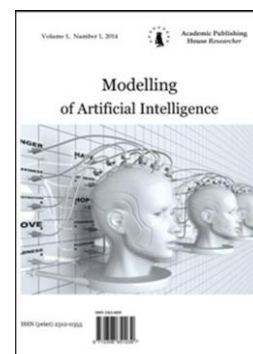


Copyright © 2018 by Academic Publishing House Researcher s.r.o.



Published in the Slovak Republic  
 Modeling of Artificial Intelligence  
 Has been issued since 2014.  
 E-ISSN: 2413-7200  
 2018, 5(1): 29-37

DOI: 10.13187/mai.2018.1.29  
[www.ejournal11.com](http://www.ejournal11.com)



## Evolutionary Operator for Calculating the Frequency of Occurrences of Alleles of STR Loci of the Following Generations, Taking into Account Mutations

Sardarkhodja K. Kurganov <sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup> Republican Centre of Forensic Expertise, Republic of Uzbekistan

### Abstract

In this paper, the limiting behavior of trajectories  $\omega(x^0) = \{x^0, Vx^0, V^2x^0, \dots\}$  of the evolution operator for STR loci (D8S1179, D21S11, D7S820, CSF1PO, D3S1358, TH01, D13S317, D16S539, D2S1338, D19S433, vWA, TPOX, D5S818, D18S51 and FGA) alleles without calculating the occurrence of mutations for the population.

**Keywords:** quadratic stochastic operator, simplex, STR locus, mutation rate.

### 1. Введение

Бурное и одновременное развитие методов ДНК-анализа для идентификации человека в различных странах привело к созданию баз данных STR-профилей. Требование совместимости растущих баз данных привело к решению задач, возникающих в области математической генетики, в которых можно использовать квадратичные стохастические операторы. Понятие квадратичных стохастических операторов было сформулировано С.Н. Бернштейном (Bernstein, 1924). Теория квадратичных стохастических операторов развивалась на протяжении более чем 90 лет, и по данному направлению было опубликовано много работ (Ganikhodzhaev, 1992; Lyubich, 1992; Курганов, 2013). В последние годы возрос интерес к данной теории, в связи с их частым использованием к задачам по математике, биологии и физике. В данной работе нами предлагается попытка моделирования картины варибельности, имеющей много аллельных вариантов, на примере генов STR локусов.

### 2. Результаты исследований

Для обеспечения наивысшего уровня достоверности результатов судебно-генетических экспертиз требуется установление частоты встречаемости каждого аллеля в исследуемой популяции. Для этого ранее были проведены исследования ДНК 1060 неродственных индивидуумов представителей коренной узбекской популяции из 13 регионов с использованием панели из 15 STR локусов (D8S1179, D21S11, D7S820, CSF1PO, D3S1358, TH01, D13S317, D16S539, D2S1338, D19S433, vWA, TPOX, D5S818, D18S51 и FGA) входящих в амплификационный набор “AmpFlSTR Identifiler kit” с последующим генотипированием на приборе ABI PRISM 3100 DNA Sequencer (Applied Biosystems, США) (Таблицы 1, 2) (Ахмедова и др., 2008).

\* Corresponding author

E-mail addresses: [sardorbioinformatik@mail.ru](mailto:sardorbioinformatik@mail.ru) (S.K. Kurganov)

**Таблица 1.** Аллельные частоты для D8S1179, D7S820, CSF1PO, TH01, D13S317, D16S539, D19S433, TPOX и D5S818 локусов

Аллели	D8S1179	D7S820	CSF1PO	TH01	D13S317	D16S539	D19S433	TPOX	D5S818
6		0,041		0,213					
7		0,02	0,001	0,212				0,002	0,017
8	0,011	0,193	0,001	0,13	0,156	0,02		0,543	0,004
9	0,009	0,095	0,036	0,262	0,099	0,202	0,002	0,105	0,052
9,3				0,166					
10	0,121	0,228	0,229	0,014	0,096	0,126	0,001	0,059	0,095
10,2							0,001		
11	0,06	0,232	0,313	0,003	0,286	0,224	0,003	0,254	0,346
12	0,101	0,187	0,337		0,271	0,253	0,051	0,034	0,307
12,2							0,003		
13	0,265	0,004	0,072		0,064	0,148	0,241	0,003	0,166
13,2							0,036		
14	0,22		0,008		0,027	0,025	0,284		0,013
14,2							0,061		
15	0,162		0,003		0,001	0,002	0,135		
15,2							0,099		
16	0,042						0,044		
16,2							0,027		
17	0,007						0,007		
17,2							0,001		
18	0,002						0,004		
MP	0,054	0,065	0,121	0,076	0,07	0,065	0,057	0,196	0,11
PD	0,946	0,935	0,879	0,924	0,93	0,935	0,943	0,804	0,89
PIС	0,8	0,78	0,68	0,76	0,77	0,78	0,8	0,58	0,71
PE	0,652	0,565	0,461	0,617	0,534	0,565	0,624	0,282	0,58
PI	2,88	2,28	1,79	2,62	2,12	2,28	2,68	1,23	2,25
Ho	0,826	0,777	0,728	0,809	0,764	0,78	0,813	0,592	0,869
He	0,824	0,808	0,729	0,797	0,796	0,81	0,823	0,625	0,746
χ2	0,03	2,75	0,18	0,53	3,4	0,3	0,3	2,4	2,1

**Таблица 2.** Аллельные частоты для D2S1338, vWA, D18S51 и FGA локусов

Аллели	D2S1338	vWA	D18S51	FGA
11			0,015	
12		0,001	0,126	
13		0,007	0,158	
14		0,094	0,255	
15	0,001	0,077	0,145	
16	0,013	0,237	0,123	
16,2			0,011	
17	0,11	0,258	0,083	

18	0,126	0,221	0,055	0,001
19	0,17	0,091	0,043	0,045
19,2				0,003
20	0,141	0,011	0,026	0,082
20,2				0,001
21	0,032	0,003	0,017	0,129
21,2				0,003
22	0,051		0,015	0,18
22,2				0,007
23	0,141		0,016	0,191
23,2				0,002
24	0,1		0,013	0,186
24,2				0,002
25	0,092		0,022	0,112
25,2				0,002
26	0,018			0,035
27	0,004			0,01
28	0,001			0,009
MP	0,028	0,063	0,032	0,039
PD	0,972	0,937	0,968	961
PIC	0,87	0,78	0,86	0,84
PE	0,719	0,548	0,734	0,719
PI	3,63	2,19%	3,83	3,63
Ho	0,862	0,772	0,869	0,862
He	0,881	0,797	0,87	0,857
$\chi^2$	1,7	3,73	0,0005	0,12

Примечание: MP – вероятность совпадений генотипа; PD – дискриминирующая сила; PIC – содержание информативных полиморфизмов; PE – исключаяющая сила, PI – индекс родительства; Ho – ожидаемая гетерозиготность; He – наблюдаемая гетерозиготность;  $\chi^2$  – разница между наблюдаемой и ожидаемой гетерозиготностью.

В данной работе нами предлагается попытка моделирования картины вариабельности коренной популяции Узбекистана через несколько поколений вперед с высокой достоверностью. Необходимо отметить, что научные исследования по этому вопросу в мире в настоящее время практически не проводятся. Для решения поставленной задачи были использованы модель Мальтуса (Malthus, 1798) и стохастическая модель построенный автором, которые можно использовать для прогнозирования состояния вариабельности популяции за несколько поколений вперед.

Приведем необходимые сведения из теории квадратичных стохастических операторов (Ganikhodzhaev, 1992).

В симплексе  $S^{n-1} = \{x = (x_1; x_2; \dots; x_n): \sum_{i=1}^n x_i = 1, x_i \geq 0\}$

рассмотрим эволюционный оператор популяции

$$(Vx)_k = x'_k = \sum_{i,j=1}^n P_{ij,k} x_i x_j, \quad k = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где,  $P_{ij,k} \geq 0, P_{ij,k} = P_{ji,k}, \sum_{k=1}^n P_{ij,k} = 1, x = (x_1; x_2; \dots; x_n) \in S^{n-1}$ . (2)

Условия положенные на коэффициенты  $P_{ij,k}$  обеспечивают сохранение симплекса  $S^{n-1}$ , т.е.  $V(S^{n-1}) \subset S^{n-1}$ .

Состояние аллелей можно задавать как набор  $x = (x_1^0; x_2^0; \dots; x_n^0)$  вероятностей разновидностей. Коэффициенты  $P_{ij,k}$  это вероятность появления к-той аллели при скрещивании i-той и j-той аллелей.

При панмиксии (случайное скрещивание), родительская пара аллелей образуется в состоянии  $x$  с вероятностью  $x_i x_j$ . Следовательно,

$$x_k = \sum_{i,j,k=1}^n P_{ij,k} x_i x_j, \quad k = \overline{1, n},$$

будет полной вероятностью.

Если в некотором поколении аллели находятся в состоянии  $x$ , то в следующем поколении она находится в состоянии  $x' = Vx$ .

Если поколения аллелей находятся по модели Мальтуса  $x'_k = \alpha_k x_k$ , где коэффициент  $\alpha_k$  предлагаем находить в следующем виде  $\alpha_k = [1 - \sum_{i=1}^n (x_i - x_k)x_i]$ ,  $k = 1, \dots, n$ , (3)

тогда эволюционный оператор (1-2) записывается в виде:

$$V \begin{cases} x'_1 = x_1[1 - (x_2 - x_1)x_2 - (x_3 - x_1)x_3 - (x_4 - x_1)x_4 - \dots - (x_n - x_1)x_n] \\ x'_2 = x_2[1 - (x_1 - x_2)x_1 - (x_3 - x_2)x_3 - (x_4 - x_2)x_4 - \dots - (x_n - x_2)x_n] \\ x'_3 = x_3[1 - (x_1 - x_3)x_1 - (x_2 - x_3)x_2 - (x_4 - x_3)x_4 - \dots - (x_n - x_3)x_n] \\ \vdots \\ x'_n = x_n[1 - (x_1 - x_n)x_1 - (x_2 - x_n)x_2 - (x_3 - x_n)x_3 - \dots - (x_{n-1} - x_n)x_{n-1}]. \end{cases}$$

Отметим, что вариабельность популяции, не зависит от пола индивидуума, т. е. мужские и женские особи в данной модели равноправны. Поэтому наша модель укладывается в модель бесполой генетических операторов.

А также имеются факты, свидетельствующие о подавлении темпов возникновения мутаций ( $\mu$ ) в STR локусах (Schlötterer, 2000). Существует несколько способов учета мутаций, в которых используется значение средней частоты мутаций в локусе ( $\mu$ ). Для расчета вероятности с учетом мутированного локуса возможно применение метода предложенного ученым Чарльзом Бреннером (Brenner), по которому вероятность мутирования аллеля  $\alpha$  данного локуса в аллель  $\beta$  данного локуса равна:  $P(\alpha > \beta) = \frac{1}{2} \mu * 10^{-(s-1)}$  где  $\mu$  - средняя частота мутаций в данном локусе;  $s$  - количество повторов, на которые отличаются аллели  $\alpha$  и  $\beta$ .

Исходя из вышеизложенного, для подавления темпов возникновения мутаций ( $\mu$ ) эволюционный оператор записывается в следующем виде:

$$x'_k = \frac{1}{2} \mu * 10^{-(s-1)} \alpha_k x_k$$

В этой работе изучено предельное поведение траекторий:

$\omega(x^0) = \{x^0, Vx^0, V^2x^0, \dots\}$  для каждой локуса аллелей без расчета возникновения мутаций так, как не имеется данных для Узбекской популяции (Таблицы 3-17).

**Таблица 3.** Изменение частоты аллелей D8S1179 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
8	0,011	0,009192	0,00755	0,006066	0,004734	0,00355	0,002512
9	0,009	0,007503	0,006149	0,004932	0,003844	0,002879	0,002035
10	0,121	0,114426	0,106018	0,095617	0,083191	0,068912	0,05327
11	0,06	0,05308	0,045924	0,038659	0,031432	0,024411	0,017783
12	0,101	0,093493	0,084666	0,074552	0,063292	0,05117	0,038647
13	0,265	0,288763	0,317886	0,354051	0,399535	0,457353	0,531191
14	0,22	0,229827	0,239462	0,247925	0,253465	0,25312	0,24229
15	0,162	0,159841	0,155354	0,147779	0,136281	0,120126	0,09901
16	0,042	0,0364	0,030885	0,025535	0,020427	0,015639	0,011256
17	0,007	0,005822	0,004762	0,003812	0,002967	0,00222	0,001568
18	0,002	0,001653	0,001345	0,001073	0,000832	0,000621	0,000437

**Таблица 4.** Изменение частоты аллелей TPOX локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5
7	0,002	0,001254	0,000679	0,000281	6,91E-05	5,91E-06
8	0,543	0,634202	0,74464	0,862426	0,955689	0,994992
9	0,105	0,076646	0,047258	0,021776	0,005825	0,000532
10	0,059	0,040354	0,023417	0,010232	0,002619	0,000231

11	0,254	0,223256	0,170387	0,099493	0,034346	0,004114
12	0,034	0,022405	0,012599	0,005369	0,001348	0,000117
13	0,003	0,001884	0,001021	0,000423	0,000104	8,91E-06

**Таблица 5.** Изменение частоты аллелей D7S820 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
6	0,041	0,034926	0,029304	0,024205	0,019671	0,015717	0,012329
7	0,02	0,016617	0,013638	0,011051	0,008836	0,006964	0,005402
8	0,193	0,193743	0,193325	0,191395	0,187548	0,181333	0,172275
9	0,095	0,086056	0,076603	0,066897	0,057224	0,04787	0,03909
10	0,228	0,236858	0,246558	0,257222	0,268985	0,281977	0,296271
11	0,232	0,241942	0,25308	0,265676	0,280072	0,296704	0,316114
12	0,187	0,186598	0,184862	0,181452	0,176001	0,168136	0,157519
13	0,004	0,003259	0,002631	0,002103	0,001663	0,001299	0,001

**Таблица 6.** Изменение частоты аллелей D21S11 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5
27	0,011	0,009126	0,007318	0,005573	0,003906	0,002373
28	0,103	0,094929	0,084262	0,070654	0,054122	0,035604
28,2	0,002	0,001641	0,001304	0,000985	0,000686	0,000415
29	0,202	0,20617	0,205938	0,197736	0,176598	0,137804
29,2	0,002	0,001641	0,001304	0,000985	0,000686	0,000415
30	0,321	0,365826	0,42382	0,499283	0,596466	0,715876
30,2	0,023	0,019358	0,01572	0,012103	0,008563	0,005243
31	0,065	0,057437	0,048829	0,039213	0,028805	0,01822
31,2	0,1	0,091864	0,08126	0,067893	0,051819	0,03397
32	0,014	0,011657	0,009376	0,00716	0,00503	0,003062
32,2	0,093	0,084783	0,074396	0,061647	0,046667	0,030352
33	0,001	0,00082	0,00065	0,000491	0,000342	0,000206
33,2	0,056	0,04898	0,041226	0,032793	0,023879	0,014986
34	0,001	0,00082	0,00065	0,000491	0,000342	0,000206
34,2	0,006	0,004948	0,003947	0,002992	0,00209	0,001266

**Таблица 7.** Изменение частоты аллелей D7S820 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
6	0,041	0,034926	0,029304	0,024205	0,019671	0,015717	0,012329
7	0,02	0,016617	0,013638	0,011051	0,008836	0,006964	0,005402
8	0,193	0,193743	0,193325	0,191395	0,187548	0,181333	0,172275
9	0,095	0,086056	0,076603	0,066897	0,057224	0,04787	0,03909
10	0,228	0,236858	0,246558	0,257222	0,268985	0,281977	0,296271
11	0,232	0,241942	0,25308	0,265676	0,280072	0,296704	0,316114
12	0,187	0,186598	0,184862	0,181452	0,176001	0,168136	0,157519
13	0,004	0,003259	0,002631	0,002103	0,001663	0,001299	0,001

**Таблица 8.** Изменение частоты аллелей CSF1PO локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
7	0,001	0,00073	0,000521	0,000361	0,000242	0,000156	9,58E-05
8	0,001	0,00073	0,000521	0,000361	0,000242	0,000156	9,58E-05
9	0,036	0,027557	0,020381	0,014534	0,009959	0,006519	0,004038
10	0,229	0,219489	0,204465	0,18344	0,156676	0,125551	0,092722
11	0,313	0,326292	0,338806	0,349483	0,356523	0,356947	0,346208
12	0,337	0,359399	0,385082	0,415037	0,450605	0,493534	0,546097

13	0,072	0,057706	0,04442	0,032743	0,023032	0,015378	0,009663
14	0,008	0,0059	0,004236	0,002952	0,001989	0,001286	0,00079
15	0,003	0,002197	0,00157	0,00109	0,000732	0,000472	0,00029

**Таблица 9.** Изменение частоты аллелей D3S1358 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
11	0,001	0,000756	0,00056	0,000405	0,000284	0,000192	0,000124
12	0,001	0,000756	0,00056	0,000405	0,000284	0,000192	0,000124
13	0,003	0,002275	0,001689	0,001223	0,000859	0,000582	0,000376
14	0,05	0,040266	0,031423	0,023687	0,017178	0,011914	0,007834
15	0,313	0,334385	0,359299	0,388651	0,423686	0,4661	0,51815
16	0,289	0,30181	0,314464	0,326055	0,335038	0,338876	0,333606
17	0,221	0,215768	0,20625	0,191532	0,171044	0,144953	0,114589
18	0,108	0,093239	0,077702	0,062169	0,047476	0,034368	0,023368
19	0,013	0,009988	0,007492	0,005468	0,003866	0,00263	0,001705
20	0,001	0,000756	0,00056	0,000405	0,000284	0,000192	0,000124

**Таблица 10.** Изменение частоты аллелей TH01 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
6	0,213	0,214998	0,216293	0,21638	0,214476	0,209384	0,199352
7	0,212	0,213777	0,214803	0,21457	0,212293	0,206789	0,196345
8	0,13	0,12043	0,109766	0,098117	0,08565	0,072583	0,059176
9	0,262	0,277296	0,296241	0,320044	0,350404	0,389715	0,44132
9.3	0,166	0,159755	0,151892	0,142171	0,13037	0,11631	0,099911
10	0,014	0,011345	0,009103	0,007221	0,005647	0,004334	0,003237
11	0,003	0,002398	0,001903	0,001496	0,001161	0,000886	0,000659

**Таблица 11.** Изменение частоты аллелей D13S317 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
8	0,156	0,148603	0,137936	0,123546	0,105451	0,084499	0,062555
9	0,099	0,088663	0,076984	0,064261	0,051039	0,038121	0,026453
10	0,096	0,085688	0,074146	0,061681	0,048831	0,036364	0,02517
11	0,286	0,309619	0,337248	0,369283	0,405943	0,447267	0,493369
12	0,271	0,289315	0,309259	0,329979	0,349767	0,365724	0,373599
13	0,064	0,055077	0,045973	0,036949	0,028338	0,020522	0,01388
14	0,027	0,022237	0,017831	0,013829	0,010286	0,007264	0,004816
15	0,001	0,000798	0,000622	0,000472	0,000345	0,00024	0,000157

**Таблица 12.** Изменение частоты аллелей D16S539 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
8	0,02	0,016524	0,013476	0,010833	0,008563	0,006633	0,005004
9	0,202	0,203657	0,2042	0,203094	0,199597	0,192727	0,181277
10	0,126	0,117457	0,107646	0,096669	0,084717	0,072069	0,059091
11	0,224	0,230765	0,237637	0,244295	0,250153	0,254191	0,254712
12	0,253	0,267978	0,28593	0,30775	0,334658	0,368339	0,41114
13	0,148	0,141222	0,132782	0,122579	0,110599	0,096949	0,081904
14	0,025	0,02078	0,017035	0,013755	0,010913	0,008479	0,006413
15	0,002	0,001616	0,001294	0,001025	0,0008	0,000613	0,000459

**Таблица 13.** Изменение частоты аллелей D2S1338 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
15	0,001	0,000882	0,000774	0,000677	0,000589	0,00051	0,000437
16	0,013	0,011619	0,01033	0,009132	0,008022	0,006997	0,006051
17	0,11	0,108984	0,107507	0,105486	0,102831	0,099434	0,09518
18	0,126	0,126852	0,127399	0,127539	0,127141	0,126033	0,123993
19	0,17	0,17863	0,188649	0,200412	0,21439	0,231227	0,251808
20	0,141	0,144068	0,14717	0,150242	0,153184	0,155838	0,15796
21	0,032	0,029208	0,026482	0,023839	0,021292	0,018853	0,016527
22	0,051	0,04752	0,043955	0,040336	0,036692	0,033054	0,029445
23	0,141	0,144068	0,14717	0,150242	0,153184	0,155838	0,15796
24	0,1	0,098076	0,095677	0,092747	0,089231	0,08507	0,080209
25	0,092	0,089494	0,086537	0,083096	0,079143	0,074655	0,069611
26	0,018	0,016178	0,014457	0,01284	0,011327	0,009917	0,008605
27	0,004	0,003539	0,003118	0,002734	0,002384	0,002066	0,001776
28	0,001	0,000882	0,000774	0,000677	0,000589	0,00051	0,000437

**Таблица 14.** Изменение частоты аллелей D19S433 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
9	0,002	0,00165	0,001327	0,001032	0,000767	0,000536	0,000343
10	0,001	0,000824	0,000662	0,000514	0,000382	0,000267	0,000171
10.2	0,001	0,000824	0,000662	0,000514	0,000382	0,000267	0,000171
11	0,003	0,002478	0,001994	0,001552	0,001154	0,000807	0,000518
12	0,051	0,044567	0,037752	0,030728	0,023749	0,017141	0,011276
12.2	0,003	0,002478	0,001994	0,001552	0,001154	0,000807	0,000518
13	0,241	0,256391	0,271492	0,284443	0,292007	0,289092	0,268791
13.2	0,036	0,030919	0,025769	0,020666	0,015764	0,011252	0,007336
14	0,284	0,314349	0,351083	0,395774	0,45036	0,51718	0,598824
14.2	0,061	0,053916	0,046175	0,037973	0,029624	0,021555	0,014275
15	0,135	0,129312	0,120495	0,108049	0,091863	0,07256	0,051753
15.2	0,099	0,091265	0,081569	0,069969	0,056823	0,042892	0,02932
16	0,044	0,038142	0,032064	0,025917	0,019906	0,014291	0,00936
16.2	0,027	0,022946	0,018941	0,015061	0,011404	0,00809	0,005249
17	0,007	0,005809	0,004696	0,003667	0,002735	0,001916	0,001231
17.2	0,001	0,000824	0,000662	0,000514	0,000382	0,000267	0,000171
18	0,004	0,003307	0,002665	0,002076	0,001545	0,001081	0,000694

**Таблица 15.** Изменение частоты аллелей vWA локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
12	0,001	0,000806	0,000641	0,0005	0,000383	0,000286	0,000208
13	0,007	0,005685	0,004545	0,003568	0,002742	0,002057	0,001501
14	0,094	0,084525	0,074239	0,063447	0,052558	0,042044	0,03236
15	0,077	0,067929	0,058536	0,049107	0,039975	0,031476	0,023893
16	0,237	0,247001	0,257075	0,266707	0,275147	0,281351	0,283872
17	0,258	0,274306	0,292983	0,31448	0,339456	0,368939	0,404561
18	0,221	0,22679	0,231456	0,234198	0,233996	0,229643	0,219827
19	0,091	0,081554	0,071387	0,060806	0,050211	0,040048	0,030744
20	0,011	0,008978	0,007207	0,005676	0,004374	0,003289	0,002404
21	0,003	0,002425	0,00193	0,00151	0,001158	0,000866	0,000631

**Таблица 16.** Изменение частоты аллелей D5S818 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
7	0,017	0,012976	0,009528	0,006671	0,004403	0,002703	0,001513
8	0,004	0,003001	0,002174	0,001506	0,000986	0,000602	0,000336
9	0,052	0,04151	0,031664	0,02287	0,015468	0,009664	0,005476
10	0,095	0,079921	0,064034	0,048322	0,033911	0,021814	0,012626
11	0,346	0,377927	0,415426	0,459471	0,511358	0,57308	0,647624
12	0,307	0,323356	0,337793	0,347384	0,347676	0,332733	0,296042
13	0,166	0,151438	0,132164	0,10874	0,082881	0,057373	0,035248
14	0,013	0,009871	0,007217	0,005036	0,003316	0,002032	0,001136

**Таблица 17.** Изменение частоты аллелей D18S51 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
8	0,001	0,000895	0,000797	0,000706	0,000621	0,000542	0,00047
9	0,001	0,000895	0,000797	0,000706	0,000621	0,000542	0,00047
10	0,009	0,008128	0,007296	0,006506	0,005761	0,005061	0,004408
11	0,015	0,013637	0,012316	0,011045	0,009829	0,008675	0,007588
12	0,115	0,116052	0,116697	0,116829	0,116327	0,115059	0,112877
13	0,128	0,130835	0,133496	0,13589	0,137897	0,139367	0,140112
14	0,155	0,162618	0,171094	0,180595	0,191335	0,2036	0,217766
15	0,145	0,150677	0,156731	0,163183	0,170046	0,177326	0,185006
16	0,13	0,13314	0,136154	0,138957	0,141436	0,143444	0,144796
16.2	0,011	0,009957	0,008956	0,008001	0,007096	0,006243	0,005446
17	0,083	0,081103	0,07872	0,075819	0,072384	0,068414	0,063926
18	0,055	0,052203	0,04916	0,045896	0,042443	0,038844	0,035147
19	0,043	0,040297	0,037469	0,034542	0,031552	0,028533	0,025523
20	0,026	0,023924	0,021853	0,019805	0,017798	0,01585	0,013977
21	0,017	0,01549	0,014018	0,012594	0,011228	0,009925	0,008693
22	0,015	0,013637	0,012316	0,011045	0,009829	0,008675	0,007588
23	0,016	0,014562	0,013165	0,011817	0,010526	0,009297	0,008138
24	0,013	0,011793	0,010629	0,009514	0,008452	0,007448	0,006505
25	0,022	0,020155	0,018334	0,016552	0,014821	0,013155	0,011565

Как видно из таблиц в локусе D8S1179 выявляемость аллели 13 с течением времени повышается, т.е. его доля в популяции возрастает и, как видно из таблиц, а в локусе TPOX с течением времени также повышается аллель 8 частота их распространения и остальные 7 локусов (TH01, D3S1358, CSF1PO, D3S1358, D2S1338, D5S818 и D19S433) также подчиняются тем же принципам.

В локусе D7S820 распространенность двух аллелей 10, 11 повышена над остальными и в процессе эволюции они почти равно распределены. Остальные 5 локусов (D13S317, D16S539, D2S1338, vWA, и D18S51) также подчиняются тем же принципам.

### 3. Заключение

Через несколько поколений эволюции локусов STR в генофонде узбекской национальности происходят следующие изменения: в локусе D8S1179 аллель 13 (соответственно, D21S11, 30; D7S820 10 и 11; CSF1PO, 12; D3S1358, 15; TH01, 9; D13S317, 11 и 12; D16S539, 12; D2S1338, 19; D19S433, 14; vWA, 16 и 17; TPOX, 8; D5S818, 11; D18S51, 14 и 15; FGA, 21 и 24) с течением времени преобладает, а частота выявления остальных аллелей уменьшается.

### Литература

Ахмедова и др., 2008 – Ахмедова Д.Ш. и др. Полиморфизм 15 STR ядерной ДНК коренной популяции Узбекистана // Узбекский биологический журнал, 2008, №3, с. 68-72.



Курганов, 2013 – Курганов С.К. Асимптотическое поведение траекторий эволюции STR локусов аллелей в генофонде узбекской национальности // *Вестник НУУз*. 2013, №4/2, с. 108-111.

Bernstein, 1924 – Bernstein S.N. Solution of one mathematical problem related to the theory of inheritance // *Uch. Zap. Nauchn.-Issled. Kaf. Ukr. Otd. Mat.* 1924, 1, 83–115.

Brenner – Brenner C.H. [Electronic resource]. URL: <http://dna-view.com/mudisc.htm>

Ganikhodzhaev, 1992 – Ganikhodzhaev R.N. Quadratic stochastic operators. Lyapunov function, and tournaments // *Mat. Sb.* 1992, 83, No. 8, 119–140.

Lyubich, 1992 – Lyubich Yu.I. Mathematical structures in population genetics // *Biomathematics*. 1992, 22, 7.

Malthus, 1798 – Malthus Thomas. An Essay on the Principle of Population. Chapter I, 1798.

Schlötterer, 2000 – Schlötterer C. Evolutionary dynamics of microsatellite DNA // *Chromosoma*. 2000. V. 109. pp. 365–371.

## References

Akhmedova i dr., 2008 – Akhmedova D.Sh. i dr. (2008). Polimorfizm 15 STR yadernoi DNK korennoi populyatsii Uzbekistana [Polymorphism 15 STR of the nuclear DNA of the indigenous population of Uzbekistan]. *Uzbekskii biologicheskii zhurnal*, №3, pp. 68-72. [in Russian]

Kurganov, 2013 – Kurganov S.K. (2013). Asimptoticheskoe povedenie traektorii evolyutsii STR lokusov allelei v genofonde uzbekskoi natsional'nosti [Asymptotic behavior of evolution trajectories of STR loci of alleles in the gene pool of Uzbek nationality]. *Vestnik NUUZ*. №4/2, pp. 108-111. [in Russian]

Bernstein, 1924 – Bernstein S.N. (1924). Solution of one mathematical problem related to the theory of inheritance. *Uch. Zap. Nauchn.-Issled. Kaf. Ukr. Otd. Mat.* 1, 83–115.

Brenner – Brenner C.H. [Electronic resource]. URL: <http://dna-view.com/mudisc.htm>

Ganikhodzhaev, 1992 – Ganikhodzhaev R.N. (1992). Quadratic stochastic operators. Lyapunov function, and tournaments. *Mat. Sb.* 83, No. 8, 119–140.

Lyubich, 1992 – Lyubich Yu.I. (1992). Mathematical structures in population genetics, *Biomathematics*. 22, 7.

Malthus, 1798 – Malthus Thomas (1798). An Essay on the Principle of Population. Chapter I.

Schlötterer, 2000 – Schlötterer C. (2000). Evolutionary dynamics of microsatellite DNA, *Chromosoma*. V. 109. pp. 365–371.

## Эволюционный оператор для расчета выявления частот встречаемости аллелей STR локусов следующих поколений с учетом мутаций

Сардарходжа Каримович Курганов <sup>а,\*</sup>

<sup>а</sup> Республиканский центр судебной экспертизы (РЦСЭ), Республика Узбекистан

**Аннотация.** В этой работе изучено предельное поведение траекторий  $\omega(x^0) = \{x^0, Vx^0, V^2x^0, \dots\}$  эволюционного оператора для STR локусов (D8S1179, D21S11, D7S820, CSF1PO, D3S1358, TH01, D13S317, D16S539, D2S1338, D19S433, vWA, TPOX, D5S818, D18S51 и FGA) аллелей без расчета возникновения мутаций для популяции.

**Ключевые слова:** квадратичный стохастический оператор, симплекс, скорость мутации, STR локус.

\* Корреспондирующий автор

Адреса электронной почты: [sardorbioinformatik@mail.ru](mailto:sardorbioinformatik@mail.ru) (С.К. Курганов)