

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ МИРОВЫХ ФОНДОВЫХ ИНДЕКСОВ

© 2017 КАТУНИНА О. С.

УДК 330.51(075)

## Катунина О. С. Моделирование динамики мировых фондовых индексов

В статье рассмотрены вопросы моделирования динамики экономической системы, которая описывается совокупностью показателей из некоторых основных мировых фондовых индексов. Обоснована практическая возможность применения методологии динамического факторного анализа для исследования таких систем. Разработана математическая модель, объединяющая подходы факторного анализа и авторегрессионного оценивания. В отличие от классических факторных моделей анализа временных рядов для моделирования эволюции используется система динамических факторов, которая является более информативной по сравнению с исходной совокупностью показателей. Приводятся основные расчетные соотношения построенной математической модели и направления адаптации разработанного алгоритма для решения широкого спектра задач прогнозирования. В отличие от известных моделей предложенная методика позволяет определить некоторый интервал обоснованных прогнозных значений, границы которого зависят от параметров модели. Установленная при сравнении усредненных значений прогнозов отдельных показателей с фактическими значениями индексов ошибка в контрольном временном интервале находится в пределах 1–2%, что подтверждает высокую эффективность предложенной методики и возможность ее использования в научно-исследовательской практике.

**Ключевые слова:** фондовые индексы, временные ряды, динамический факторный анализ, прогнозирование.

**Рис.:** 7. **Табл.:** 2. **Формул.:** 17. **Библ.:** 14.

**Катунина Ольга Сергеевна** – кандидат экономических наук, доцент, доцент кафедры экономико-математического моделирования, Киевский национальный экономический университет им. В. Гетьмана (пр. Победы, 54/1, Киев, 03057, Украина)

**E-mail:** prommet@ukr.net

УДК 330.51(075)

UDC 330.51(075)

## Катунина О. С. Моделювання динаміки світових фондових індексів

У статті розглянуто питання моделювання динаміки економічної системи, що описується сукупністю показників з деяких основних світових фондових індексів. Обґрунтовано практичну можливість застосування методології динамічного факторного аналізу для дослідження таких систем. Розроблено математичну модель, що поєднує підходи факторного аналізу та авторегресійного оцінювання. На відміну від класичних моделей аналізу векторних часових рядів для моделювання еволюції використовується система динамічних факторів, яка є більш інформативною порівняно з початковою сукупністю показників. Наводяться основні розрахункові співвідношення побудованої математичної моделі та напрямки адаптації розробленого алгоритму до розв'язання широкого спектра задач прогнозування. На відміну від відомих моделей запропонована методика дозволяє визначити певний інтервал обґрунтованих прогнозних значень, межі якого залежать від параметрів моделі. Встановлена при порівнянні усереднених значень прогнозів окремих показників з фактичними значеннями індексів помилка в контрольному часовому інтервалі знаходиться в межах 1–2%, що підтверджує високу ефективність запропонованої методики і можливість її застосування в науково-дослідницькій практиці.

**Ключові слова:** фондові індекси, часові ряди, динамічний факторний аналіз, прогнозування.

**Рис.:** 7. **Табл.:** 2. **Формул.:** 17. **Бібл.:** 14.

**Катунина Ольга Сергіївна** – кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри економіко-математичного моделювання, Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана (пр. Перемоги, 54/1, Київ, 03057, Україна)

**E-mail:** prommet@ukr.net

## Katunina O. S. Modelling the Dynamics of the World Stock Indices

The article considers the issues of modelling the dynamics of the economic system, which is described by the aggregate of indicators from some major world stock indices. The practical possibility of application of methodology of dynamic factor analysis for researching such systems has been substantiated. The mathematical model, combining approaches of factor analysis and autoregressive estimation, has been developed. In contrast to the classical models of the vector time series analysis, a dynamic factor system is used to simulate evolution, which is more informative than the original aggregate of indicators. The basic calculated correlations of the constructed mathematical model and the direction of adaptation of the developed algorithm for solving a wide spectrum of forecasting tasks have been provided. Unlike well-known models, the proposed technique allows to define a certain interval of reasonable forecast values, the boundaries of which depend on the parameters of the model. The error in the control time interval, determined when comparing the averaged values of the forecasts for several indicators with actual index values, persists in the range of 1 – 2%, which confirms the high efficiency of the proposed methodology and the possibility of its use in research practice.

**Keywords:** stock indices, time series, dynamic factor analysis, forecasting.

**Fig.:** 7. **Tbl.:** 2. **Formulae:** 17. **Bibl.:** 14.

**Katunina Olga S.** – PhD (Economics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Economics and Mathematical Modeling, Kyiv National Economic University named after V. Hetman (54/1 Peremohy Ave., Kyiv, 03057, Ukraine)

**E-mail:** prommet@ukr.net

Исследование тенденций и прогнозирование поведения динамических экономических систем (ДЭС) предполагает анализ индикаторов их развития и идентификацию маркеров структурных сдвигов [1–3]. В их числе наиболее информативным, оперативным и стандартизированным в процедурах расчета является блок фондовых индексов, характеризующих финансовое состояние банков, биржевых рынков, котировок акций, отдельных отраслей промышленности или предприятий и т. п. Прогнозное моделирование динамики индексов является инструментарием мониторин-

га поведения финансового рынка и экономики в целом, а его методология – актуальным направлением исследований экономических систем средствами компьютеринга. В статье приводятся результаты практической апробации разработанной с участием автора модели динамического факторного анализа (ДФА) [4], с целью исследования ее прогностических свойств.

Динамическая система индикаторов фондового рынка задана в виде временной выборки индексов. Исследование начинается со сглаживания и фильтрации одномерных рядов для удаления из них высокочастот-

ных, случайных и сезонных колебаний, изучения трендовых и авторегрессионных составляющих. В числе современных интеллектуальных методов моделирования динамики на базе нелинейных адаптивных моделей и нейро-нечеткого инструментария [5–8] весьма перспективным оказывается подход динамического факторного анализа (ДФА) [9–11], объединяющий концепции факторного анализа и авторегрессионные модели.

Целью работы является апробация разработанных с участием автора методологических подходов к моделированию динамики сложной экономической системы, описываемой совокупностью показателей, на базе модели динамического факторного анализа (ДФА) [4], а также исследование ее прогностических свойств.

**Модель динамического факторного анализа.** Для моделируемой системы, состоящей из  $k$  временных рядов (ВР)

$$y_i(t) = [y_i(t_1), y_i(t_2), \dots, y_i(t_j), \dots, y_i(t_n)], \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, k, j = 1, 2, \dots, n, k, n < \infty,$$

и рассматриваемых на временном промежутке  $[T_1, T_2]$ , вводятся динамические факторы  $F_m = F_m(y_1, y_2, \dots, y_k)$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$  ( $M < k$ ) как некоторые функции заданных ВР [4; 9–12], и рассматриваются три группы уравнений.

Первую группу образуют уравнения факторов

$$F_m(t) = \sum_{i=1}^k a_{im} y_i^{(m-1)}(t), \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (2)$$

представляющие собой линейные комбинации исходных, или резидуальных,  $y_i^{(m-1)}$  [4; 12] ВР.

Во вторую группу входят динамические уравнения факторов, каждое из которых является  $AR(L)$ -оценкой  $m$ -го фактора

$$\hat{F}_m(t) = c_{m0} + \sum_{l=1}^L c_{km} F_m(t-l), \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (3)$$

где  $L$  – длина запаздывания (лага);  $c_{m0}, c_{km}$  – коэффициенты авторегрессии.

Третью группу составляют уравнения линейной регрессии

$$\hat{y}_i(t) = d_{i01} + d_{i02} + \dots + d_{i0M} + \sum_{m=1}^M d_{im}(t) F_m(t), \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (4)$$

выражающие исходные ВР через факторы, которые можно рассматривать как некоторую аппроксимацию или оценки заданных ВР.

Для получения прогнозных значений принимается допущение о динамической инвариантности ДЭС [4–12], и это означает, что уравнения (3), (4) можно применять также при значениях времени  $t > T_2$ . Прогноз  $\hat{y}_i(t)$  каждого ряда  $\hat{y}_i(t)$  строится после нахождения прогнозных значений факторов  $\hat{F}_m(t)$  с помощью уравнений (4), в которые вместо факторов подставляются их прогнозы. Модель будет полностью определена после нахождения всех коэффициентов в уравнениях (2)–(4). При этом факторы определяются последовательно один за

другим, и для нахождения неизвестных в представлениях (2)–(4) на каждом шаге отыскивается минимум целевой функции

$$\Phi_m = \Phi_m \left( a_{1m}, a_{2m}, \dots, a_{km}, c_{1m}, c_{2m}, \dots, c_{Lm}, d_{1m}, d_{2m}, \dots, d_{km} \right),$$

принимаемой в виде [4; 11]:

$$\Phi_m = w_0 \langle F_m - \hat{F}_m, F_m - \hat{F}_m \rangle + \sum_{i=1}^k w_i \langle y_i - \hat{y}_i, y_i - \hat{y}_i \rangle, \quad (5)$$

где  $\langle y_i, y_j \rangle$  – ковариации векторов  $[y_{ij}] = y_i(t_j) = [y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{ip}]$  и  $w_0, w_i, i = 1, \dots, k$  – весовые коэффициенты.

Минимизация функции (5), которая включает в себя все наблюдаемые отклонения ВР и факторов от их оценок, позволяет одновременно определить необходимые коэффициенты, а введение дополнительных параметров (весов) дает возможность более гибкого описания эмпирических данных. Первый динамический фактор моделирует динамику совместного изменения во времени всей системы показателей и отображает общую закономерность ее эволюции, исполняя роль тренда в рассматриваемых моделях. Следующие факторы строятся на основе резидуальных рядов, которые показывают, насколько каждый из показателей отклоняется в своем движении от общей тенденции.

**П**ринципиальное отличие модели эволюции ДЭС в методе ДФА от классических  $AR(L)$  схем состоит в том, что в них используются не сами показатели, а динамические факторы, аккумулирующие информацию о показателях всей системы в целом. Необходимое количество факторов и число единиц запаздывания, определяющих свойства модели, зависит от особенностей рассматриваемой системы, и для их определения необходимо проведение предварительных оценочных расчетов в разных моделях ДФА.

Для верификации прогноза в модели используется схема «ex-post прогноза» [13], получившая широкое распространение в современной практике анализа динамических рядов. При такой схеме используются известные значения всего периода наблюдений, что позволяет для  $i$ -го ВР найти разницу  $\Delta_i = y_i - \hat{y}_i$  фактического и принятого в качестве прогнозного уровней, а для оценки погрешности использовать, например, коэффициент несоответствия Тейла  $V_i = \sqrt{\sum \Delta_i^2} / \sqrt{y_i^2}$  [8; 12; 13], в котором суммирование проводится по всему прогнозному интервалу.

**Анализ динамики системы фондовых индексов.** Исследованная ДЭС включала шесть из используемых на практике основных мировых фондовых индексов: Dow Jones Industrial Average, Nasdaq Composite, Standard&Poor's 500, FTSE 100, DAX и CAC 40 [14] (табл. 1). В расчетах значения за 2016 г. приняты в качестве базовых, и в ВР включены 10 уровней, а значения за январь и февраль 2017 г. использованы для оценки полученных прогнозов. В построенной модели ДФА учитывалось три фактора и три единицы запаздывания. Прогнозирование выполнялось на три шага вперед, т. е.

Значения мировых фондовых индексов в рассматриваемом периоде

Месяц-год	Dow Jones Industrial Average	Nasdaq Composite	Standard& Poor's 500	FTSE 100	DAX	CAC 40
03-2016	17311,43	4755,31	2022,56	17311,43	9859,14	4418,96
04-2016	17844,37	4892,17	2075,54	17844,37	10023,22	4445,22
05-2016	17700,54	4794,84	2067,07	17700,54	10007,93	4373,49
06-2016	17754,87	4856,23	2083,89	17754,87	9859,15	4293,92
07-2016	18322,52	5016,30	2146,71	18322,52	9960,52	4317,63
08-2016	18495,19	5217,04	2177,48	18495,19	10530,25	4425,35
09-2016	18280,34	5253,96	2158,70	18280,34	10504,49	4448,59
10-2016	18184,55	5255,99	2143,02	18184,55	10618,77	4497,57
11-2016	18714,87	5021,99	2166,79	18714,87	10595,53	4504,38
12-2016	19720,96	5415,27	2247,41	19720,96	11225,58	4767,90
01-2017	19900,52	5553,90	2273,45	19900,52	11620,11	4863,66
02-2017	20434,14	5768,40	2330,97	20434,14	11745,43	4846,69

на январь, февраль и март 2017 г., а известные значения индексов за январь и февраль 2017 г. использовались в качестве контрольных значений для оценки прогноза. Значения весов в целевой функции определяются при минимизации ex-post погрешности одного из показателей в выбранном контрольном периоде.

Использованная процедура настройки модели по целевому показателю позволила при выбранном числе факторов и величине лага найти веса, которые определяют поведение системы в целом. Найденные значения весов дают наилучшую аппроксимацию (и минимальную ошибку) только для выбранного ряда, а для других показателей минимизация погрешностей не является составляющей целевой функции для оценивания параметров модели. При этом настройка на другие показатели изменяет значения весов, уравнения факторов и аппроксимацию ВР.

В результате при настройке на первый показатель была построена следующая модель рассматриваемой ДЭС. Уравнения динамических факторов (2) на интервале  $[T_1, T_2]$  принимают вид:

$$F_1(t) = 1,338y_1(t) + 0,401y_2(t) + 2,592y_3(t) + 0,517y_4(t) + 0,678y_5(t) - 0,593y_6(t); \quad (6)$$

$$F_2(t) = 0,636y_1^{(1)}(t) + 0,070y_2^{(1)}(t) - 1,011y_3^{(1)}(t) + 0,406y_4^{(1)}(t) + 1,445y_5^{(1)}(t) + 0,6797y_6^{(1)}(t); \quad (7)$$

$$F_2(t) = 0,161y_1^{(2)}(t) + 0,060y_2^{(2)}(t) + 0,523y_3^{(2)}(t) - 0,060y_4^{(2)}(t) - 3,864y_5^{(2)}(t) + 0,199y_6^{(2)}(t), \quad (8)$$

и, соответственно, авторегрессионные уравнения факторов (3):

$$\hat{F}_1(t) = 8,874 + 0,497F_1(t-1) + 0,162F_1(t-2) + 0,303F_1(t-3); \quad (9)$$

$$\hat{F}_2(t) = -0,651 + 0,539F_2(t-1) + 0,204F_2(t-2) - 0,744F_2(t-3); \quad (10)$$

$$\hat{F}_2(t) = -0,205 - 0,315F_2(t-1) - 0,570F_2(t-2) - 0,055F_2(t-3). \quad (11)$$

Уравнения (4), выражающие ВР через факторы, записываются в виде

$$\hat{y}_1(t) = 4,669 + 0,274F_1(t) + 6,338F_2(t) - 14,729F_3(t); \quad (12)$$

$$\hat{y}_2(t) = 1,350 + 27,133F_1(t) + 0,124F_2(t) + 0,443F_3(t); \quad (13)$$

$$\hat{y}_3(t) = 0,133 + 0,694F_1(t) + 0,081F_2(t) + 0,169F_3(t); \quad (14)$$

$$\hat{y}_4(t) = 0,091 + 0,264F_1(t) - 0,003F_2(t) + 0,302F_3(t); \quad (15)$$

$$\hat{y}_5(t) = 0,164 + 0,821F_1(t) + 0,217F_2(t) - 0,154F_3(t); \quad (16)$$

$$\hat{y}_6(t) = 0,029 + 0,086F_1(t) - 0,239F_2(t) + 0,313F_3(t). \quad (17)$$

В формулы (7), (8) вместо исходных ВР входят резидуальные ряды вида  $y_i^{(1)}(t) = y_i(t) - \hat{y}_i(t)$ . При  $t = T_2 + 1, T_2 + 2, \dots$ , уравнения (9)–(11) определяют прогнозы факторов  $\hat{F}_m(t)$ , а подстановка полученных значений в формулы (12)–(17) дает прогнозы отдельных показателей. Сказанное иллюстрируется графиками, представленными на рис. 1 – рис. 5. На рис. 1, рис. 2 приведены графики динамических факторов при настройке модели на первый показатель, а на рис. 3 – рис. 5 показана динамика известных значений некоторых индексов

(отмечены маркерами) и их аппроксимация (сплошные линии) также при настройке системы на первый показатель. На рисунках (здесь и далее) исходные значения индексов, приведенные в табл. 1, промасштабированы.

Из представленных на рис. 1, рис. 2 графиков видно, что изменение факторов во времени имеет существенно немонотонный характер. При этом по абсолютной величине первый фактор намного превышает остальные, второй фактор существенно превосходит третий. Поэтому основной вклад в описание динамики показателей будет давать именно первый фактор, и его можно считать трендом рассматриваемой ДЭС. Второй и третий факторы, которые находятся из резидуальных рядов, принимают отрицательные и положительные значения, что позволяет учесть локальные флуктуации показателей. Расчеты показали, что очередной, четвертый фактор несущественно влияет на описание системы, и его вкладом в аппроксимацию ВР в данном случае можно пренебречь.

Указанные свойства факторов позволили получить хорошее описание динамики системы индексов. Как нетрудно заметить на рис. 3 – рис. 5, все графики аппроксимирующих зависимостей, определяемых уравнениями (12)–(17), проходят достаточно близко к экспериментальным точкам, однако при настройке системы на конкретный (первый) показатель аппроксимация остальных ВР имеет различный характер. Так если для 1-го и 3-го рядов исходные данные описываются достаточно хорошо (см. рис. 3, рис. 5), то для 2-го ряда аппроксимация заметно хуже (см. рис. 4). Аналогичные резуль-

таты имеют место как для всех ВР, так и при настройке системы на другие показатели.

Результаты расчетов показывают, что построенная трехфакторная модель описывает не только общую тенденцию эволюции исследуемой системы, но и улавливает динамические колебания индексов. Результаты расчетов при настройке модели на различные показатели для индексов DJIA и S&P представлены на рис. 6, рис. 7, на которых заданные и контрольные значения отмечены маркерами, а сплошными линиями – их аппроксимация. В трехзначных кодах, использованных при маркировке кривых, первые две цифры указывают, что это именно аппроксимация показателя с соответствующим номером, а последняя указывает, по какому ряду проводилась минимизация погрешности. Например, код 112 означает результат аппроксимации первого ряда при настройке модели на второй ВР и т. п.

Таким образом, при различных сценариях настройки модели получается многовариантный прогноз, а именно: шесть различных значений (по числу показателей, входящих в систему). Заранее неизвестно, какой именно показатель будет наиболее сильно влиять на поведение системы в целом, поэтому в качестве прогнозного значения естественно принять некоторую его оценку. В табл. 2 приведены прогнозные значения индексов, найденные в процессе расчетов, данные из контрольного периода (факт) и соответствующие относительные погрешности  $\epsilon$ .

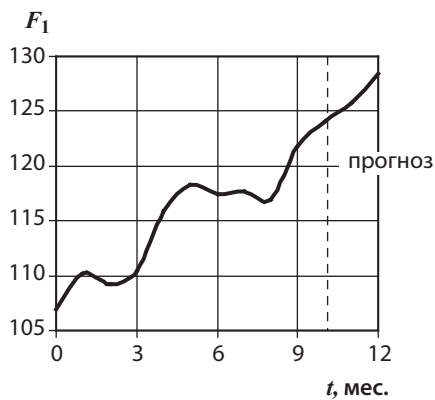


Рис. 1. Первый динамический фактор

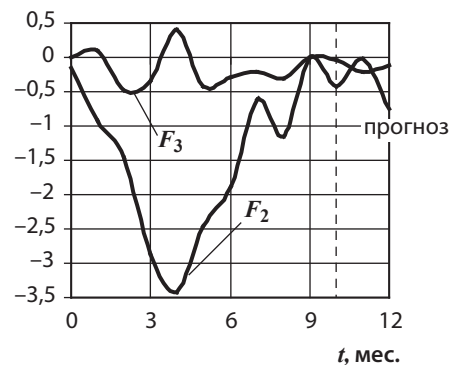


Рис. 2. Второй и третий динамические факторы

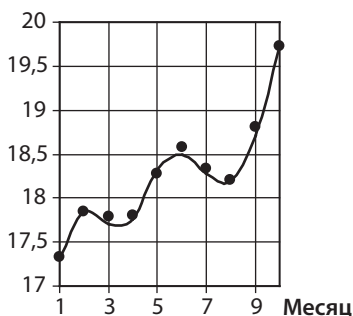


Рис. 3. Аппроксимация первого ряда при настройке модели на первый показатель

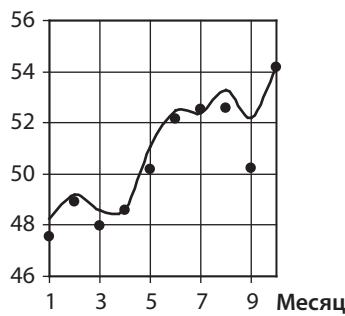


Рис. 4. Аппроксимация второго ряда при настройке модели на первый показатель

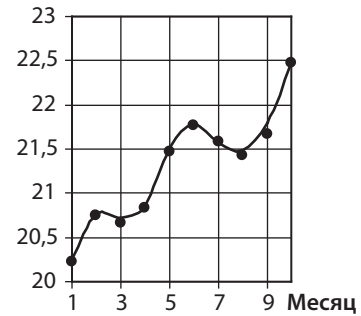


Рис. 5. Аппроксимация третьего ряда при настройке модели на первый показатель



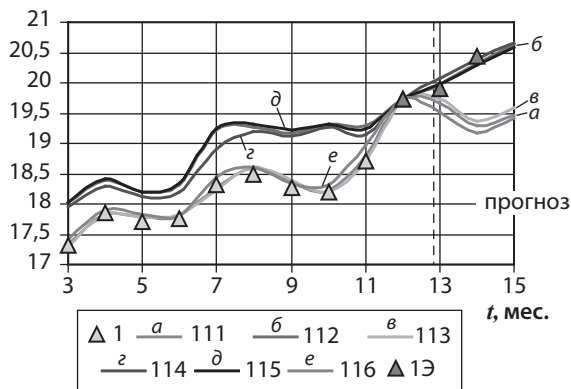


Рис. 6. Динамика индекса DJIA

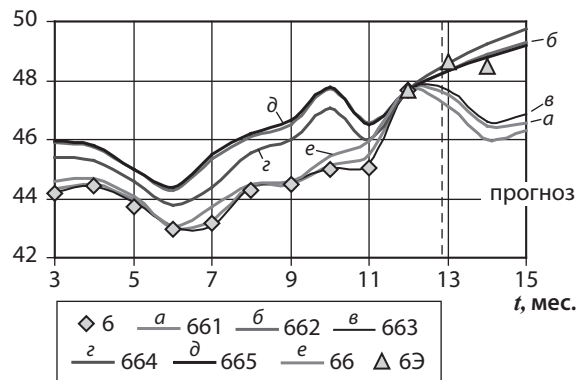


Рис. 7. Динамика индекса CAC 40

Таблица 2

Прогнозные и фактические значения индексов и их относительные ошибки

Месяц	Индекс Dow Jones Industrial Average			Индекс Nasdaq Composite.			Индекс Standard&Poor's 500		
	прогн.	факт.	ε, %	прогн.	факт.	ε, %	прогн.	факт.	ε, %
Январь	19,817	19,901	0,42	55,398	55,539	0,25	22,677	22,734	0,25
Февраль	19,803	20,434	3,09	56,541	57,684	1,98	22,846	23,310	1,99
Месяц	Индекс FTSE 100			Индекс DAX			Индекс CAC 40		
	прогн.	факт.	ε, %	прогн.	факт.	ε, %	прогн.	факт.	ε, %
Январь	71,832	72,082	0,35	11,406	11,620	1,85	47,929	47,929	1,46
Февраль	74,115	72,404	2,36	11,480	11,745	2,26	22,846	23,310	1,65

Полученные погрешности прогнозных значений анализируемой системы фондовых индексов, хотя и отличаются друг от друга, в целом достаточно малы и не превышают 3,1%. При этом максимальные погрешности имеют место для индекса DAX для данных за январь 2017 г. и составляют 1,9%, а для данных за февраль 2017 г. уже для индекса Dow Jones DJIA  $\epsilon = 3,1\%$ . Погрешности прогнозов других показателей меньше этих значений и, например, для первых четырех индексов в январе они не превосходят 0,5%. Вместе с тем, погрешность прогнозов для всех индексов возрастает на следующем шаге, и поэтому для улучшения качества прогноза целесообразно использование рекурсивной схемы.

## ВЫВОДЫ

Эффективность использования ДФА для исследования системы индексных индикаторов фондового рынка подтверждается прогностической надежностью построенной модели. Погрешности прогнозных значений, установленные при анализе системы выбранных мировых фондовых индексов, находятся в пределах 1–2%, что позволяет рекомендовать разработанную методику для практического использования в экономической деятельности. Потенциальные возможности предложенной методики позволяют уточнить прогноз при использовании рекурсивной схемы, а также за счет дальнейшей коррекции управляющих параметров. ■

## ЛИТЕРАТУРА

1. Сигел Д., Сигел Д. Фьючерсные рынки: Портфельные стратегии, управление рисками и арбитраж. М.: Альпина Паблишер, 2012. 627 с.

2. Берзон Н. И., Аршавский А. Ю., Буянова Е. А. Фондовые индексы // Фондовый рынок/под ред. Н. И. Берзона. 3-е изд. М.: Вита, 2002. С. 364–367.

3. Бельзещий А. И. Фондовые индексы: оценка качества. Минск: Новое знание, 2006. 310 с.

4. Катуніна О. С. Прогнозування процесів насичення ринку на базі динамічних факторних моделей. *Моделювання та інформаційні системи в економіці*. 2014. Вип.90. С. 106–125.

5. Дербенцев В. Д., Сердюк О. А., Соловйов В. М., Шаповалов О. Д. Синергетичні та еконофізичні методи дослідження динамічних та структурних характеристик економічних систем: монографія. Черкаси: Брама-Україна, 2010. 287 с.

6. Коляда Ю. В. Адаптивна парадигма моделювання економічної динаміки. Київ: КНЕУ, 2011. 297 с.

7. Матвійчук А. В. Обґрунтування вибору наукової спрямованості журналу (вступне слово головного редактора). *Нейро-нечіткі технології моделювання в економіці*. 2012. № 1. С. 7–36.

8. Кенэ Ф., Тюрго А. Р. Ж., Дюпон де Немур П. С. Физиократы. Избранные экономические произведения. М.: Эксмо, 2008. 1200 с.

9. Peña, D., Poncela, P. Nonstationary dynamic factor analysis. *Journal of Statistical Planning and Inference*. 2006. Vol. 136. Issue 4. P. 1237–1257.

10. Bai, J., Ng S. Large Dimensional Factor Analysis. *Foundations and Trends in Econometrics*. 2008. Vol. 3. No. 2. P. 89–163.

11. Stock, J. H., Watson M. W. Forecasting with Many Predictors. In: *Handbook of Economic Forecasting*/ed. by Graham Elliott, Clive W. J. Granger, and Allan Timmermann Elsevier. 2006. Ch. 6. P. 515–554.

12. Bankov, G., Veliczky, J., Ziermann, M. Comparative dynamic analysis of the development of some European countries. Budapest, 1982. 93 p.

**13. Слуцкин Л.** Курс MBA по прогнозированию в бизнесе. М.: Альпина Бизнес Букс, 2006. 276 с.

**14.** Система Ereport.ru/Мировая экономика. Статистика. Мировые фондовые индексы. URL: <http://www.ereport.ru/>

#### REFERENCES

Bai, J., and Ng, S. "Large Dimensional Factor Analysis". *Foundations and Trends in Econometrics*. Vol. 3, no. 2 (2008): 89-163.

Bankovy, G., Veliczky, J., and Ziermann, M. *Comparative dynamic analysis of the development of some European countries*. Budapest, 1982.

Belzetskiy, A. I. *Fondovyye indeksy: otsenka kachestva* [Stock indices: quality assessment]. Minsk: Novoye znaniye, 2006.

Berzon, N. I., Arshavskiy, A. Yu., and Buyanova, Ye. A. "Fondovyye indeksy" [Stock indices]. In *Fondovyy rynek*, 364-367. Moscow: Vita, 2002.

Derbentsev, V. D. et al. *Synerhetychni ta ekonofizychni metody doslidzhennia dynamichnykh ta strukturnykh kharakterystyk ekonomichnykh system* [Synergetic and econophysical methods of studying the dynamic and structural characteristics of economic systems]. Cherkasy: Brama-Ukraina, 2010.

Katunina, O. S. "Prohnozuvannia protsesiv nasychennia rynku na bazi dynamichnykh faktornykh modelei" [Forecasting processes of saturation of the market based on dynamic fac-

tor models]. *Modeliuvannia ta informatsiini systemy v ekonomitsi*, no. 90 (2014): 106-125.

Kene, F., Tyurgo, A. R. Zh., and Dyupon de Nemur, P. S. *Fiziokraty. Izbrannyye ekonomicheskiye proizvedeniya* [Physiocrats. Selected Economic Works]. Moscow: Eksmo, 2008.

Koliada, Yu. V. *Adaptyvna paradyhma modeliuvannia ekonomichnoi dynamiky* [Adaptive paradigm of modeling of economic dynamics]. Kyiv: KNEU, 2011.

Matviichuk, A. V. "Obgruntuvannia vyboru naukovoї spriamovanosti zhurnalu (vstupne slovo holovnoho redaktora)" [Justification of the choice of scientific orientation of the journal (introductory words of the editor-in-chief)]. *Neiro-nechitki tekhnologii modeliuvannia v ekonomitsi*, no. 1 (2012): 7-36.

"Mirovaya ekonomika. Statistika. Mirovyye fondovyye indeksy" [World economy. Statistics. World stock indices]. Sistema Ereport.ru. <http://www.ereport.ru/>

Pena, D., and Poncela, P. "Nonstationary dynamic factor analysis". *Journal of Statistical Planning and Inference*. Vol. 136, no. 4 (2006): 1237-1257.

Stock, J. H., and Watson, M. W. "Forecasting with Many Predictors". In *Handbook of Economic Forecasting*, Ch. 6. 515-554, 2006.

Sigel, D., and Sigel, D. *Fyuchersnyye rynki: Portfelnyye strategii, upravleniye riskami i arbitrazh* [Futures markets: Portfolio strategies, risk management and arbitrage]. Moscow: Alpina Publisher, 2012.

Slutskin, L. *Kurs MVA po prognozirovaniyu v biznese* [MBA Course on Business Forecasting]. Moscow: Alpina Biznes Buks, 2006.