Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2018. № 1(21). C. 6-20. ISSN 2079-6641

DOI: 10.18454/2079-6641-2018-21-1-6-20

МАТЕМАТИКА

УДК 517.956.6

ОБ ОДНОМ ТРЁХМЕРНОМ АНАЛОГЕ ЗАДАЧИ ТРИКОМИ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ПЛОСКОСТЯМИ ВЫРОЖДЕНИЯ

Ю. П. Апаков

Наманганский инженерно-строительный институт, 160103. Узбекистан, г. Наманган, ул. И.Каримова,12

E-mail: apakov.1956@mail.ru

Для параболо- гиперболического уравнения исследуются трехмерный аналог задачи Трикоми с нехарактеристическими параллельными плоскостями изменения типов уравнения. Единственность решения задачи доказана методом априорных оценок, а существование решения задачи сведено к существованию решения системы интегральных уравнений Вольтерра второго рода.

Ключевые слова: параболо- гиперболическое уравнение, нехарактеристическая плоскость, задача Трикоми, преобразование Фурье,принцип максимума, априорная оценка, единственность, существование, система интегральных уравнений

Введение

Задача Трикоми и другие задачи на сопряжения для уравнений параболо - гиперболического типа имеют многочисленные приложения. Первые результаты в этом направлении содержатся в работе М.И. Гельфанда [1], где рассмотрена задача о движении газа в канале, окруженном пористой средой. При этом в канале движение газа описывается волновым уравнением, а вне его – уравнением диффузии. В работах [2]-[4] приведены некоторые другие приложения таких задач. Задача Трикоми для эллиптико-гиперболического уравнения в трехмерном пространстве с помощью метода интегрального преобразования Фурье впервые исследована А.В.Бицадзе [5]. Затем появились ряд работ (см.[6]-[12]), где рассматривались краевые задачи для уравнений эллиптико- гиперболического типа в бесконечной цилиндрической области. Краевые задачи для смешанных уравнений параболо- гиперболического типа в трехмерном пространстве, используя интегральные преобразования рассматривались в работах [13]-[19]. В этой работе исследуется трехмерный аналог задачи Трикоми для параболо-гиперболического уравнения с параллельными плоскостями изменения типов.

Постановка задачи.

Пусть Ω – бесконечная цилиндрическая область трёхмерного евклидово пространства переменных x,y,z , ограниченная поверхностью $S=\bigcup\limits_{n=1}^{6} S_n$, где при $-\infty<z<+\infty$,

$$(S_1)\ \ y=0,\ \ 0\leqslant x\leqslant 1, \qquad (S_2)\ \ y-\frac{2}{m_2+2}(x-1)^{\frac{m_2+2}{2}}=0,$$

$$(S_3)\ \ y+\frac{2}{m_2+2}(x-1)^{\frac{m_2+2}{2}}=1, \qquad (S_4)\ \ y=1,\ 0\leqslant x\leqslant 1,$$

$$(S_5)\ \ y+\frac{2}{m_1+2}(-x)^{\frac{m_1+2}{2}}=1, \qquad (S_6)\ \ y-\frac{2}{m_1+2}(-x)^{\frac{m_1+2}{2}}=0,$$

а

$$\begin{gathered}\Omega_1=\Omega\cap(x<0,\ 0<y<1),\ \ \Omega_0=\Omega\cap(0<x<1,\ 0<y<1),\\ \Omega_2=\Omega\cap(x>1,\ 0<y<1),\ \ D_i=\Omega_i\cap(z=0),\ \ i=0,1,2,\\ \sigma_i=S_i\cap(z=0),\ \ i=\overline{1,6},\ \ \overline{I_1}=\overline{\Omega_1}\cap\overline{\Omega_0},\ \overline{I_2}=\overline{\Omega_0}\cap\overline{\Omega_2},\\ J_k=I_k\cap(z=0),\ \ k=1,2.\end{gathered}$$

Для уравнения

$$0=\begin{cases}U_{xx}-U_y+U_{zz}, & \text{в } \Omega_0,\\ U_{xx}-(-x)^{m_1}(U_{yy}+U_{zz}), & \text{в } \Omega_1,\\ U_{xx}-(x-1)^{m_2}(U_{yy}+U_{zz}), & \text{в } \Omega_2,\ \ m_i>0,\ \ i=1,2,\end{cases} \tag{1}$$

рассмотрим следующую задачу.

Задача T_2 . *Найти регулярное решение уравнения (1) в области* Ω_k, $k=0,1,2$, *обладающее следующими свойствами:*

$$1)\ \ U(x,y,z)\in C\left(\overline{\Omega_k}\right)\cap C^1(\Omega_k)\cap C^{2,1,2}_{x,y,z}(\Omega_0)\cap C^2(\Omega_1\cup\Omega_2),\ \ k=0,1,2;$$

причем первые производные непрерывны вплоть до границы области Ω_j, $j=1,2;$

2) удовлетворяет граничным условиям

$$U|_{S_1} = \Phi_1(x,z), \ 0 \leqslant x \leqslant 1, \ -\infty < z < +\infty, \tag{2}$$

$$\left.\begin{aligned} U|_{S_2} = \Psi_2(y,z), \ 0 \leqslant y \leqslant \frac{1}{2}, \ -\infty < z < +\infty, \\ U|_{S_6} = \Psi_1(y,z), \ 0 \leqslant y \leqslant \frac{1}{2}, \ -\infty < z < +\infty, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

$$\lim_{x\to\pm\infty} U(x,y,z) = \lim_{x\to\pm\infty} U_z(x,y,z) = 0. \tag{4}$$

Из условия $U(x,y,z) \in C^1(\Omega_0)$ следует, что для решения $U(x,y,z)$ при $x=0$ и $x=1$ выполняются непрерывные условия склеивания.

Отметим, что когда плоскостью разделения являлась только $x=0$, то аналогичная задача исследована в работе [16]. Задача с параллельными плоскостями изменения типов для параболо- гиперболического уравнения исследуются впервые.

Следуя идее А.В.Бицадзе [5], решение поставленной задачи будем искать в классе интегралов Фурье, т.е. в виде

$$U(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x,y,\lambda)\, e^{-i\lambda z} d\lambda\ . \tag{5}$$

Имеет место следующая

Лемма. *Пусть функция $u(x,y,\lambda)$ в области D_k, $k=0,1,2$, является решением уравнения*

$$0 = \begin{cases} u_{xx} - u_y - \lambda^2 u, & \text{в } D_0 \\ u_{xx} - (-x)^{m_1} u_{yy} + \lambda^2 (-x)^{m_1} u, & \text{в } D_1 \\ u_{xx} - (x-1)^{m_2} u_{yy} + \lambda^2 (x-1)^{m_2} u, & \text{в } D_2 \end{cases} \tag{6}$$

таким, что интеграл (5) допускает двукратное дифференцирование по каждому из параметров x,y,z. Тогда функция $U(x,y,z)$, определяемая интегралом (5) является решением уравнения (1).

Обратно, если $U(x,y,z)$ есть решение уравнения (1), представимое интегралом (5) и удовлетворяет условиям (4), то $u(x,y,\lambda)$, определяемая по формуле

$$u(x,y,\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x,y,z)\, e^{i\lambda z} dz, \tag{7}$$

является решением уравнения (6).

Доказательство. Проводится по схеме работы [5]. □ Приведенная лемма позволяет задачу T_2 свести к следующим эквивалентным ей плоским задачам.

Задача $T_{2\lambda}$. *Найти регулярное решение уравнения (1) в областях $D_k, k=0,1,2$, обладающее следующими свойствами:*

$$1)\ u(x,y,\lambda) \in C\left(\overline{D_k}\right) \cap C^1(D_k) \cap C^{2,1}_{x,y}(D_0) \cap C^2(D_1 \cup D_2), \ k=0,1,2,$$

причем первые производные непрерывны вплоть до границы области D_j, $j=1,2$;

2) удовлетворяет граничным условиям

$$u|_{\sigma_1} = \varphi(x,\lambda), \ 0 \leqslant x \leqslant 1, \tag{8}$$

$$\left.\begin{aligned} u|_{\sigma_2} &= \psi_2(y,\lambda), \ 0 \leqslant y \leqslant \frac{1}{2}, \\ u|_{\sigma_6} &= \psi_1(y,\lambda), \ 0 \leqslant y \leqslant \frac{1}{2}, \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

где

$$\varphi(x,\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \Phi(x,z)\, e^{i\lambda z} dz, \ \ \psi_k(y,\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \Psi_k(y,z)\, e^{i\lambda z} dz, \ \ k = 1,2.$$

Функции $\varphi(x,\lambda) \in C^2[0,1]$, $\psi_k(y,\lambda) \in C^3[0,\frac{1}{2}]$, $k = 1,2$ а также выполняются условия согласования $\varphi(0,\lambda) = \varphi'_x(0,\lambda) = \psi_1(0,\lambda) = 0$, $\varphi(1,\lambda) = \varphi'_x(1,\lambda) = \psi_2(0,\lambda) = 0$. Итак, доказательство существования решения задачи T_2 сводится к доказательству разрешимости задачи $T_{2\lambda}$ для любого действительного значения параметра λ .

Априорная оценка и единственность решения

Докажем единственность решения задачи $T_{2\lambda}$. Отметим, что для коэффициентов уравнения (6) в области D_k, $k = 1,2$ известные условия принципа экстремума для гиперболических уравнений, указанные в работе [20], не выполняются. Поэтому доказать единственность решения задачи $T_{2\lambda}$ с помощью принципа экстремума сразу не удается. Но, несмотря на это, можно получить оценку функции $u(x,y,\lambda)$, из которого следует единственность решения задачи $T_{2\lambda}$.

Для этого введем новую неизвестную функцию $\vartheta(x,y,\lambda)$ по формуле

$$u(x,y,\lambda) = \exp(|\lambda|\, y)\, \vartheta(x,y,\lambda) \tag{10}$$

Тогда функция $\vartheta(x,y,\lambda)$ будет решением уравнения

$$0 = \begin{cases} L_0[\vartheta] = \vartheta_{xx} - \vartheta_y - |\lambda|(1+|\lambda|)\,\vartheta, & \text{в } D_0, \\ L_1[\vartheta] = -(-x)^{m_1}\vartheta_{yy} + \vartheta_{xx} - 2|\lambda|(-x)^{m_1}\vartheta_y, & \text{в } D_1, \\ L_2[\vartheta] = -(x-1)^{m_2}\vartheta_{yy} + \vartheta_{xx} - 2|\lambda|(x-1)^{m_2}\vartheta_y, & \text{в } D_2, \end{cases} \tag{11}$$

коэффициенты которого в области D_k, $k = 1,2$ удовлетворяют известным условиям Агмона, Ниренберга, Проттера [20].

Теорема 1. *(Принцип положительного максимума). Пусть $\vartheta(x,y,\lambda)$ обладает свойствами:*

1) $\vartheta(x,y,\lambda) \in C\left(\overline{D_0}\right) \cap C^1(D_0)$, причем первые производные непрерывны вплоть до границы области D_j, $j = 1,2$;

2) $\vartheta(x,y,\lambda)$ удовлетворяет в области D_0 неравенству$L_0[\vartheta] \geqslant 0$, а в D_k, неравенству $L_k[\vartheta] \geqslant 0$, $k = 1,2$, *3)*

$$
\begin{gathered}
\vartheta_x\left[x,(1-2\beta_1)(-x)^{\frac{1}{1-2\beta_1}},\lambda\right]-(-x)^{\frac{2\beta_1}{1-2\beta_1}}\vartheta_y\left[x,(1-2\beta_1)(-x)^{\frac{1}{1-2\beta_1}},\lambda\right]\geqslant 0\\
-\left[\frac{1}{2(1-2\beta_1)}\right]^{1-2\beta_1}\leqslant x\leqslant 0,\quad \beta_1=\frac{m_1}{2(m_1+2)},\\
\vartheta_x\left[x,(1-2\beta_2)(x-1)^{\frac{1}{1-2\beta_2}},\lambda\right]-\\
-(x-1)^{\frac{2\beta_2}{1-2\beta_2}}\vartheta_y\left[x,(1-2\beta_2)(x-1)^{\frac{1}{1-2\beta_2}},\lambda\right]\geqslant 0\\
1\leqslant x\leqslant 1+\left[\frac{1}{2(1-2\beta_2)}\right]^{1-2\beta_2},\quad \beta_2=\frac{m_2}{2(m_2+2)},
\end{gathered}
\tag{12}
$$

т.е. является неубывающей функцией от x на характеристике σ_6 и σ_2 соответственно. Тогда функция $\vartheta(x,y,\lambda)$ своего положительного максимума в области $\overline{D}$ достигает на $\overline{\sigma_1}$.

Доказательство. Согласно результатам работы [20] (см.§4, теорема $2'$) решение $\vartheta(x,y,\lambda)$ уравнения (11) в области D_k, $k=1,2$ принимает свой положительный максимум в некоторой точке $(0,y_1)\in J_1$ и $(1,y_2)\in J_2$, тогда в этой точке $\vartheta_x(-0,y_1,\lambda)>0$ и $\vartheta_x(1+0,y_2,\lambda)>0$ соответственно. С другой стороны в силу теоремы 2 работы [21] и леммы 1 работы [22], получим $\vartheta_x(+0,y_1,\lambda)<0$ и $\vartheta_x(1-0,y_2,\lambda)<0$ что противоречит полученному выше неравенству.

Итак, функция $\vartheta(x,y,\lambda)$ своего максимума на отрезке J_1 и J_2 , включая точки $(0;1)$ и $(1;1)$ не достигает. Тогда из принципа максимума для гиперболических [20] и параболических [21] уравнений следует, что функция $\vartheta(x,y,\lambda)$ своего положительного максимума в $\overline{D}$ достигает на $\overline{\sigma_1}$. Теорема 1 доказана. □

В области D_k, $k=0,1,2$, определим функцию

$$
W(x,y,\lambda)=\pm\vartheta(x,y,\lambda)+M\exp\left[4(1+|\lambda|)x+2y\right],
\tag{13}
$$

где $\vartheta(x,y,\lambda)$ - регулярное решение уравнения (11), $M=M_1+M_2=const\geq 0$.

Легко видеть, что $L_0[W]\geqslant 0$ области D_0 , $L_k[W]\geqslant 0$ области D_k, $k=1,2$. Для того чтобы функция $W(x,y,\lambda)$ удовлетворяла условиям (12), достаточно положить

$$
\begin{gathered}
M_1=\max_{\sigma_6}\left|\vartheta_x\left[x,(1-2\beta_1)(-x)^{\frac{1}{1-2\beta_1}},\lambda\right]-\right.\\
\left.-(-x)^{\frac{2\beta_1}{1-2\beta_1}}\vartheta_y\left[x,(1-2\beta_1)(-x)^{\frac{1}{1-2\beta_1}},\lambda\right]\right|\\
M_2=\max_{\sigma_2}\left|\vartheta_x\left[x,(1-2\beta_2)(x-1)^{\frac{1}{1-2\beta_2}},\lambda\right]-\right.\\
\left.-(x-1)^{\frac{2\beta_2}{1-2\beta_2}}\vartheta_y\left[x,(1-2\beta_2)(x-1)^{\frac{1}{1-2\beta_2}},\lambda\right]\right|.
\end{gathered}
\tag{14}
$$

При таком выборе для функции $W(x,y,\lambda)$ выполняются все условия теоремы 1. Следовательно, функция $W(x,y,\lambda)$ достигает своего максимума на $\overline{\sigma_1}$ и отсюда

$$
W(x,y,\lambda)\leqslant\max_{\sigma_1}|W(x,y,\lambda)|.
$$

Переходя к функции $\vartheta(x,y,\lambda)$, имеем

$$|\vartheta(x,y,\lambda)| \leqslant \max_{\sigma_1}|\vartheta(x,y,\lambda)| + 2(M_1+M_2)\exp[2+4(1+|\lambda|)]. \qquad (15)$$

Из (14) переходя к функции $u(x,y,\lambda)$, находим

$$\begin{aligned} M_1 &= M_3\left[\max\left|\psi'_{1y}(y,\lambda)\right| + |\lambda|\max|\psi_1(y,\lambda)|\right], \quad M_3 = \left[\frac{1}{2(1-2\beta_1)}\right]^{2\beta_1}, \\ M_2 &= M_4\left[\max\left|\psi'_{2y}(y,\lambda)\right| + |\lambda|\max|\psi_2(y,\lambda)|\right], \quad M_4 = 1+\left[\frac{1}{2(1-2\beta_2)}\right]^{2\beta_2}. \end{aligned} \qquad (16)$$

Наконец, из (15), учитывая (16) имеем

$$\begin{aligned} |u(x,y,\lambda)| \leqslant \exp(|\lambda|)\max|\varphi_1(x,\lambda)| + M_5\exp(5|\lambda|)\cdot \\ \cdot\left\{M_3\left[\max\left|\psi'_{1y}(y,\lambda)\right| + |\lambda|\max|\psi_1(y,\lambda)|\right] + \right. \\ \left. M_4\left[\max\left|\psi'_{2y}(y,\lambda)\right| + |\lambda|\max|\psi_2(y,\lambda)|\right]\right\}, \end{aligned} \qquad (17)$$

где

$$M_5 = 2\exp(6).$$

Из оценки (17) следует единственность регулярного решения задач $T_{2\lambda}$ и T_2 . В самом деле, пусть $\Phi(x,z)=0$, $\Psi_k(y,z)=0$, $k=1,2$. Тогда $\varphi(x,\lambda)=0$, $\psi_k(y,\lambda)=0$, $k=1,2$. Следовательно, из (17) имеем, что $u(x,y,\lambda)\equiv 0$. Отсюда в силу (5) получим $U(x,y,z)\equiv 0$.

Существование решения

Перейдем к доказательству существования решения задачи $T_{2\lambda}$. Примем обозначения

$$\begin{aligned} u(0,y,\lambda) = \tau_1(y,\lambda), \quad u_x(0,y,\lambda) = \nu_1(y,\lambda), \\ u(1,y,\lambda) = \tau_2(y,\lambda), \quad u_x(1,y,\lambda) = \nu_2(y,\lambda). \end{aligned} \qquad (18)$$

В области D_0 , определим функцию

$$u(x,y,\lambda) = \exp\left(-\lambda^2 y\right)\omega(x,y,\lambda) \qquad (19)$$

и решаем задачи

$$\begin{cases} \omega_{xx}-\omega_y = 0, \quad \omega|_{y=0} = \varphi(x,\lambda), \\ \omega_x|_{x=0} = \exp\left(\lambda^2 y\right)\nu_1(y,\lambda), \quad \omega|_{x=1} = \exp\left(\lambda^2 y\right)\tau_2(y,\lambda), \end{cases} \qquad (20)$$

$$\begin{cases} \omega_{xx}-\omega_y = 0, \quad \omega|_{y=0} = \varphi(x,\lambda), \\ \omega|_{x=0} = \exp\left(\lambda^2 y\right)\tau_1(y,\lambda), \quad \omega_x|_{x=1} = \exp\left(\lambda^2 y\right)\nu_2(y,\lambda). \end{cases} \qquad (21)$$

Решение, задачи (20) и (21) выписывается в виде

$$\begin{aligned} \omega(x,y,\lambda) = \int_0^1 G_i(x,y;\xi,0)\varphi(\xi,\lambda)\,d\xi - \\ -\int_0^y G_{i\xi}(x,y;2-i,\eta)\,exp\left(\lambda^2\eta\right)\tau_{[i-(-1)^i]}(\eta,\lambda)\,d\eta - \\ -\int_0^y G_i(x,y;i-1,\eta)\,exp\left(\lambda^2\eta\right)\nu_i(\eta,\lambda)\,d\eta, \quad i=1,2. \end{aligned} \qquad (22)$$

где

$$G_k(x,y;\xi,\eta)=\frac{1}{2\sqrt{\pi(y-\eta)}}\sum_{-\infty}^{+\infty}\left\{\exp\left[-\frac{(x-\xi-4n)^2}{4(y-\eta)}\right]\right.$$
$$-(-1)^k\exp\left[-\frac{(x+\xi-4n)^2}{4(y-\eta)}\right]-\exp\left[-\frac{(x-\xi-2-4n)^2}{4(y-\eta)}\right]$$
$$\left.+(-1)^k\exp\left[-\frac{(x+\xi-2-4n)^2}{4(y-\eta)}\right]\right\},\ k=1,2,$$

-функция Грина смещенной задачи (20) и (21) (см.[23]).

Переходя к функции $u(x,y,\lambda)$ полагая, $x=0$, затем $x=1$, из (22) получим основное функциональное соотношение между функциями $\tau_i(y,\lambda)$ и $\nu_i(y,\lambda)$ принесенное из области D_0 в $x=0$ и $x=1$

$$\tau_i(y,\lambda)=-\int_0^y\frac{1}{\sqrt{\pi(y-\eta)}}\exp\left[(\eta-y)\lambda^2\right]\nu_i(\eta,\lambda)\,d\eta-$$
$$-\int_0^y\frac{k_i(y,\lambda)}{\sqrt{\pi(y-\eta)}}\exp\left[(\eta-y)\lambda^2\right]\nu_i(\eta,\lambda)\,d\eta-$$
$$-\int_0^y\frac{1}{\sqrt{\pi(y-\eta)}}\exp\left[(\eta-y)\lambda^2\right]\tau_{[i-(-1)^i]}(\eta,\lambda)\,d\eta- \tag{23}$$
$$-\int_0^y\frac{k_i(y,\lambda)}{\sqrt{\pi(y-\eta)}}\exp\left[(\eta-y)\lambda^2\right]\tau_{[i-(-1)^i]}(\eta,\lambda)\,d\eta+A_i(y,\lambda),$$

здесь

$$A_i(y,\lambda)=\int_0^1 G_i(0,y;\xi,0)\exp\left(-\lambda^2y\right)\varphi(\xi,\lambda)\,d\xi$$

$k_i(y,\eta)-$ регулярная часть функции Грина $G_i(x,y;\xi,\eta)$, $i=1,2.$

Для получения соотношения между функциями $\tau_i(y,\lambda)$ и $\nu_i(y,\lambda)$ рассмотрим решение задачи Коши для уравнения (6) в области D_i, $i=1,2$ (см.[24])

$$u(x,y,\lambda)=\gamma_1\int_0^1\frac{\tau_i\left[y+\sigma_i(2t-1)\right]}{\left[t(1-t)\right]^{1-\beta_i}}\overline{J}_{\beta_i-1}\left[2|\lambda|\sigma_i\sqrt{t(1-t)}\right]dt+$$
$$+\gamma_2\left[x-(i-1)\right]\int_0^1\frac{\nu_i\left[y+\sigma_i(2t-1)\right]}{\left[t(1-t)\right]^{\beta_i}}\overline{J}_{-\beta_i}\left[2|\lambda|\sigma_i\sqrt{t(1-t)}\right]dt, \tag{24}$$

где

$$\gamma_1=\frac{\Gamma(2\beta_i)}{\Gamma^2(\beta_i)},\ \ \gamma_2=\frac{\Gamma(2-2\beta_i)}{\Gamma^2(1-\beta_i)},\ \ \sigma_i=\frac{2}{m_i+2}\left[x-(i-1)\right]^{\frac{m_i+2}{2}},$$
$$\overline{J_{-q}}(z)=\Gamma(1-q)\left(\frac{z}{2}\right)^qJ_{-q}(z),\ \ i=1,2,$$

$J_q(z)-$ функция Бесселя первого рода.

В области D_i из решения (24) реализуя условия (9) и поступая как в работе [18] получим соотношения между функциями $\tau_i(y,\lambda)$ и $\nu_i(y,\lambda)$ в виде

$$\tau_i(y,\lambda)=\gamma_3\int\limits_0^y\frac{\nu_i(t,\lambda)\,dt}{(y-t)^{2\beta_i}}+\gamma_3\int\limits_0^y K_i(y,t,\lambda)\,\nu_i(t,\lambda)\,dt+F_i(y,\lambda) \tag{25}$$

где

$$\begin{gathered}K_i(y,t,\lambda)=\int\limits_t^y\left\{\frac{s^{\beta_i}}{t^{\beta_i}(y-s)^{2\beta_i}}\frac{\partial}{\partial s}J_0\left[2\sqrt{\mu\,t\,(s-t)}\right]-\right.\\ -\left(\frac{s}{y}\right)^{\beta_i}\frac{1}{(s-t)^{2\beta_i}}\frac{\partial}{\partial s}I_0\left[2\sqrt{\mu\,y\,(y-s)}\right]-\\ \left.-\left(\frac{s}{ty}\right)^{\beta_i}\frac{\partial}{\partial s}I_0\left[2\sqrt{\mu\,y\,(y-s)}\right]\int\limits_t^s\frac{\xi^{\beta_i}}{(s-\xi)^{2\beta_i}}\frac{\partial}{\partial\xi}J_0\left[2\sqrt{\mu\,t\,(\xi-t)}\right]d\xi\right\}ds,\end{gathered} \tag{26}$$

$$\begin{gathered}F_i(y,\lambda)=\gamma_4 y^{1-\beta_i}\left\{\frac{d}{dy}\int\limits_0^y\frac{s^{2\beta_i-1}\psi_i\left(\frac{s}{2},\lambda\right)ds}{(y-s)^{\beta_i}}-\right.\\ \left.-\int\limits_t^y\frac{t}{y}\frac{\partial}{\partial t}I_0\left[2\sqrt{\mu y\,(y-t)}\right]\frac{d}{dt}\int\limits_0^t\frac{s^{2\beta_i-1}\psi_i\left(\frac{s}{2},\lambda\right)}{(t-s)^{\beta_i}}dt\right\},\end{gathered}$$

$$\gamma_3=2^{2\beta_i-1}(1-2\beta_i)^{2\beta_i}\gamma_4,\quad \gamma_4=\frac{\Gamma(\beta_i)}{\Gamma(2\beta_i)\,\Gamma(1-\beta_i)},\ \ \mu=\frac{\lambda^2}{4},\ \ i=1,2.$$

В $x=0$ и $x=1$ исключая $\tau_1(y,\lambda)$ и $\tau_2(y,\lambda)$ из (23) и (25), затем применяя формулу обращения для уравнения Абеля, поменяв порядок интегрирования по формуле Дирихле, после несложных вычислений, получим системы интегральных уравнений Вольтерра второго рода относительно функции $\nu_1(y,\lambda)$ и $\nu_2(y,\lambda)$:

$$\begin{cases}\nu_1(y,\lambda)+\int\limits_0^y K_{r1}(y,t,\lambda)\,\nu_1(t,\lambda)\,dt+\int\limits_0^y K_{r2}(y,t,\lambda)\,\nu_2(t,\lambda)\,dt=F_{r1}(y,\lambda),\\ \nu_2(y,\lambda)+\int\limits_0^y K_{\rho1}(y,t,\lambda)\,\nu_2(t,\lambda)\,dt+\int\limits_0^y K_{\rho2}(y,t,\lambda)\,\nu_1(t,\lambda)\,dt=F_{\rho1}(y,\lambda),\end{cases} \tag{27}$$

где

1) при $0<m_i<2,\ i=1,2,\ r=1,\ \rho=2;$

$$\begin{gathered}K_{i1}(y,t,\lambda)=-\frac{\gamma_3\,\Gamma(1-2\beta_i)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}-2\beta_i\right)(y-t)^{\frac{1}{2}+2\beta_i}}-\frac{\lambda^2}{\pi}\int\limits_0^1\frac{e^{\lambda^2(t-y)\xi}d\xi}{\xi^{-\frac{1}{2}}(1-\xi)^{\frac{1}{2}}}+\\ +\frac{\gamma_3}{\sqrt{\pi}}\int\limits_t^y\frac{K_{i\eta}(\eta,t,\lambda)\,d\eta}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}}},\ \ i=1,2,\end{gathered}$$

$$K_{j2}(y,t,\lambda)=\frac{\gamma_3}{\sqrt{\pi}}\frac{d}{dy}\int_t^y\frac{d\eta}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}}(\eta-t)^{2\beta_j}}\int_t^\eta e^{\lambda^2(z-\eta)}G_{j\xi}(j-1,\eta,2-j,z)\,dz+$$

$$+\frac{\gamma_3}{\sqrt{\pi}}\frac{d}{dy}\int_t^y\frac{d\eta}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}}}\int_t^\eta e^{\lambda^2(z-\eta)}G_{j\xi}(j-1,\eta,2-j,z)K_1(t,z,\lambda)\,dz,\ \ j=1,2,$$

$$F_{k1}(y,\lambda)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{d}{dy}\int_0^y\frac{1}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}}}\left[A_k(\eta,\lambda)-F_k(\eta,\lambda)-\right.$$

$$\left.-\int_0^\eta e^{\lambda^2(t-\eta)}G_{k\xi}(k-1,\eta,2-k,t)F_1(t,\lambda)\,dt\right]d\eta,\ \ k=1,2,$$

2) при $m_i=2,\ i=1,2,\ r=3,\ \rho=4;$

$$K_{(2+i)\,1}(y,t,\lambda)=-\frac{\lambda^2}{\pi^{\frac{3}{2}}\gamma_3+\pi}\int_0^1 e^{\lambda^2(t-y)\xi}\xi^{\frac{1}{2}}(1-\xi)^{-\frac{1}{2}}\,d\xi+$$

$$+\frac{\gamma_3}{\pi\gamma_3+\sqrt{\pi}}\int_t^y\frac{K_{i\eta}(\eta,t,\lambda)\,d\eta}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}}}+\frac{1}{\pi^{\frac{3}{2}}\gamma_3+\pi}\frac{d}{dy}\int_t^y\frac{e^{\lambda^2(t-\eta)}k_i(\eta,t)\,d\eta}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}}(\eta-t)^{\frac{1}{2}}},\ \ i=1,2,$$

$$K_{(2+j)\,2}(y,t,\lambda)=\frac{\gamma_3}{\pi^{\frac{3}{2}}\gamma_3+\pi}\frac{d}{dy}\int_t^y\frac{d\eta}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}}(\eta-t)^{2\beta_j}}\int_t^\eta e^{\lambda^2(z-\eta)}G_{j\xi}(j-1,\eta,2-j,z)\,dz+$$

$$+\frac{\gamma_3}{\pi^{\frac{3}{2}}\gamma_3+\pi}\frac{d}{dy}\int_t^y\frac{d\eta}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}}}\int_t^\eta e^{\lambda^2(z-\eta)}G_{j\xi}(j-1,\eta,2-j,z)K_1(t,z,\lambda)\,dz,\ \ j=1,2,$$

$$F_{(2+k)\,1}(y,\lambda)=\frac{1}{\pi^{\frac{3}{2}}\gamma_3+\pi}\frac{d}{dy}\int_0^y\frac{1}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}}}\left[A_k(\eta,\lambda)-F_k(\eta,\lambda)-\right.$$

$$\left.-\int_0^\eta e^{\lambda^2(t-\eta)}G_{k\xi}(k-1,\eta,2-k,t)F_1(t,\lambda)\,dt\right]d\eta,\ \ k=1,2,$$

3) при $m_i>2,\ i=1,2,\ r=5,\ \rho=6;$

$$K_{(4+i)\,1}(y,t,\lambda)=\frac{(2\beta_i-\frac{1}{2})\sin 2\beta_i}{\gamma_3\pi^{\frac{3}{2}}(y-t)^{\frac{3}{2}-2\beta_i}}\int_0^1 e^{\lambda^2(t-y)\xi}\xi^{-\frac{1}{2}}(1-\xi)^{2\beta_i-1}\,d\xi-$$

$$-\frac{\lambda^2\sin 2\beta_i\pi}{\gamma_3\pi^{\frac{3}{2}}}\int_0^1 e^{\lambda^2(t-y)\xi}\xi^{-\frac{1}{2}}(1-\xi)^{2\beta_i-1}\,d\xi+\frac{\sin 2\beta_i\pi}{\pi}\int_t^y\frac{K_{i\eta}(\eta,t,\lambda)\,dt}{(y-\eta)^{1-2\beta_i}}+$$

$$+\frac{\sin 2\beta_i\pi}{\gamma_3\pi^{\frac{3}{2}}}\frac{d}{dy}\int_t^y\frac{e^{\lambda^2(t-\eta)}k_i(t,\eta)\,d\eta}{(y-\eta)^{1-2\beta_i}(\eta-t)^{\frac{1}{2}}},\ \ i=1,2,$$

$$K_{(4+j)2}(y,t,\lambda)=\frac{\sin 2\beta_j\pi}{\pi}\frac{d}{dy}\int\limits_t^y\frac{d\eta}{(y-\eta)^{1-2\beta_j}(\eta-t)^{2\beta_j}}\int\limits_t^y e^{\lambda^2(z-\eta)}G_{j\xi}(j-1,\eta,2-j,z)\,dz+$$

$$+\frac{\sin 2\beta_j\pi}{\pi}\frac{d}{dy}\int\limits_t^y\frac{d\eta}{(y-\eta)^{1-2\beta_j}}\int\limits_t^\eta e^{\lambda^2(z-\eta)}G_{j\xi}(j-1,\eta,2-j,z)\,K_{jt}(t,z,\lambda)\,dz,\ \ j=1,2,$$

$$F_{(4+k)1}(y,\lambda)=\frac{\gamma_3\sin 2\beta_k\pi}{\pi}\frac{d}{dy}\int\limits_0^y\frac{1}{(y-t)^{1-2\beta_k}}\left[A_k(t,\lambda)-F_k(t,\lambda)-\right.$$

$$\left.-\int\limits_0^t e^{\lambda^2(z-t)}G_{k\xi}(k-1,y,2-k,z)\,F_k(z,\lambda)\,dz\right]dt,\ \ k=1,2,$$

Нетрудно заметить, что ядро $K_{ij}(y,t,\lambda)$, непрерывно в $[0;1]\times[0;1]$ при $y\neq t$ и допускает оценку $\left|K_{ij}(y,t,\lambda)\right|=O(y-t)^{-p}$, где $0<p<1$ при $m\neq 2$, $p=0$ при $m=2$.

На основании исследования правой части (27) заключаем, что $F_{i1}(y,\lambda)\in C\left(\overline{J_k}\right)\cap C^2(J_k)$, $i=\overline{1,6}$, $k=1,2$, причем $F'_{i1y}(y,\lambda)$ при $y\to 0$ может обращаться в бесконечность порядка меньше единицы.

Следовательно, системы интегральных уравнений (27) с непрерывным ядром при $m=2$ и со слабой особенностью при $m\neq 2$, согласно общей теории разрешимо. А это доказывает разрешимость задачи $T_{2\lambda}$.

После определения функции $\tau_1(y,\lambda)$ и $\tau_2(y,\lambda)$ решение задачи $T_{2\lambda}$ в области D_0 находится как решение первой краевой задачи для уравнения (6)

$$u(x,y,\lambda)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left\{\int\limits_0^y\exp\left[-\lambda^2(y-\eta)\right]\tau_1(\eta,\lambda)\,G_\xi^*(x,y;0,\eta)\,d\eta-\right.$$

$$-\int\limits_0^y\exp\left[-\lambda^2(y-\eta)\right]\varphi_2(\eta,\lambda)\,G_\xi^*(x,y;1,\eta)\,d\eta+$$

$$\left.+\int\limits_0^1\exp\left(-\lambda^2 y\right)\varphi_1(\xi,\lambda)\,G_\xi^*(x,y;\xi,0)\,d\xi\right\},$$

здесь

$$G^*(x,y;\xi,\eta)=\sum_{-\infty}^{+\infty}\left[V(x,y;\xi+2n,\eta)-V(x,y;-\xi+2n,\eta)\right],$$

$$V(x,y;\xi,\eta)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{y-\eta}}\exp\left[-\dfrac{(x-\xi)^2}{4(y-\eta)}\right], & y>\eta\\ 0, & y<\eta\end{cases}$$

- функция Грина первой краевой задачи [25].

Определив функции $\nu_1(y,\lambda)$ и $\nu_2(y,\lambda)$ следовательно $\tau_1(y,\lambda)$ и $\tau_2(y,\lambda)$ решение задачи $T_{2\lambda}$ в области D_k, $k=1,2$, выписывается в виде (25)

В заключение отметим, что для существования интеграла (5) необходимо требовать от функций $\varphi(x,\lambda)$ и $\psi_k(y,\lambda)$, $(k=1,2)$ удовлетворения следующим соотношениям при больших значениях $|\lambda|$:

$$\varphi(x,\lambda) = O\left(\frac{1}{|\lambda|^{\chi}\exp(|\lambda|)}\right), \quad \psi_i(y,\lambda) = O\left(\frac{1}{|\lambda|^{\chi+1}\exp(|\lambda|)}\right),$$
$$\psi'_{ix}(y,\lambda) = O\left(\frac{1}{|\lambda|^{\chi}\exp(|\lambda|)}\right), \ i = 1,2,$$

тогда из (17) получим оценку

$$u(x,y,\lambda) = O\left(\frac{1}{|\lambda|^{\chi}}\right), \ \chi > 3,$$

которая, обеспечивает существование интеграла (5). Из указанных оценок также следуют выполнение условий (3). Таким образом, доказана следующая

Теорема 2. *Пусть функции $\Phi(x,z)$ и $\Psi_k(y,z)$, $k = 1,2$ непрерывны и стремятся к нулю при $z \to \pm\infty$, а также $\Phi(0,z) = \Phi'_x(0,z) = \Psi_1(0,z) = 0$,, $\Phi(1,z) = \Phi'_x(1,z) = \Psi_2(0,z) = 0$, $\Phi(x,z)$ дважды непрерывно дифференцируема по x, $\Psi_k(y,z)$, $k = 1,2$ непрерывно дифференцируема по y до третьего порядка включительно.*

Кроме того, для преобразования имеют место оценка (17). Тогда решение задачи T_2 существует и единственно в классе функций, представимых в виде интеграла Фурье.

Список литературы

[1] Гельфанд И. М., “Некоторые вопросы анализа и дифференциальных уравнений”, *Успехи мат. наук*, **14**:3(87) (1956), 3-19. [Gelfand I.M, “Nekotorye voprosy analiza i differensial’nykh uravneniy”, *Uspekhi math. Nauk*, **14**:3(87) (1956), 3-19].

[2] Стручина Г. М., “Задача о сопряжении двух уравнений”, *Инж.-физ. журн.*, **4**:11 (1961), 99-104. [Struchina G. M., “Zadacha o sopryazhenii dvuh uravneniy”, *Inzh.-fiz. zkurn.*, **4**:11 (1961), 99-104].

[3] Уфлянд Я. С., “К вопросу о распространении колебаний в составных электрических линиях”, *Инж.-физ. журн.*, **7**:1 (1964), 89-92. [Uflyand Ya. S., “K voprosu o rasprostronenii kolebaniy v sostavnyh elektricheskih liniyah”, *Inj.-fiz. zhurn.*, **7**:1 (1964), 89-92].

[4] Джураев Т. Д., Сопуев А., Мамажанов М. М., *Краевые задачи для уравнений параболо-гиперболического типа*, Фан, Ташкент, 1986, 220 с. [Dzhuraev T. D., Sopuev A.,Mamazhanov M. M., *Kraeviye zadachi dlya uravneniy parabolo-giperbolicheskogo tipa*, Fan, Tashkent, 1986, 220 pp.]

[5] Бицадзе А. В., “Об одном трехмерном аналоге задачи Трикоми”, *Сибир. мат. журн.*, **3** (1962), 642-644. [Bitsadze A. V., “Ob odnom tryohmernom analoge zadachi Tricomi”, *Sibir.math. zhurn.*, **7**:1 (1964), 89-92].

[6] Нахушев А. М., “Об одном трехмерном аналоге задачи Геллерстедта”, *Дифференциальное уравнение*, **4**:1 (1968), 52-62. [Nakhushev A. M., “Ob odnom tryohmernom analoge zadachi Gellerstedta”, *Diff. urav.*, **4**:1 (1968), 52-62].

[7] Ежов А. М., Пулькин С. П., “Оценка решения задачи Трикоми для одного класса уравнений смешанного типа”, *Докл. АН СССР*, **193**:5 (1970), 978-980. [Ejov A. M.,Pulkin S. P., “Otsenka resheniya zadachi Tricomi dlya odnogo klassa uravneniy smeshannogo tipa”, *Dokl. AN SSSR*, **193**:5 (1970), 978-980].

[8] Ежов А. М., “О решении пространственной задачи для уравнения смешанного типа с двумя плоскостями вырождения”, *Дифф. уравн.Труды пединститутов РСФСР*, 1973, №2, 84-102. [Ezhov A. M., “O reshenii prostranstvennoy zadachi dlya uravneniy smeshannogo tipa s dvumya ploskostyami virojdeniya”, *Diff. urav. Trudiy pedinstitutov RSFSR*, 1973, №2, 84-102].

[9] Пономарев С. М., “К теории краевых задач для уравнений смешанного типа в трехмерных областях”, *Докл. АН СССР*, **246**:6 (1979), 1303-1306. [Ponamarev S. M., “K teorii kraevih zadach dlya uravneniy smeshannogo tipa v tryohmerniyh oblastyah”, *Dokl. AN SSSR*, **246**:6 (1979), 1303-1306].

[10] Салахитдинов М. С., Исломов Б., “Об одном трехмерном аналоге задачи Трикоми для уравнения смешанного типа”, *Функциональные методы в прикладной математике и математической физики*, Тезисы докл. Всесоюз. школы молодых ученых. 11-17 мая 1988. Т. 2, ТашГУ, Ташкент, 1988, 51-52. [Salaxitdinov M. S., Islomov B., “Ob odnom tryohmernom analoge zadachi Tricomi diya uravneniya smeshannogo tipa”, *Funksionalniye metodiy v prikladnoy matematike i matematicheskoy fiziki*, Tezisi dokl.Vsesoyuz. shkoliy molodiyh uchyoniyh. 11-17 may 1988. V 2-h chast. V. 2, TashGU, Tashkent, 1988, 51-52].

[11] Салахитдинов М. С., Исломов Б., “О трехмерном аналоге задачи Трикоми для уравнения смешанного типа”, *Докл. АН СССР*, **311**:4 (1990), 797-801. [Salaxitdinov M. S., Islomov B., “O tryoxmernom analoge zadachi Tricomi diya uravneniya smeshannogo tipa”, *Dokl. AN SSSR*, **311**:4 (1990), 797-801].

[12] Салахитдинов М. С., Исломов Б., “Краевые задачи для уравнения смешанного эллиптико- гиперболического типа в пространстве”, *УзМЖ*, 1993, №3, 13-20. [Salahitdinov M. S., Islamov B., “Kraeviye zadachi dlya uravneniy smeshannogo elliptiko-giperbolicheskogo tipa v prostranstve”, *UzMkh*, 1993, №3, 13-20].

[13] Джураев Т. Д., Сопуев А., “Об одной пространственной задаче для уравнения смешанного параболо - гиперболического типа”, *Дифф. уравн.*, **17**:1 (1981), 50-57. [Dzhuraev T. D., Sopuev A., “Ob odnoy prostranstvennoy zadache dlya uravneniya smeshannogo parabolo-giperbolicheskogo tipa”, *Diff. urav.*, **17**:1 (1981), 50-57].

[14] Сопуев А., “Оценка решения одной задачи Геллерстедта для смешанного уравнения параболо-гиперболического типа”, *Докл. АН УзССР*, 1982, №7, 3-4. [Сопуев А., “Otsenka resheniya odnoy zadachi Gellerstedta dlya smeshannogo uravneniya parabolo-giperbolicheskogo tipa”, *Dokl.AN UzSSR*, 1982, №7, 3-4].

[15] Джураев Т. Д., Сопуев А., Апаков Ю. П., “Краевые задачи для параболо-гиперболического уравнения с характеристической линией изменения типа”, *Уравнения смешанного типа и задачи со свободной границей*, Институт математика АН УзССР, Фан, Ташкент, 1987, 56-65. [Dzhuraev T. D., Sopuev A., Apakov Yu. P., “Kraeviye zadachi dlya parabolo-giperbolicheskogo uravneniya s xarakteristicheskoy liniyey izmeneniya tipa”, *Uravneniya smeshannogo tipa i so svobodnoy granitsey*, Institut matematiki AN UzSSR, Fan, Tashkent, 1987, 56-65].

[16] Джураев Т. Д., Апаков Ю. П., “Задача Трикоми для параболо-гиперболического уравнения с нехарактеристической линией изменения типа в трехмерном пространстве”, *Известия АН УзССР. Серия физ.-мат. наук*, 1986, №3, 21-27. [Dzhuraev T. D., Apakov Yu. P., “Zadachi Tricomi dlya parabolo-giperbolicheskogo uravneniya s neharakteristicheskoy liniyey izmeneniya tipa v tryohmernom prostranstve”, *Izvestiya AN UzSSR, Seriya fiz.-mat. Nauk*, 1986, №3, 21-27].

[17] Исломов Б., “Об одной трехмерной задаче для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа”, *Докл. АН УзССР*, 1989, №9, 3-5. [Islomov B., “Ob odnoy tryohmernoy zadache dlya uravneniya smeshannogo parabolo-giperbolicheskogo tipa”, *Dokl. AN UzSSR*, 1989, №9, 3-5].

[18] Джураев Т. Д., Апаков Ю. П., “Задача Геллерстедта для параболо-гиперболического уравнения в трехмерном пространстве”, *Дифф. уравн.*, **26**:3 (1990), 438-448. [Dzhuraev T. D. and Apakov Yu. P., “Gellerstedt's problem for a parabolic-hyperbolic equation in three-dimensional space”, *Differential equations*, **26**:3 (1990), 322-330].

[19] Апаков Ю. П., “Трехмерный аналог задачи Трикоми для параболо-гиперболического уравнения”, *Сибирский журнал индустриальной математики*, **14**:2(46) (2011), 34-44. [Apakov Yu. P., “A Three - Dimensional Analog of the Tricomi Problem for a Parabolic-Hyperbolic Equation”, *Journal of Applied and Industrial Mathematics*, **6**:1 (2012), 1-11].

[20] Agmon S., Nirenberg L., Protter M. H., “A maximum principal for a class of hyperbolic equations and applications to equations of mixed elliptic-hyperbolic type”, *Communes Pure and Appl. Math*, **4** (1953), 455-470.

[21] Ильин А. М., Калашников А. С., Олейник О. А., “Линейные уравнения второго порядка параболического типа”, *Успехи матем. наук*, **17**:3 (1962), 21-73. [Ilin A. M., Kalashnikov A. S., Oleynik O. A., “Lineyniye uravneniya vtorogo poryadka parabolicheskogo tipa”, *Uspehi matem.nauk*, **17**:3 (1962), 21-73].

[22] Кружков С. Н., Якубов С., “О разрешимости одного класса задач с неизвестной границей для уравнения теплопроводности и поведении решений при неограниченном возрастании времени”, *Динам. сплош. среды*, 1978, №36, 46-70. [Kruzhkov S. N., Yakubov C., “O razreshimosti odnogo klassa zadach s neizvestnoy granitsey dlya uravneniya teploprovodnosti i povidenii reshenii resheniy pri neogranichennom vozrostanii vremeni”, *Dina. splosh. srediy.*, 1978, №36, 46-70].

[23] Михлин С. Г., *Линейные уравнения математической физики*, Наука, М., 1964, 368 с. [Mihlin S. G., *Lineyniye uravneniya matematicheskoy fiziki*, Nauka, Moskva, 1964, 368 pp.]

[24] Капилевич М. Б., "Об одном уравнении смешанного эллиптико-гиперболического типа", *Матем. сборник*, **30(72)** (1952), 11-38. [Kapilevich M. B., "Ob odnom uravnenii smeshannogo elliptiko-giperbolicheskogo tipa", *Matem. sbornik*, **30(72)** (1952), 11-38].

[25] Трикоми Ф., *Лекции по уравнениям в частных производных.*, Иност. литер., М., 1957, 444 с. [Trikomi F., *Lektsii po uravniniyam v chastniyx proizvodniyx*, Inost. liter., Moskva, 1957, 444 pp.]

Список литературы (ГОСТ)

[1] Гельфанд И.М. Некоторые вопросы анализа и дифференциальных уравнений //Успехи мат. наук. 1956. Т. 14, вып. 3(87). С. 3-19.

[2] Стручина Г.М. Задача о сопряжении двух уравнений // Инж.-физ. журн. 1961. Т. 4. № 11. С. 99-104.

[3] Уфлянд Я.С. К вопросу о распространении колебаний в составных электрических линиях // Инж.-физ. журн. 1964. Т. 7. № 1. С. 89-92.

[4] Джураев Т.Д.,А.Сопуев, М.М.Мамажанов. Краевые задачи для уравнений параболо-гиперболического типа. Ташкент: Фан. 1986. 220 с.

[5] Бицадзе А.В. Об одном трехмерном аналоге задачи Трикоми // Сибир. мат. журн. 1962.Т.3.-С.642-644.

[6] Нахушев А.М. Об одном трехмерном аналоге задачи Геллерстедта // Дифференциальное уравнение. 1968. Т.4. № 1.-С. 52-62.

[7] Ежов А.М., Пулькин С.П. Оценка решения задачи Трикоми для одного класса уравнений смешанного типа // Докл. АН СССР. 1970. Т.193, №5. С. 978-980.

[8] Ежов А.М. О решении пространственной задачи для уравнения смешанного типа с двумя плоскостями вырождения // Дифференциальное уравнение. Труды пединститутов РСФСР. 1973. Вып.2. С. 84-102.

[9] Пономарев С.М. К теории краевых задач для уравнений смешанного типа в трехмерных областях // Докл. АН СССР. 1979. Т. 246, № 6. С. 1303-1306.

[10] Салахитдинов М.С., Исломов Б. Об одном трехмерном аналоге задачи Трикоми для уравнения смешанного типа // Функциональные методы в прикладной математике и математической физики: Тезисы докл. Всесоюз. школы молодых ученых. 11-17 мая 1988. В 2-х ч. Ташкент, ТашГУ, 1988. Ч.2. С. 51-52.

[11] Салахитдинов М.С.,Исломов Б. О трехмерном аналоге задачи Трикоми для уравнения смешанного типа // Докл. АН СССР. 1990. Т.311, № 4. С. 797-801.

[12] Салахитдинов М.С.,Исломов Б. Краевые задачи для уравнения смешанного эллиптико-гиперболического типа в пространстве // УзМЖ. 1993. № 3. С. 13-20.

[13] Джураев Т.Д., Сопуев А. Об одной пространственной задаче для уравнения смешанного параболо- гиперболического типа // Дифференциальное уравнение. 1981. Т. 17. № 1. С. 50-57.

[14] Сопуев А. Оценка решения одной задачи Геллерстедта для смешанного параболо-гиперболического типа //Докл. АН УзССР. 1982. № 7.-С. 3-4.

[15] Джураев Т.Д., Сопуев А.,Апаков Ю.П. Краевые задачи для параболо- гиперболического уравнения с характеристической линией изменения типа // В кн. Уравнения смешанного типа и задачи со свободной границей. Институт математика АН УзССР. Ташкент: Фан. 1987.- С.56-65.

[16] Джураев Т.Д., Апаков Ю.П. Задача Трикоми для параболо-гиперболического уравнения с нехарактеристической линией изменения типа в трехмерном пространстве // Известия АН УзССР. Серия физ.-мат. наук. 1986, № 3. С.21-27.

[17] Исломов Б. Об одной трехмерной задаче для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа //Докл. АН УзССР. 1989.№ 9.-С.3-5.

[18] Джураев Т.Д., Апаков Ю.П. Задача Геллерстедта для параболо-гиперболического уравнения в трехмерном пространстве // Дифференциальное уравнение. 1990. Т.26. № 3.-С. 438-448.

[19] Апаков Ю.П. Трехмерный аналог задачи Трикоми для параболо-гиперболического уравнения // Сибирский журнал индустриальной математики. Новосибирск, 2011.Том 14, № 2(46). С. 34-44.

[20] Agmon S., Nirenberg L., Protter M.H. A maximum principal for a class of hyperbolic equations and applications to equations of mixed elliptic-hyperbolic type // Communes Pure and Appl. Math. 1953. Vol.4. P. 455-470.

[21] Ильин А.М., Калашников А.С., Олейник О.А. Линейные уравнения второго порядка параболического типа //Успехи матем. наук. 1962. Т. 17. Вып. 3. С. 21-73.

[22] Кружков С.Н., Якубов С. О разрешимости одного класса задач с неизвестной границей для уравнения теплопроводности и поведении решений при неограниченном возрастании времени // Динам. сплош. среды. 1978. Вып. 36. С.46-70.

[23] Линейные уравнения математической физики. М.: Наука, 1964. 368 с.

[24] Капилевич М.Б. Об одном уравнении смешанного эллиптико-гиперболического типа // Матем. сборник. 1952. Т. 30(72). С.11-38.

[25] Трикоми Ф. Лекции по уравнениям в частных производных. М.: Иностранная литература, 1957. 444 с.

Для цитирования: Апаков Ю. П. Об одном трехмерном аналоге задачи Трикоми с параллельными плоскостями вырождения // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*. 2018. № 1(21). С. 6-20. DOI: 10.18454/2079-6641-2018-21-1-6-20

For citation: Apakov Yu. P. About three-dimensional analogue of the problem of Tricomi with parallel planes of extinction, *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki*. 2018, **21**: 1, 6-20. DOI: 10.18454/2079-6641-2018-21-1-6-20

Поступила в редакцию / Original article submitted: 28.12.2017

В окончательном варианте / Revision submitted: 16.03.2018

Vestnik KRAUNC. Fiz.-Mat. Nauki. 2018. no.1(21). pp. 6–20. ISSN 2079-6641

DOI: 10.18454/2079-6641-2018-21-1-6-20

MATHEMATICS

35M10

ABOUT THREE-DIMENSIONAL ANALOGUE OF THE PROBLEM OF TRICOMI WITH PARALLEL PLANES OF EXTINCTION

Yu. P. Apakov

Namangan Engineering and Construction Institute, 160103, Uzbekistan, Namangan, I. Karimov str, 12

E-mail: apakov.1956@mail.ru

Three-dimensional analogue of the problem of Tricomi with non-characteristic parallel planes of change of types of the equation is investigated for a parabolic-hyperbolic equation. The uniqueness of the solution of the problem is proved by the method of a priori estimates, and the existence of the solution of the problem is enlightened to the existence of a solution of the system of the second type Voltaire integral equation.

Key words: Tricomi problem, parabolic-hyperbolic equation, non-characteristic plane, Fourier transform, maximum principle, apriori estimate, uniqueness, existence, system of integral equations.