Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2017. № 3(19). C. 50-61. ISSN 2079-6641

DOI: 10.18454/2079-6641-2017-19-3-50-61

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 681.5

# К ВОПРОСУ ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МАРКОВСКОЙ МОДЕЛИ ДЕГРАДАЦИИ ПРИ ДИАГНОСТИРОВАНИИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

**Г. А. Пюкке**

Камчатский государственный технический университет, 683003 Россия,
г. Петропавловск-Камчатский, ул. Ключевская, 35

E-mail: geopyukke@yandex.ru

Рассматривается вопрос о совпадении оценок параметров надежности с их истинными значениями, при планировании технического обслуживания и определения оценок параметров надежности эксплуатируемых систем. Основное внимание уделено задаче построения моделей, позволяющих имитировать поведение систем во время эксплуатации в будущем. Установление такой связи состоит в использовании байесовского подхода и оценок параметров модели надежности, охватывающих системы с частично известными параметрами надежности, которые задаются априорными распределениями. Для описания поведения технической системы использовались марковские модели надежности и определения среднего времени наступления возможного отказа по уточненным данным об интенсивностях отказов составляющих компонент системы на основе разработанных регулярных моделей.

*Ключевые слова: апостериорная модель, априорное распределение, надежность.*



MATHEMATICAL MODELLING

MSC 93C04

# TO THE QUESTION OF THE USE OF MARKOV MODEL DEGRADATION IN THE DIAGNOSIS TECHNICAL SYSTEMS

**G. A. Pyukke**

Kamchatka State Technical University, 683003, 35, Klyuchevskaya Str., Petropavlovsk-Kamchatsky, Russia

E-mail: geopyukke@yandex.ru

The question of the coincidence of estimates of reliability parameters with their true values is considered, when planning maintenance and determining estimates of the reliability parameters of operated systems. The main attention is paid to the problem of constructing models that simulate the behavior of systems during operation in the future. Establishing such a connection consists in using the Bayesian approach and estimating the parameters of the reliability model, covering systems with partially known reliability parameters, which are specified by a priori distributions.

*Key words: aposteriory model, aprioristic distribution, reliability, Markov process.*

## Введение

Эволюцию старения различных технических систем, как правило, описывают стохастическими процессами, служащими математической моделью любого динамического процесса. При формализации описания методов прогнозирования критического состояния систем могут быть выбраны модели на основе однородных марковских процессов. Такой выбор позволяет построить модель деградации и проследить во времени все изменения численных значений компонент вектора вероятностей состояний системы. Методика прогнозирования состояния системы может базироваться на возможности использования вероятностно-временных свойств марковского процесса. Поэтапное развитие процесса позволяет зафиксировать моменты времени превалирования различных состояний системы, вероятности которых изменяются во времени с различными скоростями. Это дает возможность вычислять интервалы времени соответствующие точкам перехода системы из текущего состояния в новое состояние. Процедура количественного описания картины деградации системы в различные моменты времени позволяет определять направление, особенности и тенденции развития процесса старения конкретной выбранной системы. При этом используются данные, получаемые через построенную модель от конкретного объекта, при байесовской оценке компонент вектора вероятностей состояний системы.

## Построение апостериорной модели

Процедура построения апостериорной модели деградации системы базируется на идее согласования динамической априорной марковской модели деградации с регулярной моделью. Марковская модель описывает развитие системы на конечном интервале времени, в пределах которого вероятностный процесс носит стационарный характер. Конечный вид регулярной модели формируется в установившемся режиме на бесконечном времени. В отличие от марковской, регулярная модель строится на основе информации о топологии конкретного объекта. Эту информацию можно использовать для адаптации вероятностного процесса деградации к рассматриваемой системе, с целью получения модели адекватно описывающей динамический процесс старения системы (рис. 1).

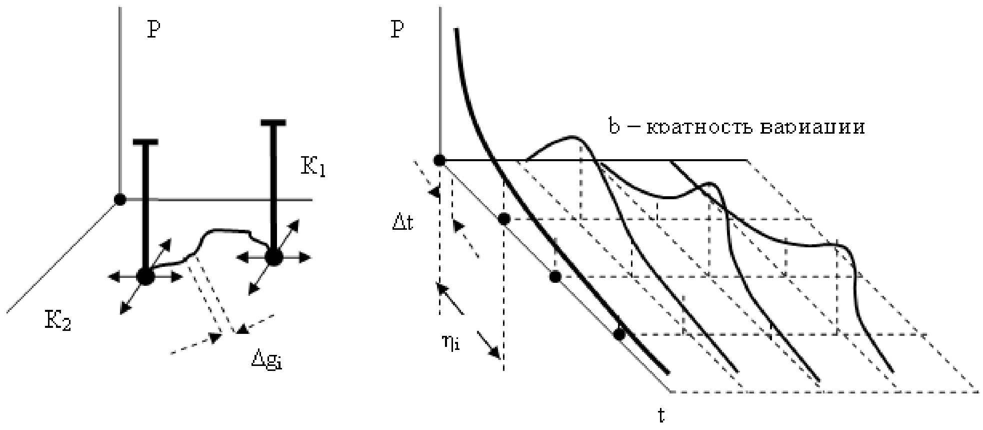


**Рис. 1.** Соотношение регулярной и марковской моделей

Вектор вероятностей всех рассматриваемых состояний системы формируется посредством как марковской, так и регулярной моделей. Регулярная модель генерирует компоненты вектора в каждой точке пространства диагностирования $\left(\Xi_{ab-cd}, \Xi_{kp-hl}\right)$, на основе данных о топологии системы и номинальных значений параметров компонент. Априорная марковская модель описывает эволюцию компонент вектора вероятностей состояний системы на основе паспортных статистических характеристик надежности составляющих компонент системы. Одной из таких характеристик является покомпонентная интенсивность вариаций $\lambda$, задающая вероятности переходов стохастической матрицы **PP**. Однако значения $\lambda$ в период эксплуатации отличаются от среднестатистических: ее величина зависит от скорости изменения параметров компонент. Вычисление именно этих $\lambda$ и определит характер процесса старения системы.

Для случая стационарного процесса среднее количество вариаций $M(t)$ на интервале $(0,t]$ изменяется по линейному закону: $M(t) = \lambda t + M_0$ , где $M(t)$ – математическое ожидание случайной величины вариаций на интервале $(0,t]$. Тогда интенсивность отказов $\lambda$ будет оставаться постоянной величиной

$$\lambda(t) = \frac{dM(t)}{dt} = \lambda,$$

в течении всего периода стационарности $T_1$ или $T_2$ (рис. 2).

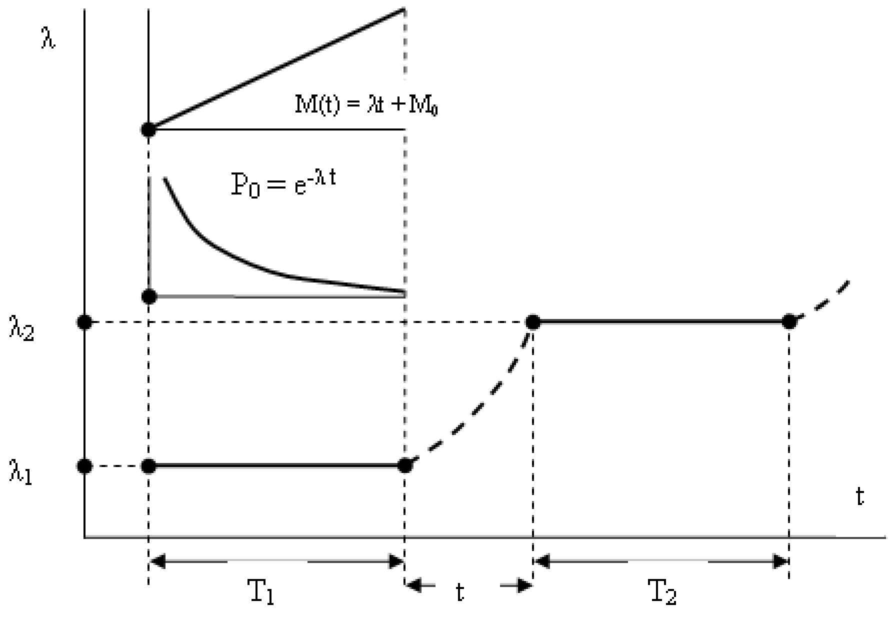


Рис. 2. Интенсивность отказов

В период времени $t$ нарушается линейный характер изменения математического ожидания $M(t)$, процесс становится нестационарным, интенсивность отказов возрастает. Аналитическому описанию поддаются периоды стационарности, которые принимаются к рассмотрению при формировании модели [1].

Будем выполнять односторонние вариации параметров составляющих компонент системы $y_i^+ = var$, $i = 1,\ldots,m$, выбрав за начальные значения номинальные значения параметров $y_{i\ \text{ном}}$. Полагая скорости $V_i$ изменения параметров $y_i$ постоянными, параметры, меняющимися по линейному закону $y_i = V_i t + y_{i\ \text{ном}}$, а среднее время наработки на отказ $\eta_{i\ \text{откз}}$ по каждой компоненте известным, выразим приращения параметров компонент $\Delta y_i$ через приращения, соответствующие временному шагу $\Delta t$ воздействия стохастической матрицы  на текущий вектор вероятностей состояний системы , получаемые при построении априорной марковской модели деградации системы. На основе физического анализа условий идентификации системы зададим граничные значения вариаций параметров компонент $y_{i\ \text{гр}}$. Далее, приняв среднее время наработки на отказ $\eta_{i\ \text{откз}}$ по каждой компоненте равным времени достижения параметра $y_i$ его граничных значений $y_{i\ \text{гр}}$, можно аналитически связать величину шага $\Delta y_i$ с временным шагом $\Delta t$.

Для доказательства, с одной стороны, на основе априорной марковской модели можно записать $\eta_{i\ \text{откз}} = \Delta t N$, где $N$ – количество шагов воздействия стохастической матрицы , необходимое для вычисления времени наработки на отказ. С другой стороны, из изоварной модели следует следующее соотношение $\Delta y_i N = \left| y_{i\ \text{ном}} - y_{i\ \text{гр}} \right|$ (рис. 3).

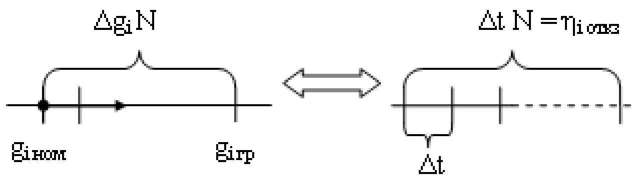


Рис. 3. Соотношение областей сравниваемых моделей

Приравнивая количество шагов, получим соотношение, связывающее приращения параметров и времени:

$$\Delta y_i = \frac{\left| y_{i\ \text{ном}} - y_{i\ \text{гр}} \right|}{\eta_{i\ \text{откз}}} \Delta t.$$

Обозначим $\left| y_{i\ \text{ном}} - y_{i\ \text{гр}} \right| / \eta_{i\ \text{откз}} = H_i$ , где $H_i$ – коэффициент пересчета величин, т.е. между моделями устанавливается соответствие, позволяющее их одновременный запуск. После задания шага изменения параметров компонент определяется величина шага времени, приводящая к согласованию моделей: $\Delta g_i = H_i \Delta t$ или $\Delta t = H_i^{-1} \Delta g_i$. После согласования моделей (регулярной и априорной марковской) в рассмотрение вводится время и вычисляются изменения условных вероятностей во времени по всем $2^m$ состояниям.

На рис. 4 приведены результаты моделирования, где даны временные зависимости условных вероятностей по каждому из 64 состояний вектора условных вероятностей для 6-компонентной системы.

На рис. 5 приведена трехмерная экранная форма процедуры моделирования, где выведены 18 выборок состояний из 64 смоделированных, каждая из которых развернута на интервале из 101 шага дискретного времени. При одновременном запуске моделей в момент $t = 0$ (для марковской модели) и при начальных значениях параметров компонент $g_i = g_{i\ \text{ном}}$ (для регулярной модели) с последующим нарастанием количества шагов $N$, точка состояния перемещается по результирующей траектории в пространстве наблюдаемых параметров $\left( \Xi_{ab-cd}, \Xi_{kp-hl} \right)$.

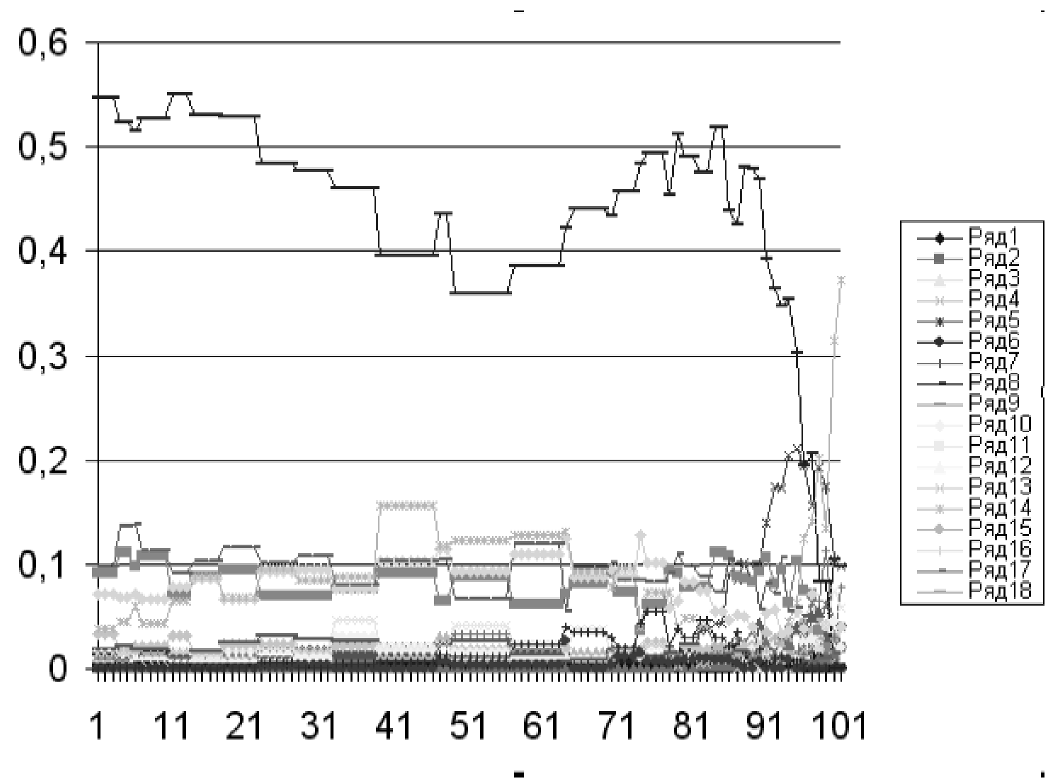


**Рис. 4.** Временные зависимости условных вероятностей по состояниям работоспособности и кратных отказов 6-компонентной системы

Параметр $i$-ой компоненты приближается к своему граничному значению $y_{i\ \text{гр}}$ и в момент выхода за допустимые пределы, согласно установленной связи с марковской априорной моделью деградации, вероятность вариации соответствующей компоненты достигнет максимума (рис. 4). Так как пространство идентификации откалибровано и в каждой точке (дискретной ячейке) плоскости $\left(\Xi_{ab-cd}, \Xi_{kp-hl}\right)$ известен вектор условных вероятностей всех состояний, то можно пересчитать все компоненты вектора вероятностей для марковской модели [2].

Пересчет будем выполнять в точках кратных найденному значению $\Delta t$ . В пределах периода стационарности процесса, при вариациях параметров составляющих компонент $y_i$ интенсивность $\lambda$ вариаций остается величиной постоянной. Вычисление апостериорных вероятностей выполняется по каждой компоненте вектора вероятностей состояний $P_j$, $j = 0, 1, \ldots, 2^m$ и для варианта сочетания вариаций параметров всех компонент $y_i$ системы. Выполнение одновременных вариаций параметрами всех $y_i$ компонент продиктовано условием постепенного изменения параметров всех составляющих компонент во времени при описании процесса деградации марковским случайным процессом. Все условные вероятности вычисляются по формуле переоценки гипотез. Обоснованием использования бейесовской теоремы гипотез является следующее умозаключение: текущий вектор вероятностей состояний

$$\mathbf{P} = \left[P_0(1), P_1(1), P_1(2), \ldots, P_1(m), P_2(1), P_2(2), \ldots, P_2(C_m^2), \ldots, P_m(1), P_m(2), \ldots, P_m(C_m^m)\right],$$

порождаемый марковской моделью в моменты времени $k\Delta t$, при $k = 0, 1, 2, \ldots$, является вектором априорных вероятностей появления в системе вариаций различной кратности или их отсутствия. Эта информация отражает общие тенденции деградации и слабо связана с изучаемой системой (только через $\lambda$). Так как информация,

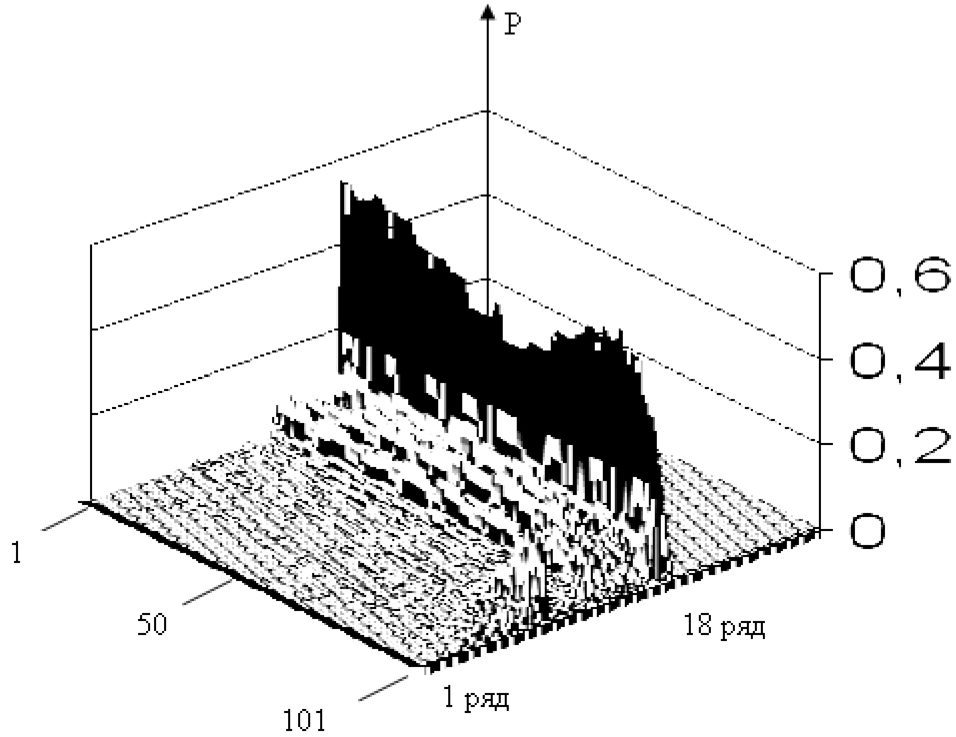


Рис. 5. Экранная форма результата моделирования выборок состояний 6-компонентной системы

поступающая от марковской модели, базируется на статистических данных о показателях надежности составляющих компонент системы, то численные значения компонент вектора вероятностей состояний системы можно рассматривать как вероятности гипотез $B_1, B_2, \ldots, B_n$, выдвинутых до проведения измерения, выполненных посредством регулярной модели. Другими словами, априорные вероятности гипотез заданы, образуют полную группу событий и равны: $\mathsf{P}(B_1)$, $\mathsf{P}(B_2), \ldots, \mathsf{P}(B_n)$; $\sum\limits_i \mathsf{P}(B_i) = 1$.

После проведения опыта на регулярной модели, необходимо пересмотреть вероятности гипотез $\mathsf{P}(B_1)$, $\mathsf{P}(B_2), \ldots, \mathsf{P}(B_n)$ с учетом информации полученной от регулярной модели. Другими словами, необходимо найти апостериорные вероятности гипотез появления кратных вариаций или их отсутствия, при условии, что в результате измерения на регулярной модели появилось событие $A$, состоящее в регистрации вариации той или иной кратности: $\mathsf{P}_A(B_1)$, $\mathsf{P}_A(B_2), \ldots, \mathsf{P}_A(B_n)$. При этом, вектор $\mathbf{P}_{B_i}(A)$ условных вероятностей наступления события $A$ при выполнении гипотез $B_i$ уже известен при измерениях на регулярной модели.

Вероятности вычисляются для каждой компоненты вектора вероятностей состояний. В результате становятся известными компоненты вектора апостериорных вероятностей:

$$\mathsf{P}_A(B_i) = \frac{\mathsf{P}(B_i)\,\mathsf{P}_{B_i}(A)}{\mathsf{P}(B_1)\,\mathsf{P}_{B_1}(A) + \mathsf{P}(B_2)\,\mathsf{P}_{B_2}(A) + \cdots + \mathsf{P}(B_n)\,\mathsf{P}_{B_n}(A)}. \tag{1}$$

Следует отметить, что для непосредственного применения соотношения (1) сначала необходимо ввести соотношения синхронизации, позволяющие при каждом акте вычисления выбирать таутахронные (синхронизированные по времени при согласовании моделей) пары векторов вероятностей от марковской и регулярной моделей. Задачу можно реализовать нахождением аналитической связи между варьируемыми параметрами компонент $\Delta y_i$, приращением времени $\Delta t$ и численными значениями наблюдаемых параметров:

$$\begin{aligned}
&\Delta y_i = \left(\left|y_{i\ \text{ном}} - y_{i\ \text{гр}}\right| / \eta_{i\ \text{откз}}\right)\Delta t, \quad i = 1,\dots,m;\\
&\Xi_{ab-cd} = \Xi_{ab-cd}(y_1, y_2, \dots, y_m);\\
&\Xi_{kp-hl} = \Xi_{kp-hl}(y_1, y_2, \dots, y_m);\\
&y_i = k\Delta y_i, \quad k \in \mathbb{N};\\
&y_j = const, \quad j \neq i.
\end{aligned} \tag{2}$$

Аналитически эта операция будет сводиться к проверке выполнения соотношений (1) и нахождению координат $(\Xi_{ab-cd}, \Xi_{kp-hl})$ вектора вероятностей состояний, при различных сочетаниях вариаций параметрами компонент системы по заданному шагу изменения времени $\Delta t$. После нахождения таутахронных векторов возможно непосредственно воспользоваться соотношением (2) для нахождения апостериорных вероятностей. Запишем соотношение (1) для случая условных и априорных вероятностей, определяемых регулярной и марковской моделями соответственно.

$$\begin{aligned}
&\mathsf{P}_A(B_i) = \frac{\mathsf{P}(B_i)\,\mathsf{P}_{B_i}(A)}{P(0) + P(1) + \dots + P(m)};\\
&P(0) = \mathsf{P}(B_0)\,\mathsf{P}_{B_0}(A);\\
&P(1) = \mathsf{P}(B_{11})\,\mathsf{P}_{B_{11}}(A) + \mathsf{P}(B_{12})\,\mathsf{P}_{B_{12}}(A) + \dots + \mathsf{P}(B_{1C_m^1})\,\mathsf{P}_{B_{1C_m^1}}(A);\\
&P(2) = \mathsf{P}(B_{21})\,\mathsf{P}_{B_{21}}(A) + \mathsf{P}(B_{22})\,\mathsf{P}_{B_{22}}(A) + \dots + \mathsf{P}(B_{2C_m^2})\,\mathsf{P}_{B_{2C_m^2}}(A);\\
&\dots\dots\\
&P(m) = \mathsf{P}(B_m)\,\mathsf{P}_{B_m}(A);
\end{aligned} \tag{3}$$

В формулах (3):

- $\mathsf{P}(B_i)$ – вероятность наступления одной из вариаций $i$-ой кратности, $i = 0, 1, \dots, m$;
- $\mathsf{P}_{B_i}(A)$ –условная вероятность попадания в точку с координатами $(\Xi_{ab-cd}, \Xi_{kp-hl})$, при разыгрывании случайной величины параметра компонент системы, при условии выполнения одной из вариаций $i$-ой кратности;
- $A$ – событие, состоящее в том что текущее состояние принадлежит точке с координатами $(\Xi_{ab-cd}, \Xi_{kp-hl})$;
- $B_i$ – событие, состоящее в наступлении одной из вариаций $i$-ой кратности;
- $B_0$, $B_{11}$, $B_{12}$,. . . , $B_m$ – образуют полную группу событий.
- $\mathsf{P}_A(B_i)$ – апостериорная условная вероятность того, что текущее состояние, соответствующее одной из вариаций $i$-ой кратности принадлежит точке с координатами $(\Xi_{ab-cd}, \Xi_{kp-hl})$.

Полагая случайную величину скорости $V_i$ распределенной по нормальному закону и используя метод статистических испытаний, можно определить параметры нормального закона распределения (математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение) после разыгрывания случайной величины скорости $V_i$. Это дает возможность выразить плотность вероятности случайной величины времени $f_t(t)$ через плотность вероятности случайной величины скорости $f_v(v)$, используя соотношения $y_i = V_i t + y_{i\ \text{ном}}$, и при условии, что в пределах $[V_{i\ min}, V_{i\ max}]$ функция $y_i = V_i t + y_{i\ \text{ном}}$ монотонна. На основании сказанного можно записать

$$f_t(t) = f_V(|y_i - y_{i\ \text{ном}}|/t)d(|y_i - y_{i\ \text{ном}}|/t)/dt.$$

Решая совместно системы

$$y_i = V_{i\ min} t + y_{i\ \text{ном}},$$

$$y_i = V_{i\ max} t + y_{i\ \text{ном}},$$

$$y_i = y_{i\ \text{гр}},$$

получим границы изменения времени

$$t_{i\ min} = (y_{i\ \text{гр}} - y_{i\ \text{ном}})/V_{i\ max},$$

$$t_{i\ max} = (y_{i\ \text{гр}} - y_{i\ \text{ном}})/V_{i\ min}.$$

После нахождения обратной функции $V_i = |y_i - y_{i\ \text{ном}}|/t$ и ее производной $dV_i/dt = -|y_i - y_{i\ \text{ном}}|/t^2$ можно определить закон распределения случайной величины времени $f_t(t)$. Связь между скоростью вариации параметров компонент, среднем временем наработки на отказ и интенсивностью отказов следует из соотношений:

$$V_i = \Delta y_i/\Delta t = \left|y_{i\ \text{гр}} - y_{i\ \text{ном}}\right|/\eta_{i\ \text{откз}} = \left|y_{i\ \text{гр}} - y_{i\ \text{ном}}\right|\lambda_i.$$

Можно показать, что время достижения граничных значений варьируемым параметром, при использовании соотношений связи моделей равно среднему времени наработки на отказ по каждой компоненте:

$$y_i - y_{i\ \text{ном}} = V_i t,$$

$$V_i = \left|y_{i\ \text{гр}} - y_{i\ \text{ном}}\right|/\eta_{i\ \text{откз}},$$

$$t = \left[(y_i - y_{i\ \text{ном}})/(y_{i\ \text{гр}} - y_{i\ \text{ном}})\right]\eta_{i\ \text{откз}},$$

тогда при $y_i = y_{i\ \text{гр}}$ получим $t = \eta_{i\ \text{откз}}$.

Используя полученные соотношение можно определить необходимые скорости изменения параметров компонент системы, обеспечивающие достижение граничных значений (на основе регулярной модели) и среднего времени наработки на отказ (при рассмотрении марковской модели) [3].

Согласование статистической информации по показателям надежности компонент системы, реализуемую через априорную марковскую модель деградации, с информацией о характере и свойствах конкретной системы можно выполнить посредством регулирования параметра $\eta_{i\ \text{откз}}$ в уравнениях связи, при согласовании компонент вектора апостериорных вероятностей $\mathsf{P}_A(B_i)$ с компонентами вектора априорных вероятностей. Задача сводится к выбору такой скорости изменения параметров компонент и связанной с ней интенсивностью вариаций и среднем временем наработки на отказ, которые обеспечат согласование компонент векторов апостериорных и априорных вероятностей.

Коррекцию численных значений величин интенсивностей отказов $\lambda_i$ можно выполнить посредством минимизации функционала расхождения векторов апостериорных и априорных вероятностей состояний системы во времени

$$\min_{\lambda}\left|\mathsf{P}_{\text{апостер }i}(k\Delta t;\lambda)-\mathsf{P}_{\text{априор }i}(k\Delta t;\lambda)\right|.$$

## Алгоритм формирования вектора апостериорных вероятностей

На рис. 6 приведен алгоритм формирования вектора апостериорных вероятностей состояний системы, описывающей динамический процесс старения системы. Вектор строится на основе информации, получаемой от конкретного объекта исследования, при использовании модели пространства состояния (регулярная модель) для построения вектора условных вероятностей состояний системы. С другой стороны задается вектор априорных вероятностей состояний системы, построенный на основе марковской модели и отражающий общие тенденции развития систем, с использованием статистических данных о показателях надежности составляющих компонент, рассматриваемой системы.

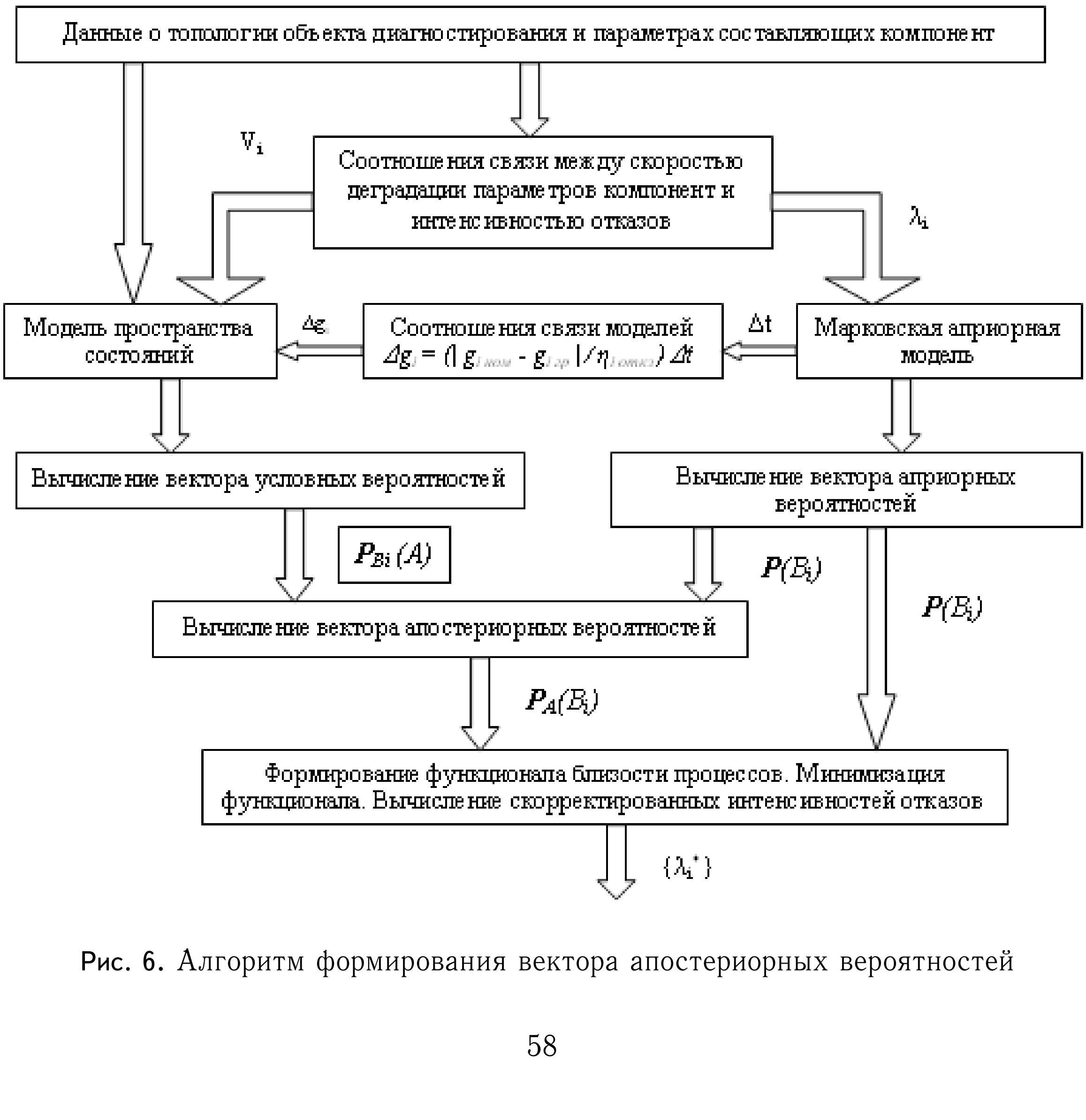


Рис. 6. Алгоритм формирования вектора апостериорных вероятностей

Использование соотношений связи моделей дает возможность синхронизировать процесс и вычислить компоненты вектора апостериорных вероятностей, дать объективную оценку расхождения процессов и вычислить значения интенсивностей вариаций, соответствующие минимуму функционала близости. Ниже приведена программа построения графика временной зависимости компоненты вектора апостериорных вероятностей состояний системы. На рис. 7 приведен результат выполнения программы для 6-компонентной схемы.

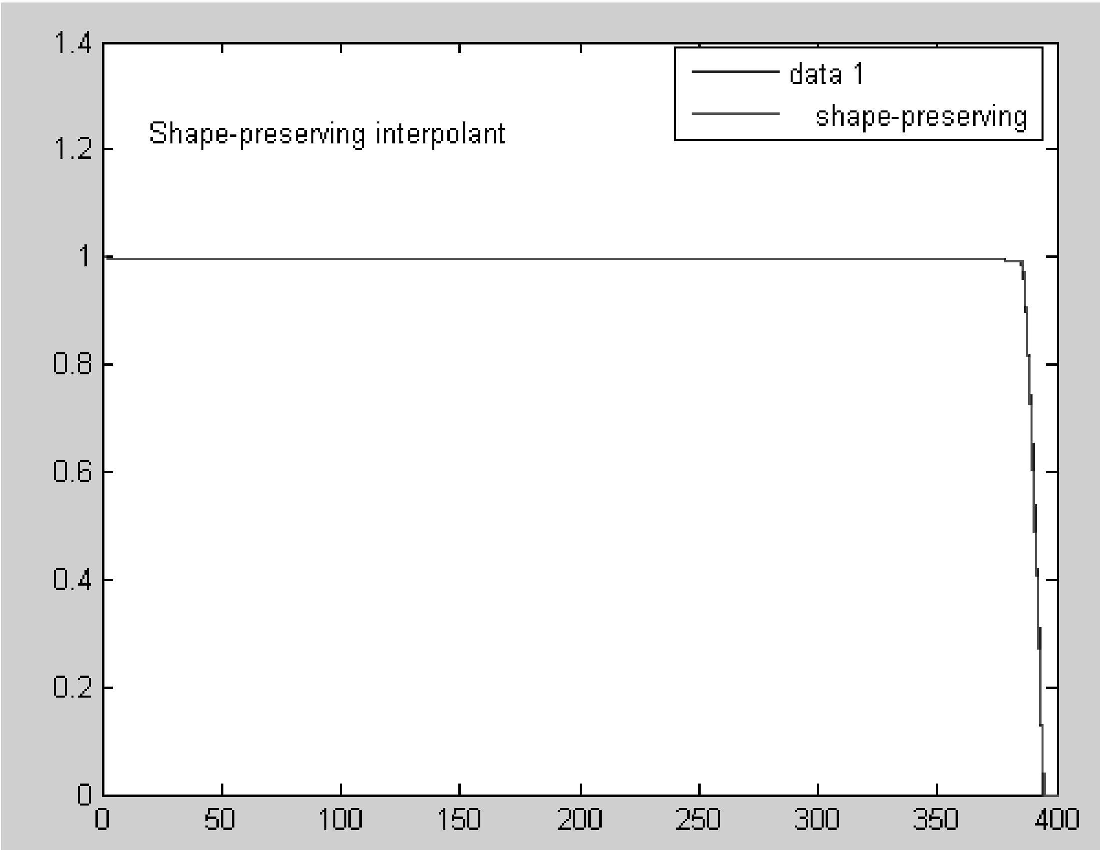


Рис. 7. Результат моделирования работоспособного состояния вектора апостериорных вероятностей 6-компонентной системы

Как следует из графика, в результате корректировки модели на основании топологических данных системы, характер поведения вероятности состояния системы изменился. Закон изменения вероятности состояния объекта диагностирования, как следовало ожидать, уже не носит экспоненциального характера. Компонента вектора апостериорных вероятностей сохраняет численное значение равное единице до момента появления единичного или кратных вариаций. Это свидетельствует о том, что информация о конкретной системе, полученная посредством регулярной модели, скорректировала общий характер деградации системы, определяемый марковским процессом старения. Таким образом, наступления критического состояния системы может быть прогнозировано по вычисленному времени наработки до отказа по быстрому уменьшению вероятности в определенный момент времени.

## Заключение

В работе рассмотрены вопросы, непосредственно связанные с планированием эксплуатационного обслуживания и определением оценок параметров надежности эксплуатируемых систем. Основное внимание было обращено на задачу построения моделей, позволяющих имитировать поведение систем во время эксплуатации в будущем. Рассматривался вопрос о совпадении оценок параметров надежности с их истинными значениями. Установление такой связи состояло в использовании бейесовского подхода и оценок параметров модели надежности, охватывающих системы с частично известными параметрами надежности, которые задавались априорными распределениями. Использование марковских моделей при поэтапном отслеживании и уточнении информации о характеристиках надежности систем позволило свести задачу принятия решений к классу марковских процессов. Марковские модели надежности, рассмотренные в данной работе, использовались для описания поведения технической системы и определения среднего времени наступления возможного отказа по уточненным данным об интенсивностях отказов составляющих компонент объекта диагностирования на основе разработанных регулярных моделей.

## Список литературы


[1] Калявин В. П., Мозгалевский А. В., Галка В. Л., *Надежность и техническая диагностика судового электрооборудования и автоматики*, Элмор, СПб., 1996, 296 с. [Kalyavin V. P., Mozgalevskiy A. V., Galka V. L., *Nadezhnost' i tekhnicheskaya diagnostika sudovogo elektrooborudovaniya i avtomatiki*, Elmor, SPb, 1996].

[2] Пюкке Г. А., Портнягин Н. Н., Кузнецов С. Е., “Диагностирование электрических цепей методом изовар”, *Изв. вузов. Электромеханика*, 1998, № 1, 35–40. [Pyukke G. A., Portnyagin N. N., Kuznetsov S. E., “Diagnostirovanie elektricheskikh tsepey metodom izovar”, *Izv. vuzov. Elektromekhanika*, 1998, № 1, 35–40].

[3] Латинский С. М., Шарапов В. И., Ксенз С. П., Афанасьев С. С., *Теория и практика эксплуатации радиолокационных систем*, Советское радио, М., 1970, 432 с. [Latinskiy S. M., Sharapov V. I., Ksenz S. P., Afanas'ev S. S., *Teoriya i praktika ekspluatatsii radiolokatsionnykh sistem*, Sovetskoe radio, Moskva, 1970].


## Список литературы (ГОСТ)


[1] Калявин В. П., Мозгалевский А. В., Галка В. Л. Надежность и техническая диагностика судового электрооборудования и автоматики. СПб.: Элмор, 1996. 296 с.

[2] Пюкке Г. А., Портнягин Н. Н., Кузнецов С. Е. Диагностирование электрических цепей методом изовар // Изв. вузов. Электромеханика. 1998. № 1. С. 35–40

[3] Латинский С. М., Шарапов В. И., Ксенз С. П., Афанасьев С. С. Теория и практика эксплуатации радиолокационных систем. М: Советское радио. 1970. 432 с.



**Для цитирования:** Пюкке Г. А. К вопросу об использовании марковской модели деградации деградации при диагностировании технических систем // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки.* 2017. № 3(19). C. 50-61. DOI: 10.18454/2079-6641-2017-19-3-50-61

**For citation:** Pyukke G. A. To the question of the use of Markov model degradation in the diagnosis technical systems, *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2017, **19**: 3, 50-61. DOI: 10.18454/2079-6641-2017-19-3-50-61

Поступила в редакцию / Original article submitted: 20.09.2017