



Общероссийский математический портал

А. В. Попова, О. В. Шереметьева, Статистический анализ ориентаций дислокаций в зоне субдукции Курило-Камчатской островной дуги по данным гарвардского каталога, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2011, выпуск 2(3), 80–88

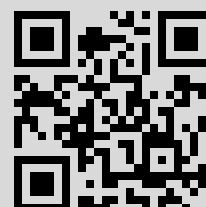
DOI: <http://dx.doi.org/10.18454/2079-6641-2011-3-2-80-88>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением  
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 77.82.206.18

19 июля 2016 г., 18:08:00



УДК 519.254+519.237

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ОРИЕНТАЦИЙ ДИСЛОКАЦИЙ В ЗОНЕ СУБДУКЦИИ КУРИЛО-КАМЧАТСКОЙ ОСТРОВНОЙ ДУГИ ПО ДАННЫМ ГАРВАРДСКОГО КАТАЛОГА**

**Попова А.В.<sup>1</sup>, Шереметьева О.В.<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup> Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Камчатский край, с. Паратунка, ул. Мирная, 7

<sup>2</sup> Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга, Петропавловск-Камчатский, 683032, ул. Пограничная, 4

E-mail: [sheremolga@yandex.ru](mailto:sheremolga@yandex.ru), [non-ame@li.ru](mailto:non-ame@li.ru)

Определяются ориентации дислокаций (векторы нормалей к плоскостям разрывов) и векторы подвижек вдоль границ дислокаций по данным Гарвардского каталога (Global CMT catalog) за период 1976-2005 гг. для зоны субдукции Курило-Камчатской островной дуги. По результатам статистического анализа направленных данных проведена классификация типа распределения Бингхама на единичной сфере и определены основные характеристики распределения.

*Ключевые слова: статистические методы, направленные данные, распределение Бингхама*

© Попова А.В., Шереметьева О.В., 2011

MSC 91G70

**STATISTICAL ANALYSIS ORIENTATIONS DISLOCATIONS IN THE SUBDUCTION ZONE KURIL-KAMCHATKA ISLAND ARC DATA DIRECTORY HARVARD**

**Popova A.V.<sup>1</sup>, Sheremetyeva O.V.<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup> Institute of Cosmophysical Researches and Radio Wave Propagation Far-Eastern Branch, Russian Academy of Sciences, 684034, Kamchatskiy Kray, Paratunka, Mirnaya st., 7

<sup>2</sup> Vitus Bering Kamchatka State University, 683032, Petropavlovsk-Kamchatsky, Pogranichnaya st., 4

E-mail: [sheremolga@yandex.ru](mailto:sheremolga@yandex.ru), [non-ame@li.ru](mailto:non-ame@li.ru)

Determined by the orientation of the dislocations (normal vectors to the planes of discontinuities) vectors and shifts along the boundaries of dislocations According to Harvard directory (Global CMT catalog) for the period 1976 - 2005 years. for the zone subduction of the Kuril-Kamchatka island arc. According to the results of the statistical Data analysis aimed classified the type of distribution Bingham on the unit sphere, and the main characteristics distribution.

*Key words: statistical methods, designed data, distribution Bingham.*

© Popova A.V., Sheremetyeva O.V., 2011

## Введение

Современная сейсмология, используя модель теории дислокаций, определяет параметры и механизмы сейсмических источников. Каждое сейсмическое событие характеризуется ориентацией дислокации и направлением смещения (подвижки) по разлому. Совокупность сейсмических событий определяется распределениями направлений подвижек и ориентаций дислокаций, которые должны подчиняться вероятностным законам для массовых событий и иметь неслучайные числовые характеристики: среднее направление подвижки, среднее направление ориентации дислокаций, дисперсию. Определение закона распределения, его основных характеристик и доверительных интервалов для них требует предварительной обработки первичных статистических данных. В данной работе проведён статистический анализ данных Гарвардского каталога за период 1976-2005 гг. для зоны субдукции Курило-Камчатской островной дуги и представлена визуализация полученных результатов.

## Обработка данных Global CMT catalog

В работе использовались данные Гарвардского каталога землетрясений (Global CMT catalog) за период 1976-2005 гг. для зоны субдукции Курило-Камчатской островной дуги [1]. Исходная выборка направленных данных имела следующие параметры: географические координаты гипоцентра (широта и долгота), глубина очага ( $h$ ), угол простираения ( $\phi$ ), угол падения ( $\delta$ ) и направление смещения по разлому (уклон) ( $\lambda$ ) для двух ортогональных нодальных плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$  (рис. 1), из которых  $\alpha$  – является плоскостью разрыва и  $\beta$  – вспомогательной плоскостью.

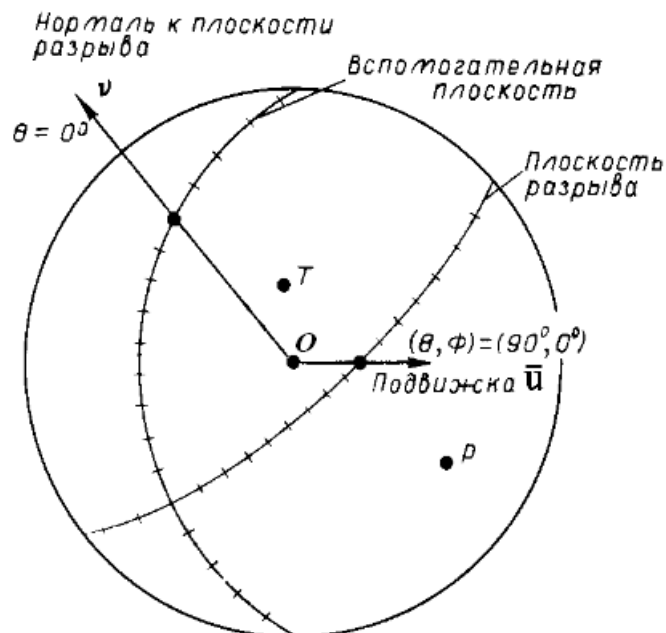


Рис. 1. Диаграмма направленности двух нодальных плоскостей (плоскость разрыва и вспомогательная плоскость) на сфере с центром в источнике  $O$ . Точки  $P$  и  $T$  отмечают оси сжатия ( $OP$ ) и растяжения ( $OT$ ) соответственно.

Ориентация плоскости разрыва  $\alpha$  определяется простираением ( $\phi$ ) и падением ( $\delta$ ), а уклон (погружение) ( $\lambda$ ) определяет направление подвижки  $\bar{u}$  (рис. 2).

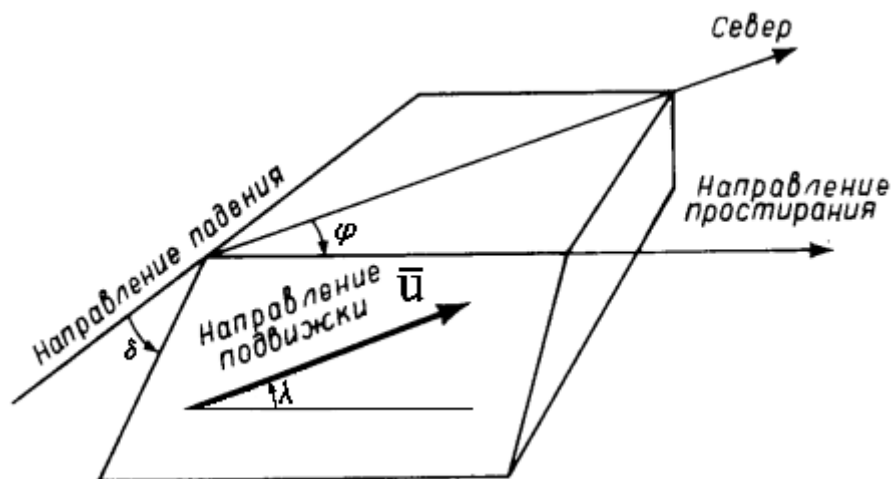


Рис. 2. Определение параметров, характеризующих ориентацию плоскости разрыва (простирание  $\varphi$ , падение  $\delta$ ) и направление подвижки  $\bar{u}$  (уклон  $\lambda$ ).

Угол простирания ( $\varphi$ ) ( $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ) измеряется по часовой стрелке от направления на север, угол падения ( $\delta$ ) плоскости разрыва  $\alpha$  рассматривается справа по отношению к направлению простирания и измеряется вниз от горизонтальной плоскости ( $0 \leq \delta \leq \frac{\pi}{2}$ ). Разрыв имеет две поверхности (плоскости): лежачий бок и висячий бок (на рис. 2. показана плоскость лежачего бока). Подвижка  $\bar{u}$  определяется как направление движения висячего бока по отношению к лежачему. Уклон  $\lambda$  ( $-\pi \leq \lambda \leq \pi$ ) – это угол между направлением простирания и вектором подвижки  $\bar{u}$  [2].

В локальной системе координат  $R$ , связанной с гипоцентром землетрясения (рис.3), единичный вектор подвижки  $\bar{u}$  и единичный вектор нормали к разрыву  $\bar{v}$  определялись из соотношений [2]:

$$\bar{u} = (\cos \lambda \cos \varphi + \cos \delta \sin \lambda \sin \varphi) \bar{e}_\varphi + (\cos \lambda \sin \varphi - \cos \delta \sin \lambda \cos \varphi) \bar{e}_\lambda - \sin \lambda \sin \delta \bar{e}_h, \quad (1)$$

$$\bar{v} = -\sin \delta \sin \varphi \bar{e}_\varphi + \sin \delta \cos \varphi \bar{e}_\lambda - \cos \delta \bar{e}_h, \quad (2)$$

где  $\bar{e}_\varphi$  - единичный вектор оси  $Ox$  (направление на север),  $\bar{e}_\lambda$  - единичный вектор оси  $Oy$  (направление на восток),  $\bar{e}_h$  - единичный вектор оси  $Oz$  (направление к центру Земли - вниз).

Для удобства представления и анализа данных в работе использовали прямоугольную декартову систему координат  $R_0$ , центр  $\hat{O}$  которой помещён в условный центр Земли, ось  $\hat{O}\hat{x}$  - пересечение экваториальной плоскости и плоскости нулевого меридиана, ось  $\hat{O}\hat{y}$  - перпендикулярна оси абсцисс в плоскости экватора, ось  $\hat{O}\hat{z}$  - совпадает с географической осью Земли и направлена от южного полюса к северному.

Координаты гипоцентров очагов в системе координат  $R_0$  определяются с помощью формул преобразования [3]:

$$\begin{cases} \hat{x}_0 = r \cdot \sin \theta_0 \cdot \cos \psi_0 \\ \hat{y}_0 = r \cdot \sin \theta_0 \cdot \sin \psi_0 \\ \hat{z}_0 = r \cdot \cos \theta_0 \end{cases}, \quad (3)$$

где  $r$  – расстояние от центра Земли до гипоцентра землетрясения,  $(\theta_0, \psi_0)$  – широта и долгота гипоцентра землетрясения.

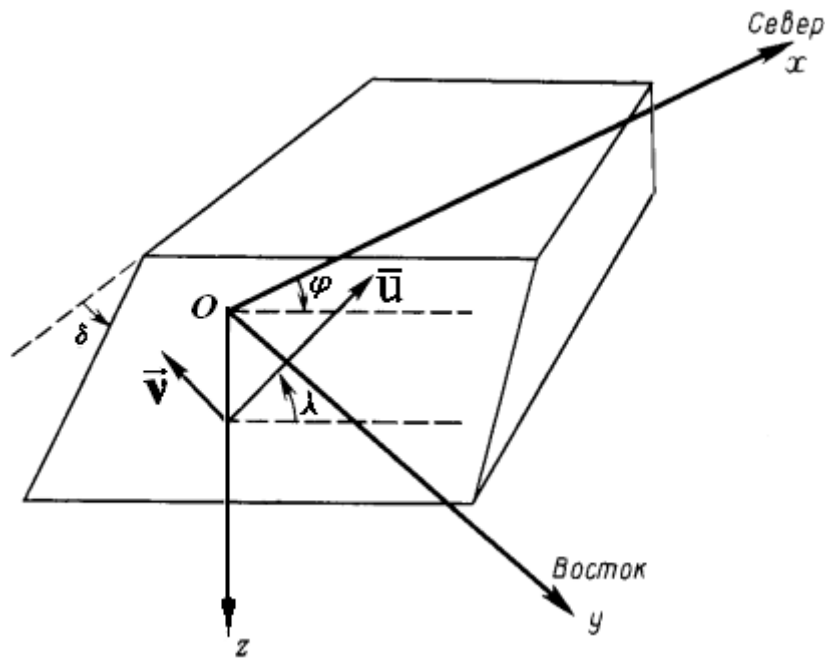


Рис. 3. Определение локальной декартовой системы координат  $R$  для получения явной зависимости вектора подвижки  $\bar{u}$  и вектора нормали  $\bar{V}$  от угла простираения  $\varphi$ , угла падения  $\delta$  и уклона  $\lambda$ . Начало координат совмещено с эпицентром (точкой на земной поверхности, расположенной на той же вертикали, что и рассматриваемый источник - гипоцентр).

Координаты векторов подвижки  $\bar{u}$  и нормали  $\bar{v}$  в системе координат  $R_0$  определяются с помощью формул преобразования [4]:

$$\begin{cases} \hat{x} = (-\sin \theta_0 \cos \psi_0)x + (-\sin \psi_0)y + (\cos \theta_0 \cos \psi_0)z \\ \hat{y} = (-\sin \theta_0 \sin \psi_0)x + (\cos \psi_0)y + (\cos \theta_0 \sin \psi_0)z \\ \hat{z} = (\cos \theta_0)x + 0 \cdot y + (\sin \theta_0)z \end{cases}, \quad (4)$$

где  $x, y, z$  - координаты векторов в локальной системе координат  $R$ ,  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  координаты векторов в системе координат  $R_0$ ,  $(\theta_0, \psi_0)$  - географические широта и долгота гипоцентра землетрясения.

На рис. 4 изображены направления векторов подвижек и векторов нормалей в зоне субдукции Курило-Камчатской островной дуги.

## Статистическая обработка направленных данных

Рассмотрим распределение полученных направленных данных на единичной сфере (рис.5.) и для дальнейшего исследования их статистических характеристик воспользуемся *распределением Бингхама* на единичной сфере [5]:

$$f(\bar{x}) = \frac{1}{4\pi \cdot d()} \cdot \exp \left( \sum_{i=1}^3 (K_i \cdot (\bar{x} \cdot \bar{e}_i)) \right), \quad (5)$$

где  $\bar{x}$  - вектор из выборки,  $d(K)$  - диагональная матрица концентраций с диагональными элементами  $K_i$  и взаимно перпендикулярными собственными векторами  $\bar{e}_i, i = 1, 2, 3$ .

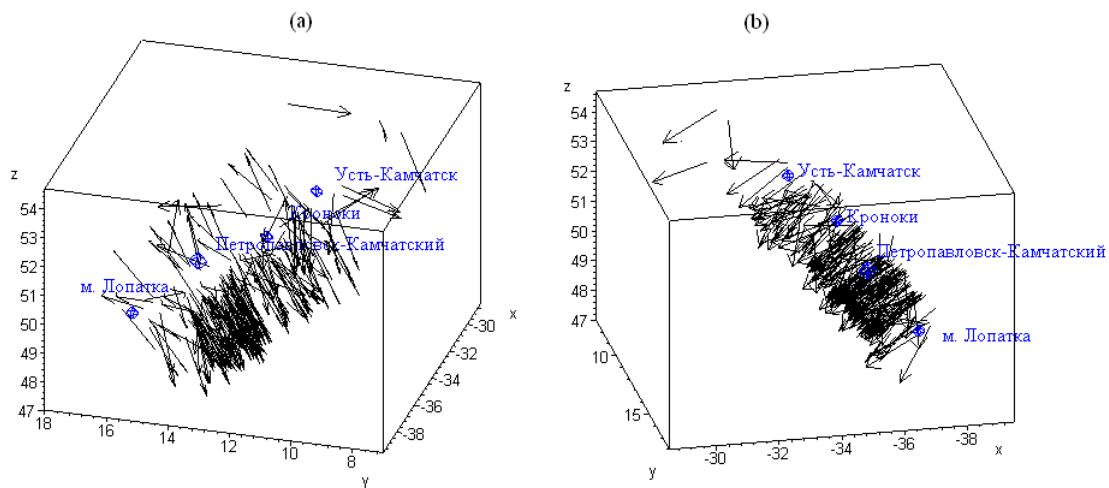


Рис. 4. Распределение (а) направлений подвижек  $\vec{u}$  и (б) ориентаций дислокаций (направлений нормалей)  $\vec{v}$ . Измерения по осям в  $10^5$  км.

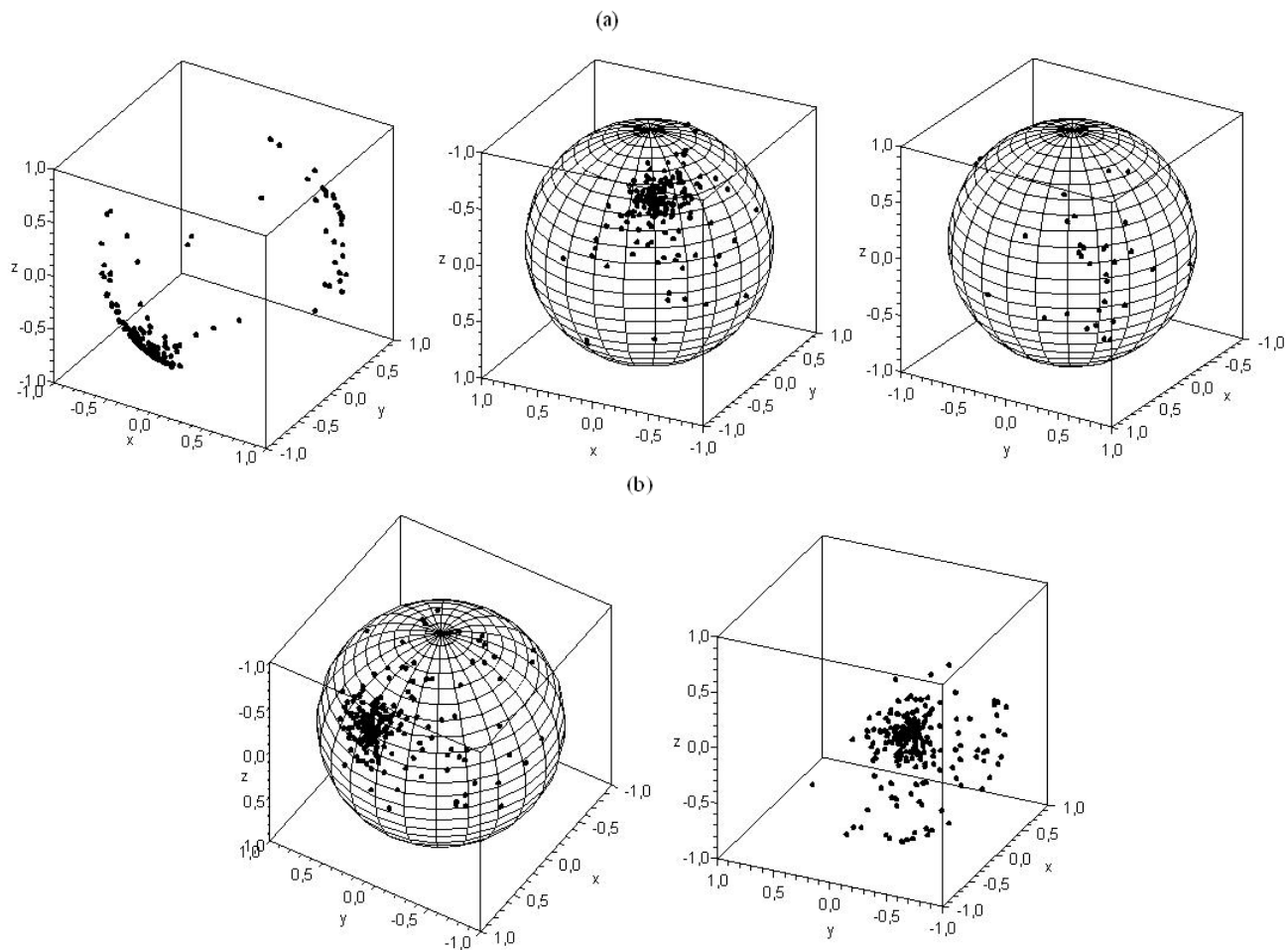


Рис. 5. Распределение (а) направлений подвижек  $\vec{u}$  и (б) ориентаций дислокаций (направлений нормалей)  $\vec{v}$  на единичной сфере.

**Распределение векторов подвижек.** Составим для выборки векторов подвижек  $\bar{u}$  матрицу ковариации (рассеяния)  $\mathbf{T}$  размерности  $3 \times 3$  [5]-[8]:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N x_i^2 & \sum_{i=1}^N x_i y_i & \sum_{i=1}^N x_i z_i \\ \sum_{i=1}^N x_i y_i & \sum_{i=1}^N y_i^2 & \sum_{i=1}^N y_i z_i \\ \sum_{i=1}^N x_i z_i & \sum_{i=1}^N y_i z_i & \sum_{i=1}^N z_i^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 46,047 & 45,945 & 43,53 \\ 45,945 & 76,753 & 60,504 \\ 43,53 & 60,504 & 85,2 \end{bmatrix},$$

где  $x_i, y_i, z_i$ - координаты векторов из выборки,  $N$  – число векторов в выборке ( $N=208$ ). Собственные значения этой матрицы

$$\lambda_1 = 12,958, \quad \lambda_2 = 21,975, \quad \lambda_3 = 173,068$$

и соответствующие им собственные векторы:

$$\bar{e}_1 = [0,81; -0,586; 0,002], \quad \bar{e}_2 = [-0,381; -0,523; 0,763], \quad \bar{e}_3 = [-0,446; -0,619; -0,647].$$

Заметим, что ряд авторов [6, 7] используют матрицу  $\mathbf{B} = N \cdot \mathbf{E} - \mathbf{T}$ , где  $N$  – число векторов в выборке ( $N=208$ ),  $\mathbf{E}$  – единичная матрица размерности  $3 \times 3$ :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 161,953 & -45,945 & -43,53 \\ -45,945 & 131,247 & -60,504 \\ -43,53 & -60,504 & 122,8 \end{bmatrix}.$$

Собственные значения  $\tau_i$  матрицы  $\mathbf{B}$  связаны с собственными значениями  $\lambda_i$  матрицы ковариации  $\mathbf{T}$  следующим соотношением  $\tau_i = N - \lambda_i$ , т.е.  $\tau_1 = 34,932$ ,  $\tau_2 = 186,026$ ,  $\tau_3 = 195,042$ , и собственные векторы этих матриц совпадают. Поэтому для дальнейшего исследования будем использовать матрицу ковариации  $\mathbf{T}$ , её собственные значения  $\lambda_i$  и векторы  $\bar{e}_i$ , где  $i=1,2,3$ .

Собственные значения, которые принято обозначать в порядке возрастания их величины  $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$  и собственные векторы дают информацию о распределении векторов в пространстве. Собственные числа определяют дисперсии  $s^2$  относительно начала координат проекций векторов выборки на соответствующий собственный вектор. Собственный вектор  $\bar{e}_3$ , соответствующий максимальному собственному значению  $\lambda_3$ , определяет направление, рассеяние вдоль которого для исходных данных максимально, а отклонение векторов выборки от этого собственного вектора, определяемое значением  $\tau_3 = N - \lambda_3$ , минимально. Тогда третий собственный вектор  $\bar{e}_3$ , соответствующий максимальному собственному значению  $\lambda_3$ , определяет направление, рассеяние вдоль которого для исходных данных максимально, а рассеяние относительно него минимально, т.е. он будет ориентирован так, как будто он одновременно близок настолько, насколько это возможно, ко всем векторам выборки. Заметим, что относительные величины собственных чисел приблизительно такие же, как относительные величины соответствующих элементов матрицы концентраций  $\mathbf{K}$  в формуле (5), поэтому относительные величины собственных чисел используются для классификации *распределений Бингхама*. Нашему случаю соответствует *полюсное (биполярное, бимодальное)* распределение, т.е. когда  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  оба малы и приблизительно равны друг другу, в то время как  $\lambda_3$  большое [5, 8].

Перейдём к определению числовых характеристик полученного распределения Бингхама. Собственный вектор  $\bar{e}_3$ , соответствующий максимальному собственному

значению  $\lambda_3$ , является вектором определяющим среднее направление. При определении среднего направления обычно вычисляется и мера доверия к нему (параметр точности  $MAD$  – Maximum angular deviation), характеризующая степень разброса векторов исходной выборки относительно полученной оси [8]:

$$MAD = \arctg \sqrt{\frac{\lambda_{\min} + \lambda_{int}}{\lambda_{\max}}} \approx 24^\circ$$

а также степень разброса направлений выборки относительно полученной оси в направлениях, определяемых двумя оставшимися главными осями:

$$MAD_1 = \arctg \sqrt{\frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}}} \approx 19,6^\circ, MAD_2 = \arctg \sqrt{\frac{\lambda_{int}}{\lambda_{\max}}} \approx 15,3^\circ$$

Определим доверительный конус с критерием значимости  $\alpha=0,05$ . Половина угла при вершине доверительного конуса осью которого является третья главная ось, определяется следующим образом [5]:

$$\sin^2 d = \lambda_3 \cdot \left( \alpha^{-\frac{2}{N-2}} - 1 \right) \cdot (\lambda_1 \cdot \cos^2 \gamma + \lambda_2 \sin^2 \gamma - \lambda_3)^{-1}, \quad (6)$$

где  $d$  – половина угла при вершине конуса. Наименьшее значение угла  $d_{\min} = 10,3^\circ$  получаем при  $\gamma = 0$  и наибольшее значение угла  $d_{\max} = 10,6^\circ$  при  $\gamma = \frac{\pi}{2}$ .

По принятому соглашению трехмерные векторы обычно изображаются в проекции их концов на плоскость [5]-[8]. Мы используем для представления распределения направленных данных, определенных в собственных координатах, полярную стереографическую проекцию, сохраняющую углы (сеть Вульфа). Азимутальная координата  $[0, 2\pi]$  на стереографической проекции – угол между плоскостью, проходящей через первый собственный вектор и вектор из выборки, и плоскостью, проходящей через ось и вектор из выборки, радиальная координата  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  – угол между осью и вектором из выборки. Полученные значения углов  $d_{\min} = 10,3^\circ$  при  $\gamma = 0$  и  $d_{\max} = 10,6^\circ$  при  $\gamma = \frac{\pi}{2}$  определяют полуоси доверительного эллипса в стереографической проекции направленных данных (рис. 6а).  $MAD_1$  и  $MAD_2$  определяют полуоси эллипса рассеяния в стереографической проекции направленных данных (рис. 6а), а  $MAD$  среднеквадратическое отклонение векторов выборки относительно среднего направления.

**Распределение ориентаций дислокаций.** Составим для выборки векторов нормалей  $\bar{v}$  матрицу ковариации (рассеяния)  $\mathbf{T}$  размерности  $3 \times 3$  [5]-[8]:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N x_i^2 & \sum_{i=1}^N x_i y_i & \sum_{i=1}^N x_i z_i \\ \sum_{i=1}^N x_i y_i & \sum_{i=1}^N y_i^2 & \sum_{i=1}^N y_i z_i \\ \sum_{i=1}^N x_i z_i & \sum_{i=1}^N y_i z_i & \sum_{i=1}^N z_i^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 116,768 & 10,892 & -73,334 \\ 10,892 & 19,198 & -5,436 \\ -73,334 & -5,436 & 72,034 \end{bmatrix},$$

где  $x_i, y_i, z_i$  – координаты векторов из выборки,  $N$  – число векторов в выборке ( $N=208$ ). Собственные значения этой матрицы

$$\lambda_1 = 15,872, \quad \lambda_2 = 20,117, \quad \lambda_3 = 172,01$$



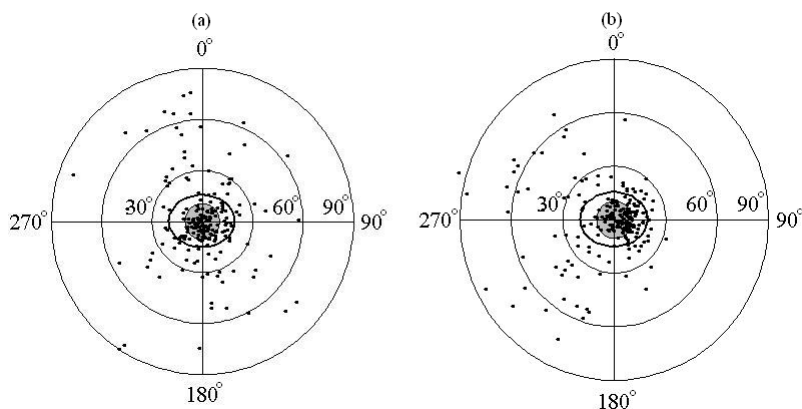


Рис. 6. Стереографическая проекция направленных данных (а) направлений подвижек  $\bar{u}$  и (б) ориентаций дислокаций (направлений нормалей)  $\bar{v}$ , определенных в собственных координатах. Сплошной линией изображена проекция эллипса рассеяния, область доверительного эллипса заштрихована.

и соответствующие им собственные векторы:

$$\bar{e}_1 = [-0,487; 0,66; -0,572], \quad \bar{e}_2 = [0,346; 0,747; 0,567], \quad \bar{e}_3 = [0,802; 0,078; -0,592].$$

Согласно классификации *распределений Бингхама*, данному случаю соответствует *полюсное* распределение, т.е. когда  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  оба малы и приблизительно равны друг другу, в то время как  $\lambda_3$  большое [6, 8].

Перейдём к определению числовых характеристик полученного распределения Бингхама. Собственный вектор  $\bar{e}_3$ , соответствующий максимальному собственному значению  $\lambda_3$ , определяет среднее направление. Степень разброса векторов исходной выборки относительно полученной оси равна [8]:

$$MAD = \arctg \sqrt{\frac{\lambda_{\min} + \lambda_{int}}{\lambda_{\max}}} \approx 25^\circ,$$

а также степень разброса направлений выборки относительно полученной оси в направлениях, определяемых двумя оставшимися главными осями:

$$MAD_1 = \arctg \sqrt{\frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}}} \approx 189^\circ, \quad MAD_2 = \arctg \sqrt{\frac{\lambda_{int}}{\lambda_{\max}}} \approx 169^\circ$$

Определим доверительный конус с критерием значимости  $\alpha=0,05$ . Наименьшее значение половины угла при вершине доверительного конуса, осью которого является третья главная ось,  $d_{\min} = 10,4^\circ$  при  $\gamma = 0$  и наибольшее значение  $d_{\max} = 10,6^\circ$  при  $\gamma = \frac{\pi}{2}$  определяют полуоси доверительного эллипса в стереографической проекции направленных данных (рис. 6b).  $MAD_1$  и  $MAD_2$  определяют полуоси эллипса рассеяния в стереографической проекции направленных данных (рис. 6b), а  $MAD$  среднеквадратическое отклонение векторов выборки относительно среднего направления.

## Заключение

В результате статистического анализа ориентаций дислокаций (векторы нормалей к плоскостям разрывов) и векторов подвижек вдоль границ дислокаций по данным Гарвардского каталога (Global CMT catalog) за период 1976-2005 гг. для зоны субдукции Курило-Камчатской островной дуги для ориентаций векторов подвижек и ориентаций дислокаций получено полюсное распределение Бингхама. Среднее направление подвижек в системе координат  $R_0$  составляет с осями  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$  углы  $116^\circ$ ,  $128^\circ$  и  $130^\circ$  соответственно, степень разброса векторов исходной выборки относительно среднего вектора составляет  $\approx 24^\circ$ , а доверительная область с критерием значимости  $\alpha=0,05$  не превышает  $11^\circ$ . Среднее направление ориентаций дислокаций в системе координат  $R_0$  составляет с осями  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$  углы  $143^\circ$ ,  $94^\circ$  и  $53^\circ$  соответственно, степень разброса векторов исходной выборки относительно среднего вектора составляет  $\approx 25^\circ$ , а доверительная область с критерием значимости  $\alpha=0,05$  также не превышает  $11^\circ$ .

## Библиографический список

1. Global CMT Web Page <http://www.globalcmt.org/>
2. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. Теория и методы. Т. 1. – М.: Мир, 1983. – 519 с.
3. Корн Г.А., Корн Т.М. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). – М.: Наука, 1974. – 832 с.
4. Мардиа К. Статистический анализ угловых наблюдений. – М.: Наука, 1978. – 240 с.
5. Чини Р.Ф. Статистические методы в геологии. – М.: Мир, 1956. – 189 с.
6. Mardia K. V. Statistics of directional data. – Academic Press Ltd, London, 1972. – 357 p.
7. Дэвис Дж.С. Статистический анализ данных в геологии. Книга 2. – М.: Недра, 1990. – 267 с.
8. Шипунов С.В. Статистика палеомагнитных данных. – М.: ГЕОС, 2000. – 80 с.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 07.12.2011