

ВИРІШЕННЯ ТРЬОХІНДЕКСНОЇ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ В УМОВАХ РИЗИКУ З ВИКОРИСТАННЯМ ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ

© 2018 Скіцько В. І., Войніков М. Ю.

УДК 004.8:519.852.33:658.8
JEL Classification: C61; C63; D81

Скіцько В. І., Войніков М. Ю.

Вирішення трьохіндексної транспортної задачі в умовах ризику з використанням генетичного алгоритму

Ускладнення економічних відносин з однієї сторони та зростання обчислювальних потужностей комп'ютерів з іншої сторони зумовили розвиток економіко-математичних методів і моделей, використання яких у вирішенні економічних задач було обмеженим. Зокрема, наразі набувають популярності багатоіндексні транспортні задачі як задачі розподілу ресурсів, що виникають у виробництві, управлінні ланцюгами поставок, у сфері інформаційних технологій, дистрибуції тощо. Багатоіндексні транспортні задачі дозволяють врахувати більше параметрів реальних задач порівняно з двоіндексними транспортними задачами. Проте разом із збільшенням кількості індексів транспортної задачі та її розмірності збільшується й час, за який ця задача може бути розв'язана. Що зумовлює потребу у застосуванні адекватного інструментарію їх вирішення. Одним із таких інструментаріїв можна вважати генетичний алгоритм, який дозволяє на кожному кроці його функціонування одночасно досліджувати кілька потенційних розв'язків задачі, що значно скорочує час пошуку оптимального або кращого у певному сенсі рішення. У статті описані кроки генетичного алгоритму для вирішення трипланарної та триаксіальної транспортної задачі за умови кодування дійсними числами; показано, яким чином можна врахувати ризик; наведено кроки процедури «повернення» хромосоми до області допустимих рішень; описано застосування стратегії елітарності з метою збереження найкращої хромосоми в генетичному алгоритмі. У подальших дослідженнях доцільно розвинути процедуру «повернення» хромосоми до області допустимих рішень разом із уточненням застосування різних генетичних операторів у генетичному алгоритмі для вирішення трьохіндексних транспортних задач з метою зменшення кількості хромосом, які опиняються за межами області допустимих рішень, що, своєю чергою, має значно скоротити час роботи генетичного алгоритму загалом. Окрім того, потребують також подальших досліджень аспекти врахування ризиків у багатоіндексних транспортних задачах.

Ключові слова: генетичний алгоритм, трипланарна транспортна задача, триаксіальна транспортна задача, ризик.

Рис.: 2. **Формул:** 11. **Бібл.:** 13.

Скіцько Володимир Іванович – кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри економіко-математичного моделювання, Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана (просп. Перемоги, 54/1, Київ, 03057, Україна)

E-mail: skitsko.kneu@gmail.com

ORCID: 0000-0002-6290-9194

Researcher ID: H-9776-2018

Войніков Микола Юрійович – студент, Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана (просп. Перемоги, 54/1, Київ, 03057, Україна)

E-mail: qwoxa1@gmail.com

УДК 004.8:519.852.33:658.8
JEL Classification: C61; C63; D81

Скицко В. И., Войников Н. Ю. Решение трёхиндексной транспортной задачи в условиях риска с использованием генетического алгоритма

Усложнение экономических отношений с одной стороны и рост вычислительных мощностей компьютеров с другой стороны обусловили развитие экономико-математических методов и моделей, использование которых при решении экономических задач ранее было ограничено. В частности, сейчас приобретают популярность многоиндексные транспортные задачи как задачи распределения ресурсов, которые возникают в производстве, управлении цепями поставок, в сфере информационных технологий, дистрибуции и т. п. Многоиндексные транспортные задачи позволяют учитывать больше параметров реальных задач в сравнении с двухиндексными транспортными задачами. Но вместе с увеличением количества индексов транспортной задачи и её размерности увеличивается также и время, за которое эта задача может быть решена. Это обуславливает необходимость в использовании адекватного инструментария для их решения. Одним из таких инструментариев можно считать генетический алгоритм, который позволяет на каждом шагу его функционирования одновременно исследовать несколько потенциальных решений задачи, что

UDC 004.8:519.852.33:658.8
JEL Classification: C61; C63; D81

Skitsko V. I., Voinikov M. Yu. Solving a Three-Index Transportation Problem under Risk Conditions Using a Genetic Algorithm

The complication of economic relations, on the one hand, and the increase in processing power of computers, on the other hand, led to the development of economic and mathematical methods and models, the use of which in solving economic problems was previously limited. In particular, multi-index transportation problems are becoming popular as resource allocation problems that arise in manufacturing, supply chain management, information technology, distribution, etc. Multi-index transportation problems allow considering more parameters of real problems in comparison with two-index transportation problems. But along with the increase in the number of indices of a transportation problem and its dimension, the time required to solve this problem also increases. This necessitates using adequate tools to address them. A genetic algorithm can be considered as one of such tools. It allows to simultaneously analyze several potential solutions to the problem at every step of its operation, which significantly reduces the time to search for the optimal or, in some sense, best solution. The article describes the steps of the genetic algorithm to solve a triplanar and triaxial transportation problem, upon the encoding is in real numbers; shows how risks can be considered; presents the steps of the procedure for "returning" a chromosome to the region of feasi-

существенно сокращает время поиска оптимального или лучшего в некотором смысле решения. В статье описаны шаги генетического алгоритма для решения трипланарной и триаксиальной транспортной задачи при условии кодировки действительными числами; показано, каким образом можно учесть риски; приведены шаги процедуры «возвращения» хромосомы в область допустимых решений; описано применение стратегии элитарности с целью сохранения лучшей хромосомы в генетическом алгоритме. В дальнейших исследованиях целесообразно развить процедуру «возвращения» хромосомы в область допустимых решений вместе с уточнением применения различных генетических операторов в генетическом алгоритме для решения трёхиндексных транспортных задач с целью уменьшения количества хромосом, которые оказываются за пределами области допустимых решений, что, в свою очередь, должно существенно сократить время работы генетического алгоритма в целом. Кроме этого, нуждаются также в дальнейших исследованиях аспекты учёта рисков в многоиндексных транспортных задачах.

Ключевые слова: генетический алгоритм, трипланарная транспортная задача, триаксиальная транспортная задача, риск.

Рис.: 2. **Формул:** 11. **Библ.:** 13.

Скицко Владимир Иванович – кандидат экономических наук, доцент, доцент кафедры экономика-математического моделирования, Киевский национальный экономический университет им. В. Гетьмана (просп. Победы, 54/1, Киев, 03057, Украина)

E-mail: skitsko.kneu@gmail.com

ORCID: 0000-0002-6290-9194

Researcher ID: H-9776-2018

Войников Николай Юрьевич – студент, Киевский национальный экономический университет им. В. Гетьмана (просп. Победы, 54/1, Киев, 03057, Украина)

E-mail: qwoxa1@gmail.com

ability; describes the use of the elitism strategy in order to preserve the best chromosome in the genetic algorithm. In further studies, it is advisable to develop the procedure for “returning” a chromosome to the region of feasibility along with specifying the use of various genetic operators in the genetic algorithm to solve three-index transportation problems in order to reduce the number of chromosomes that fall beyond the region of feasibility, which, in turn, should significantly reduce the time of performing the genetic algorithm as a whole. In addition, the aspects of assessing risk in multi-index transportation problems also need further research.

Keywords: genetic algorithm, triplanar transportation problem, triaxial transportation problem, risk.

Fig.: 2. **Formulae:** 11. **Bibl.:** 13.

Skitsko Volodymyr I. – Candidate of Sciences (Economics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Economic and Mathematical Modeling, Kyiv National Economic University named after V. Hetman (54/1 Peremohy Ave., Kyiv, 03057, Ukraine)

E-mail: skitsko.kneu@gmail.com

ORCID: 0000-0002-6290-9194

Researcher ID: H-9776-2018

Voinikov Mykola Yu. – Student, Kyiv National Economic University named after V. Hetman (54/1 Peremohy Ave., Kyiv, 03057, Ukraine)

E-mail: qwoxa1@gmail.com

Постановка проблеми. З метою збереження життєздатності сучасних компаній (підприємств) їх менеджмент має приймати максимально обгрунтовані оперативні управлінські рішення, які повинні враховувати різні цілі компанії та різні критерії вибору альтернатив в умовах мінливості, конфліктності, невизначеності та породженого ними ризику. Допомогає приймати такі рішення використання різноманітних економіко-математичних методів та моделей, серед яких набувають дедалі ширшого використання ті, які дозволяють вирішити транспортні задачі. Це пов'язано з тим, що транспортна задача як задача розподілу ресурсів виникає у виробництві, управлінні ланцюгами поставок, у сфері інформаційних технологій (зокрема, будова комп'ютерних мереж, розподіл апаратно-програмного забезпечення в хмарних обчисленнях тощо), дистрибуції і т. п. Проте транспортна задача залишається найбільш характерною для сфери логістики.

Серед транспортних задач можна виокремити двохіндексні, які є класичними транспортними задачами, проте вони не дозволяють врахувати значної кількості параметрів реальних задач розподілу ресурсів, та багатоіндексні, для яких із збільшенням їх розмірності зростає як кількість параметрів реальних задач, які вони можуть врахувати, так і трудомісткість їх вирішення [1; 2]. Багатоіндексним транспортним задачам (порівняно із двохіндексними) донедавна приділялося мало уваги в теоретичних і практичних до-

слідженнях, проте зростання обчислювальних потужностей сучасної комп'ютерної техніки докорінно змінило цю ситуацію. Тому виникає потреба у подальших системних дослідженнях різних аспектів багатоіндексних транспортних задач у контексті врахування в них різних ризиків, використання для їх розв'язку сучасного інструментарію моделювання, зокрема, штучного інтелекту тощо.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. При написанні статті було використано низку джерел, в яких висвітлено такі аспекти: 1) загальні засади теорії та методів розв'язку багатоіндексних транспортних задач і розподільчих задач лінійного програмування, зокрема [1; 3–5]; 2) використання засобів штучного інтелекту (зокрема, генетичного алгоритму, мурашиного алгоритму) для вирішення двох- та трьохіндексних транспортних задач, наприклад [2; 6; 7; 9; 10]; 3) врахування ризику в двохіндексних транспортних задачах, зокрема [7; 8].

Аналіз робіт дозволяє дійти висновку щодо перспективності та необхідності розвитку різних аспектів використання багатоіндексних транспортних задач у прийнятті рішень менеджментом сучасних компаній, зокрема, щодо розробки та впровадження різних методів та моделей для їх (задач) вирішення з урахуванням різних ризиків. Проте робіт, які б були присвячені цьому, обмаль.

Мета статті полягає у дослідженні наявних підходів щодо вирішення трьохіндексних транспортних задач, різ-

них аспектів урахування ризику в таких задачах, описанні кроків генетичного алгоритму для вирішення трипланарної та триаксальної транспортних задач в умовах ризику.

Основні результати дослідження. В загальному випадку транспортна задача – це задача, розв’язок якої дозволяє отримати оптимальний план перевезення продукції від пунктів виробництва до пунктів споживання. У двохіндексній транспортній задачі існують деякі пункти виробництва певної однорідної продукції, яка має бути доставлена до пунктів споживання за деяким планом перевезення, що дозволяє мінімізувати сумарні транспортні витрати. Наразі існує низка видів транспортної задачі, зокрема, автор [1] виділяє з найбільш поширених трипланарну (в якій перевезення здійснюються різними видами транспорту за різними транспортними тарифами), триаксальну (яка використовується у випадку перевезення різних видів продукції) та чотирьохіндексну (в якій здійснюється перевезення різної продукції різними транспортними засобами) транспортні задачі.

В загальному випадку трипланарна транспортна задача полягає у формуванні оптимального плану перевезень однорідної продукції від місць виробництва до місць споживання з використанням транспортних засобів різного типу, який (план) забезпечує мінімальні транспортні витрати [1]. Для такої задачі математична формалізація має такий вигляд [1]:

Цільова функція:

$$L(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^p x_{ijk} f_{ijk} \rightarrow \min. \quad (1)$$

Обмеження:

$$\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^p x_{ijk} = a_i, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^p x_{ijk} = b_j, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ijk} = c_k, \quad (4)$$

$$x_{ijk} \geq 0, \quad (5)$$

де x_{ijk} – обсяги перевезення однорідної продукції від i -го виробника до j -го споживача з використанням транспорту k -го типу;

матриця $X = \{x_{ijk}\}$ – план транспортної задачі, елементи x_{ijk} – компоненти плану;

f_{ijk} – вартість транспортування одиниці продукції від i -го виробника до j -го споживача з використанням транспорту k -го типу;

$a_i, i \in \overline{1, n}$ – обсяг запасу продукції i -го виробника, що доступний до перевезення та споживання, n – кількість виробників;

$b_j, j \in \overline{1, m}$ – обсяг споживання продукції в j -му пункті споживання, m – кількість споживачів;

$c_k, k \in \overline{1, p}$ – загальний обсяг перевезення продукції усім транспортом k -го типу, p – кількість видів транспорту.

Тривалий час для таких задач були актуальними наближені методи знаходження оптимального плану транспортної задачі, зокрема, метод мінімального елемента в рядку, перерізі, матриці, метод нуль-перетворень, які є досить ефективними в умовах обмеженого часу щодо вирішення задачі [1]. Проте збільшення розмірності досліджуваних задач зумовлює також збільшення часу їх вирішення, знижуючи тим самим доцільність використання таких методів [1]. З іншої сторони, зростання обчислювальних можливостей комп’ютерів дозволило використовувати методи вирішення транспортних задач, застосування яких до сьогодні було утруднене. Зокрема, набуває популярності та має хороші перспективи у вирішенні багатоіндексних транспортних задач генетичний алгоритм, в якому на кожному кроці його функціонування одночасно досліджують кілька можливих розв’язків задачі, що значно скорочує час знаходження оптимального плану транспортної задачі.

Для наочності викладення матеріалу використаємо умовний приклад. Припустимо, що маємо трьох виробників продукції, чотирьох споживачів і транспортні засоби двох типів. Отже, $n = 3, m = 4, p = 2$. В нашому випадку кожен хромосому в генетичному алгоритмі схематично можна зобразити у вигляді матриці $X = \{x_{ij}\}$, де x_{ij} – обсяг перевезення з i -го пункту виробництва до першого споживача (якщо $j = 1$, або 2), до другого споживача (якщо $j = 3$, або 4), до третього споживача (якщо $j = 5$, або 6), до четвертого споживача (якщо $j = 7$, або 8) (див. рис. 1). Якщо j є непарним числом (у нашому випадку дорівнює 1, 3, 5, 7), то це відповідає перевезенням транспортними засобами першого типу, якщо j є парним числом (у нашому випадку дорівнює 2, 4, 6, 8), то це відповідає перевезенням транспортними засобами другого типу. Тут x_{ij} відповідає гену хромосоми.

У загальному випадку генетичний алгоритм складається з таких кроків: 1) формування початкової популяції; 2) оцінювання пристосованості особин початкової популяції; 3) перевірка умови (критерію) зупинки генетичного

		Споживачі							
		b_1		b_2		b_3		b_4	
Виробники	a_1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}
	a_2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}
	a_3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	x_{36}	x_{37}	x_{38}
		Перевезення транспортним засобом першого типу	Перевезення транспортним засобом другого типу	Перевезення транспортним засобом першого типу	Перевезення транспортним засобом другого типу	Перевезення транспортним засобом першого типу	Перевезення транспортним засобом другого типу	Перевезення транспортним засобом першого типу	Перевезення транспортним засобом другого типу

Рис. 1. Схематичне зображення хромосоми як матриці для умовного прикладу

Джерело: побудовано авторами

алгоритму; 4) відбір (селекція) особин поточної популяції, які допускаються до формування нового (наступного) покоління; 5) застосування генетичних операторів, зокрема: схрещування та мутація; 6) формування популяції нового (наступного) покоління; 7) оцінювання пристосованості особин у новому поколінні; 8) вибір найкращої хромосоми за значенням функції пристосованості, яка (хромосома) приймається за результат розв'язку задачі [11]. Кроки з 3 по 7 повторюються циклічно до виконано критерію зупинки генетичного алгоритму (крок 3). У разі виконання критерію зупинки генетичного алгоритму відбувається перехід з кроку 3 до кроку 8, після чого робота алгоритму завершується.

Розглянемо далі ці кроки генетичного алгоритму для вирішення трипланарної транспортної задачі детальніше за умови кодування дійсними числами.

Крок 1. Формування початкової популяції хромосом. Якщо вважати, що кожна хромосома відповідає деякому плану транспортної задачі, то її гени (які відповідають значенням змінної x_{ijk}) мають задовольняти обмеження (2)-(5). Для цього використовуємо підхід щодо побудови початкової популяції хромосом, запропонований в [2]: 1) визначається допустима межа зміни значення змінної x_{ijk} ; $u_{ijk} = \min\{a_i; b_j; c_k\}$, де u_{ijk} – максимальне допустиме значення для змінної x_{ijk} , $i \in I = \overline{1, n}$, $j \in J = \overline{1, m}$, $k \in K = \overline{1, p}$; 2) вводиться значення змінної, що визначається випадково в діапазоні від 0 до верхньої допустимої межі u_{ijk} ; $x_{ijk} = \text{Rand}(0; u_{ijk})$; 3) відбувається перехід до наступної змінної. Присвоєні змінним значення мають враховуватися при визначенні наступних змінних для задоволення вимог задачі. Для цього від параметрів задачі віднімаються визначені на попередніх ітераціях значення змінних. Введемо позначення \hat{k} , \hat{j} та \hat{i} , що відповідатимуть наступному автомобілю, споживачу чи виробнику щодо k, j чи i :

$$x_{ijk} = \min\{a_i; b_j; c_k - x_{ijk}\},$$

$$x_{ijk} = \min\{a_i; b_j - x_{ijk}; c_k\},$$

$$x_{ijk} = \min\{a_i - x_{ijk}; b_j; c_k\}.$$

Якщо i, j чи k -та змінна є останньою для «виробників», «покупців» чи «транспорту», тобто дорівнює n, m чи p , то значення компоненти плану з відповідним індексом задається як верхня межа u .

Для умовного прикладу перейдемо від трьох індексів в змінній x_{ijk} до двох x_{ij} згідно зі схематичним зображенням хромосоми (див. рис. 1). В цьому випадку індекс, що відповідає типу транспортного засобу k , скорочується, натомість вважається, що перевезення транспортним засобом першого / другого типу здійснюється, коли індекс j дорівнює непарному / парному числу. Сутність індексу j зміниться таким чином: в позначенні x_{ijk} j означає j -го споживача, в позначенні x_{ij} не означає відповідного j -го споживача, натомість в нашому випадку першому споживачу будуть відповідати значення індексу j 1 та 2, другому – 3 та 4, третьому – 5 та 6, четвертому – 7 та 8.

Крок 2. Оцінювання значення функції пристосованості хромосом (особин) початкової популяції.

При доставці продукції від виробника до споживачів можливі різні непередбачувані ситуації, які можуть зумо-

вити додаткові витрати щодо доставки, пов'язані, зокрема, із: дрібними поломками транспортного засобу під час доставки (виникає потреба у деякому часі для усунення поломки); можливими заторами на дорогах; можливим простоям транспортного засобу через шахрайські дії водія чи експедитора (умисна зупинка транспортного засобу без причини), що призводить до збільшення кількості споживачів, які потребують обслуговування тощо. Всі ці ситуації пов'язані із проявом відповідних ризиків, які можна врахувати у нашій задачі у вигляді певних штрафів. Тоді у цільову функцію транспортної задачі додамо доданок, що буде відповідати обсягу сукупних штрафів. Цю цільову функцію прийемо в якості функції пристосованості хромосоми:

$$L(ch_q) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ij} f_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ij} d_{ij}, \quad (6)$$

де $x_{ij} f_{ij} d_{ij}$ – обсяг (кількість) продукції, вартість транспортування одиниці продукції та можливий обсяг штрафу у перерахунку на одиницю продукції при перевезенні з i -го пункту виробництва до першого споживача (якщо $j = 1$, або 2), до другого споживача (якщо $j = 3$, або 4), до третього споживача (якщо $j = 5$, або 6), до четвертого споживача (якщо $j = 7$, або 8); ch_q – умовне позначення хромосоми, q – порядковий номер хромосоми у популяції, кількість хромосом у популяції визначається дослідником.

Вважатимемо найкращою хромосомою ту, в якій значення функції пристосованості є найменшим, що буде відповідати плану транспортної задачі із найменшим обсягом витрат на доставку продукції від виробника до споживача.

Крок 3. Перевірка умови зупинки генетичного алгоритму. Як критерій зупинки генетичного алгоритму можна взяти кількість сформованих поколінь; час, за який відбувається функціонування генетичного алгоритму; досягнення деякого околу значення функції пристосованості тощо [11]. Наприклад, критерієм зупинки генетичного алгоритму може бути 100 сформованих поколінь.

Крок 4. Селекція хромосом (особин) популяції, які допускаються до формування нового покоління. Селекція хромосомом може проводитися різними способами, зокрема, методом рулетки, згідно з яким рулетка є деяким колом, що умовно ділиться на сегменти, кількість яких відповідає кількості хромосом популяції, а розмір сегмента є пропорційним до значення функції пристосованості відповідної хромосоми [11]. В нашому випадку найменше значення функції пристосованості буде відповідати найбільшому сегменту, оскільки вона має найбільше шансів брати участь у формуванні наступного покоління. Відібрані хромосоми утворюють батьківський пул, і до них застосовують на наступному кроці генетичні оператори, зокрема, операцію схрещування.

Крок 5. Застосування генетичних операторів, зокрема, схрещування, мутації. В загальному випадку операція схрещування передбачає обмін генетичним матеріалом двох хромосом між собою певним чином. Наприклад, у нашому випадку може застосовуватися багаточокве схрещування, за якого кількість точок розриву між генами хромосоми дорівнює 7. Під час виконання операції схрещування хромосоми обмінюються генами, які займають в них однакові позиції, тобто відповідають однаковим поняттям

транспортної задачі в нашому випадку. Тобто ген однієї хромосоми, що відповідає обсягу перевезення від першого виробника до першого споживача першим транспортним засобом, може бути «обмінений» на такий самий ген з іншої хромосоми, проте з геном, який відповідає, наприклад, обсягу перевезення від першого виробника до другого споживача першим транспортним засобом, вже не може.

Генетичний оператор мутації передбачає певні зміни в хромосомі незалежно від інших хромосом. Існують різні види мутації, які зазначені, зокрема в [12]. Ймовірність виникнення мутації є значно меншою за схрещування. На кожній ітерації генетичного алгоритму схрещування може відбуватися за участі усіх хромосом покоління, а мутація може застосовуватися до деяких хромосом поточного покоління (які обираються випадковим чином) або до кожної хромосоми, в яких мутують деякі гени (обрані випадковим чином), або ймовірність мутації кожного гену може дорівнювати деякому числу (наприклад, 0,01 [11]). Для нашого умовного прикладу мутація буде відбуватися таким чином: 1) випадковим чином обирається ген, до якого застосовується оператор мутації, тобто випадковим чином визначаються індекси $i = \text{Rand}(1; n)$, $j = \text{Rand}(1; m)$ змінної x_{ij} ; 2) значення обраного гену змінюється заданим чином, наприклад, $x_{ij} \text{ після мутації} = \text{Rand}(0; \min\{a_i, b_j, c_k\})$.

В результаті застосування генетичних операторів утворені «нові» хромосоми можуть опинитися поза межами області допустимих рішень, а тому існує потреба у застосуванні деякої процедури щодо «повернення» їх до цієї області, яка може містити такі кроки: 1) визначення векторів $P_{\text{спож.}}$ та $P_{\text{пост.}}$, значення яких відповідають відхиленням значень генів деякої хромосоми від граничних за споживачами та виробниками; 2) рівномірно розподіляємо значення векторів на інші гени хромосоми, утворюючи матриці відхилень $V_{\text{спож.}}$ та $V_{\text{пост.}}$; 3) для задоволення обмежень задачі здійснюємо урівноваження за споживачами та виробниками; 4) отримана хромосома повторно перевіряється на її належність до області допустимих значень. Завдяки цій процедурі отримуємо хромосому, в якій значення генів задовольняють обмеженням за обсягами продукції, яку можуть максимально виробити та максимально спожити згідно з умовами задачі.

Крок 6. Формування популяції нового (наступного) покоління. Отримані в результаті застосування генетичних операторів хромосоми після їх перевірки на входження до області допустимих рішень утворюють наступне покоління, яке буде поточним для наступного етапу еволюції генетичного алгоритму.

Крок 7 подібний до кроку 2.

Крок 8. Вибір найкращої хромосоми за значенням функції пристосованості, яка (хромосома) приймається за результат розв'язку задачі. У разі зупинки генетичного алгоритму серед хромосом поточного покоління обирається найкраща хромосома за значенням функції пристосованості. У нашому випадку це буде хромосома із мінімальним значенням функції пристосованості. Значення генів цієї хромосоми будуть відповідати значенням обсягів перевезення від виробників до споживачів різним типом транспорту.

В загальному випадку триаксіальна транспортна задача полягає у формуванні оптимального плану перевезень різних видів продукції від місць виробництва до місць спо-

живання, який (план) забезпечує мінімальні транспортні витрати [1]. Для такої задачі математична формалізація має такий вигляд [1]:

Цільова функція:

$$L(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^p x_{ijk} f_{ijk} \rightarrow \min. \quad (7)$$

Обмеження:

$$\sum_{k=1}^p x_{ijk} = a_{ij}, \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ijk} = b_{jk}, \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ijk} = c_{ik}, \quad (10)$$

$$x_{ijk} \geq 0, \quad (11)$$

де x_{ijk} – обсяги перевезення k -ї продукції від i -го виробника до j -го споживача;

f_{ijk} – вартість транспортування одиниці k -ї продукції від i -го виробника до j -го споживача;

a_{ij} – обсяги перевезення усієї продукції від i -го виробника до j -го споживача;

b_{jk} – обсяг k -ї продукції, що необхідний споживачу j ;

c_{ik} – обсяг k -ї продукції, що виробляється i -м виробником;

$i \in I = \overline{1, n}$, n – кількість виробників;
 $j \in J = \overline{1, m}$, m – кількість споживачів;
 $k \in K = \overline{1, p}$, p – кількість видів продукції.

Умовний приклад. Припустимо, що є три виробника продукції, чотири споживача та два види продукції. Отже, $n = 3$, $m = 4$, $p = 2$. Кожну хромосому в генетичному алгоритмі схематично можна відобразити як матрицю $X = \{x_{ij}\}$, де x_{ij} – обсяг перевезення з i -го пункту виробництва до першого споживача (якщо $j = 1$, або 2), до другого споживача (якщо $j = 3$, або 4), до третього споживача (якщо $j = 5$, або 6), до четвертого споживача (якщо $j = 7$, або 8) (див. рис. 2). Якщо j є непарним числом (у нашому випадку дорівнює 1, 3, 5, 7), то це відповідає перевезенню продукції першого типу, якщо j є парним числом (у нашому випадку дорівнює 2, 4, 6, 8), то це відповідає перевезенню продукції другого типу. Тоді, наприклад: $x_{11} + x_{12} = a_{11}$ – це обсяг перевезення усієї продукції від виробника 1 до споживача 1, $x_{25} + x_{26} = a_{26}$ – це обсяг перевезення усієї продукції від виробника 2 до споживача 3, $x_{11} + x_{13} + x_{15} + x_{17} = c_{11}$ – обсяг продукції першого типу, що виробляється виробником 1. Тут x_{ij} відповідає гену хромосоми.

Перехід від трьох індексів в змінній x_{ijk} до двох x_{ij} здійснюється таким чином. Індекс, що відповідає виду продукції k , скорочується, натомість вважається, що перевезення продукції першого / другого виду здійснюється, коли індекс j дорівнює непарному / парному числу. В позначенні x_{ijk} j означає j -го споживача, в позначенні x_{ij} j означає відповідного j -го споживача, натомість в нашому випадку першому споживачу будуть відповідати значення індексу j 1 та 2, другому – 3 та 4, третьому – 5 та 6, четвертому – 7 та 8.

Загалом кроки генетичного алгоритму для вирішення триаксіальної задачі будуть аналогічні крокам генетичного алгоритму для вирішення трипланарної транспортної задачі з відмінностями, які зазначені далі.

Виробник 1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}
Виробник 2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}
Виробник 3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	x_{36}	x_{37}	x_{38}
	b_{11}	b_{12}	b_{21}	b_{22}	b_{31}	b_{32}	b_{41}	b_{42}
	Перевезення продукції 1-го типу до споживача 1 від усіх виробників	Перевезення продукції 2-го типу до споживача 1 від усіх виробників	Перевезення продукції 1-го типу до споживача 2 від усіх виробників	Перевезення продукції 2-го типу до споживача 2 від усіх виробників	Перевезення продукції 1-го типу до споживача 3 від усіх виробників	Перевезення продукції 2-го типу до споживача 3 від усіх виробників	Перевезення продукції 1-го типу до споживача 4 від усіх виробників	Перевезення продукції 2-го типу до споживача 4 від усіх виробників
	Споживач 1		Споживач 2		Споживач 3		Споживач 4	

Рис. 2. Схематичне зображення хромосоми як матриці для умовного прикладу

Джерело: побудовано авторами

Створення початкової популяції хромосом у генетичному алгоритмі для триаксіальної транспортної задачі здійснюється аналогічно, як і для трипланарної транспортної задачі, проте сутність генів буде різною з урахуванням специфіки задачі. Окрім того, припускаємо, що формування початкової популяції в генетичному алгоритмі для триаксіальної задачі потребує більше часу, ніж для трипланарної за однакової кількості споживачів і виробників.

У триаксіальній задачі кількість параметрів збільшується, що ускладнює «попадання» хромосоми до області допустимих рішень після застосування генетичних операторів (наприклад, схрещування). Використання процедури «повернення» хромосоми до області допустимих рішень у генетичному алгоритмі для триаксіальної транспортної задачі передбачає створення трьох матриць розподілу значень у такій послідовності: 1) для обсягу певної продукції, виготовленої виробником; 2) для обсягу певної продукції, отриманої споживачем; 3) для обсягу продукції, відправленої від певного виробника до певного споживача.

Ризик перевезень у триаксіальній задачі можна враховувати аналогічно як у трипланарній задачі при визначенні функції пристосованості хромосоми згідно з формулою (6) з уточненням, що другий індекс (j) буде відповідати, окрім іншого, також типу продукції: якщо j непарне число, то це відповідає продукції першого типу, якщо j – парне число, то продукція другого типу.

В генетичному алгоритмі за остаточний розв'язок задачі приймається найкраща хромосома останнього покоління еволюційного процесу. Проте в генетичних алгоритмах, які описано у статті, така хромосома не обов'язково буде найкращою серед усіх хромосом, які існували під час функціонування цих генетичних алгоритмів. Цей недолік характерний для класичного варіанта генетичного алгоритму, в якому найкраще пристосовані особини (хромосоми), які внаслідок застосування до них генетичних операторів на певному кроці генетичного алгоритму можуть бути втрачені та не перейти до наступного покоління [13]. Для запобігання цьому можна використати стратегію елітарності, завдяки якій найкраща хромосома переходить до наступного покоління без застосування до неї генетичних операторів, та в результаті розв'язку задачі буде отримано хромосому, яка є найкращою серед усіх хромосом, що існували у процесі роботи генетичного алгоритму.

В нашому випадку використання стратегії елітарності зумовить зміни в наступних кроках генетичного алгоритму (решта кроків залишаться без змін).

Крок 4. Окрім описаних раніше дій на цьому кроці, серед хромосом поточного покоління обирається найкраща за значенням функції пристосованості, яка стає новою «елітною» хромосомою (замінюючи попередню) та гарантовано потрапляє до наступного покоління, якщо вона є кращою за поточну «елітну» хромосому.

Крок 7. Після розрахунку значень функції пристосованості для усіх хромосом нового покоління найменш пристосована хромосома (якщо вона також за значенням функції пристосованості є «гіршою» за «елітну» хромосому) замінюється на «елітну» хромосому. В іншому випадку – заміна не відбувається. В результаті такої заміни маємо остаточний варіант нового (наступного) покоління, яке раніше отримувалося на кроці 6.

Висновки. Наразі у прикладних і теоретичних дослідженнях набувають дедалі більшої популярності багатоіндексні транспортні задачі, зокрема, через те, що вони дозволяють врахувати більше параметрів реальних задач порівняно з двоіндексними транспортними задачами, а зростання обчислювальних можливостей комп'ютерної техніки дозволяє вирішити такі задачі за прийнятний відрізок часу. Разом зі зростанням популярності багатоіндексних транспортних задач виникає й проблема вибору та застосування адекватного інструментарію їх вирішення. Одним із таких інструментаріїв можна вважати генетичний алгоритм, який дозволяє на кожному кроці його функціонування одночасно досліджувати кілька потенційних розв'язків задачі, що значно скорочує час пошуку оптимального або кращого у певному сенсі рішення.

У статті описані кроки генетичного алгоритму для вирішення трипланарної та триаксіальної транспортної задачі за умови кодування дійсними числами, показано, яким чином можна врахувати ризики, а також наведено кроки процедури «повернення» хромосоми до області допустимих рішень, описано застосування стратегії елітарності з метою збереження найкращої хромосоми в генетичному алгоритмі.

У подальших дослідженнях доцільно розвинути процедуру «повернення» хромосоми до області допустимих рішень разом із уточненням застосування різних генетич-

них операторів в генетичному алгоритмі для вирішення трьохіндексних транспортних задач з метою зменшення кількості хромосом, які опиняються за межами області допустимих рішень, що, своєю чергою, має значно скоротити час роботи генетичного алгоритму загалом. Окрім того, потребують також подальших досліджень аспекти врахування ризиків у багатоіндексних транспортних задачах.

ЛІТЕРАТУРА

1. Раскин Л. Г., Кириченко И. О. Многоиндексные задачи линейного программирования (теория, методы, приложения). М.: Радио и связь, 1982. 240 с.
2. Димов Ю. С., Лукьянов Н. Д. Применение генетического алгоритма для решения трипланарной транспортной задачи. *Вестник Иркутского государственного технического университета*. 2016. № 7. С. 73–79.
3. Івохін Є. В. Про багатоіндексні транспортні задачі та способи їх фазифікації. *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія : фізико-математичні науки*. 2014. Вип. 2. С. 147–150. URL: http://www.library.univ.kiev.ua/ukr/host/10.23.10.100/db/ftp/visnyk/fiz_mat_2_2014.pdf
4. Афрамович Л. Г. Потокосые методы решения многоиндексных задач транспортного типа : дис. ... д-ра физ.-мат. Наук : 01.01.09. Нижний Новгород, 2013. 181 с.
5. Косенко О. В. Разработка методов и алгоритмов решения многоиндексных распределительных задач в условиях неопределенности : дис. ... канд. техн. наук : 05.13.01. Таганрог, 2017. 172 с.
6. Луценко В. Н. Генетический алгоритм для решения транспортной задачи. *Известия ТРТУ*. 1996. № 1 (3). С. 49–53.
7. Куземин А., Даюб Я. Муравьиный алгоритм и учет риска в транспортной задаче. *Бионика интеллекта : науч.-техн. журнал*. 2010. Вып. 3 (74). С. 144–148.
8. Куземин, А. Я., Козлов Е. Д. Усовершенствованный подход к выбору маршрутов в условиях ограничения по риску. *Радиоэлектроника и информатика : науч.-техн. журнал*. 2010. Вып. 2. С. 81–85.
9. Michalewicz Z., Vignaux G., Hobbs M. A nonstandard genetic algorithm for the nonlinear transportation problem. *ORSA Journal on Computing*. 1991. Vol. 3. P. 307–316.
10. Курейчик В. М., Кажаров А. А. Муравьиные алгоритмы для решения транспортных задач. *Известия РАН. Теория и системы управления*. 2010. № 1. С. 32–45.
11. Thomas W. *Global Optimization Algorithms. Theory and Application*. 2011. 1223 p.
12. Nitasha S., Tapas K. Study of Various Mutation Operators in Genetic Algorithms. *International Journal of Computer Science and Information Technologies*. 2014. Vol. 5 (3). P. 4519–4521.
13. Leno J., Sankar S., Raj V., Ponnambalam S. An elitist strategy genetic algorithm for integrated layout design. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2013. Vol. 66. Issue 9–12. P. 1573–1589.
DOI: 10.1007/s00170-012-4441-4

REFERENCES

- Aframovich, L. G. "Potokovyye metody resheniya mnogoindeksnykh zadach transportnogo tipa" [Streaming methods for solving multi-index problems of transport type]: *dis. ... d-ra fiz.-mat. nauk* : 01.01.09, 2013.
- Dimov, Yu. S., and Lukyanov, N. D. "Primeneniye geneticheskogo algoritma dlya resheniya triplanarnoy transportnoy zadachi" [The use of a genetic algorithm for solving a triplanar transport problem]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, no. 7 (2016): 73–79.
- Ivokhin, Ye. V. "Pro bahatoindeksni transportni zadachi ta sposoby yikh fazyfikatsii" [On multi-index transport problems and ways of their phasing]. *Visnyk Kyivskoho natsionalnoho universytetu imeni Tarasa Shevchenka. Seriya : Fyzyko-matematychni nauky*. 2014. http://www.library.univ.kiev.ua/ukr/host/10.23.10.100/db/ftp/visnyk/fiz_mat_2_2014.pdf
- Kosenko, O. V. "Razrabotka metodov i algoritmov resheniya mnogoindeksnykh raspredelitelnykh zadach v usloviyakh neopredelennosti" [Development of methods and algorithms for solving multi-index distribution problems under uncertainty]: *dis. ... kand. tekhn. nauk* : 05.13.01, 2017.
- Kureychik, V. M., and Kazharov, A. A. "Muravinyye algoritmy dlya resheniya transportnykh zadach" [Ant algorithms for solving transport problems]. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*, no. 1 (2010): 32–45.
- Kuzemin, A. Ya., and Kozlov, Ye. D. "Usovershenstvovanny podkhod k vyboru marshrutov v usloviyakh ogranicheniya po risku" [An improved approach to the choice of routes in a limited risk environment]. *Radioelektronika i informatika*, no. 2 (2010): 81–85.
- Kuzemin, A., and Dayub, Ya. "Muravinyy algoritm i uchet riska v transportnoy zadache" [Ant algorithm and risk accounting in the transport problem]. *Bionika intellekta*, no. 3 (74) (2010): 144–148.
- Leno, J. "An elitist strategy genetic algorithm for integrated layout design". *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 66, no. 9–12 (2013): 1573–1589. DOI: 10.1007/s00170-012-4441-4
- Lutsenko, V. N. "Geneticheskyy algoritm dlya resheniya transportnoy zadachi" [Genetic algorithm for solving the transport problem]. *Izvestiya TRTU*, no. 1 (3) (1996): 49–53.
- Michalewicz, Z., Vignaux, G., and Hobbs, M. "A nonstandard genetic algorithm for the nonlinear transportation problem". *ORSA Journal on Computing*, vol. 3 (1991): 307–316.
- Nitasha, S., and Tapas, K. "Study of Various Mutation Operators in Genetic Algorithms". *International Journal of Computer Science and Information Technologies*, vol. 5 (3) (2014): 4519–4521.
- Raskin, L. G., and Kirichenko, I. O. *Mnogoindeksnyye zadachi lineynogo programmirovaniya (teoriya, metody, prilozheniya)* [Multi-index linear programming problems (theory, methods, applications)]. Moscow: Radio i svyaz, 1982.
- Thomas, W. "Global Optimization Algorithms" In *Theory and Application*, 2011.