Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИНЦ (Russia) = 0.234
ESJI (KZ) = 1.042
SJIF (Morocco) = 2.031

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260

SOI: 1.1/TAS DOI: 10.15863/TAS

International Scientific Journal
Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2016 Issue: 9 Volume: 41

Published: 30.09.2016 http://T-Science.org

Denis Chemezov
Master of Engineering and Technology,
Corresponding Member of International Academy of Theoretical and Applied Sciences, Lecturer of Vladimir Industrial College, Russian Federation
chemezov-da@yandex.ru

Nikita Palev
Student of Vladimir Industrial College,
Russian Federation
nik-palev@yandex.ru

SECTION 2. Applied mathematics. Mathematical modeling.

ANALYTICAL MODELS OF THE TURBULENT FLUID FLOW IN A CIRCULAR PIPE

Abstract: *The article is discussed the character of the fluid flow (water) on the cylindrical section of the circular pipe. The formulas for calculating the parameters of the vortex flow of a fluid on the basis of the k-ε turbulence model are presented.*
Key words: *turbulent flow, formula, k-ε model, component, pipe, fluid.*
Language: *Russian*
Citation: Chemezov D, Palev N (2016) ANALYTICAL MODELS OF THE TURBULENT FLUID FLOW IN A CIRCULAR PIPE. ISJ Theoretical & Applied Science, 09 (41): 77-84.
Soi: http://s-o-i.org/1.1/TAS-09-41-12 ***Doi***: crossref http://dx.doi.org/10.15863/TAS.2016.09.41.12

АНАЛИТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ

Аннотация: *В статье рассматривается характер течения жидкости (воды) на цилиндрическом участке круглой трубы. Представлены формулы для расчета параметров вихревого течения жидкости на основании k-ε модели турбулентности.*
Ключевые слова: *турбулентное течение, формула, k-ε модель, составляющая, труба, жидкость.*

ВВЕДЕНИЕ

Турбулентное течение характеризуется интенсивным перемешиванием жидкости с изменением величин скоростей и давлений. Описание процесса турбулентного течения жидкости можно представить различными моделями, которые отличаются между собой сложностью и точностью решения [1]. Различают модели турбулентности нулевого уравнения (модель вихревой вязкости во внутренних слоях жидкости; модель Себеси-Смита; модель Болдуина-Ломакса; модель турбулентных струй; модель Буссинеска), с одним уравнением (модель Спаларта-Аллмараса), с двумя уравнениями (*k-ε* модели – стандартная, низкорейнольдсовая и нелинейная; *k-ω* модели; модель Ментера; модель RNG) и гибридные модели турбулентности RANS/LES. Модели нулевого уравнения являются наиболее простыми моделями, которые дают явные алгебраические выражения для турбулентной вязкости. Гибридные модели турбулентности RANS/LES представляются осредненными по Рейнольдсу уравнениями Навье-Стокса [2] в условиях моделирования крупных вихрей. Модели турбулентности с двумя уравнениями в полном объеме описывают характер турбулентного течения жидкости при средних объемах моделирования. Рассмотрим одну из моделей турбулентности с двумя уравнениями и дадим математическое описание процесса течения жидкости в круглой трубе.

Компьютерное моделирование процесса турбулентного течения воды в круглой трубе реализовывалось в модуле CFD программного комплекса COMSOL Multiphysics 5.1 [3, 4]. Твердотельная объемная модель фрагмента круглой трубы импортировалась из программной среды SolidWorks посредством модуля LiveLink™ for SOLIDWORKS®. Внутренний диаметр модели стальной трубы принимался 14 мм, длина – 30 мм.

Во вкладке «Физика» были установлены параметры ламинарного течения воды при температуре *T* 293.14 К (однофазный поток). Дискретизация потока жидкости принималась по умолчанию P1+P1 (линейные элементы и компоненты поля давлений).

Моделирование турбулентного течения осуществлялось методом уравнений Навье-Стокса, осреднённых по Рейнольдсу (RANS).

Данный метод используется для описания турбулентных течений жидкости, при замене случайно изменяющихся характеристик потока суммами осреднённых и пульсационных составляющих.

Расчет производился по *k-ε* модели турбулентности для несжимаемого потока жидкости [5]. *k-ε* модель относится к классу дифференциальных моделей турбулентности с двумя уравнениями для описания сдвиговой несжимаемой турбулентности.

Параметр сглаживания σ_w и закон стенки трубы *B* (для гладких труб) задавались универсальными постоянными величинами 0.2 и 5.2 соответственно. Пористость ε_p для принятой жидкости установлена величиной 1. Давление воды в круглой трубе принималось величиной 50 кПа при коэффициенте изотермической сжимаемости [6] β_T равном 0 1/Па. Поле скоростей течения жидкости раскладывается на 3 составляющие (по координатным осям). Для составляющих поля скоростей течения воды были установлены следующие значения: по оси *x* = 0 м/с, по оси *y* = 0 м/с и по оси *z* = 3 м/с.

Параметры разбиения модели фрагмента круглой трубы на конечные элементы [7] представлены в табл. 1.

Таблица 1

Статистика и размеры сетки.

Наименование	**Величина**
Минимальное качество элемента	0.02121
Среднее качество элемента	0.5031
Тетраэдральные элементы	458917
Призматические элементы	224760
Треугольные элементы	44952
Граничные элементы	780
Вершины	8
Максимальный размер элемента	0.954
Минимальный размер элемента	0.18
Коэффициент кривизны	0.5
Минимальное количество элементов по самой короткой границе	0.8
Максимальный темп роста элемента	1.13

Запишем уравнение количества движения для несжимаемого потока жидкости при незначительном изменении величины плотности и температуры (1)

$$\rho(u\cdot\nabla)\cdot u=\nabla\cdot\left[-pI+(\mu+\mu_t)\left(\nabla u+(\nabla u)^T\right)\right]+F, \quad (1)$$

где ρ – плотность, кг/м^3; *u* – поле скоростей, м/с; ∇ – оператор Гамильтона; *p* – давление, Па; *I* – единичный тензор; μ – динамическая вязкость, Па · с; μ_t – турбулентная динамическая вязкость, Па · с; ∇*u* – градиент *u*, м/с; *T* – абсолютная температура, К; *F* – объемная сила, Н/м^3.

Турбулентная динамическая вязкость μ_t определяется по формуле (2)

$$\mu_t=\rho\cdot C_\mu\frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (2)$$

где C_μ – параметр *k-ε* модели турбулентности (константа) [8], C_μ = 0.09; *k* –кинетическая энергия турбулентности, м^2/с^2; *ε* – скорость вязкой диссипации кинетической энергии турбулентности, м^2/с^3.

При этом должно выполняться условие (3)

$$\rho\nabla\cdot(u)=0 \quad (3)$$

Для *k-ε* модели турбулентности запишем уравнение (первое) баланса кинетической энергии турбулентности (4). *k* – это энергия соответствующая пульсационным скоростям турбулентного движения в жидкости и отнесенная к ее массе.

$$\rho(u\cdot\nabla)\cdot k=\nabla\cdot\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\nabla k\right]+P_k-\rho\varepsilon, \quad (4)$$

где σ_k – параметр *k-ε* модели турбулентности (константа), σ_k = 1.0; ∇*k* – градиент *k*, м^2/с^2; P_k – генерация кинетической энергии турбулентности, Вт/м^3.

Генерация кинетической энергии турбулентности P_k определяется по формуле (5)

$$P_k = \mu_t \left[\nabla u : \left(\nabla u + (\nabla u)^T \right) \right], \quad (5)$$

где : – оператор «отношение между градиентами». Запишем уравнение (второе) баланса скорости вязкой диссипации кинетической энергии турбулентности (6). ε – скорость, с которой k превращается в тепло вследствие вязкого трения.

$$\rho(u \cdot \nabla) \cdot \varepsilon = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (6)$$

где σ_ε – параметр k-ε модели турбулентности (константа), σ_ε = 1.3; $\nabla\varepsilon$ – градиент ε, м^2/с^3; $C_{\varepsilon 1}$ – параметр k-ε модели турбулентности (константа), $C_{\varepsilon 1}$ = 1.44; $C_{\varepsilon 2}$ – параметр k-ε модели турбулентности (константа), $C_{\varepsilon 2}$ = 1.92. Граничные условия для стенки круглой трубы представлены в формулах (7), (8) и (9)

$$u \cdot n = 0, \quad (7)$$

где n – нормаль к границе (вектор всегда направлен внутрь расчетной области). Жидкость скользит по внутренней стенке круглой трубы. Скорость течения воды у стенки трубы равна нулю.

$$\nabla k \cdot n = 0 \quad (8)$$

$$\left[(\mu + \mu_t) \left(\nabla u + (\nabla u)^T \right) \right] \cdot n = -\rho \frac{u_\tau}{\delta_w^+} u_{tan\,g.}, \quad (9)$$

где u_τ – динамическая (сдвиговая) скорость, м/с; δ_w^+ – расстояние от внутренней поверхности круглой трубы до границы течения жидкости с учетом вязкости, мм; $u_{tang.}$ – тангенциальная скорость, м/с.

$u_{tang.}$ определяется по формуле (10)

$$u_{tan\,g.} = u - (u \cdot n) \cdot n \quad (10)$$

Для развитых турбулентных потоков скорость вязкой диссипации кинетической энергии турбулентности ε определяется по формуле (11)

$$\varepsilon = \rho \frac{C_\mu k^2}{k_v \delta_w^+ \mu}, \quad (11)$$

где k_v – параметр k-ε модели турбулентности (константа), k_v = 0.41.

Величина абсолютного давления $p_{abs.}$ жидкости определяется по формуле (12)

$$p_{abs.} = p + p_{ref.}, \quad (12)$$

где $p_{ref.}$ – стандартное атмосферное давление, $p_{ref.}$ = 101.325 кПа.

Упорядоченная кинетическая энергия турбулентности потока жидкости $k_{reg.}$ (м^2/с^2) равна максимальному значению двух аргументов.

$$k_{reg.} = max(k, 0) \quad (13)$$

Упорядоченная скорость вязкой диссипации кинетической энергии турбулентности потока жидкости $\varepsilon_{reg.}$ (м^2/с^3) равна максимальному значению двух аргументов.

$$\varepsilon_{reg.} = max(\varepsilon, 0) \quad (14)$$

Предельная длина смешивания $L_{mix.lim.}$ (м) жидкости на цилиндрическом участке круглой трубы при турбулентном режиме определяется по формуле (15)

$$L_{mix.lim.} = 2 \cdot L_{ref.}, \quad (15)$$

где $L_{ref.}$ – базовая длина,
$L_{ref.}$ = 0.008999999999999994 м.

По формулам (16) и (17) находят расчетные кинетическую энергию турбулентности $k_{cal.}$ (м^2/с^2) и скорость вязкой диссипации кинетической энергии турбулентности $\varepsilon_{cal.}$ (м^2/с^3).

$$k_{cal.} = \left[\frac{100\mu}{\rho \cdot L_{mix.lim.}} \right]^2 \quad (16)$$

$$\varepsilon_{cal.} = \frac{10 \cdot C_\mu \cdot \sqrt{k^3}}{L_{mix.lim.}} \quad (17)$$

k-уравнение, линейный коэффициент C_k (кг/(м^3 · с)) будет равен произведению двух переменных ρ и γ_t (18). Плотность воды в формуле – отрицательное значение.

$$C_k = -\rho \cdot \gamma_t, \quad (18)$$

где γ_t – вспомогательная переменная, (1/с).

Составляющие скорости деформации S представлены в системе уравнений (19)

$$\begin{cases} S_{xx} = ux \\ S_{yx} = 0.5(vx + uy) \\ S_{zx} = 0.5(wx + uz) \\ S_{xy} = 0.5(uy + vx) \\ S_{yy} = vy \\ S_{zy} = 0.5(wy + vz) \\ S_{xz} = 0.5(uz + wx) \\ S_{yz} = 0.5(vz + wy) \\ S_{zz} = wz \end{cases}, \quad (19)$$

где S – скорость деформации, 1/с; xx, yx, zx, xy, yy, zy, xz, yz, zz – составляющие; u, v, w – проекции вектора скорости соответственно на оси x, y, z.

Абсолютная скорость деформации $S_{abs.}$ (1/с) определяется по формуле (20)

$$S_{abs.} = \sqrt{(S_{xx})^2 + (S_{xy})^2 + (S_{xz})^2 + (S_{yx})^2 + (S_{yy})^2 + (S_{yz})^2 + (S_{zx})^2 + (S_{zy})^2 + (S_{zz})^2} \quad (20)$$

Источник действия кинетической энергии турбулентности k_s (1/с^2) и скорость сдвига e (1/с) движущихся слоев жидкости в круглой трубе определяются по формулам (21) и (22)

$$k_s = 2\cdot(ux)^2 + uy(uy+vx) + uz(uz+wx) + vx(uy+vx) + 2\cdot(vy)^2 + vz(vz+wy) + wx(uz+wx) + wy(vz+wy) + 2\cdot(wz)^2 \quad (21)$$

$$e = \sqrt{0.5\left(4\cdot(ux)^2 + 2\cdot(uy+vx)^2 + 2\cdot(uz+wx)^2 + 4\cdot(vy)^2 + 2\cdot(vz+wy)^2 + 4\cdot(wz)^2\right) + eps} \quad (22)$$

Дивергенция [9] $div\ u$ (1/с) равна сумме полей скоростей турбулентного течения жидкости действующих по координатным осям (23)

$$div\ u = ux + vy + wz \quad (23)$$

Величина скорости потока жидкости U (м/с) в турбулентном режиме определяется по формуле (24). При турбулентном движении (неустановившемся) жидкости с заданными граничными условиями, величины осреднённых скоростей меняются во времени.

$$U = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (24)$$

Составляющие вихревого поля потока жидкости Ω (1/с) [10] в турбулентном режиме представлены в системе, состоящей из трех уравнений (25)

$$\begin{cases} \Omega_x = wy - vz \\ \Omega_y = -wx + uz, \\ \Omega_z = vx - uy \end{cases} \quad (25)$$

где $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ – составляющие вихревого поля потока Ω.

Величина Ω равна

$$\Omega = \sqrt{\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + \Omega_z^2} \quad (26)$$

Величина кинематической вязкости ν (м^2/с) жидкости равна отношению μ к ρ. Вязкость характеризует степень текучести воды и подвижности ее частиц.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (27)$$

Вязкостное напряжение – сила вязкости, приходящаяся на единицу площади поверхности раздела двух слоев. Составляющие вязкостного напряжения σ_η (Н/м^2) находятся по формулам (28)

$$\begin{cases} \sigma_{\eta x} = \mu\cdot\left(2\cdot ux\cdot n_{xmesh} + (uy+vx)\cdot n_{ymesh} + (uz+wx)\cdot n_{zmesh}\right) \\ \sigma_{\eta y} = \mu\cdot\left((vx+uy)\cdot n_{xmesh} + 2\cdot vy\cdot n_{ymesh} + (vz+wy)\cdot n_{zmesh}\right) \\ \sigma_{\eta z} = \mu\cdot\left((wx+uz)\cdot n_{xmesh} + (wy+vz)\cdot n_{ymesh} + 2\cdot wz\cdot n_{zmesh}\right) \end{cases}, \quad (28)$$

где n_{xmesh}, n_{ymesh}, n_{zmesh} – составляющие нормального вектора.

Составляющие полного напряжения $\sigma_{tot.}$ (Н/м^2) представлены в системе уравнений (29)

$$\begin{cases} \sigma_{totx} = \sigma_{\eta x} - p\cdot n_{xmesh} \\ \sigma_{toty} = \sigma_{\eta y} - p\cdot n_{ymesh}, \\ \sigma_{totz} = \sigma_{\eta z} - p\cdot n_{zmesh} \end{cases} \quad (29)$$

где σ_{totx}, σ_{toty}, σ_{totz} – составляющие полного напряжения $\sigma_{tot.}$.

Составляющие скорости напряжения сдвига τ_{vd} (Па) слоев жидкости определяются по формулам (30)

$$\begin{cases} \tau_{vdxx} = 2\cdot\mu\cdot ux \\ \tau_{vdyx} = \mu\cdot(vx+uy) \\ \tau_{vdzx} = \mu\cdot(wx+uz) \\ \tau_{vdxy} = \mu\cdot(uy+vx) \\ \tau_{vdyy} = 2\cdot\mu\cdot vy \\ \tau_{vdzy} = \mu\cdot(wy+vz) \\ \tau_{vdxz} = \mu\cdot(uz+wx) \\ \tau_{vdyz} = \mu\cdot(vz+wy) \\ \tau_{vdzz} = 2\cdot\mu\cdot wz \end{cases}, \tag{30}$$

где τ_{vdxx}, τ_{vdyx}, τ_{vdzx}, τ_{vdxy}, τ_{vdyy}, τ_{vdzy}, τ_{vdxz}, τ_{vdyz}, τ_{vdzz} – составляющие скорости напряжения сдвига τ_{vd}.

Вязкое рассеяние или вязкостная диссипация (преобразование кинетической энергии во внутреннюю энергию) Q_η (Вт/м^3) рассчитывается по формуле (31)

$$Q_\eta = \tau_{vdxx}\cdot ux + \tau_{vdxy}\cdot uy + \tau_{vdxz}\cdot uz + \tau_{vdyx}\cdot vx + \tau_{vdyy}\cdot vy + \tau_{vdyz}\cdot vz + \tau_{vdzx}\cdot wx + \tau_{vdzy}\cdot wy + \tau_{vdzz}\cdot wz + \rho + \varepsilon_{reg.} \tag{31}$$

Разностные уравнения для кинетической энергии турбулентности $k_{res.}$ (Вт/м^3) и скорости вязкой диссипации кинетической энергии турбулентности $\varepsilon_{res.}$ (Па/с^2) будут иметь следующий вид (32) и (33)

$$k_{res.} = -\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\cdot(k_{xx} + k_{yy} + k_{zz}) - C_k\cdot k - P_k + \rho\cdot u\cdot k_x + \rho\cdot v\cdot k_y + \rho\cdot w\cdot k_z \tag{32}$$

$$\varepsilon_{res.} = -\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\cdot(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) - C_{\varepsilon lin.}\cdot\varepsilon - P_\varepsilon + \rho\cdot u\cdot\varepsilon_x + \rho\cdot v\cdot\varepsilon_y + \rho\cdot w\cdot\varepsilon_z, \tag{33}$$

где $C_{\varepsilon lin.}$ – линейный коэффициент (кг/(м^3 · с)), определяется по формуле (34). P_ε равен максимальному значению двух приведенных аргументов.

$$C_{\varepsilon lin.} = -\rho\cdot C_{\varepsilon 2}\cdot y_t \tag{34}$$

$$P_\varepsilon = max(C_{\varepsilon 1}\cdot y_t\cdot\mu_t\cdot k_s, 0) \tag{35}$$

Разностное уравнение для поля скоростей $u_{res.}$ (Н/м^3) турбулентного течения жидкости с учетом действия объемной силы будет иметь следующий вид

$$u_{res.} = px + \rho\cdot u\cdot ux + \rho\cdot v\cdot uy + \rho\cdot w\cdot uz - \left(\frac{\partial(2\cdot ux)}{\partial x} + \frac{\partial(uy+vx)}{\partial y} + \frac{\partial(uz+wx)}{\partial z}\right)\cdot(\mu+\mu_t) - F_x, \tag{36}$$

где F_x – составляющая объемной силы (Н/м^3).

Разностное уравнение для поля скоростей $v_{res.}$ (Н/м^3) турбулентного течения жидкости с учетом действия объемной силы будет иметь следующий вид

$$v_{res.} = \rho\cdot u\cdot vx + py + \rho\cdot v\cdot vy + \rho\cdot w\cdot vz - \left(\frac{\partial(vx+uy)}{\partial x} + \frac{\partial(2\cdot vy)}{\partial y} + \frac{\partial(vz+wy)}{\partial z}\right)\cdot(\mu+\mu_t) - F_y, \tag{37}$$

где F_y – составляющая объемной силы (Н/м^3).

Разностное уравнение для поля скоростей $w_{res.}$ (Н/м^3) турбулентного течения жидкости с учетом действия объемной силы будет иметь следующий вид

$$w_{res.} = \rho \cdot u \cdot wx + \rho \cdot v \cdot wy + pz + \rho \cdot w \cdot wz - \left(\frac{\partial(wx+uz)}{\partial x} + \frac{\partial(wy+vz)}{\partial y} + \frac{\partial(2 \cdot wz)}{\partial z} \right) \cdot (\mu + \mu_t) - F_z, \quad (38)$$

где F_z – составляющая объемной силы (Н/м^3).

Разностное уравнение для давления $p_{res.}$ жидкости (кг/(м^3 · с)) будет иметь следующий вид

$$p_{res.} = \rho \cdot div\ u \quad (39)$$

Слабая форма аналитически выводится для моделей, включающих сложные граничные условия с зависимостями от переменных, системы отсчета, времени. Слабая форма для k будет иметь следующий вид

$$-test(k_x) \cdot \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \cdot k_x - test(k_y) \cdot \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \cdot k_y - test(k_z) \cdot \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \cdot k_z - \rho \cdot (u \cdot k_x + v \cdot k_y + w \cdot k_z) \cdot \\ \cdot test(k) + P_k \cdot test(k) + C_k \cdot k \cdot test(k), \quad (40)$$

где – *test* специальный оператор, создает тестовую функцию для переменной.

Слабая форма для ε будет иметь следующий вид

$$-test(\varepsilon_x) \cdot \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \cdot \varepsilon_x - test(\varepsilon_y) \cdot \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \cdot \varepsilon_y - test(\varepsilon_z) \cdot \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \cdot \varepsilon_z - \rho \cdot (u \cdot \varepsilon_x + v \cdot \varepsilon_y + w \cdot \varepsilon_z) \cdot \\ \cdot test(\varepsilon) + P_\varepsilon \cdot test(\varepsilon) + C_{\varepsilon din.} \cdot \varepsilon \cdot test(\varepsilon) \quad (41)$$

Слабые формы для объемной силы, действующей на внутреннюю поверхность трубы и для полей скоростей турбулентного течения жидкости, представлены формулами (42) и (43) соответственно

$$F_x \cdot test(u) + F_y \cdot test(v) + F_z \cdot test(w) \quad (42)$$

$$\rho \cdot \left[\begin{array}{c} -\left(\frac{\partial(u,x)}{\partial x} \cdot u + \frac{\partial(u,y)}{\partial y} \cdot v + \frac{\partial(u,z)}{\partial z} \cdot w \right) \cdot test(u) - \left(\frac{\partial(v,x)}{\partial x} \cdot u + \frac{\partial(v,y)}{\partial y} \cdot v + \frac{\partial(v,z)}{\partial z} \cdot w \right) \cdot \\ \cdot test(v) - \left(\frac{\partial(w,x)}{\partial x} \cdot u + \frac{\partial(w,y)}{\partial y} \cdot v + \frac{\partial(w,z)}{\partial z} \cdot w \right) \cdot test(w) \end{array} \right] \quad (43)$$

С помощью функций формы выполняется аппроксимация поля неизвестных величин. Функция формы для ε будет иметь следующий вид

$$-\varepsilon + \varepsilon_w \quad (44)$$

Ход расчета величин u, p, k и ε представлен сегрегированными шагами 1 и 2 (первая и седьмая итерации). Решатель – PARDISO (Parallel Direct Sparse Solver for Clusters), работает с общими системами $Ax = B$ и использует методику волнения центра, которая проверяет величину потенциального центра относительно постоянного некоторого порога, что позволяет учитывать особые точки и компенсировать их.

Segregated solver
Number of degrees of freedom solved for: 1203246.

Segregated solver iteration 1.

Segregated Step 1
Nonsymmetric matrix found.
Scales for dependent variables:
Pressure (comp1.p): 5e+004
Velocity field (comp1.u): 6e+002
Orthonormal null-space function used.

```
Iter  SolEst  Damping  Stepsize  #Res  #Jac  #Sol  LinIt  LinErr  LinRes
   1   0.072      0.5     0.072     2     1     1      1  5.2e-5       1
Segregated Step 2
Nonsymmetric matrix found.
Scales for dependent variables:
Turbulent dissipation rate (comp1.ep): 3.2e-005
Turbulent kinetic energy (comp1.k): 3.1e-005
Orthonormal null-space function used.
Iter  SolEst  ResEst  Damping  Stepsize  #Res  #Jac  #Sol  LinIt   LinErr   LinRes
   1     1.7  2.3e+4     0.35       1.7     2     1     1      4  0.00065        1
   2     2.8  2.4e+4     0.35       2.8     3     2     2     14  0.00089  0.00018
   3       2  1.7e+6     0.35         2     4     3     3     26  0.00025  0.00015
Solution error estimates for segregated groups
0.036, 1.8
Residual error estimates for segregated groups
1.7e+004, 3.5e+004
………………………………………………………………………………………………

Segregated solver iteration 7.

Segregated Step 1
Iter  SolEst  Damping  Stepsize  #Res  #Jac  #Sol  LinIt   LinErr   LinRes
   1     3.7      0.5       3.7    14     7     7    111  0.00072  0.00031
Segregated Step 2
Scales for dependent variables:
Turbulent dissipation rate (comp1.ep): 51
Turbulent kinetic energy (comp1.k): 0.034
Iter  SolEst  ResEst  Damping  Stepsize  #Res  #Jac  #Sol  LinIt   LinErr  LinRes
   1     1.1  8.3e+3     0.35       1.1    26    19    19    133  0.00016    2e-7
   2    0.84    1e+4     0.35      0.84    27    20    20    136  0.00093  1.1e-6
   3    0.58  1.6e+4     0.35      0.58    28    21    21    139  0.00067  9.1e-7
Solution error estimates for segregated groups
1.9, 0.73
Residual error estimates for segregated groups
2.8e+003, 2.4e+008
```

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Модель процесса турбулентного течения жидкости можно представить в виде законов изменения величины поля скоростей потока на рассматриваемой длине круглой трубы. Это изменение сопровождается увеличением значений k и ε в зависимости от свойств жидкости и, в частности, динамической вязкости. Приведенные аналитические модели турбулентного течения в полной мере определяют характер деформации и напряжения движущихся слоев воды на цилиндрическом участке круглой трубы.

References:

1. Nichols RH (2010) Turbulence Models and Their Application to Complex Flows. University of Alabama at Birmingham.
2. (2016) Reynolds-averaged Navier–Stokes equations. Available: http://dictionary.sensagent.com/Reynolds-averaged%20Navier-Stokes%20equations/en-en/ (Accessed: 20.09.2016).
3. (2011) CFD Module User's Guide, 2011. – 444 p.
4. Hoffmann KA (2000) Computational fluid dynamics. Wichita: Engineering System. – 188 p.

5. Korkodinov IA (2013) The review of set of k–ε models for modeling turbulence. Bulletin PNRPU. Mechanical engineering, materials science, №2 (15). – pp. 5 – 16.
6. Kiselev VD, Bolotov AV, Satonin AP, Kashaeva HA, Konovalov AI (2008) Compressibility and Internal Pressure of Liquid. Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Estestvennye Nauki, vol. 150. – pp. 76 – 90.
7. (2016) Size Parameters for Free Tetrahedral Meshing in COMSOL Multiphysics. Available: https://www.comsol.it/blogs/size-parameters-free-tetrahedral-meshing-comsol-multiphysics/ (Accessed: 20.09.2016).
8. Miheev NI, Saushin II (2013) Method and results the estimation of the parameters of the model of turbulence k-ε based on experimental velocities fields. Transactions of Academenergo, №3. – pp. 17 – 25.
9. (2016) Divergence. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Divergence (Accessed: 20.09.2016).
10. (2016) Vorticity. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Vorticity (Accessed: 20.09.2016).