УДК 519.863:005.336.1

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ ЕФЕКТИВНОСТІ ДІЯЛЬНОСТІ ПІДПРИЄМСТВА НА ОСНОВІ ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ

© 2017 **МАЛЯРЕЦЬ Л. М., МІНЄНКОВА О. В.**

УДК 519.863:005.336.1

Малярець Л. М., Мінєнкова О. В. Розв'язування багатокритеріальної оптимізаційної задачі ефективності діяльності підприємства на основі генетичного алгоритму

У статті викладено процедуру розв'язування багатокритеріальної оптимізаційної задачі ефективності діяльності на основі генетичного алгоритму. Наведено аналіз основних обчислювальних алгоритмів інтерактивних методів багатокритеріальної оптимізації, вказано їх переваги та недоліки. Представлено багатокритеріальну оптимізаційну модель ефективності діяльності підприємства, яка ґрунтується на збалансованій системі показників та враховує функції змін значень цих показників протягом періоду дослідження та відповідних закономірних тенденцій змін цих показників. У задачі знайдено множину Парето-розв'язків за допомогою використання програмного середовища MatLab, а саме: реалізувавши процедуру Multiobjective optimization using Genetic Algorithm, яка ґрунтується на генетичному алгоритмі. Запропоновано оптимальні значення показників використовувати як основу для порівняльної оцінки та підґрунтя для розроблення стратегій діяльності підприємства.

Ключові слова: *багатокритеріальна оптимізаційна задача, ефективність діяльність, інтерактивні методи, генетичний алгоритм, часткові критерії, етапи розв'язування задачі.*
Рис.: *1.* ***Формул:*** *31.* ***Бібл.:*** *9.*

Малярець Людмила Михайлівна *– доктор економічних наук, професор, завідувачка кафедри вищої математики та економіко-математичних методів, Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця (пр. Науки, 9а, Харків, 61166, Україна)*
E-mail: *malyarets@ukr.net*

Мінєнкова Олена Вадимівна *– здобувач, кафедра вищої математики та економіко-математичних методів, Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця (пр. Науки, 9а, Харків, 61166, Україна)*
E-mail: *elenkavl21@rambler.ru*

УДК 519.863:005.336.1

Малярец Л. М., Миненкова Е. В. Решение многокритериальной оптимизационной задачи эффективности деятельности предприятия на основе генетического алгоритма

В статье изложена процедура решения многокритериальной оптимизационной задачи эффективности деятельности на основе генетического алгоритма. Приведен анализ основных вычислительных алгоритмов интерактивных методов многокритериальной оптимизации, указаны их преимущества и недостатки. Представлена многокритериальная оптимизационная модель эффективности деятельности предприятия, основанная на сбалансированной системе показателей и учитывающая функции изменений значений этих показателей в течение периода исследования, а также соответствующие закономерные тенденции изменения этих показателей. В задаче найдено множество Парето-решений, с помощью использования программной среды MatLab, а именно: реализовав процедуру Multiobjective optimization using Genetic Algorithm, основанную на генетическом алгоритме. Предложено оптимальные значения показателей использовать как основу для сравнительной оценки и разработки стратегий деятельности предприятия.

Ключевые слова: *многокритериальная оптимизационная задача, эффективность деятельности, интерактивные методы, генетический алгоритм, частные критерии, этапы решения задачи.*
Рис.: *1.* ***Формул:*** *31.* ***Библ.:*** *9.*

Малярец Людмила Михайловна *– доктор экономических наук, профессор, заведующая кафедрой высшей математики и экономико-математических методов, Харьковский национальный экономический университет им. С. Кузнеца (пр. Науки, 9а, Харьков, 61166, Украина)*
E-mail: *malyarets@ukr.net*

Миненкова Елена Вадимовна *– соискатель, кафедра высшей математики и экономико-математических методов, Харьковский национальный экономический университет им. С. Кузнеца (пр. Науки, 9а, Харьков, 61166, Украина)*
E-mail: *elenkavl21@rambler.ru*

UDC 519.863:005.336.1

Malyarets L. M., Minenkova O. V. Solving the Multi-Criteria Optimization Task of Efficiency of Enterprise's Performance with Use of the Genetic Algorithm

The article sets out the procedure of solving the multi-criteria optimization task of performance efficiency with use of the genetic algorithm. An analysis of the main computational algorithms of the interactive methods for the multi-criteria optimization has been provided, their advantages and disadvantages have been specified. A multi-criteria optimization model of efficiency of the enterprise's performance has been presented, based on balanced scorecard and taking into consideration the functions of changes of the values of these indicators during the research period, as well as the relevant regular tendencies in the changes of these indicators. In the task, a multitude of Pareto solutions was found, using the software of MatLab environment, more precisely: implementing the procedure of Multiobjective optimization using Genetic Algorithm, based on the genetic algorithm. The optimal values of indicators have been suggested to be used as the basis for a comparative evaluation and strategizing activities of enterprise.

Keywords: *multi-criteria optimization task, performance efficiency, interactive methods, genetic algorithm, partial criteria, stages of solving the task.*
Fig.: *1.* ***Formulae:*** *31.* ***Bibl.:*** *9.*

Malyarets Lyudmyla M. *– D. Sc. (Economics), Professor, Head of the Department of Mathematics and Mathematical Economic Methods, Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics (9a Nauky Ave., Kharkiv, 61166, Ukraine)*
E-mail: *malyarets@ukr.net*

Minenkova Olena V. *– Applicant, Department of Mathematics and Economics and Mathematical Methods, Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics (9a Nauky Ave., Kharkiv, 61166, Ukraine)*
E-mail: *elenkavl21@rambler.ru*

Умовою стійкої життєдіяльності промислових підприємств є досягнення оптимальних значень основних показників, які визначають ефективність цієї діяльності. Тому проблема розв'язування багатокритеріальної оптимізаційної задачі ефективності діяльності підприємства набуває актуальності в складних економічних умовах, в яких функціонують більшість вітчизняних підприємств.

Еволюційні методи є новими методами розв'язування задач багатокритеріальної оптимізації, які успішно застосовуються в різних галузях науки та практики. У цих методах використовується ідея природного добору серед живих організмів у природі, за що вони й отримали назву *генетичні*. Генетичні алгоритми часто застосовуються разом з нейронними мережами, що створює гранично гнучкі, швидкі та ефективні інструменти аналізу даних [1, с. 10]. Генетичні алгоритми доцільно застосовувати для розв'язування задач оптимізації, які не завжди можна розв'язати за допомогою стандартних оптимізаційних методів. Преш за все, даний метод використовується при розв'язанні оптимізаційних задач, коли цільова функція є нелійною, стохастичною або розривною, недиференційованою, або похідні якої є недостатньо визначеними [1; 2].

Інтерактивні методи багатокритеріальної оптимізації ґрунтуються на гіпотезі єдиної, невідомої особи, яка приймає рішення (ОПР), скалярної функції її переваг, при цьому вважається, що більшому значенню функції $F(X)$ відповідає розв'язок X, який є переважаючим з точки зору ОПР. Як відомо, першим інтерактивним методом багатокритеріальної оптимізації з використанням нейронних мереж для апроксимації функції переваг ОПР є метод *FFANN* (*Feed-Forward Artificial Neural Networks*), тобто метод з використанням штучної нейронної мережі прямого поширення, який розробили американські професори М. Сан, А. Стам і Р. Штойєр [3–6]. У методі *FFANN* ОПР оцінює розв'язки, задаючи конкретні значення своєї функції переваг у кожному розв'язку. Для полегшення процедури оцінки на кожній ітерації йому надається вектор надиру $F^{nad} = \{f_i^{nad} = \max f_i(X), X \in D_X\}$, якому відповідає значення функції переваг $\psi(F^{nad}) = 0$ та ідеальний вектор $F^* = \{f_i^* = \min f_i(X), X \in D_X\}$ з оцінкою $\psi(F^*) = 100$, де $\min F(X) = F(X^*)$, $X \in R^n$ – вектор параметрів, що варіюють; D_X – обмежена та замкнута множина допустимих значень цього вектора; $F(X) = (f_1(X), f_2(X), ..., f_m(X))$ – векторний критерій оптимальності. ОПР шукає такий вектор X^*, що є розв'язком задачі багатокритеріальної оптимізації, який мінімізує на множині D_X кожний з частинних критеріїв оптимальності.

У нейронній мережі входами є компоненти нормалізованого вектора частинних критеріїв оптимальності, виходом є значення функції переваг. Розробники методу стверджують, що метод є робастним до вибору архітектури нейронної мережі, а саме – до кількості нейронів у скритому шарі.

Метод *FFANN* реалізується завдяки таким етапам.

Етап 1. Генерують s недомінуючих векторів X^j, $j \in [1:s]$ на множині допустимих значень D_X. Обчислюють значення відповідного векторного критерію оптимальності $F^j = F(X^j)$, $j \in [1:s]$. Відкривають лічильник кількості ітерації $h = 1$.

Етап 2. Для оцінки ОПР надаємо s значень векторного критерію оптимальності F^j, $j \in [1:s]$ разом з векторами F^* і F^{nad}. На основі отриманої інформації про переваги ОПР визначаємо найкращий вектор $F^{(k)}$, який відшукано на всіх ітераціях. Якщо поточний найкращий розв'язок задовольняє ОПР, то цей розв'язок є розв'язком ЗБО, й обчислювання закінчуються.

Етап 3. Нормалізуємо компоненти кожного із s критеріальних векторів за формулою

$$\overline{f}_i^j = \frac{f_i^j - f_i^*}{f_i^{nad} - f_i^*},\ i \in [1:m]\ j \in [1:s].$$

Етап 4. Кожному розв'язку ОПР присвоює значення своєї функції переваг $\psi(F^j)$ і здійснює нормалізацію його оцінок:

$$\overline{\psi}(F^j) = \frac{f_i^j - f_i^*}{f_i^{nad} - f_i^*},\ i \in [1:m],\ j \in [1:s].$$

Етап 5. На основі нормалізованих векторів $F^j\ j \in [1:s]$ та їх нормалізованих оцінок $\overline{\psi}(F_j)$ здійснюють навчання нейронної мережі *FFANN*.

Етап 6. Використовуючи виходи нейронної мережі *FFANN* для обчислення значень цільової функції, розв'язують ЗБО для отримання нового вектора розв'язків для поточної h-ї ітерації:

$$\max_{X \in D_X} \tilde{\psi}(F) = \tilde{\psi}(F^{(h+1)}).$$

Етап 7. Якщо значення векторного критерію оптимальності $F^{(h+1)}$ є новим для ОПР, то генерують нові недомінуючі $(s - 1)$ розв'язки. У протилежному випадку ігнорують $F^{(h+1)}$ і генерують s нових розв'язків. Переходять на етап 2.

Для генерації недомінуючих розв'язків автори методу пропонують використовувати розширену зважену згортку Чебишева

$$\min_{X \in D_X, a>0} \left\{\alpha + \rho \sum_{i=1}^{m} \lambda_i (f_i - f_i^{**})\right\},$$

$$\alpha \geq \lambda_i (f_i - f_i^{**}),\ \forall\ \ i \in [1:m],$$

де $\rho > 0$ – мала додатна константа; вектор F^{**} має координати $f_i^{**} = f_i^* - \varepsilon,\ \varepsilon > 0;\ \varepsilon$ – мала додатна константа.

Область допустимих значень вектора вагових множників $\Lambda \in D_\Lambda \subset R^m$ має вигляд

$$D_\Lambda = \left\{\Lambda \setminus \lambda_i \geq 0,\ \sum_{i=1}^{m} \lambda_i = 1\right\}.$$

Навчання нейронної мережі відбувається стандартним методом обраного поширення погрішності.

Відомим недоліком даного методу є те, що розв'язки, які генеруються нейронною мережею, не завжди є Парето-оптимальними. Тому автори методу модифікували його і назвали метод *FFANN*-2.

У методі *FFANN*-2 довільним чином генерують $20m$ вагових векторів $\Lambda \in D_\Lambda$, де m – число часткових критеріїв оптимальності. Автори методу рекомендують використовувати число розв'язків, яке дорівнює $20m$, на основі проведеного ними емпіричного дослідження. Далі серед $20m$ вагових векторів вибирають $2s$ вектори, які найбільше віддалені один від одного на фронті Парето. Використовуючи вихід навченої нейронної мережі $\tilde{\psi}$ як значення функції переваг ОПР, обчислюють значення функції $\tilde{\psi}(F)$ за поданням на вхід $2s$ векторів $F^j\ j \in [1:2s]$. Серед усіх отриманих значень $\tilde{\psi}^j = \tilde{\psi}(F^j),\ j \in [1:2s]$ вибирають s векторів $F^k\ k \in [1:s]$, які забезпечують максимальне значення $\tilde{\psi}^k\ k \in [1:s]$.

У даній модифікації методу нейронна мережа, яка реалізує апроксимацію функції переваг ОПР, не бере участі в пошуку найкращого за ОПР розв'язку, а надає різні варіанти розв'язків, які має оцінити ОПР.

Учені під керівництвом д-ра фіз.-мат. наук, проф. Карпенка А. П. [7; 8] здійснили вдосконалення попередніх варіантів методу. За їх модифікацію – метод *FREF* ґрунтується на операції скалярної згортки часткових критеріїв оптимальності $\varphi(X,\ \Lambda)$, де $\Lambda \in D_\Lambda \subset R^m$ – вектор вагових множників; $D_\Lambda = \left\{\Lambda \setminus \lambda_i \geq 0,\ \sum_{i=1}^{m} \lambda_i = 1\right\}$ – множина допустимих значень цього вектора. Спосіб згортки не фіксується, це може бути як адитивна згортка, так і мультиплікативна або інші.

За кожним фіксованим вектором Λ метод скалярної згортки зводить розв'язування ЗБО до розв'язування однокритеріальної задачі глобальної умовної оптимізації

$$\min_{X \in D_X} \varphi(X,\ \Lambda) = \varphi(X^*,\ \Lambda).$$

Оскільки D_X обмежене і замкнуте, то розв'язок даної задачі існує.

Якщо за кожним $\Lambda \in D_\Lambda$ розв'язок задачі (1) єдиний, то умова (1) ставить у відповідність кожному з допустимих векторів Λ єдиний вектор X^* і відповідні значення частинних критеріїв оптимальності $f_1(X^*),\ f_2(X^*),\ \ldots,\ f_m(X^*)$. Ця обставина дозволяє передбачити, що функція переваг ОПР $\psi(X,\ F) \in R^1$ визначена не на множині D_X, а на множині D_Λ.

Таким чином, основна ідея методу *FREF* полягає в побудові апроксимації функції переваг ОПР $\tilde{\psi}(\Lambda)$ на множині D_Λ і пошуку вектора $\Lambda^* \in D_\Lambda$, який максимізує функцію переваг ОПР. Тобто вектор $\Lambda^* \in D_\Lambda$ знаходять в результаті розв'язування однокритеріальної задачі $\max_{X \in D_X} \tilde{\psi}(\Lambda) = \tilde{\psi}(\Lambda^*)$.

Перехід з простору варійованих параметрів R^n у простір вагових множників R^m дозволяє спростити пошук найкращого з точки зору ОПР розв'язку, оскільки $m << n$. Основною процедурою в методі *FREF* є апроксимація функції переваг, для чого запропоновано використовувати нейронні мережі, апарат нечіткої логіки та нейронно-нечіткі системи.

Загальна логіка методу *FREF* складається з таких етапів.

Етап розгону методу. Багатокритеріальна оптимізаційна система деяким чином, можливо і випадково, послідовно генерує k векторів $\Lambda_i,\ i \in [1:k]$ та для кожного з цих векторів виконує такі дії:

1) розв'язує однокритеріальну задачу

$$\min_{X \in D_X} \varphi(X,\ \Lambda) = \varphi(X^*,\ \Lambda);$$

2) показує ОПР знайдені розв'язки X^* та відповідні значення всіх часткових критеріїв оптимальності

$$f_1(X^*),\ f_2(X^*),\ \ldots,\ f_m(X^*);$$

3) ОПР оцінює ці дані та вводить до багатокритеріальної системи відповідне значення свої функції переваг $\psi(\Lambda_i)$.

Перший етап. На основі всіх наявних у багатокритеріальній оптимізаційній системі значень $\Lambda_1,\ \Lambda_2,\ \ldots, \Lambda_k$ вектора Λ та відповідних оцінок функції переваг $\psi(\Lambda_1),\ \psi(\Lambda_2),\ \ldots, \psi(\Lambda_k)$ багатокритеріальна система виконує такі дії:

1) будує функцію $\tilde{\psi}_1(\Lambda)$, яка апроксимує функцію $\psi(\Lambda)$ в околі точок $\Lambda_1,\ \Lambda_2,\ \ldots, \Lambda_k$;

2) відшукує максимум функції $\tilde{\psi}_1(\Lambda)$ – розв'язує однокритеріальну задачу $\max_{X \in D_X} \tilde{\psi}_1(\Lambda) = \tilde{\psi}_1(\Lambda_1^*)$;

3) з відшуканим вектором Λ_1^* розв'язує однокритеріальну задачу $\min_{X \in D_X} \varphi(X,\ \Lambda) = \varphi(X^*,\ \Lambda)$ – знаходить вектор параметрів і відповідні значення частинних критеріїв оптимальності та для оцінки показує ОПР. ОПР оцінює запропонований йому розв'язок та вводить у систему відповідне значення своєї функції переваг $\psi(\Lambda_1^*)$.

Другий етап. На основі всіх наявних у системі значень вектора Λ та відповідних оцінок функції переваг $\psi(\Lambda_1),\ \psi(\Lambda_2),\ \ldots,\ \psi(\Lambda_k),\ \psi(\Lambda_1^*)$ багатокритеріальна система виконує апроксимацію функції $\psi(\Lambda)$ в околі точок $\Lambda_1,\ \Lambda_2,\ \ldots, \Lambda_k,\ \Lambda_1^*$ – будує функцію $\tilde{\psi}_2(\Lambda)$. І так далі за схемою першого етапу до тих пір, доки ОПР не зупиниться на якому-небудь розв'язку.

Таким чином, у методі *FREF* ОПР аналізує розв'язки, які належать множині Парето.

Існує інший клас інтерактивних методів, які ґрунтуються на парних порівняннях, коли ОПР вносить свої переваги в багатокритеріальну систему у вигляді парного порівняння окремих розв'язків [4–6]. Так, альтернатива X^i та відповідне значення векторного критерію оптимальності F^i краще набору (X^j, F^j), що позначається $F^i \prec F^j$, або два набори (X^i, F^i) та (X^j, F^j) невиразні, що позначається $F^i \equiv F^j$. На основі отриманої інформації багатокритеріальна оптимізаційна система визначеним способом будує апроксимацію функції переваг ОПР $\tilde{\psi}(X, F)$ з метою забезпечення коректного ранжування даних. Тобто якщо $F^i \prec F^j$, то $\tilde{\psi}(X^i, F^i) > \tilde{\psi}(X^j, F^j)$; якщо $F^i \equiv F^j$, то $\tilde{\psi}(X^i, F^i) \approx \tilde{\psi}(X^j, F^j)$. Вважається, що всі методи даного класу ґрунтуються на підході, що складається з комбінації одного з еволюційних алгоритмів з процедурою побудови функції переваг ОПР $\tilde{\psi}(X, F)$. Загальна схема методів даного класу така.

Етап 1. Генерують початкову популяцію розв'язків $P^{(0)}$.

Етап 2. Одним з методів наближеної побудови множини Парето отримуємо початкову апроксимацію цієї множини: формуємо множину розв'язків $P^{(h)}$.

Етап 3. Вибирають з множини $P^{(h)}$ число розв'язків (X, F), що дорівнює s для оцінки ОПР. Потім ОПР ранжує ці розв'язки та вносить отриману інформацію в систему.

Етап 4. На основі отриманої інформації багатокритеріальна оптимізаційна система будує апроксимацію функції переваг ОПР $\tilde{\psi}^{(h)}$.

Етап 5. Обчислюють метод наближеної побудови множини Парето, при цьому як функцію пристосування окремих розв'язків використовують функцію переваг ОПР $\tilde{\psi}^{(h)}$ і формують множину розв'язків $P^{(h+1)}$.

Етап 6. Якщо умова зупинки виконана, то завершується обчислення. У протилежному випадку здійснюють перехід на Етап 2.

Основним критерієм зупинки є отримання ОПР найбільше задовольняючих її розв'язків. Проте на етапі випробування методу на текстових задачах багатокритеріальної оптимізації, при відсутності реальної ОПР, можуть бути розглянуті також інші умови. Наприклад, виконання наперед заданого числа ітерацій діалогу з ОПР або досягнення фіксованого числа ітерацій метода наближеної побудови множини Парето. Модифікацією даного методу є сучасні методи, а саме: *IEM*, *PI-EMO-VF*, *BC-EMO*. Серед них перспективними є методи *PREF* і *BC-EMO*.

Пропонується метод інтерактивного пошуку оптимальних розв'язків багатокритеріальної функції ефективності діяльності підприємства, яка описується збалансованою системою показників з урахуванням функцій змін значень цих показників протягом періоду дослідження та відповідних закономірних тенденцій змін цих показників. Адже на ефективність діяльності підприємства впливає багато випадкових факторів, що обумовлює доцільність прямого пошуку, що ґрунтується на природному доборі всіх можливих станів.

Постановка задачі: знайти максимум функції.

Знайти максимум рівня ефективності діяльності підприємства ПАТ «Турбоатом»:

$$F = \begin{pmatrix} x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{17}, x_{22}, x_{24}, x_{25}, x_{26}, \\ x_{27}, x_{28}, x_{29}, x_{30}, x_{32}, x_{33}, \\ x_{35}, x_{36}, x_{37}, x_{41}, x_{42}, x_{43}, x_{44} \end{pmatrix} \to \max,$$

тобто

$$F = \begin{pmatrix} f_1,\ f_2,\ f_3,\ f_4,\ f_5,\ f_6,\ f_7,\ f_8,\ f_9,\ f_{10}, \\ f_{11},\ f_{12},\ f_{13},\ f_{14},\ f_{15},\ f_{16},\ f_{17}, f_{18},\ f_{19}, \\ f_{20},\ f_{21},\ f_{22},\ f_{23} \end{pmatrix},$$

де частинні показники є частинними критеріями оцінки діяльності підприємства та структуровані за чотирма складовими: фінансовою складовою (*ФС*): (x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{17}); складовою внутрішніх бізнес-процесів (*СВБП*): (x_{22}, x_{24}, x_{25}, x_{26}, x_{27}, x_{28}, x_{29}, x_{30}); клієнтською складовою (*КС*): (x_{32}, x_{33}, x_{35}, x_{36}, x_{37}); складовою навчання й розвитку персоналу (*СНРП*): (x_{41}, x_{42}, x_{43}, x_{44}) [9].

Фінансова складова визначається показниками: рентабельність підприємства (x_{11}), рентабельність продажів (x_{12}), коефіцієнти оборотності дебіторської заборгованості (x_{13}), рентабельність власного капіталу (x_{14}), коефіцієнти абсолютної ліквідності (x_{15}), коефіцієнт фінансової стабільності (x_{16}), коефіцієнт автономії (x_{17}).

Складова внутрішніх бізнес-процесів визначається показниками: темпи зростання продуктивності праці (x_{21}), темпи зростання/зниження собівартості (x_{22}), коефіцієнт використання виробничих потужностей (x_{23}), фондовіддача (x_{24}), коефіцієнт зносу основних фондів (x_{25}), питома вага витрат на модернізацію виробництва (x_{26}), фондоозброєність (x_{27}), частка власної техніки в загальній кількості основних фондів (x_{28}), частка нової продукції (x_{29}), коефіцієнт оновлення товарної номенклатури (x_{30}).

Клієнтська складова характеризується такими показниками: відношення ціни продукції до галузевих стандартів (x_{31}), питома вага витрат на просування товару (x_{32}), відповідність обсягів поставлених ресурсів потребі в них (x_{33}), частка витрат на гарантійне обслуговування (x_{34}), частка продукції, що підлягала гарантійному обслуговуванню (x_{35}), економічна ефективність експорту (x_{36}), питома вага поставок за прямими договорами (x_{37}), частка порушень договорів постачання (x_{38}).

Складова навчання й розвитку персоналу визначається показниками: темпи зростання чисельності працівників (x_{41}), питома вага працівників, які підвищили кваліфікацію у звітному році (x_{42}), питома вага працівників віком до 50 років (x_{43}), питома вага працівників, які виконують науково-технічну роботу (x_{44}).

Рівняння кривих, що описують зміну значень показників протягом періоду дослідження, такі:

$$x_{11} = f_1 = \sqrt{0,0028 + 0,000033t^2} \to \max,$$
$$R^2 = 0,4488,\ F = 6,51,\ DW = 1,644;$$

$$x_{12} = f_2 = \sqrt{0,0565 + 0,00039t^2} \to \max,$$
$$R^2 = 0,3234, \ F = 3,82, \ DW = 1,809;$$

$$x_{13} = f_3 = 0,0159 - 0,00003t^2 \to \max,$$
$$R^2 = 0,1783, \ F = 1,74, \ DW = 2,805;$$

$$x_{14} = f_4 = \sqrt{0,0032 + 0,000038t^2} \to \max,$$
$$R^2 = 0,458, \ F = 6,76, \ DW = 1,8448;$$

$$x_{15} = f_5 = \sqrt{0,6678 + 0,0021t^2} \to \max,$$
$$R^2 = 0,7604, \ F = 25,39, \ DW = 1,7789;$$

$$x_{17} = f_6 = 0,8117 + 0,0121 \ln t \to \max,$$
$$R^2 = 0,2448, \ F = 2,59, \ DW = 1,804;$$

$$x_{22} = f_7 = \sqrt{1,6295 - 0,047t} \to \max,$$
$$R^2 = 0,106, \ F = 0,89, \ DW = 2,886;$$

$$x_{24} = f_8 = \frac{1}{0,71 - 0,0045t} \to \max,$$
$$R^2 = 0,9478, \ F = 145,33, \ DW = 2,642;$$

$$x_{25} = f_9 = \sqrt{2,2602 - 0,047 \ln t} \to \min,$$
$$R^2 = 0,821, \ F = 36,7, \ DW = 1,081;$$

$$x_{26} = f_0 = \sqrt{0,0013 + 0,0004t^2} \to \max,$$
$$R^2 = 0,662, \ F = 15,68, \ DW = 1,948;$$

$$x_{27} = f_{11} = 15655 + 1108,18t \to \max,$$
$$R^2 = 0,997, \ F = 2691,08, \ DW = 2,562;$$

$$x_{28} = f_{12} = \frac{1}{6,731 - 0,277t} \to \max,$$
$$R^2 = 0,791, \ F = 30,32, \ DW = 1,008;$$

$$x_{29} = f_{13} = \exp(-3,23 + 0,14\sqrt{t}) \to \max,$$
$$R^2 = 0,322, \ F = 3,81, \ DW = 2,419;$$

$$x_{30} = f_{14} = \sqrt{0,0033 + 0,0002t} \to \max,$$
$$R^2 = 0,216, \ F = 2,21, \ DW = 2,069;$$

$$x_{32} = f_{15} = \frac{1}{10,533 - 0,928\sqrt{t}} \to \max,$$
$$R^2 = 0,4056, \ F = 5,46, \ DW = 2,05;$$

$$x_{33} = f_{16} = \sqrt{0,0028 + 0,00003t^2} \to \max,$$
$$R^2 = 0,4488, \ F = 6,51, \ DW = 1,644;$$

$$x_{35} = f_{17} = \frac{1}{19,592 + 0,027t^2} \to \max,$$
$$R^2 = 0,144, \ F = 1,35, \ DW = 3,296;$$

$$x_{36} = f_{18} = \sqrt{0,658 + 0,0006t^2} \to \max,$$
$$R^2 = 0,419, \ F = 5,77, \ DW = 2,503;$$

$$x_{37} = f_{19} = \frac{1}{1,235 - 0,0004t^2} \to \min,$$
$$R^2 = 0,178, \ F = 1,73, \ DW = 1,873;$$

$$x_{41} = f_{20} = \frac{1}{0,997 + 0,0002t^2} \to \min,$$
$$R^2 = 0,2022, \ F = 2,03, \ DW = 2,406;$$

$$x_{42} = f_{21} = \frac{1}{77,493 + 4,276} \to \max,$$
$$R^2 = 0,159, \ F = 1,52, \ DW = 3,351;$$

$$x_{43} = f_{22} = \sqrt{0,282 + 0,00014t^2} \to \max,$$
$$R^2 = 0,7079, \ F = 19,39, \ DW = 0,949;$$

$$x_{44} = f_{23} = (0,148 - 0,00001t^2)^2 \to \max,$$
$$R^2 = 0,064, \ F = 0,54, \ DW = 2,497.$$

Наступним етапом розв'язування багатокритеріальної оптимізаційної задачі ефективності діяльності підприємства є врахування інтервалів змін значень частинних критеріїв. Зміни значень частинних показників для оцінки діяльності промислових підприємств на визначених інтервалах часу мають межі. Ці межі слід врахувати при пошуку розв'язку багатокритеріальної оптимізаційної задачі. Доцільно межі обґрунтовувати з урахуванням числових характеристик розподілів значень цих показників на визначеному інтервалі часу та прогнозів, обчислених за наведеними кривими зростання. Для даної задачі прогнозні значення по кожному частинному показнику за складовими збалансованої системи показників для оцінки діяльності промислового підприємства такі. На три наступні періоди часу прогнози показників фінансової складової (*ФС*): x_{11} – 0,0823; 0,0872; 0,092; x_{12} – 0,322; 0,336; 0,35; x_{13} – 0,0123; 0,012; 0,011; x_{14} – 0,089; 0,094; 0,099; x_{15} – 0,961; 0,986; 1,012; x_{17} – 0,841; 0,842; 0,843. На три наступні періоди часу прогнози показників складової внутрішніх бізнес-процесів (*СВБП*): x_{22} – 1,052; 1,029; 1,005; x_{24} – 1,513; 1,523; 1,533; x_{25} – 0,384; 0,379; 0,374; x_{26} – 0,244; 0,261; 0,279; x_{27} – 27845,0; 28953,2; 30061,4; x_{28} – 0,271; 0,294; 0,32; x_{29} – 0,063; 0,064; 0,065; x_{30} – 0,073; 0,076; 0,077. На три наступні періоди часу прогнози показників клієнтської складової (*КС*): x_{32} – 0,134; 0,137; 0,139; x_{33} – 0,083; 0,087; 0,092; x_{35} – 0,044; 0,042; 0,041; x_{36} – 0,855; 0,864; 0,872; x_{37} – 0,841; 0,847; 0,854. Прогнози показників складової навчання й розвитку персоналу (*СНРП*): x_{41} – 0,981; 0,977; 0,972; x_{42} – 0,011; 0,011; 0,011; x_{43} – 0,547; 0,55; 0,553; x_{44} – 0,021; 0,021; 0,021.

Отже, з урахуванням числових характеристик розподілів значень показників діяльності підприємства на визначеному інтервалі часу та прогнозів, обчислених за наведеними кривими зростання, система обмежень на зміну їх значень така:

$$0,019 \le x_{11} \le 0,092; \quad 0,158 \le x_{12} \le 0,35;$$
$$0,011 \le x_{13} \le 0,02; \quad 0,025 \le x_{14} \le 0,099;$$
$$0,81 \le x_{15} \le 1,012; \quad 0,8 \le x_{17} \le 0,859;$$

$$1,005 \le x_{22} \le 1,6; \quad 1,42 \le x_{24} \le 1,533;$$

$$0,374 \le x_{25} \le 0,5; \quad 0,1 \le x_{26} \le 0,28;$$

$$16541 \le x_{27} \le 30061,4; \quad 0,15 \le x_{28} \le 0,32;$$

$$0,04 \le x_{29} \le 0,07; \quad 0,05 \le x_{30} \le 0,08;$$

$$0,1 \le x_{32} \le 0,14; \quad 0,5 \le x_{33} \le 1,0;$$

$$0,04 \le x_{35} \le 0,06; \quad 0,855 \le x_{36} \le 1,173;$$

$$0,8 \le x_{37} \le 0,854; \quad 0,972 \le x_{41} \le 1,023;$$

$$0,01 \le x_{42} \le 0,013; \quad 0,53 \le x_{43} \le 0,553;$$

$$0,021 \le x_{44} \le 0,022.$$

Знайдемо множину Парето-розв’язків, використавши програмне середовище MatLab, а саме, реалізувавши процедуру *Multiobjective optimization using Genetic Algorithm*, скорочено *gamultiobj*. Відомо, що генетичний алгоритм повторює певну кількість разів процедури модифікації популяції (набір окремих розв’язків), домагаючись тим самим отримання нових наборів розв’язків (нові популяції). При цьому на кожному кроці з популяції вибираються «батьківські особини», тобто розв’язки, спільна модифікація яких (схрещування) і приводить до формування нової особини в наступному поколінні.

Генетичний алгоритм використовує три види правил, на основі яких формується нове покоління: правила відбору, схрещування та мутації. Властиві генетичного алгоритму характеристики сприяють їх ефективному застосуванню для розв’язання задач багатокритеріальної оптимізації, оскільки ґрунтуються на використанні множини потенціальних розв’язків – популяції та глобальному пошуку в декількох напрямах. Генетичний алгоритм не висуває ніяких вимог до виду цільової функції і обмежень. В обчислювальній процедурі було враховано тип популяції як подвійний вектор з розміром популяції 120, при цьому функція вибору реалізується як випадковий вибір з двох осіб з параметрами відтворення 0,3 та 0,5. Функція мутації залежить від обмежень, при цьому схрещування середнє, напрям міграції – вперед, тобто в напрямку останньої субпопуляції та кожні 20 поколінь. На *рис. 1* представлено результати даних обчислень.

При цьому оптимальні значення часткових показників оцінки діяльності підприємства такі:

$$x_{11} = 0,0781, \; x_{12} = 0,3089, \; x_{13} = 0,0129, x_{14} = 0,0836,$$
$$x_{15} = 0,9367, \; x_{17} = 0,8395, \; x_{22} = 1,077, \; x_{24} = 1,5037,$$
$$x_{25} = 1,467, x_{26} = 0,203, x_{27} = 26725,9024,$$
$$x_{28} = 0,2523, \; x_{29} = 0,0616, \; x_{30} = 0,0728, \; x_{32} = 0,1316,$$
$$x_{33} = 0,0761, \; x_{35} = 0,0449, x_{36} = 0,8473, x_{37} = 0,8368,$$
$$x_{41} = 0,9833, \; x_{42} = 0,0115, x_{43} = 0,544, x_{44} = 0,0216.$$

Оптимальні значення показників є основою для порівняльної оцінки та служать підґрунтям для розроблення стратегій діяльності підприємства.

Отже, розв’язувати багатокритеріальну оптимізаційну задачу ефективності діяльності підприємства рекомендується в такій послідовності етапів: 1) сформувати недомінуючі вектори $X^j, \; j \in [1:s]$ на множині допустимих значень D_X; 2) встановити правила відбору, схрещування та мутації; 3) встановити критерії зупинки обчислювального алгоритму; 4) обчис-

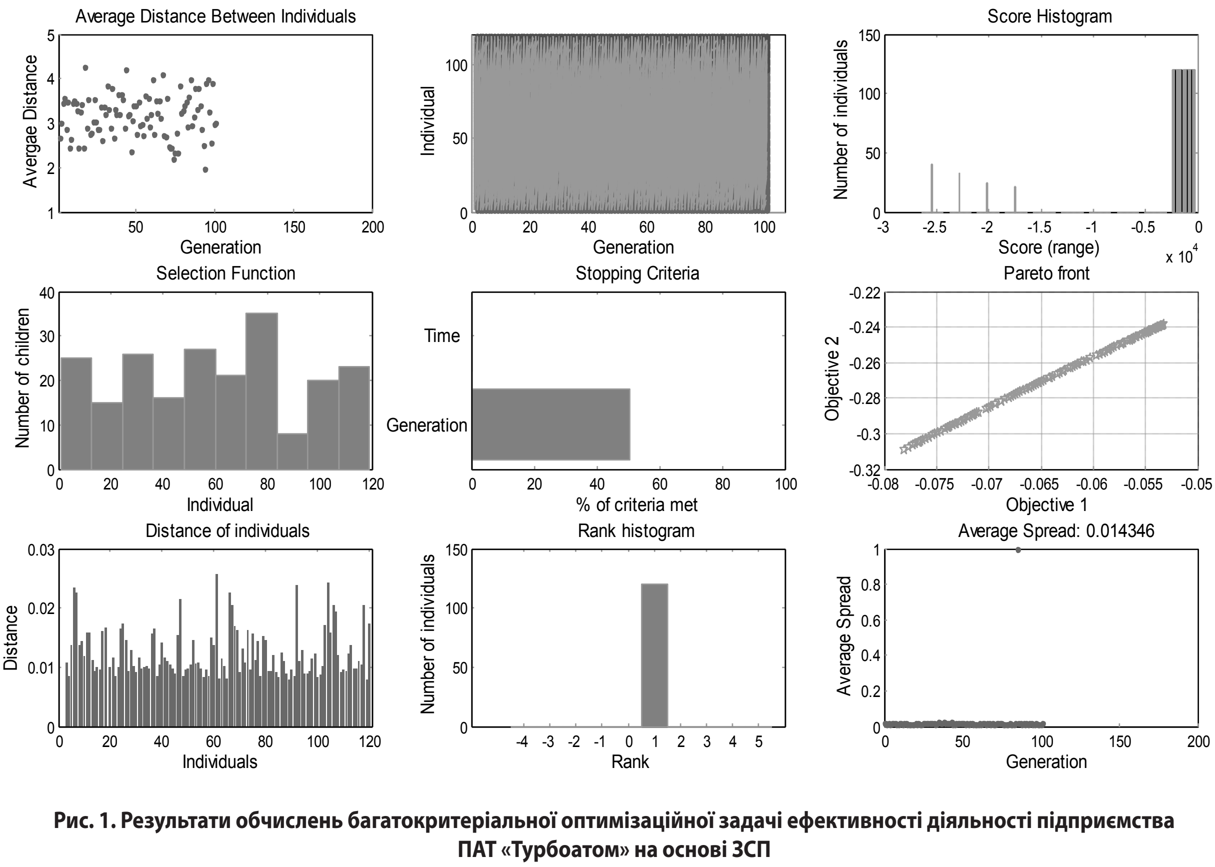

Рис. 1. Результати обчислень багатокритеріальної оптимізаційної задачі ефективності діяльності підприємства ПАТ «Турбоатом» на основі ЗСП

лити значення відповідного векторного критерію оптимальності $F^j = F(X^j), j \in [1:s]$; 5) провести аналіз отриманих розв'язків, якщо вони задовольняють особу, яка приймає рішення (ОПР), то процес слід зупинити, якщо не задовольняє, то слід продовжити обчислювальний алгоритм та перейти до етапу 1. ■

ЛІТЕРАТУРА

1. Малярець Л. М., Рєзнік Є. В., Сінкевич Б. В. Сучасні оптимізаційні методи в середовищі MatLab: навч. посіб. Ч. 1. Харків: Вид. ХНЕУ, 2011. 360 с.

2. Малярець Л. М., Рєзнік Є. В., Сінкевич Б. В. Сучасні оптимізаційні методи в середовищі MatLab: навч. посіб. Ч. 2. Харків: Вид. ХНЕУ, 2013. 356 с.

3. Jin Y., Olhofer M., Sendhoof B. A framework for evolutionary optimization with approximate fitness functions. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 2002. Vol. 6, No. 5. P. 481–494.

4. Rasheed K., Hirsh H. Informed operators: Speeding up genetic-algorithm-based design optimization using reduced models // In Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-2000). Las Vegas, Morgan Kaufmann, 2000. P. 628–635.

5. Persson A., Grimm H., Ng A. Metamodel-assisted global search using a probing technique // In Proceedings of The IAENG International Conference on Artificial Intelligence and Applications (ICAIA'07), 2007.

6. Шварц Д. Т. Интерактивные методы решения задач многокритериальной оптимизации. Обзор. URL: http://technomag.edu.ru/doc/547747.html

7. Карпенко А. П., Федорук В. Г. Аппроксимация функции предпочтений лица, принимающего решения, в задаче многокритериальной оптимизации. 3. Методы на основе нейронных сетей и нечеткой логики. *Наука и образование*. 2008. № 4. URL: http://technomag.edu.ru/doc/86335.html

8. Карпенко А. П., Моор Д. А., Мухлисуллина Д. Т. Многокритериальная оптимизация но основе нечеткой аппроксимации функции предпочтений лица, принимающего решения. *Наука и образование*. 2010. № 1 http://technomag.bmstu.ru/doc/143964.html

9. Мінєнкова О. В. Формування ознакового простору моделювання збалансованої системи показників для оцінки діяльності підприємства. *Науковий вісник Херсонського державного університету*. Сер.: Економічні науки. 2016. Вип. 20. С. 185–188.

REFERENCES

Jin, Y., Olhofer, M., and Sendhoof, B. "A framework for evolutionary optimization with approximate fitness functions". *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. Vol. 6, no. 5 (2002): 481-494.

Karpenko, A. P., and Fedoruk, V. G. "Approksimatsiya funktsii predpochteniy litsa, prinimayushchego resheniya, v zadache mnogokriterialnoy optimizatsii. 3. Metody na osnove neyronnykh setey i nechetkoy logiki" [Approximation of functions of preferences of decision makers in the multicriteria optimization problem. 3. Methods based on neural networks and fuzzy logic]. Nauka i obrazovanie. http://technomag.edu.ru/doc/86335.html

Karpenko, A. P., Moor, D. A., and Mukhlisullina, D. T. "Mnogokriterialnaya optimizatsiya no osnove nechetkoy approksimatsii funktsii predpochteniy litsa, prinimayushchego resheniya" [Multi-objective optimization based on fuzzy approximation of functions of preferences of decision makers]. Nauka i obrazovaniye. http://technomag.bmstu.ru/doc/143964.html

Maliarets, L. M., Rieznik, Ye. V., and Sinkevych, B. V. *Suchasni optymizatsiini metody v seredovyshchi MatLab* [Modern optimization methods in MatLab]. Part 2. Kharkiv: Vyd-vo KhNEU, 2013.

Maliarets, L. M., Rieznik, Ye. V., and Sinkevych, B. V. *Suchasni optymizatsiini metody v seredovyshchi MatLab* [Modern optimization methods in MatLab]. Part 1. Kharkiv: Vyd-vo KhNEU, 2011.

Minienkova, O. V. "Formuvannia oznakovoho prostoru modeliuvannia zbalansovanoi systemy pokaznykiv dlia otsinky diialnosti pidpryiemstva" [The formation of the feature space modeling of the balanced scorecard for the evaluation of enterprise]. *Naukovyi visnyk Khersonskoho derzhavnoho universytetu*. Ser.: Ekonomichni nauky, no. 20 (2016): 185-188.

Persson, A., Grimm, H., and Ng, A. "Metamodel-assisted global search using a probing technique". In *Proceedings of The IAENG International Conference on Artificial Intelligence and Applications* (ICAIA'07), 2007.

Rasheed, K., and Hirsh, H. "Informed operators: Speeding up genetic-algorithm-based design optimization using reduced models". In *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference* (GECCO-2000), 628-635. Las Vegas: Morgan Kaufmann, 2000.

Shvarts, D. T. "Interaktivnye metody resheniia zadach mnogokriterialnoy optimizatsii. Obzor" [Interactive methods for solving multi-objective optimization. Overview]. http://technomag.edu.ru/doc/547747.html