УДК 656.71:004.231(045)

ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ПІДВИЩЕННЯ СТУПЕНЯ ЖИВУЧОСТІ НЕЧІТКОЇ МЕРЕЖІ АЕРОПОРТІВ ДО ЗАДАНОГО РІВНЯ

© 2017 **ОЛЕШКО Т. І., ЛЕЩИНСЬКИЙ О. Л., ГОРБАЧОВА О. М.**

УДК 656.71:004.231(045)

Олешко Т. І., Лещинський О. Л., Горбачова О. М. Теоретичні засади підвищення ступеня живучості нечіткої мережі аеропортів до заданого рівня

У статті наведено теоретичні засади побудови графової моделі живучості нечіткої мережі в термінах теорії нечітких множин другого типу. Вивчено можливість і коректність узагальнення поняття нечіткого графа $\tilde{G}^*$ з точки зору представлення сукупності n-арних відношень для довільного скінченного $n \in N$. Введено визначення нечіткого гіперграфа $\tilde{G}\tilde{G}^*_{THM_i}$. Показане природне поширення поняття степеня живучості на гіперграфі $\tilde{G}\tilde{G}^*_{THM_1}$. Відмічено основні випадки зниження живучості нечіткого орієнтованого графа $\tilde{G}^*_{THM_2}$. Проаналізовано задачу збільшення ступеня живучості нечіткої транспортної мережі за критерієм найменших витрат і її тлумачення в питаннях авіаційних перевезень. Запропоновано модифікацію відомого алгоритму, який дозволяє збільшити сумарне значення функцій належності ребер нечіткого графа, щоб ступінь його живучості досягла необхідного значення. Обґрунтовано, що за допомогою розглянутих теоретичних засад запропонований алгоритм дозволяє підвищити степінь живучості нечіткої мережі аеропортів до заданого рівня.

***Ключові слова:** ступінь живучості, нечітка мережа аеропортів, нечіткий орієнтований граф, кон'юнктивна міцність.*
***Рис.:** 2. **Табл.:** 3. **Формул:** 8. **Бібл.:** 10.*

***Олешко Тамара Іванівна** – доктор технічних наук, професор, завідувачка кафедри економічної кібернетики, Національний авіаційний університет (пр. Космонавта Комарова, 1, Київ, 03058, Україна)*
***E-mail:** ti_oleshko@ukr.net*

***Лещинський Олег Львович** – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри економічної кібернетики, Національний авіаційний університет (пр. Космонавта Комарова, 1, Київ, 03058, Україна)*

***Горбачова Оксана Миколаївна** – кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри фінансів, обліку і аудиту, Національний авіаційний університет (пр. Космонавта Комарова, 1, Київ, 03058, Україна)*

УДК 656.71:004.231(045)

Олешко Т. И., Лещинский О. Л., Горбачева О. Н. Теоретические основы повышения степени живучести нечеткой сети аэропортов до заданного уровня

В статье приведены теоретические основы построения графовой модели живучести нечеткой сети в терминах теории нечетких множеств второго типа. Изучена возможность и корректность обобщения понятия нечеткого графа $\tilde{G}^*$ с точки зрения представления совокупности n-арных отношений для произвольного конечного $n \in N$. Введены определения нечеткого гиперграфа $\tilde{G}\tilde{G}^*_{THM_i}$. Показано естественное распространение понятия степени живучести на гиперграфе $\tilde{G}\tilde{G}^*_{THM_1}$. Отмечены основные случаи снижения живучести нечеткого ориентированного графа $\tilde{G}^*_{THM_2}$. Проанализирована задача увеличения степени живучести нечеткой транспортной сети по критерию наименьших затрат и её толкование в вопросах авиационных перевозок. Предложена модификация известного алгоритма, который позволяет увеличить суммарное значение функций принадлежности ребер нечеткого графа, чтобы степень его живучести достигла необходимого значения. Обосновано, что с помощью рассмотренных теоретических основ предложенный алгоритм позволяет повысить степень живучести нечеткой сети аэропортов до заданного уровня.

***Ключевые слова:** степень живучести, нечеткая сеть аэропортов, нечеткий ориентированный граф, конъюнктивная прочность.*
***Рис.:** 2. Табл.: 3. Формул: 8. Библ.: 10.*

***Олешко Тамара Ивановна** – доктор технических наук, профессор, заведующая кафедрой экономической кибернетики, Национальный авиационный университет (пр. Космонавта Комарова, 1, Киев, 03058, Украина)*
***E-mail:** ti_oleshko@ukr.net*
***Лещинский Олег Львович** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры экономической кибернетики, Национальный авиационный университет (пр. Космонавта Комарова, 1, Киев, 03058, Украина)*
***Горбачева Оксана Николаевна** – кандидат экономических наук, доцент, доцент кафедры финансов, учета и аудита, Национальный авиационный университет (пр. Космонавта Комарова, 1, Киев, 03058, Украина)*

UDC 656.71:004.231(045)

Oleshko T. I., Leshchinsky O. L., Horbachova O. M. The Theoretical Foundations of Enhancing the Degree of Survivability of the Fuzzy Network of Airports up to the Specified Level

The article provides the theoretical foundations of building a graph model of the survivability of a fuzzy network in terms of the theory of fuzzy sets of the second type. The possibility and the correctness of generalizing the concept of the fuzzy graph $\tilde{G}^*$ in terms of presentation of the set of n-ary relations for an arbitrary finite $n \in N$ have been studied. Definitions of the fuzzy hypergraph $\tilde{G}\tilde{G}^*_{THM_i}$ have been introduced. The natural spread of the concept of the degree of survivability on the hypergraph $\tilde{G}\tilde{G}^*_{THM_1}$ has been displayed. The main cases of reducing the survivability of the fuzzy oriented graph $\tilde{G}^*_{THM_2}$ have been specified. Analyzes of the task of increasing the degree of survivability of a fuzzy transportation network by the criterion of least cost and its interpretation in the matters of air transportation have been carried out. The authors suggest a modification of the known algorithm that allows to increase the sum value of the functions of membership of the fuzzy graph edges so that its survivability can reach the desired value. It has been substantiated that, using the considered theoretical foundations, the proposed algorithm allows to enhance the degree of survivability of the fuzzy network of airports up to the specified level.

***Keywords:** degree of survivability, fuzzy network of airports, fuzzy oriented graph, conjunctive toughness.*
***Fig.:** 2. **Tbl.:** 3. **Formulae:** 8. **Bibl.:** 10.*

***Oleshko Tamara I.** – D. Sc. (Engineering), Professor, Head of the Department of Economic Cybernetics, National Aviation University (1 Kosmonavta Komarova Ave., Kyiv, 03058, Ukraine)*
***E-mail:** ti_oleshko@ukr.net*
***Leshchinsky Oleg L.** – PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor of the Department of Economic Cybernetics, National Aviation University (1 Kosmonavta Komarova Ave., Kyiv, 03058, Ukraine)*
***Horbachova Oksana M.** – PhD (Economics), Associate Professor of the Department of Finance, Accounting and Auditing, National Aviation University (1 Kosmonavta Komarova Ave., Kyiv, 03058, Ukraine)*

Досліджуючи питання життєвих циклів конкретного аеропорту, автори дійшли висновку щодо доцільності розгляду мережі аеропортів і знаходження його ступеня живучості. Поняття живучості транспортної мережі на сьогодні знаходиться на початковому етапі вивчення, а загальних термінів «живучість мережі авіаперевезень», «живучість системи аеропортів» взагалі не існує. Під *економічною живучістю мережі аеропортів* будемо розуміти здатність її економічних об'єктів і зв'язків між ними протидіяти внутрішнім і зовнішнім впливам політичних, соціальних, економічних інцидентів, зберігаючи при цьому здатність повністю або частково відновлювати об'єкти, які зазнали негативного впливу. Вводячи поняття економічної живучості мережі аеропортів, маємо на меті розробку інструментарію оцінки ризиків виникнення економічної нестабільності системи аеропортів та можливих загроз банкрутства, який, своєю чергою, доповнить існуючі методи вимірювання економічної безпеки окремих аеропортів (елементів досліджуваної мережі), виявляючи в системі додаткові якісні характеристики. Враховуючи те, що живучість мережі аеропортів залежить від вилучення або доповнення певного елемента, розриву деякої гілки зв'язку, доцільно вивчати мережу аеропортів на основі теоретико-графового підходу як складну систему з властивими їй характеристиками. Майже всім складним системам, до яких, зокрема, належать економічні та соціально-економічні, притаманна проблема невизначеності. На сьогодні ця проблема передбачає застосування нових інформаційних технологій, складовою частиною яких є інтелектуальні засоби обробки інформації.

Задачі, що включають в себе умови невизначеності, являють собою слабо структуровані або неструктуровані. Слабо структуровані задачі відрізняються невідомими або невимірюваними компонентами, тобто компонентами, кількісно неоцінюваними. Такі задачі, своєю чергою, характеризуються відсутністю методів розв'язання на основі безпосереднього перетворення даних. Застосування теорії нечітких множин (ТНМ) дозволяє побудувати формальні схеми розв'язання задач, що характеризується тим чи іншим ступенем невизначеності, яка може бути обумовлена неповнотою, внутрішнім протиріччям, неоднозначністю та розмитістю початкових даних, що являють собою наближені кількісні або якісні оцінки параметрів об'єктів.

Останніми роками разом зі звичайними нечіткими множинами першого типу (*НМ*) [4, с. 5–49] більшого застосування знаходить теорія нечітких множин другого типу ($ТНМ_2$), хоча її використання супроводжується підвищенням обчислювальної складності алгоритмів [9; 10]. Використання $ТНМ_2$ доцільно у випадках очікування суттєвого покращення результатів (зокрема, підвищення «точності» прогнозування, покращення якості кластеризації). Аналіз теорій невизначеностей показує, що задачі в умовах невизначеності в багатьох випадках належать до класу *NP*-повних задач, розв'язання яких можливе з використанням вкладених методів «м'яких обчислень» [1; 6].

Наведені міркування вказують на актуальність даних досліджень з використанням $ТНМ_2$ при вивченні задачі підвищення ступеня живучості нечіткої системи аеропортів і побудови на її основі нечіткого графа $\tilde{G}^*_{THM\,2}$.

Теорія живучості транспортних систем і проблема підвищення ступеня живучості нечітких транспортних мереж на сьогоднішній день знаходиться на стадії становлення. Авторам відомі лише такі публікації в даному напрямку: [3; 8].

Метою статті є вивчення теоретичних засад підвищення ступеня живучості нечіткої множини аеропортів.

Для розв'язання конкретних практичних задач запропонована така інтерпретація нечітких множин типу $1НМ_1$ та типу $2НМ_2$:

Визначення 1.

$$\tilde{A}_1 = \left\{ \frac{\mu_A(x)}{x}, x \in U,\ 0 \le \mu_A(x) \le 1 \right\}, \quad (1)$$

де U – універсальна множина; $\mu_A(x)$ – функція належності елемента множині $A \subset C$, яка називається нечіткою множиною типу 1 [5].

Визначення 2.

$$\tilde{A}_{THM\,2} \left\{ \frac{\mu_A(x,u)}{x,u} \middle| \forall x \in X, \forall u \in Jx \subseteq [0,1] \right\}, \quad (2)$$

де X – універсальна множина; $\mu_A(x, u)$ – множина функцій належності $\mu_A(x)$, що характеризує ступінь належності символів x і u – множина, що характеризує вторинну функцію належності множині A, називається нечіткою множиною 2-го типу.

Пропонується така класифікація теорій нечітких множин першого типу ($ТНМ_1$) залежно від визначення операцій перетину та об'єднання нечітких множин (*табл. 1*).

Таблиця 1

Класифікація теорій нечітких множин першого типу

Назва $ТНМ_1$	Операція перетину	Операція об'єднання
Максимальна	$\mu_{(A\cap B)}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$	$\mu_{(A\cup B)}(x) = \max\{\mu_A(x),\ \mu_B(x)\}$
Алгебраїчна	$\mu_{(A\cap B)}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$	$\mu_{(A\cup B)}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$
Обмежена	$\mu_{(A\cap B)}(x) = \max\{0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1\}$	$\mu_{(A\cup B)}(x) = \min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\}$

Джерело: авторська розробка.

У теоріях $НМ_2$ вирізняють, зокрема, загальну ($ЗНМ_2$) та інтервальну ($ІНМ_2$) нечіткі множини [8]. Крім того, автори статті виокремлюють теорії $НМ_2$ (аналогічно $ТНМ_1$) залежно від визначення операцій об'єднання та перетину, заданих у них.

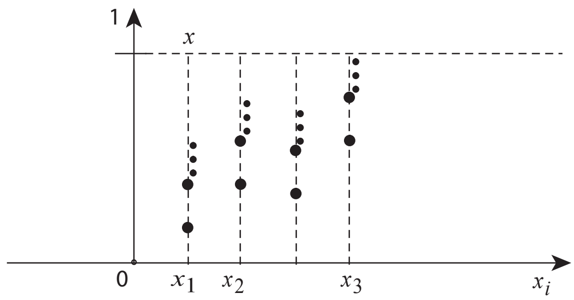
Наведемо завдання дискретної $НМ_2$ таким чином. Нехай елемент $x \in X$ може приймати значення x_1, x_2, ..., x_m. Тоді функція належності $\mu_{x_i}^{j}(x) \in [0,1],\ i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}$. Цей факт можна описати матрицею (*табл. 2*) і множиною точок у декартовій системі координат на площині (*рис. 1*).

Таблиця 2

Матриця значень функції належності

	x_i \ μ	$\mu_{x_i}^{1}(x)$	$\mu_{x_i}^{2}(x)$	...	$\mu_{x_i}^{n}(x)$
$A_{m\times n} =$	x_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
	x_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	x_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}

Джерело: авторська розробка.



$$0 \le a_{kt} \le 1, k = \overline{1,m}.t = \overline{1,n}, k,t,n \in N$$

Рис. 1. Графік дискретної функції належності нечіткої множини типу 2

Джерело: авторська розробка.

Зауваження. У випадку, коли для кожного x_i неоднакова кількість $\mu_{x_i}(x)$, тобто не існує єдиного *n*, матрицю $A_{m\times n}$ доповнюють нулями.

Кожне значення $a_{ij} = \mu_{x_i}^{j}(x)$ має свою функцію належності

$$\mu_{\mu_{x_i}^{j}(x)} a_{ij} = \mu_{\mu_{x_i}^{j}(x)}(\mu_{x_i}^{j}(x)). \qquad (3)$$

Цей факт, своєю чергою, можна описати матрицею (*табл. 3*) і множиною точок в декартовій системі координат в тривимірному проекторі (*рис. 2*).

Третій вимір – $\mu_{\mu_{x_i}}(x)(\mu_{x_i}(x))$ – характеризує вторинну функцію належності нечіткій множині $\tilde{A} : \mu_A(x,u)$ – функція належності для $\mu_A(x)$. Її ще називають слідом невизначеності (*FOU*).

При побудові графових моделей нечіткої мережі аеропортів виникає задача представлення знань у вигляді, що дозволяє компактно зберігати і формально опрацьовувати необхідну різноманітну інформацію, залишаючи при цьому первісний зміст і взаємозв'язки. Природними моделями, які підтримують об'єктно-предикатний підхід, є неорієнтовані та орієнтовані гіперграфи, що є суттєвим узагальненням поняття графів з точки зору представлення ними сукупності *n*-арних відношень для довільного скінченного $n \in N$ [2]. Нечіткий орієнтований гіперграф можна розглядати або як довільний набір нечітких підмножин, визначених в одній множині, або як сукупність нечітких симетричних відношень різної n-ості [7].

Вивчаючи питання живучості мережі аеропортів для врахування природної невизначеності, скористаємося поняттям нечіткого орієнтовного графа $\tilde{G}^*$ [8] та введемо поняття нечіткого орієнтованого гіперграфа.

Визначення 3. Нечітким орієнтованим гіперграфом $\tilde{G}\tilde{G}^*_{THM_1} = (\tilde{x}, D)$ будемо називати пару множин: нечітку множину $\tilde{X} = \left\{ \left\langle \frac{u_x(x_i)}{x_i} \right\rangle \right\},\ i \in I = \{1,2,...,n\}$ – множину вершин і чітку множину $D = \{d_i\}$, $i \in J = \{1,2,...,m\}$ – множину орієнтованих ребер, причому кожна $\tilde{X}_i = \left\langle \left\langle \frac{u_x(x_{i_1})}{x_{i_1}} \right\rangle, \left\langle \frac{u_x(x_{i_2})}{x_{i_2}} \right\rangle, ..., \left\langle \frac{u_x(x_{i_s})}{x_{i_s}} \right\rangle \right\rangle$ -вершина є розпливчатим кортежем у *D*. Тут $\tilde{x}_{i_1}, \tilde{x}_{i_2}, ..., \tilde{x}_{i_s} \in \tilde{X}$. Деяка вершина $\tilde{x}_y \in \tilde{X}$ може зустрічатися в кортежі $\tilde{x}_i$ неодноразово, причому $\mu_{x_i}(x_y)$ може мати різні значення залежно від місця $\tilde{x}_y$ в кортежі.

Якщо кожне ребро $d_j \in D$ гіперграфа $\tilde{G}\tilde{G}^*_{THM_1}$ містить рівно дві вершини (елемента) в кортежі, то отримується нечіткий орієнтований граф.

Величину

$$\mu(x_i) = \wedge_{k=1}^{s} \mu_{x_i}(x_{i_k}) \qquad (4)$$

будемо називати міцністю вершини $\tilde{x}_i$.

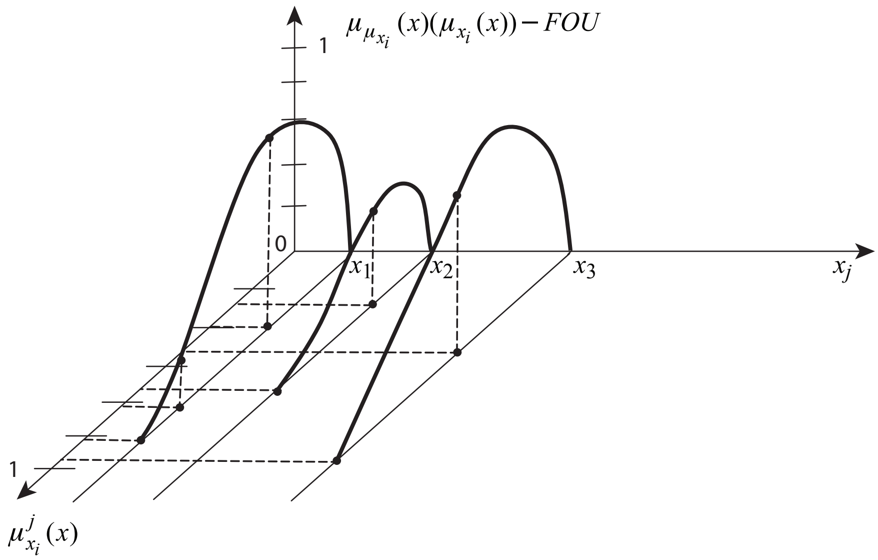
Будь-який відрізок ребра d_j, який складається з попарно сусідніх елементів і містить не менше двох сусідніх елементів, називається фрагментом. Можна визначити міцність фрагмента як мінімальне значення функцій належності вершин, що входить у нього. Кожна вершина $\tilde{x}_i$ гіперграфа $\tilde{G}\tilde{G}^*_{THM_1}$ однозначно зображується нечітким орієнтованим графом $\tilde{G}^*_{THM_1} = (\tilde{x}_i, D)$, який має ту ж саму множину дуг, що й гіперграф $\tilde{G}\tilde{G}^*_{THM_1}$.

Таблиця 3

Матриця значень функції належності

	x_i \ $\mu(\mu_{x_i}(x))$	$\mu_{\mu(x)}(\mu^1_{x_i}(x_i))$	$\mu_{\mu(x)}(\mu^1_{x_i}(x_i))$	…	$\mu_{\mu(x)}(\mu^1_{x_i}(x_i))$
$B_{m\times n}=$	x_1	b_{11}	b_{12}	…	b_{1n}
	x_2	b_{21}	b_{22}	…	b_{2n}
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	x_m	b_{m1}	b_{m2}	…	b_{mn}

Джерело: авторська розробка.



$$0 \le b_{lp} \le 1; l=\overline{1,m}; p=\overline{1,n}; l,p \in N$$

Рис. 2. Графік неперервної функції належності нечіткої множини типу 2

Джерело: авторська розробка.

Дві вершини – $\tilde{x}_\alpha$ і $\tilde{x}_\beta$ – будемо називати суміжними по ребру d_j, якщо вони розташовані в кортежі d_j на сусідніх позиціях, а величину $\mu_{d_j}(\tilde{x}_\alpha,\tilde{x}_\beta)=\mu_{x_\alpha}(\tilde{x}_\alpha)\wedge\mu_{x_\beta}(\tilde{x}_\beta)$ – ступенем суміжності вершин $\tilde{x}_\alpha$ і $\tilde{x}_\beta$ по ребру d_j.

Визначення 4.

Величину

$$\mu_D(\tilde{x}_\alpha,\tilde{x}_\beta)=\vee_{d_i\in D}\,\mu_{d_j}(\tilde{x}_\alpha,\tilde{x}_\beta) \qquad (5)$$

будемо називати ступенем суміжності вершин $\tilde{x}_\alpha$ і $\tilde{x}_\beta$ в гіперграфі $\tilde{G}^*_{THM_1}$.

Ступенем живучості нечіткого графа $\tilde{G}^*_{THM_1}$ називають величину $V(\tilde{G}^*)\in[0,1]$, що визначається виразом

$$V(\tilde{G}^*_{THM_1})=\wedge_{\tilde{x}_i\in\tilde{x}}\wedge_{\tilde{x}_j\in\tilde{x}}\tilde{L}(\tilde{x}_i,\tilde{x}_j), \qquad (6)$$

де $\tilde{L}(\tilde{x}_i,\tilde{x}_j)=\max\mu_{e^*}(\tilde{x}_i,\tilde{x}_j)$ – ступінь досяжності вершини $\tilde{x}_j$ з вершини $\tilde{x}_i$; $\tilde{L}(\tilde{x}_i,\tilde{x}_j)$ – сім'я нечітких шляхів з вершини $\tilde{x}_i$ до вершини $\tilde{x}_j$;

$$L^*\in L(\tilde{x}_i,\tilde{x}_j),\ \ L(\tilde{x}_i,\tilde{x}_j)=\operatorname{supp}\tilde{L}(\tilde{x}_i,\tilde{x}_j). \qquad (7)$$

Останнє поняття природно узагальнюється для гіперграфа $\tilde{G}\tilde{G}^*_{THM_2}$.

Визначення 5. Нечітким орієнтованим графом $\tilde{G}\tilde{G}^*_{THM_2}$ будемо називати пару множин, $\tilde{X}^*_{THM_2}$ – нечітку множину типу 2 вершин у деякій універсальній множині X, тобто

$$\tilde{X}^*_{THM_2}=\left\{\frac{\mu x^{(x,u)}}{(x,u)}\middle|\,\forall x\in x,\forall u\in J_x\subseteq[0,1]\right\},$$

$$x\in X, |X|\in n$$

з множинною функцій належності $\mu x^{(x,u)}$. Функціями належності $\mu_x(x)$ і $R=(x_p, x_k)$ – чітку множину ребер, де $\{x_p, x_k\} \subset X$.

Іншими словами, кон'юнктивна міцність шляху нечіткого графа $\tilde{G}^*_{THM_2}$ визначається найменшим значенням вторинної функції належності вершин, що входять до нього, за виключенням початкової та кінцевої вершин від найменшого значення первинних функцій належності.

Поняття ступеня живучості нечітких графів $\tilde{G}^*_{THM_1} = \tilde{G}^*_{THM_2}$ фактично співпадають, базуючись на співпадаючих поняттях ступеня досяжності [8].

Якщо позначити через $\tilde{G}^{*1}_{THM_2} = (\tilde{x}^1_{THM_2}, R^1)$ деякий підграф нечіткого графа $\tilde{G}^*_{THM_2}$, $\tilde{x}^1 \subseteq \tilde{x}$, то ступінь його живучості визначається виразом:

$$V(\tilde{G}^{*1}_{THM_2}) = \wedge_{x_i \in \tilde{x}^1} \wedge_{x_j \in \tilde{x}^1} \tilde{l}(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j) = \\ = \wedge_{x_i \in \tilde{x}^1} \wedge_{x_j \in \tilde{x}^1} \left(\max_{\tilde{l}^* \in \tilde{L}^*} \mu_{\tilde{l}^*}(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j) \right). \quad \textbf{(8)}$$

Для аналізу ступеня живучості нечіткого підграфа можна ввести поняття внутрішнього ступеня живучості $V_{ins}(\tilde{G}^{*1}_{THM_2})$, який визначається шляхами, що проходять через вершини тільки з множини $\tilde{X}$ і зовнішнього ступеня живучості $V_{ext}(\tilde{G}^{*1}_{THM_2})$, який визначається шляхами, що проходять через вершини, хоч би одна з яких не належить підмножині нечітких вершин $\tilde{X}'$.

Питання живучості нечіткого орієнтованого графа $\tilde{G}^*_{THM_2}$ (як і для $\tilde{G}^*_{THM_1}$) пов'язане, зокрема, з двома можливими випадками:

- руйнування частин шляхів (ребер) між вершинами (зокрема, руйнування (вершин) може призвести до порушення сильної зв'язності графа, і живучість суграфа буде дорівнювати 0;
- руйнування частин шляхів (ребер) зберігає сильну зв'язність всієї мережі. Це означає, що аналогічно, як і в графі $\tilde{G}^*$, який є сильно зв'язаним, між будь-якими двома вершинами існує шлях з кон'юнктивною міцністю, не меншою $V(\tilde{G}^*)$, і вилучення одного або декількох ребер не зменшує ступінь живучості отриманого графа.

З наведених міркувань випливає така властивість.

Властивість 1.

Якщо руйнування шляхів (ребер) між вершинами нечіткого графа $\tilde{G}^*_{THM_2}$ зберігає його сильну зв'язність, то має місце нерівність

$$V(\tilde{G}^{S*}_{THM_2}) \geq V(\tilde{G}^*_{THM_2}),$$

де $\tilde{G}^{S*}_{THM_2}(\tilde{x}^{S\mu}_{THM_2} R^s)$ – суграф нечіткого орієнтованого графа $\tilde{G}^*_{THM_2}(\tilde{x}_{THM_2} R), \tilde{x}^s_{THM_2} \subseteq \tilde{x}_{THM_2}, R^s \subseteq R$.

Характеризуючи нечіткий граф $\tilde{G}^*_{THM_1}$ (для спрощення усвідомлення постановки задачі та збільшення ступеня живучості нечіткої транспортної мережі в подальшому – $\tilde{G}^*$), розглянемо вказану задачу за критерієм найменших витрат. Тут під витратами при вивченні системи аеропортів можуть розумітися додавання нових ребер (поява нових авіарейсів), збільшення значень функцій належності вершин (аеропортів) тощо. У загальному випадку розв'язання такої задачі зводиться до громіздкого перебору і значних часових витрат. З іншого боку, модифікуючи відомий алгоритм [3] для нечіткого графа другого роду, який дозволяє знаходити найменшу величину, на яку необхідно збільшити сумарне значення функції належності ребер нечіткого графа другого роду $\tilde{G}$, щоб ступінь його живучості досягла необхідного значення $V(\tilde{G}_{reg})$, можна розв'язати подібну задачу для нечіткого графа $\tilde{G}^*$. Для цього можна застосовувати перетворення $\tilde{G}^*(\tilde{x}, U)$ в

$$\tilde{G}^*(\tilde{x}, \tilde{U}) = \min\{\mu_X(x_p), \mu_X(x_k)\}, x_p, x_k \in X.$$

Тоді основну ідею цього алгоритму можна сформулювати таким чином.

Вводимо чотири вектори-стовпчики і чотири вектори-рядочки розмірністю $(n \times 1)$ і $(1, n)$ відповідно:

- вектор-стовпчик необхідного збільшення значення функції належності вершин і ребер $\Delta_v(x_i)$, тобто значення, на яке треба збільшити функцію належності $\mu_X(x_i)$ вершини x_i та $\mu_U(x_i, x_j)$ ребра (x_i, x_j) для досягнення необхідної величини $V(\tilde{G})reg$;
- вектор-стовпчик L – довжина шляху від зафіксованої вершини (і названої першою) до розглядуваної;
- вектор-стовпчик попередніх вершин X^P, де $X^p(x_i)$ – це номер вершини, з якої шлях приводить до вершини x_i;
- вектор-стовпчик розгляду вершин P^R. Якщо всі шляхи з вершини x_i розглянуті, то навпроти даної вершини в усьому стовпчику ставиться «1», у протилежному випадку – «0»;
- вектор-рядок необхідного збільшення значення функції належності вершин і ребер ∇_V, де $\nabla_V(\tilde{x}_j)$ – значення, на яке треба збільшити функцію належності $\mu_X(x_j)$ вершини $\tilde{x}_j$ і $\mu_V(x_j, x_i)$ ребра (x_j, x_i), щоб досягнути необхідної величини $V(\tilde{G})reg$;

- вектор-рядок L – довжина шляху (кількість ребер) від досліджуваної вершини до першої;
- вектор-рядок попередніх вершин $X_{\perp}^{P}$, де $X_{\perp}^{P}(x_i)$ – номер вершини, в яку можна прийти з вершини x_i;
- вектор-рядок розгляду вершин $P_{\perp}^{R}$. Якщо всі шляхи, по яких можна прийти до вершини x_i, розглянуті, то, відповідно, даній вершині присвоюється «1», у протилежному випадку – «0».

Вибираючи в першу чергу $\tilde{x}_k$, для якої

$$\mu_x(x_k) = \{\mu(x_i)\},$$

ми обходимо тільки ті вершини нечіткого графа $\tilde{G}(\tilde{x},\tilde{U})$, яких достатньо для досягнення необхідного значення $V(\tilde{G})_{reg}$.

ВИСНОВКИ

Підсумовуючи результати проведеного дослідження, можна зазначити, що вказаний метод сприяє підвищенню ступеня живучості мережі аеропортів з урахуванням інформації про об'єкти мережі до заданого значення без урахування вартості необхідних для цього заходів.

Поглиблення вивчення питань, розглянутих у даній статті та у [8], а також вивчення питання мінімізації витрат на підвищення ступеня живучості нечіткої мережі аеропортів є перспективним напрямком подальших досліджень. ■

ЛІТЕРАТУРА

1. Аверкин А. Н. Нечеткие множества в моделях управления и искуственного интелекта/под. ред. Д. А. Поспелова. М.: Наука, 1986. 312 с.

2. Берштейн Л. С., Боженюк А. В. Нечеткие графы и гиперграфы. М.: Научный мир, 2005. 256 с.

3. Боженюк А. В., Розенберг И. Н., Ястребинская Д. Н. Нахождение живучести нечетких транспортных сетей с применением геоинформационных систем. М.: Научный мир, 2012. 176 с.

4. Заде Л. Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решений/пер. с англ. // Математика сегодня: сборник статей. М.: Знание, 1974. 193 с.

5. Заде Л. Понятия лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976. 100 с.

6. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств/пер. с фр. М.: Радиосвязь, 1982. 432 с.

7. Круглов В. В., Дли М. М., Голунов Р. Ю. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети. М.: Физмалит, 2001. 224 с.

8. Олешко Т. І., Лещинський О. Л., Горбачова О. М. Побудова графової моделі живучості нечіткої мережі аеропортів. *Проблеми економіки*. 2015. № 1. С. 366–371.

9. Фрэнк Г., Вриш И. Сети. Связь и потоки. М.: Связь, 1978. 488 с.

10. Monderson J. N., Nair P. S. Fussy graphs and fussy hypergraphs. Heidelberg; New York: Physica-Verl., 2000. 248 p.

REFERENCES

Averkin, A. N. *Nechetkiye mnozhestva v modelyakh upravleniya i iskusstvennogo intellekta* [Fuzzy sets in management models and artificial intelligence]. Moscow: Nauka, 1986.

Bershteyn, L. S., and Bozhenyuk, A. V. *Nechetkiye grafy i gipergrafy* [Fuzzy graphs and hypergraphs]. Moscow: Nauchnyy mir, 2005.

Bozhenyuk, A. V., Rozenberg, I. N., and Yastrebinskaya, D. N. *Nakhozhdeniye zhivuchesti nechetkikh transportnykh setey s primeneniyem geoinformatsionnykh sistem* [Finding the survivability of fuzzy networks with the use of geographic information systems]. Moscow: Nauchnyy mir, 2012.

Frenk, G., and Vrish, I. *Seti. Svyaz i potoki* [Network. The connection and threads]. Moscow: Svyaz, 1978.

Kofman, A. *Vvedeniye v teoriyu nechetkikh mnozhestv* [Introduction to the theory of fuzzy sets]. Moscow: Radiosvyaz, 1982.

Kruglov, V. V., Dli, M. M., and Golunov, R. Yu. *Nechetkaya logika i iskusstvennyye neyronnyye seti* [Fuzzy logic and artificial neural network]. Moscow: Fizmatlit, 2001.

Monderson, J. N., and Nair, P. S. *Fussy graphs and fussy hypergraphs.* Heidelberg; New York: Physica-Verl., 2000.

Oleshko, T. I., Leshchynskyi, O. L., and Horbachova, O. M. "Pobudova hrafovoi modeli zhyvuchosti nechitkoi merezhi aeroportiv" [Building a graph model of survivability of a fuzzy network of airports]. *Problemy ekonomiky*, no. 1 (2015): 366-371.

Zade, L. "Osnovy novogo podkhoda k analizu slozhnykh sistem i protsessov prinyatiya resheniy" [The foundations for a new approach to the analysis complex systems and decision processes]. In *Matematika segodnya.* Moscow: Znaniye, 1974.

Zade, L. *Poniatiye lingvisticheskoy peremennoy i yego primeneniye k prinyatiyu priblizhennykh resheniy* [The concept of a linguistic variable and its application to making approximate solutions]. Moscow: Mir, 1976.