Р. И. Паровик, Моделирование выбора руководством высшего учебного заведения оптимального решения, согласованного с управляющими решениями его филиалов, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2013, выпуск 1(6), 5–11

DOI: http://dx.doi.org/10.18454/2079-6641-2013-6-1-5-11

Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2013. № 1(6). С. 5-11. ISSN 2079-6641

DOI: 10.18454/2079-6641-2013-6-1-5-11

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 519.852

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫБОРА РУКОВОДСТВОМ ВЫСШЕГО УЧЕБНОГО ЗАВЕДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ, СОГЛАСОВАННОГО С УПРАВЛЯЮЩИМИ РЕШЕНИЯМИ ЕГО ФИЛИАЛОВ

Паровик Р.И.

Филиал Дальневосточного Федерального государственного университета, 683031, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Тушканова, 11/1

E-mail: parovikroman@gmail.com

В работе рассмотрена модель выбора руководством высшего учебного заведения оптимального решения о распределении наборов абитуриентов в своих филиалах.

Ключевые слова: оптимальное решение, целевая функция, прибыль

MATHEMATICAL SIMULATION

MSC 49N05

MODELING OF CHOICE LEADERSHIP HIGH SCHOOL OPTIMUM DECISIONS AGREED UPON WITH DRIVING WITH MANAGED SOLUTIONS ITS AFFILIATES

Parovik R.I.

Branch of the Far Eastern Federal State University, 683031, Petropavlovsk-Kamchatsky, Tushkanova st., 11 / 1, Russia

E-mail: parovikroman@gmail.com

The paper considers the model of choice by high-school optimal solutions for the distribution of sets of entrants in its branches.

Key words: optimal solution, the objective function, profit

Введение

Развитие математического моделирования в экономике позволило понять экономические процессы не только на качественном, но и количественном уровне [1]. Особый интерес представляет класс экономических задач, связанных с выбором или принятием оптимального решения. Как правило, такие задачи возникают в производственном и финансовом менеджменте, когда управляющий орган предприятия или организации принимает решение по достижению максимальной прибыли и минимальных затрат ресурсов. Методы решения таких задач опираются на математические методы оптимизации и исследовании операций [2].

В работе мы рассмотрим простейшую задачу на примере принятия руководством вуза оптимального решения по распределению наборов абитуриентов в филиалах с целью максимизации прибыли. Такая задача является принципиальной важной, та как без ее решения не будут функционировать филиалы или даже сам вуз [3].

Постановка задачи

Руководство высшего учебного заведения (вуза) согласно стратегии развития своих представительств (филиалов) в других регионах заинтересовано в предоставлении им набора абитуриентов с целью получения максимальной прибыли от образовательной деятельности.

Пусть по программе развития филиалов вуза необходимо распределить абитуриентов в количестве 500 человек. Будем предполагать, что вуз обладает двумя филиалами, которые в свою очередь приносят прибыль от образовательных услуг и перечисляют одинаковый процент в головной вуз. В частности, каждый филиал готовит студентов очной и заочной формы обучения на коммерческой основе и обладает необходимым профессорско-преподавательским составом. Руководство вуза установило для филиалов стоимость образовательных услуг в зависимости от особенностей регионов, а нормы затрат филиалов представлены в таблице.

Таблица

Наименование	Норма затрат		Объем ресурса
	Очная форма обучения, кол. чел.	Заочная форма обучения, кол. чел.	
		Филиал №1	
Абитуриенты кол. чел.	1	1	?
Трудоресурсы, чел.-час.	1	2	400
Стоимость обучения, тыс. руб.	6	8	
		Филиал №2	
Абитуриенты кол. чел.	2	1	?
Трудоресурсы, чел.-час.	1	1	200
Стоимость обучения, тыс. руб.	7	6	

Разработаем экономико-математическую модель (ЭММ) распределения абитуриентов между филиалами по принципу наибольшей эффективности их использования, а также определим функции предельной эффективности для 1-го и 2-го филиалов [4]. Составим ЭММ задачи. Введем следующие параметры:

x_{11} – программа обучения студентов очной формы в 1-ом филиале;

x_{12} – программа обучения студентов заочной формы в 1-ом филиале;

x_{21} – программа обучения студентов очной формы во 2-ом филиале;

x_{22} – программа обучения студентов заочной формы во 2-ом филиале;

d_1 – набор абитуриентов, выделенный вузом 1-му филиалу;

d_2 – набор абитуриентов, выделенный вузом 2-му филиалу;

$f(d_1)$ – ожидаемый максимум выручки от 1-го филиала с учетом d_1;

$f(d_2)$ – ожидаемый максимум выручки от 2-го филиала с учетом d_2.

ЭММ задачи включает в себя три взаимосвязанные подзадачи линейного программирования:

1) задача управляющего органа головного вуза;

2) задача управляющего органа 1-го филиала;

3) задача управляющего органа 2-го филиала.

Эти задачи можно записать с помощью соотношений.

Задача управляющего органа головного вуза. Найти вектор (d_1, d_2).

$$\begin{aligned} & d_1 + d_2 \leq 500; \\ & d_1 \geq 0, d_2 \geq 0; \\ & F = f_1(d_1) + f_2(d_2) \to \max. \end{aligned} \tag{1}$$

Задача управляющего органа 1-го филиала. Найти вектор (x_{11}, x_{12})

$$\begin{aligned} & x_{11} + x_{12} \leq d_1; \\ & x_{11} + 2x_{12} \leq 400; \\ & x_{11} \geq 0, x_{12} \geq 0; \\ & f_1 = 6x_{11} + 8x_{12} \to \max. \end{aligned} \tag{2}$$

Задача управляющего органа 2-го филиала. Найти вектор (x_{21}, x_{22})

$$\begin{aligned} & 2x_{21} + x_{22} \leq d_2; \\ & x_{21} + x_{22} \leq 200; \\ & x_{21} \geq 0, x_{22} \geq 0; \\ & f_2 = 7x_{21} + 6x_{22} \to \max. \end{aligned} \tag{3}$$

Задачи (1)-(3) относятся к классу задач линейного программирования [2]. Важной составляющей в решении задач (1)-(3) является понятие предельной эффективности [4]. Она определяет величину максимального прироста прибыли при дополнительном привлечении ресурсов. Найдем предельную эффективность для 1-го и 2-го филиалов.

Предельную эффективность будем искать с помощью графического метода. Для 1-го филиала предельная эффективность набора абитуриента определяется из следующего рисунка (рис.1).

При лимите набора абитуриентов $d_1 = 100$ (прямая BC), область допустимых значений будет ограничена прямой BC и осями координат (треугольник). Определить оптимальное решение на таком треугольнике можно, сравнивая значения в угловых точках треугольника. В нашем случае в точках B(0,100) и C(100,0). Прибыль, соответствующая этим точкам, определяется так:

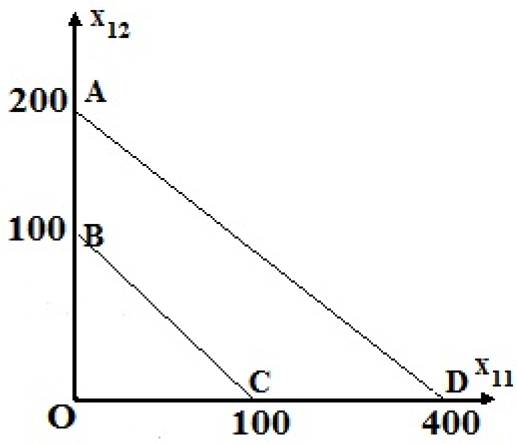

Рис. 1. Графический анализ предельной эффективности набора для 1-го филиала

$$f_1(0,100) = 6 \cdot 0 + 8 \cdot 100 = 800 \text{ тыс. руб.}, \; f_1(100,0) = 6 \cdot 100 + 8 \cdot 0 = 600 \text{ тыс. руб.}$$

Поэтому оптимальное решение определяется вектором: $x^*_{11} = 0, x^*_{12} = 100$.

Рассмотрим двойственную задачу к этой задаче. В силу того что d_1 меняется в пределах от точки O(0, 0) до точки A(200, 0) или $d_1(\text{O}) = 0$ до $d_1(A) = 200$, получим задачу. Найти вектор (y_{11}, y_{12}) при следующих условиях:

$$\begin{aligned} & y_{11} + y_{12} \geq 6; \\ & y_{11} + 2y_{12} \geq 8; \\ & y_{11} \geq 0, y_{12} \geq 0; \\ & w_1 = d_1 y_{11} + 400 y_{12} \to \min, \end{aligned}$$

где y_{11} и y_{12} – величины эффективности набора абитуриентов и трудовых ресурсов 1-го филиала.

Оптимальные решения будут находиться ниже прямой AD на прямой OA, поэтому трудовой ресурс будет являться избыточным, при этом его предельная эффективность составит $y^*_{12} = 0$.

С другой стороны, мы показали, что $x^*_{12} > 0$. Поэтому второе ограничение можно записать так: $y_{11} + 2y_{12} = 8$; или $y^*_{11} = 8$ тыс. руб. Каждый абитуриент, поступающий в 1-й филиал, будет давать прирост максимума выручки этого филиала на 8 тыс. руб. при $1 \leq d_1 \leq 200$. Возникает вопрос: какой прирост выручки будет в случае $d_1 > 200$? Определим значения выручки в точках A и D:

$$\begin{aligned} & f_1(A) = f_1(0,200) = 6 \cdot 0 + 8 \cdot 200 = 1600 \text{ тыс. руб.} \\ & f_1(D) = f_1(400,0) = 6 \cdot 400 + 8 \cdot 0 = 2400 \text{ тыс. руб.} \end{aligned}$$

Следовательно, выручка при $d_1 > 200$ будет расти от 1600 тыс. руб. до 2400 тыс. руб. Поэтому прямая BC будет двигаться от точки A к точке D , образуя область допустимых значений (четырехугольник), поэтому $x^*_{11} > 0$ и $x^*_{12} > 0$, т.е. для решений A и D производится набор абитуриентов на очное и заочное обучение. Найдем предельные эффективности:

$$\begin{cases} y^*_{11} + y^*_{12} = 6 \\ y^*_{11} + 2y^*_{12} = 8. \end{cases}$$

Решение этой системы: $y_{11}^{*}=4$, $y_{12}^{*}=2$ или $y_{11}^{*}=4$, так как $y_{12}^{*}=0$. Для правой границы предельной эффективности получим, что для программы набора D: $d_1(D)=d_1(400,0)=400+0=400$. Поэтому для каждого дополнительного абитуриента из диапазона от 200 до 400 в 1-м филиале выручка будет давать прирост в 4 тыс. руб. В целом предельная эффективность набора для 1-го филиала может быть представлена графически (рис.2).

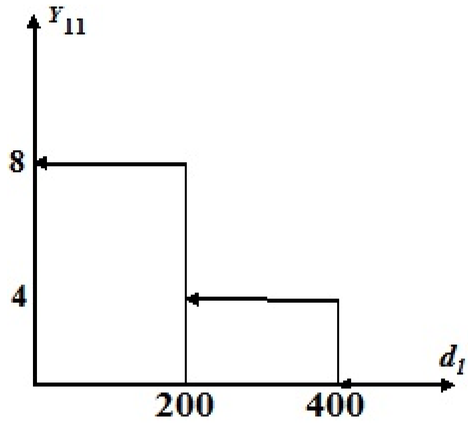

Рис. 2. График функции предельной эффективности набора для 1-го филиала

Необходимо отметить, что при $d_1>400$ прямая ВС будет проходить выше, чем прямая AD (рис.1), поэтому прироста выручки не будет $y_{11}^{*}=0$.

Аналогично определим предельную эффективность для 2-го филиала. При лимите набора $d_2=100$ чел. линия ВС и оси координат определяют область допустимых решений задачи (рис.3).

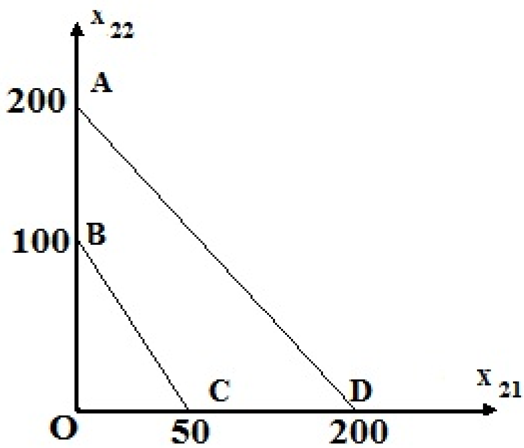

Рис. 3. Графический анализ предельной эффективности набора для 2-го филиала

Оптимальное решение на таком треугольнике определим в точках B(0,100) и C(50,0). $f_2(0,100)=7\cdot 0+6\cdot 100=600$ тыс. руб. и $f_2(50,0)=7\cdot 50+6\cdot 0=350$ тыс. руб. Поэтому оптимальное решение: $x_{21}^{*}=0, x_{22}^{*}=100$. Составим двойственную задачу для задачи (2):

$$
\begin{aligned}
&2y_{21}+y_{22}\geq 7;\\
&y_{21}+y_{22}\geq 6;\\
&y_{11}\geq 0, y_{12}\geq 0;\\
&w_1=d_2y_{21}+200y_{22}\to \min .
\end{aligned}
$$

В точке D выполняется равенство $d_2(D) = 200$. Поэтому оптимальные решения точки C при $d_2 \in (0, 200]$ будут находится на отрезке OA ниже прямой AD и поэтому $y_{22}^* = 0$. В силу $x_{22}^* > 0$, то должно выполняться равенство:

$$y_{21}^* + y_{22}^* = 6.$$

Получим $y_{21}^* = 6$ тыс. руб. Каждый абитуриент для 2-го филиала будет давать максимальный прирост прибыли 6 тыс. руб. при $d_2 \in (0, 200]$. Проверим, будет ли максимальный прирост прибыли при $d_2 > 200$. Вычислим значения целевой функции в точках A и D:

$$f_2(A) = f_2(0, 200) = 0 \cdot 7 + 6 \cdot 200 = 1200 \text{ тыс. руб.}$$
$$f_2(D) = f_2(200, 0) = 200 \cdot 7 + 6 \cdot 0 = 1400 \text{ тыс. руб.}$$

Мы видим, при движении прямой BC от точки D к точке A выполняется неравенство $f_2(A) > f_2(D)$, поэтому не возможен прирост максимума предельной эффективности. Прямая по набору пройдет выше трудовых ресурсов. Объединяя предельные эффективности двух филиалов, получим максимальную выручку, которую определим из сводного графика(рис. 4).

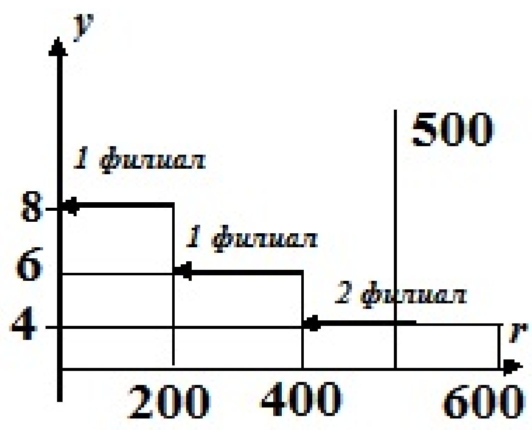

Рис. 4. Сводный график функции предельной эффективности набора для вуза

Из графика следует, что оптимальным управленческим решением для вуза является решение: 200 студентов распределить 1-му филиалу, так как прирост выручки на 1 чел. составляет 8 тыс. руб., далее необходимо 200 чел дать 2-му филиалу, так как прирост выручки с каждого дополнительного чел. составит 6 тыс. руб.; и 100 чел. отдать 2-му филиалу, так как прирост выручки составит 4 тыс. руб. Суммарная выручка будет составлять:

$$F = f_{1\max} + f_{2\max} = 8 \cdot 200 + 6 \cdot 200 + 4 \cdot 100 = 3200 \text{ тыс. руб.}$$

При этом оптимальные программы наборов абитуриентов в 1-м и во 2-м филиалах определяются из задач линейного программирования:

$$\begin{array}{ll} x_{11} + x_{12} \le 300; & 2x_{21} + x_{22} \le 200; \\ x_{11} + 2x_{12} \le 400; & x_{21} + x_{22} \le 200; \\ x_{11} \ge 0, x_{12} \ge 0; & x_{21} \ge 0, x_{22} \ge 0; \\ f_1 = 6x_{11} + 8x_{12} \to \max. & f_2 = 6x_{21} + 8x_{22} \to \max. \end{array}$$

Решение можно получить графическим методом:

$$x_{11}^* = 200, x_{12}^* = 100, x_{21}^* = 0, x_{22}^* = 200.$$

Проверкой убеждаемся, что $F = f_{1\max} + f_{2\max} = 6 \cdot 200 + 8 \cdot 100 + 6 \cdot 200 = 3200$ тыс. руб.

Максимальная прибыль при распределении абитуриентов в 500 чел. возможна в случае, когда 200 чел. поступают на очное и 100 чел. – на заочное обучение в 1-й филиал, а также 200 чел. – на заочное обучение во 2-ой филиал, и составляет 3200 тыс. руб. в месяц.

Заключение

В работе было показано, что эффективность распределения ресурсов предприятия или организации зависит от правильности принятия решения, обусловленного математическим моделированием. Руководство крупной компании или организации с филиалами в других регионах страны должно грамотно расходовать свои ресурсы, увеличивая тем самым прибыль. В настоящей работе управляющий орган головного вуза принял решение о распределении абитуриентов по филиалам, которое принесло им прибыль в размере 3200000 руб.

С учетом того, что некоторый процент от этой суммы отчисляется в головной вуз, оставшихся средств должно хватить филиалам для внутренних программ улучшения качества образования и научной деятельности.

Библиографический список

1. Волгина О.А., Голодная Н.Ю., Одияко Н.Н., Шуман Г.И. Математическое моделирование экономических процессов и систем. М.: КНОРУС, 2011. 200 с.
2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математические методы и модели для магистрантов экономики. Спб.: Питер, 2010. 496 с.
3. Васильев Ю.С., Глухов В.В., Федоров М.П. Экономика и организация управления вузом. Спб.: Питер, 2004. 608 с.
4. Савиных В.Н. Математическое моделирование производственного и финансового менеджмента. М: КНОРУС, 2012. 192 с.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 25.04.2013