

Общероссийский математический портал

М. Е. Боброва, А. С. Пережогин, Моделирование области подготовки японского землетрясения 11 марта 2011 года, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2012, выпуск 2(5), 18–22

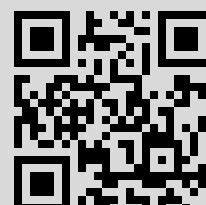
DOI: <http://dx.doi.org/10.18454/2079-6641-2012-5-2-18-22>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением  
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 77.82.202.29

18 июля 2016 г., 11:07:37



DOI: 10.18454/2079-6641-2012-5-2-18-22

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 517.958: 539.3(3)

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЛАСТИ ПОДГОТОВКИ ЯПОНСКОГО ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ 11 МАРТА 2011 ГОДА**

**Боброва М.Е., Пережогин А.С.**

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН,  
684034, Камчатский край, с. Паратунка, ул. Мирная, 7

E-mail: drew72156@yandex.ru

Выполнены численные расчеты области влияния подготовки японского землетрясения 11.03.2011. Приведены результаты моделирования деформационного поля земной коры в окрестности произошедшего события.

*Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, модель Миндлина, деформации земной коры*

© Боброва М.Е., Пережогин А.С., 2012

## MATHEMATICAL SIMULATION

MSC 74B05; 86-04

### **STRESS FIELD MODELING OF JAPANESE EARTHQUAKE 11.09.2011**

**Bobrova M.E., Perezhugin A.S.**

Institute of Cosmophysical Researches and Radio Wave Propagation Far-Eastern Branch,  
Russian Academy of Sciences, 684034, Kamchatskiy Kray, Paratunka, Mirnaya st., 7

E-mail: drew72156@yandex.ru

Numerical calculations of the Japanese earthquake 11.03.2011 influence are executed. Deformation's field modeling of Earth's crust at the locality of the event are represented.

*Key words: stress field, Mindlin's problem, Earth's crust deformation*

© Bobrova M.E., Perezhugin A.S., 2012

## Введение

Процессы деформационных изменений земной коры в пределах сейсмоактивных зон связаны с подготовкой землетрясений. Выявление размеров областей влияния готовящихся землетрясений исследовалось в работе [3]. В настоящей работе с помощью математического моделирования построена зона деформационного влияния японского землетрясения 11.03.2011 г. В основе положена статическая модель деформационного поля в рамках теории упругости [2].

## Постановка задачи

Рассмотрим модель земной коры в приближении упругого однородного изотропного полупространства. Во введенной декартовой системе координат полупространство совпадает с положительным направлением оси OZ. Тензоры напряжений  $\sigma_{ij}$  и деформаций  $\varepsilon_{ij}$  и вектор смещения  $u_i$  удовлетворяют системе уравнений:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + X_i = 0, \quad (1)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{ii} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (3)$$

где  $X_i$  – массовые силы внутри полупространства,  $\lambda$ ,  $\mu$  – коэффициенты Ламэ,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера. Граничным условием для системы (1) - (3) является свободная граница  $z = 0$ :  $\sigma_{zx}|_{z=0} = \sigma_{zy}|_{z=0} = \sigma_{zz}|_{z=0} = 0$ . Источник в виде комбинации девяти двойных сил помещен в точку  $c$  на оси OZ [6].

Для нахождения поля напряжений можно воспользоваться представлением Галеркина. Компоненты тензора напряжений в упругом изотропном полупространстве могут быть выражены через частные производные вектора Галеркина [4]:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= 2(1-\nu) \frac{\partial}{\partial x} \Delta X + \left( \nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \operatorname{div} \mathbf{H}, \\ \sigma_{yy} &= 2(1-\nu) \frac{\partial}{\partial y} \Delta Y + \left( \nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \operatorname{div} \mathbf{H}, \\ \sigma_{zz} &= 2(1-\nu) \frac{\partial}{\partial z} \Delta Z + \left( \nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \operatorname{div} \mathbf{H}, \\ \sigma_{yz} &= (1-\nu) \left( \frac{\partial}{\partial z} \Delta Y + \frac{\partial}{\partial y} \Delta Z \right) - \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \operatorname{div} \mathbf{H}, \\ \sigma_{zx} &= (1-\nu) \left( \frac{\partial}{\partial x} \Delta Z + \frac{\partial}{\partial z} \Delta X \right) - \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \operatorname{div} \mathbf{H}, \\ \sigma_{xy} &= (1-\nu) \left( \frac{\partial}{\partial y} \Delta X + \frac{\partial}{\partial x} \Delta Y \right) - \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \operatorname{div} \mathbf{H}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $X, Y, Z$  – координаты вектора Галеркина  $\mathbf{H}$ ;  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}, \sigma_{xy}$  – компоненты тензора напряжений;  $\Delta$  – оператор Лапласа,  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Проведем моделирование максимальных касательных напряжений. Для выделения не только критических, но и всех других возможных уровней напряжений, воспользуемся величиной  $\sigma_{\max} = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|)/2$  – критерием максимальных касательных напряжений, где  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – главные значения тензора напряжений. С помощью значения максимального касательного напряжения определим относительные деформации сдвига:

$$\epsilon_{\max} = \frac{(1 + \nu)}{E} \sigma_{\max} \quad (5)$$

В упругом полупространстве определим следующие уровни сдвиговых деформаций  $\epsilon_{\max}$   $10^{-8} - 10^{-7}; 10^{-7} - 10^{-6}; 10^{-6} - 10^{-5}; > 10^{-5}$ . Значение  $< 10^{-8}$  величины  $\epsilon_{\max}$  соответствует уровню приливной деформации земной коры, а значение больше чем  $10^{-5}$  – образованию области разуплотнения и достижению предела прочности пород. При численном моделировании для дальнейшего анализа установим уровень сдвиговых деформаций –  $10^{-5}$ .

Программная реализация математической модели выполнена в системе Maxima [9].

Используя (4) и суммы векторов Галеркина для двойных сил без момента [6] получены явные решения для тензора напряжений и сдвиговых деформаций с помощью пакета аналитических вычислений Maxima [9]:

1) Задаем коэффициенты Ламэ: lambda, mu, глубину гипоцентра, компоненты тензора сейсмического момента.

2) Вычисляем компоненты тензора напряжения  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}, \sigma_{xy}$  с помощью представления Галеркина. Представим источник как комбинацию девяти двойных сил (двойная сила в направлении оси x, двойная сила в направлении оси y, двойная сила в направлении оси z, двойная сила в направлении оси с моментом относительно оси y, двойная сила в направлении оси с моментом относительно оси z, двойная сила в направлении оси y с моментом относительно оси x, двойная сила в направлении оси y с моментом относительно оси z, двойная сила в направлении оси z с моментом относительно оси x, двойная сила в направлении оси z с моментом относительно оси y) [6].

3) Вычисляем суперпозицию решений для единичных векторов.

4) Вычислим компоненты тензора напряжения  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}, \sigma_{xy}$  в каждой точке пространства, умножив на величину сейсмического момента для соответствующей силы.

5) Приведем матрицу к диагональному виду и вычислим максимальную разность главных компонент тензора. Сдвиговые компоненты можно определить по формуле (5).

6) Вычисляем радиус влияния землетрясения – максимальный радиус от эпицентра до границы области со значением деформации порядка  $10^{-8}$ .

## Численное моделирование

Для моделирования области деформации использовались следующие параметры земной коры:  $\nu=0.25$ ,  $\lambda = 3.5 \cdot 10^{10}$  Па,  $\mu = 3.48 \cdot 10^{10}$  Па,  $\rho = 2900$  кг/м<sup>3</sup>,  $g = 9.8$  м/с<sup>2</sup>,  $S = 3 \cdot 10^6$  Па,  $\alpha = 0.5$ . Задана глубина источника  $c = 20$  км и тензор сейсмического момента для японского землетрясения 11.02.2011 г. Данные получены из Гарвардского каталога землетрясений [10].

$$M = \begin{bmatrix} M_{pp} & M_{pt} & M_{pr} \\ M_{tp} & M_{tt} & M_{tr} \\ M_{rp} & M_{rt} & M_{rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.450 & -0.657 & 4.550 \\ -0.657 & -0.281 & 2.120 \\ 4.550 & 2.120 & 1.730 \end{bmatrix} \cdot 10^{22}$$

Тензор сейсмического момента задан в Н м. Координата  $r$  направлена по радиусу к центру Земли,  $t$  – на юг и  $p$  – на восток. Ориентация сторон света выбрана следующим образом: координата  $r$  соответствует  $z$ , координата  $t$  соответствует  $y$  и координата  $p$  соответствует  $x$  в декартовой системе координат.

Визуализация результатов моделирования выполнена с помощью пакета построения графиков gnuplot [8] (рис. а). Пространственное распределение области деформационного влияния по результатам моделирования хорошо согласуется с результатами радарных наблюдений за смещением земной коры. Механизм очага сейсмического события, который заложен в математическую модель, указывает на качественное совпадение с реально наблюдаемой картиной деформационных возмущений земной поверхности. Для заданной интенсивности и глубины источника размер области де-

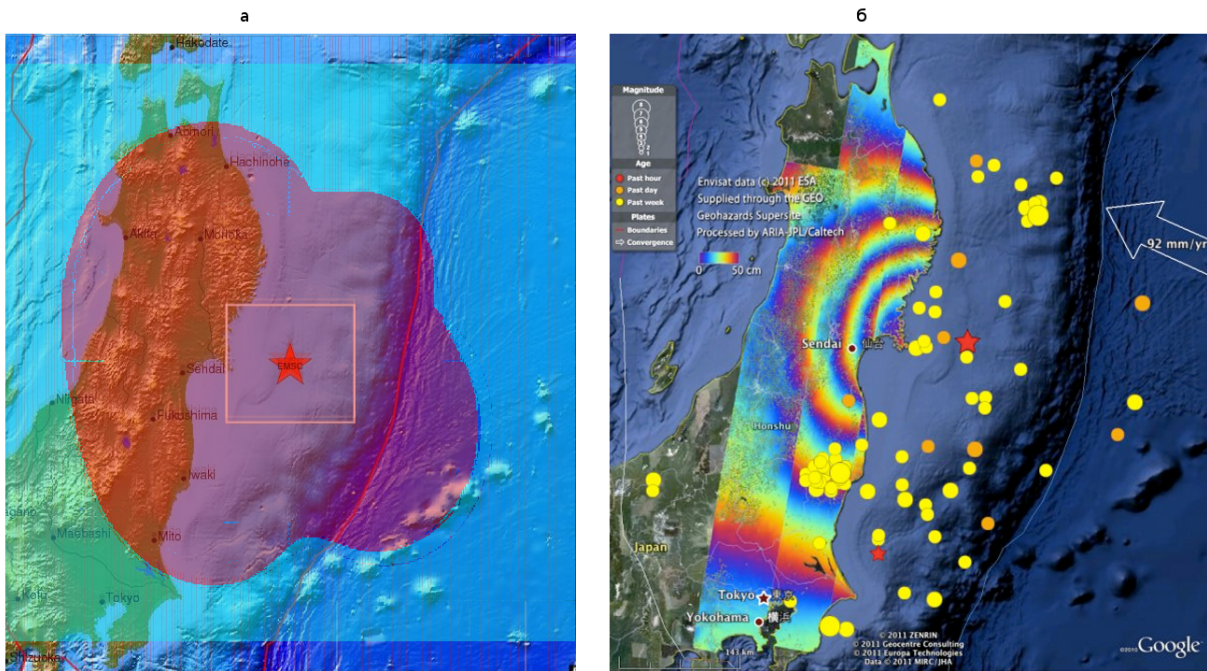


Рис. Зона относительных деформации  $10^{-5}$  на поверхности полупространства (а), данные спутника Envisat [7] (б)

латансии на земной поверхности (см. рис. б) составляет десятки километров.

## Заключение

Результаты применения статической модели теории упругости для моделирования областей деформационного влияния землетрясений качественно согласуют с экспериментальными данными о смещениях земной поверхности. В связи с этим появляется возможность оценок размеров областей подготовки землетрясений в пределах сейсмоактивных регионов.

## Библиографический список

1. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: Теория и методы. М.: Мир, 1983. Т. 1. 520 с.
2. Боброва М.Е., Пережогин А.С. Моделирование поля деформаций и зон дилатансии в упругом полупространстве с комбинацией двойных сил // Вестник КРАУНЦ. Физ-мат. науки. 2011. № 1 (1). С. 29-34.
3. Добровольский И.П. Математическая теория подготовки и прогноза тектонического землетрясения. М.: Физматлит, 2009. 240 с.
4. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. С. 302.
5. Пережогин А.С., Шевцов Б.М. Модели напряженно-деформированного состояния горных пород при подготовке землетрясений и их связь с геоакустическими наблюдениями // Вычислительные технологии. 2009. Т. 14. № 3. С. 48-58.
6. Mindlin R.D., Cheng D.H. Nuclei of Strain in the Semi-Infinite Solid // Journal of Applied Physics. Vol. 21. 1950. P. 926-930.
7. URL: [http://www.esa.int/esaCP/SEM9PL6UPLG\\_index\\_0.html](http://www.esa.int/esaCP/SEM9PL6UPLG_index_0.html)
8. URL: <http://www.gnuplot.info>
9. URL: <http://maxima.sourceforge.net/ru>
10. URL: <http://www.globalcmt.org/CMTsearch.html>

Поступила в редакцию / Original article submitted: 24.11.2012