değişimi. (b): Genlik bozulması değişimi.



Şekil 10:  $N=51$  için Kaiser-Hamming pencereleme yöntemiyle tasarlanan analiz ve sentez süzgeçlerin genlik tepkisi.

Şekil 11'de önerilen yaklaşım için  $a_{kh}$  parametresi ile süzgecin uzunluğu ve genliği arasındaki değişim incelenmiştir.  $a_{kh}$ , Kaiser ve Hamming pencerelerinin kaskat bağlandığı durumda Kaiser penceresinin değişken parametresini temsil eden önemli bir değişkendir. Kaiser penceresinde kontrol parametresi  $\beta$ 'da olduğu gibi Kaiser-Hamming penceresinin kontrol parametresi  $a_{kh}$  değerinin de etkinlik gösterdiği sınır değerleri vardır ve bu sınırların dışında pencere optimum bir çalışma sergilememektedir.  $a_{kh}$  değerinin 6.65326 değerinden sonra etkili olmadığı Şekil 11'den görülmektedir.  $a_{kh}$  değerinin küçülmesine bağlı olarak daha yaygın bir pencere spektrumu elde edilmektedir.



Şekil 11:  $N=51$  için Kaiser-Hamming penceresinin  $a_{kh}$  parametresine bağlı zaman bölgesi genlik karakteristiği.

Tablo 5'te Kaiser-Hamming penceresi ile literatürde QMF bankası tasarımında kullanılan diğer çalışmaların bir karşılaştırması verilmektedir. Tablo 5'te literatürde yer alan çalışmalarda Süzgeç bankası tasarımında Kaiser penceresi kullanıldığı durumda ilk örnek süzgeç tasarımında durdurma bandı zayıflaması  $A_s=60$  dB ve  $\beta = 5.65326$  olarak uygulandığı için bu değerler önerilen süzgeç bankası uygulamasında da aynı seçilmiştir. Tablo 5'te, geçiş bant genişliğinin  $a_w=0.2$  olması durumunda literatürdeki benzer çalışmalar ve bu çalışmada kullanılan pencerelerle bir karşılaştırma verilmektedir.  $N=32$  için Kaiser penceresi kullanıldığı durumda süzgecin pre'si 0.0203, Hamming penceresi kullanıldığı durumda pre 0.0762 olarak elde edilmişken Kaiser-Hamming pencere kullanıldığı durumda pre'nin 0.0036 olarak elde edilmiş, Hamming penceresi ile 27 No.lu referanstaki Kaiser ve Chebyshev pencerelerinin kullanılması durumuna göre daha iyi sonuç verdiği belirlenmiştir. Yine durdurma bandı zayıflaması bakımından önerilen süzgeç bankası için 73.19 dB ile aynı süzgeç derecesi için diğer tüm pencereleme yöntemlerinden daha iyi sonuçlar vermiştir. Süzgecin derecesinin 64 olması durumunda önerilen yaklaşım 27 ve 28 No.lu referanslarda belirtilen aynı dereceye ve geçiş bant genişliğine sahip süzgeçlerden daha iyi pre ve durdurma bandı zayıflaması elde edilmiştir. Önerilen QMF bankası tasarımında süzgecin uzunluğu değişse bile tek bir pencere kullanmaya göre yaklaşık aynı iterasyonla QMF bankası tasarımı gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmada [41] No.lu referanstaki gibi Kaiser ve Chebyshev pencereleme tekniklerinin yanı sıra Kaiser-Hamming hibrit penceresi avantajlarından dolayı önerilmiştir.

## 6 Sonuçlar

Bu çalışmada Kaiser, Hamming ve Kaiser-Hamming penceresi kullanılarak QMF bankası tasarımı gerçekleştirilmiştir. Süzgeç bankasının performansı tepe yeniden elde etme hatası, hesaplama zamanı, en iyi değerin hangi iterasyonda elde edildiği, geçirme bandı ve durdurma bandı zayıflaması gibi farklı parametre değerleri için karşılaştırılmıştır.

Tablo 5: Önerilen QMF bankası için elde edilen sonuçların literatürdeki farklı pencerelerle karşılaştırılması.

N	Pencere	$a_w$	pre	$t$ (s)	iter. sayısı	$A_p$ (dB.)	$A_s$ (dB.)
32	Kaiser	0.2	0.0203	0.1350	48	0.0045	66.88
	Hamming	0.2	0.0762	0.1350	47	0.0195	65.50
	Ramakrishna (Kaiser) [27]	0.2	0.0660	0.7811	150	0.0115	60.00
	Ramakrishna (Chebyshev) [27]	0.2	0.0460	0.6872	160	0.0060	60.00
	Proposed QMF Bank	0.2	0.0036	0.0941	47	0.0941	73.19
64	Chebyshev [28]	0.2	0.0082	0.4361	46	0.0026	60.00
	Chebyshev [27]	0.2	0.0410	0.7003	154	0.0025	60.00
	Proposed QMF Bank	0.2	0.0037	0.0977	45	0.0947	73.27

Buna göre; Kaiser-Hamming penceresi,  $N=32$  için tepe yeniden elde hatası açısından Kaiser, Hamming, ve Chebyshev pencerelerine yakın bir performans sergilerken durdurma bandı zayıflatmasının bu pencerelere göre daha iyi sonuç verdiği belirlenmiştir. Yine Kaiser-Hamming penceresi  $N=64$  için aynı dereceye ve geçiş bant genişliğine sahip süzgeçlere göre daha iyi tepe yeniden elde etme hatası ve durdurma bandı zayıflatması elde edilmiştir. Yine bu pencereyle gerçekleştirilen tasarımlarda, tek bir pencere kullanımı ile yapılan tasarımlara göre yaklaşık aynı iterasyonla süzgeç bankasının tasarımı gerçekleştirilmiştir. Elde edilen bütün bu sonuçlar bir bütün olarak değerlendirildiğinde Kaiser-Hamming penceresinin QMF bankası tasarımında kullanılabilirliği söylenebilir.

## 7 Kaynaklar

- [1] Croisier A, Esteban D, Galand C. "Perfect channel splitting by use of interpolation decimation tree decomposition techniques". *Proceedings of the International Symposium on Information Circuits and Systems*, Patras, Greece, 17-21 June 1976.
- [2] Johnson JD. "A filter family design for use in quadrature mirror filter banks". *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 9-11 April 1980.
- [3] Crochiere RE. "Sub-band coding". *The Bell System Technical Journal*, 60(7), 1633-1653, 1981.
- [4] Smith MJT, Eddins SL. "Analysis/synthesis techniques for subband image coding". *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 38(8), 1446-1456, 1990.
- [5] Aase SO. "Filter bank design for sub-band ECG compression". *18<sup>th</sup> Annual International Conference of IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, Amsterdam, The Netherlands, 25-26 June 1996.
- [6] Saxena JR, Saxena SC. "A simple alias free qmf system with near perfect reconstruction". *Indian Institute of Science*, 85, 1- 10, Nisan 2005.
- [7] Mitra S. "Digital Signal Processing a Computer Based Approach". 4<sup>st</sup> ed. New Delhi, Singapore, Tata McGraw-Hill Education, 2006.
- [8] Ishizaki N, Muneyasu M, Hinamoto T. "A new realization of 2-D adaptive separable denominator state-space filters based on DLMS algorithm suitable for parallel processing". *Journal of the Franklin Institute*, 341(4), 431-442, 2004.
- [9] Kumar A, Singh GK, Anand RS. "A closed form design method for the two channel quadrature mirror filter banks". *Signal, Image and Video Processing*, 5(1), 121-131, 2011.
- [10] Kumar A, Singh GK, Anand RS. "A simple design method for the cosine modulated filter banks using weighted least square technique". *Journal of the Franklin Institute*, 348(4), 606-621, 2011.
- [11] Kumar, A, Singh, GK, Anand, RS. "An improved method for designing quadrature mirror filter banks via unconstrained optimization". *Springer Science*, 9(1), 99-111, 2010.
- [12] Antoniou A. "New Improved method for the design of Weighted-Chebyshev nonrecursive digital Filters". *IEEE Translation Circuits Systems*, 30(9), 740-750, 1983.
- [13] Vaidyanathan PP. *Multirate Systems Filter Banks*. 1<sup>st</sup> ed. New York, USA, Prentice Hall, 1993.
- [14] Charles D, Mitra K. "A simple method for designing high-quality prototype filters for M-band pseudo QMF banks". *IEEE Translation Signal Processing*, 43(4), 1005-1007, Nisan 1995.
- [15] Tawfik A, Abdel-Raheem E. "Design of two-channel FIR QMF banks satisfying prescribed specifications". *Fifteenth National Radio Science Conference*, Cairo, Egypt, 24-26 February 1998.
- [16] Al-Namiy F, Nigam MJ. "On the design of 2-band FIR QMF filter banks using WLS technique". *Fourth International High Performance Computing in the Asia-Pacific Region Conference, Exhibition*, Beijing, China, 14-17 May 2000.
- [17] Antoniou A. *Digital Signal Processing: Signal Systems and Filters*. New Jersey, USA, McGraw-Hill, 2005.
- [18] Kaiser JF. "Nonrecursive digital filter design using  $I_0$ -sinh window function". *Proceedings of IEEE Int Symp Circuits and Systems (ISCAS'74)*, San Francisco, California, USA, 20-23 April 1974.
- [19] Bergen SWA, Antoniou A. "Design of nonrecursive digital filters using the ultraspherical window function". *EURASIP Journal on Application Signal Processing*, 12, 1910-1922, 2005.
- [20] Avci K, Nacaroglu A. "Cosh window family and its application to FIR filter design". *International Journal of Electronics and Communications*, 63(11), 907-916, 2009.
- [21] Avci K, Nacaroglu A. "Nonrecursive digital filter design using the Exponential Window". *ICMS International Conference on Mathematical Science*, Bolu, Turkey, 23-27 November, 2010.
- [22] Avci K. "Performance analysis of KaiserHamming window for nonrecursive digital filter design". *21<sup>st</sup> Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU 2013)*, Haspolat, Turkey, 24-26 April 2013.



- [23] Koza T, Karaboga N. "Diferansiyel gelişim algoritması ile çeyrek ayna süzgeç bankası tasarımı". *19<sup>th</sup> National Biomedical Engineering Meeting (BIYOMUT)*, İstanbul, Turkey, 5-6 November 2015.
- [24] Misra D, Deb S, Joardar S. "Efficient design of quadrature mirror filter bank for audio signal processing using Crazyness based particle swarm optimization technique". *IEEE International Conference on Computer, Communication and Control*, Kuching, Sarawak, Malaysia 21-23 April 2015.
- [25] Koza T, Karaboga N. "Comparison of QMF bank designs in frequency and time domain using ABC algorithm". *25<sup>th</sup> Signal Processing and Communications Applications Conference*, Antalya, Turkey, 15-18 May 2017.
- [26] Özdemir G, Koza T, Karaboga N. "Performance comparison of two channel CMFB and QMF bank designed via ABC Algorithm". *25<sup>th</sup> Signal Processing and Communications Applications Conference*, Antalya, Turkey, 15-18 May 2017.
- [27] Kamislioglu B, Karaboga N. "New method for quadrature mirror filter bank design". *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 30, 297-307, 2015.
- [28] Vaidyanathan PP. *Multirate Systems and Filter Banks*. 2<sup>nd</sup>, New York, USA, Prentice Hall, 1993.
- [29] Smith MJT, Barnwell TP. "Exact reconstruction techniques for tree structured sub-band coders". *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing*, 34(3), 434-441, 1986.
- [30] Bregovic R, Saramaki T. "Two-channel FIR filterbanks a tutorial review and new results". *2<sup>nd</sup> International Workshop on Transforms Filter Banks*, Brandenburg, Germany, 21-23 April 1999.
- [31] Gibbs JW. "Fourier series". *Nature*, 59, 200-606, 1899.
- [32] [32] Tsai, JT, Ho WH, Chou, JH. "Design of two dimensional IIR digital structure specified filters by using an improved genetic algorithm". *Expert Systems with Applications*, 36, 6928- 6934, 2009.
- [33] Soni RK, Jain A, Saxena R. "An optimized design of non uniform filterbank using Blackman window family". *International Journal of Signal and Image Processing*, 1, 18-23, 2010.
- [34] Prabhu KMM, Bagan KB. "FIR digital filter design with variable parameter window families". *Journal of the Institution of Electronic and Radio Engineers*, 58(6), 295-298, 1998.
- [35] Selesnick IW, Burrus CS "Exchange algorithms that complement the Parks-McClellan algorithm for linear phase FIR filter design". *IEEE Transactions on Circuits and Systems: Analog and Digital Signal Processing*, 44(2), 137-143. 1997.
- [36] Datar A, Jain A, Sharma PC. "Design of Kaiser window based optimized prototype filter for cosine modulated filter banks". *Signal Processing*, 90, 1742-1749, 2010.
- [37] Kamislioglu B, Karaboga N. Yeni Çeyrek Ayna Süzgeç Bankası Tasarımı ve Uygulamaları. Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Kayseri, Türkiye, 2014.
- [38] Kamislioglu B, Karaboga N. "Pencereleme yöntemleriyle FIR QMF bankası tasarımı". *IEEE 22. Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları Kurultayı, SIU-2014*, Trabzon, Türkiye, 23-25 Nisan 2014.
- [39] Kamislioglu B, Karaboga N. "Qmf Bank design with Kaiser-Hamming window functions". *International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications INISTA 2014*, 23-25 June 2014.
- [40] Avcı K. Design of High Quality Low Order Nonrecursive Digital Filters Using the Window Functions. PHD Thesis, Gaziantep University, Gaziantep, Turkey, 2008.
- [41] Ramakrishna A, Nigam MJ. "A simple method to design FIR QMF Banks". *Fourth International Conference on Intelligent Sensing and Information Processing*, Bangalore, India, 15-18 October 2006.