8. **Математическая энциклопедия** [Текст]. Т.1 : А - Г / Гл. ред. И. М. Виноградов. – М. : Советская энциклопедия, 1977. – 1152 с.

9. **Люстерник, Л.А.** О разностных аппроксимациях оператора Лапласа [Текст] / Л.А. Люстерник // Успехи мат. наук. – 1954. – Т.9, вып. 2(60). – С. 3– 51.

10. **Форсайт, Дж.** Численное решение систем линейных алгебраических уравнений [Текст] / Дж. Форсайт, К. Молер. – М.: Мир, 1969. – 168 с.

11. **Астіоненко, І. О.** Моделі наближення функцій багатопараметричними поліномами серендипової сім'ї [Текст]: дис.... канд. фіз.-мат. наук : 01.05.02 / Астіоненко І. О.; ДВНЗ «Запоріз. нац. ун-т». – Запоріжжя, 2012. – 250 с. – укр.

Надійшла до редколегії 29.07.2016

УДК 539.3

Р. Р. Лабибов, Ю. А. Черняков

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ НА ПЛОЩАДКЕ ТЕКУЧЕСТИ

Предложен обобщенный вариант теории течения с комбинированным упрочнением для описания пластического деформирования малоуглеродистой стали, на диаграмме одноосного растяжения которой наблюдается площадка текучести в условиях мягкого нагружения и пик-зуб при жестком нагружении. Теория построена на предположении, что резкое падение напряжения на пик-зубе вызывается разупрочнением, связанным с освобождением дислокаций. Продемонстрировано, что такое представление механического поведения приводит к неустойчивому поведению материала и, как следствие, – локализации пластической деформации в форме полос сдвига Людерса–Чернова. Рассмотрен случай одноосного мягкого растяжения с акцентом на том, что пластическое деформирование на площадке текучести связано с продвижением фронта распространения полос Людерса–Чернова. Данный процесс представлен в виде медленной пластической волны, которая разделяет образец на область пластического деформирования, где достигнута деформация Людерса, и область упругого деформирования. Доказано, что этот подход в сочетании с предложенной теорией поведения материала в точке позволяет описать пластическое деформирование на площадке текучести и последующее упрочнение, а также эффект Баушингера на площадке текучести и на участке упрочнения при циклическом нагружении.

Ключевые слова: предел текучести, площадка текучести, полосы Людерса–Чернова, потеря устойчивости, эффект Баушингера.

Запропоновано узагальнений варіант теорії плинності з комбінованим зміцненням для опису пластичного деформування маловуглецевої сталі, на діаграмі одноосьового розтягнення якої виявлено поличку плинності в умовах м'якого навантаження та пік-зуб в умовах жорсткого навантаження. Теорію побудовано на припущенні, що різке зменшення напружень на пік-зубі обумовлене знеміцненням, пов'язаним із вивільненням дислокацій. Продемонстровано, що такий опис механічної поведінки призводить до нестійкого матеріалу і, як наслідок, – локалізації пластичної деформації у формі смуг Людерса–Чернова. Розглянуто випадок одноосьового м'якого розтягнення з акцентом на тому, що процес пластичного деформування на поличці плинності пов'язаний із просуванням по зразку фронту смуг Людерса–Чернова. Цей процес описано у формі повільної хвилі пластичності, що ділить зразок на область пластичного деформування, де досягнуто деформацію Людерса, та область пружного деформування. Доведено,

що даний підхід разом із запропонованою теорією поведінки матеріалу в точці дозволяє описати пластичне деформування на поличці плинності й подальше зміцнення, ефект Баушингера на поличці плинності і в разі зміцнення, а також у випадку циклічного навантаження.

Ключові слова: межа плинності, поличка плинності, смуги Людерса–Чернова, втрата стійкості, ефект Баушингера.

Generalized variant of yielding plasticity theory with combined hardening is proposed for the description of the plastic deformation of low-carbon steel, which stress-strain diagram demonstrates yielding plateau during soft loading and yielding peak during stiff loading. The theory is created using the assumptions that a sudden drop of stresses after the yielding peak is caused by strain-softening connected to the dislocation movement. The assumptions proposed of mechanical behavior of a material leads to an unstable behavior of a specimen followed by the process of localization of plastic deformation in a form of narrow Lüders bands. Soft uniaxial loading is described with an emphasis on a fact that the plastic deformation during yielding means the propagation of a localized Lüders bands along the specimen. This process is presented in a form of slow plasticity wave that separates a specimen into the plastic domain where the Lüders strain is observed and the elastic domain. This method when used along with the proposed theory of a localized material behavior is capable of describing plastic deformation on a yielding plateau and hardening followed as well as Bauschinger effect on a yielding plateau and hardening during cyclic loading.

Key words: yielding limit, yielding plateau, Luders bands, loss of stability, Bauschinger effect.

Введение. В экспериментах [1–3] доказано, что пластическая деформация на площадке текучести развивается за счет распространения полос скольжения Людерса–Чернова по длине образца. В каждый момент времени имеет место течение вдоль одной или нескольких полос, пока вдоль них не будет достигнута пластическая деформация, отвечающая переходу к участку упрочнения. Далее образуется новая полоса на некотором расстоянии от предыдущей и пластическое течение продолжается. В итоге мы приходим к модели идеальной пластичности для образца, но к существенно неоднородной деформации. Результаты упомянутых экспериментов наводят на мысль о необходимости пересмотра классической трактовки идеальной пластичности, в которой совершенно не обращалось внимание на неустойчивость материала, связанной с прерывистой деформацией [4–6]. К настоящему времени приняты две основные модели микроскопического поведения. В первой [4] верхний предел текучести связывают с закреплением дислокаций в «атмосферах», которые формируются вокруг атомов углерода и азота. В данном случае начальный пластический сдвиг требует более высокого напряжения для освобождения дислокации из этих атмосфер. Во второй [5] падение нагрузки связывают с увеличением количества дислокаций. Когда число подвижных дислокаций увеличивается, то напряжение, требуемое для их перемещения, уменьшается.

Одномерная модель [7] размножения дислокаций, связанная с падением нагрузки в начале пластического течения, была обобщена в работе [8] на случай сложного напряженного состояния. Намного позже в публикации [9] использована подобная формулировка для введения начального резкого падения нагрузки. Такое поведение с разупрочнением переходит в стандартное упрочнение при определенной деформации и таким образом создает необходимое падение нагрузки, приводящее к распространению области неустойчивости [10].

Предпринимались попытки описания явления локализованного пластического течения. Работы [11–13] посвящены анализу различных уточнений и дополнений к классическим уравнениям пластического состояния. Среди полученных авторами численных результатов имеются более или менее близкие к экспериментальным данным о пластическом течении. При этом можно указать на сильную

чувствительность результатов к выбранному классу моделей. Применяемые методики неизбежно приводят к «реально» падающему участку диаграммы напряжений-деформаций, что позволяет провести аналогии между поведением при пластической локализации и разупрочнении. Предпринимались попытки рассмотрения градиентных теорий, позволяющих в полной мере описывать все характерные для площадки текучести эффекты. Так, в [14] представлена модификация уравнений состояния, которая позволяет получить пик-зуб заданной амплитуды в зависимости от пространственной конфигурации зерен и их размера.

Целью написания данной работы является моделирование процесса образования развития полос локализации в малоуглеродистой стали.

Континуальная теория пластического течения с комбинированным упрочнением. Для формирования определяющих соотношений воспользуемся теорией пластического течения с комбинированным упрочнением, построенной на следующих положениях:

1. Скорость деформации $\dot{\varepsilon}$ представляется как сумма упругой $\dot{\varepsilon}_e$ и пластической $\dot{\varepsilon}_p$ частей

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_e + \dot{\varepsilon}_p \,. \tag{1}$$

2. Скорость упругой деформации подчиняется закону Гука

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} \equiv \mathbf{C}_e \cdot\cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e \,,\ \mathbf{C}^e = 2G\mathbf{I} + \frac{2G\nu}{1-2\nu}\mathbf{i}\otimes\mathbf{i} \,, \tag{2}$$

где G – упругий модуль сдвига; ν – коэффициент Пуассона; $\mathbf{i}$ и $\mathbf{I}$ – единичные тензоры второго и четвертого порядка, соответственно.

3. Пластическая деформация имеет место при выполнении условия текучести с комбинированным упрочнением

$$f \equiv \sqrt{\frac{1}{2}(\mathbf{s}-\boldsymbol{\alpha})\cdot\cdot(\mathbf{s}-\boldsymbol{\alpha})} - R(\lambda) = 0 \,, \tag{3}$$

где $\boldsymbol{\alpha}$ - девиатор остаточных напряжений, определяющий кинематическое упрочнение; $\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \mathrm{tr}(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{i}/3$ – девиатор тензора напряжений Коши; R – параметр, характеризующий изотропное упрочнение, определяющий текущее сопротивление движению дислокаций.

Из условия текучести следует условие непрерывности

$$\frac{\boldsymbol{\rho}}{2\bar{\rho}}\cdot\cdot(\dot{\mathbf{s}} - \dot{\boldsymbol{\alpha}}) - \dot{R} = 0 \,, \tag{4}$$

где $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ и $\dot{R}$ – скорости изменения соответственно $\boldsymbol{\alpha}$ и R, и обозначено

$$\boldsymbol{\rho} = \mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha} \,, \qquad \bar{\rho} = \sqrt{\tfrac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\cdot\cdot\boldsymbol{\rho}} \,.$$

4.Скорость пластической деформации подчиняется принципу градиентальности

$$\dot{\varepsilon}_p = \dot{\lambda}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}} \,, \tag{5}$$

где $\dot{\lambda}$ – интенсивность скорости пластической деформации сдвига ($\dot{\lambda} = \sqrt{2\dot{\varepsilon}^p \cdot\cdot \dot{\varepsilon}^p}$).

Из (3) найдем

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}} = \frac{\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}}{2\bar{\rho}} = \mathbf{N}, \tag{6}$$

где $\mathbf{N}$ – направляющий девиатор ($\frac{1}{2}\mathbf{N}\cdot\cdot\mathbf{N} = 1$). В таком случае (5) примет вид

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = \dot{\lambda}\mathbf{N}. \tag{7}$$

Скорости изменения параметров изотропного и кинематического упрочнений пропорциональны интенсивности скорости пластической деформации сдвига

$$\dot{d} = E_d(d)\dot{\lambda}, \dot{\boldsymbol{\alpha}} = \mathbf{E}_\alpha(\alpha)\dot{\lambda}, \tag{8}$$

где E_d и $\mathbf{E}_\alpha$ – коэффициенты изотропного и кинематического упрочнений соответственно.

Из условия непрерывности (4) и с учетом принятых выше обозначений вычислим

$$\mathbf{N}\cdot\cdot\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{N}\cdot\cdot\dot{\boldsymbol{\alpha}} - \sqrt{\frac{2}{3}}q \tag{9}$$

Отсюда, с учетом (8), найдем

$$\dot{\lambda} = \frac{\mathbf{N}\cdot\cdot\dot{\boldsymbol{\sigma}}}{E_p}, \tag{10}$$

где

$$E_p = \mathbf{N}\cdot\cdot\mathbf{E}_\alpha + E_R \tag{11}$$

называют пластическим модулем. Таким образом, задача построения определяющих соотношений сводится к заданию функций E_R, $\mathbf{E}_\alpha$, то есть законов развития изотропного и кинематического упрочнений.

На основании (2) закона Гука, с учетом (7) и (10), получим

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathrm{C}_e\cdot\cdot\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{2G}{E_p}\mathrm{NN}\cdot\cdot\dot{\boldsymbol{\sigma}}. \tag{12}$$

Умножая правую и левую часть последнего соотношения на $\mathbf{N}$ и складывая их, находим

$$\mathbf{N}\cdot\cdot\dot{\boldsymbol{\sigma}} = 2G\mathbf{N}\cdot\cdot\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{4G^2}{E_p}\mathbf{N}\cdot\cdot\dot{\boldsymbol{\sigma}},$$

или

$$\mathbf{N}\cdot\cdot\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{2GE_p}{E_p + 2G}\mathbf{N}\cdot\cdot\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}. \tag{13}$$

Подставляя полученное выражение для $\mathbf{N}\cdot\cdot\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ в (12), получаем определяющие соотношения теории течения

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C}\cdot\cdot\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \tag{14}$$

где $\mathbf{C}$ – матрица касательной жесткости

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}^e - \frac{4G^2}{2G + E_p}\mathbf{NN}. \tag{15}$$

Для конкретизации определяющих соотношений необходимо определить универсальные функции и константы материала, входящие в уравнения эволюции (8).

Определение универсальных функций материала. С учетом специфического поведения материала на площадке текучести силу сопротивления движению дислокаций $R(\lambda)$ представим в следующем виде:

$$R(\lambda) = R_1(\lambda) + R_2(\lambda), \tag{16}$$

где $R_1(\lambda)$ – функция разупрочнения, связанная с освобождением дислокаций на площадке текучести; $R_2(\lambda)$ – функция упрочнения, связанная с движением дислокаций, причем $R_1(0) + R_2(0) = \sigma_S$ и σ_S – начальный предел текучести.

Зададим эти функции так:

$$\dot{R}_k = \beta_k(\bar{R}_k - R_k)\dot{\lambda}, \quad R_k(0) = R_{k0}, \tag{17}$$

где $\bar{R}_1, \bar{R}_2, R_{10}, R_{20}, \beta_1, \beta_2$ – константы материала. Пусть во время пластического деформирования достигнуто некоторое значение $(\lambda = \lambda_0)$. В процессе дальнейшего активного деформирования $(\dot{\lambda} > 0)$ решение уравнений (17) приобретет вид

$$R_k = \bar{R}_k - e^{-\beta_k(\lambda - \lambda_0)}(\bar{R}_k - R_{k0}), \quad k = 1, 2. \tag{18}$$

Отсюда следует, что функция сопротивления движению дислокаций является экспоненциальной функцией пластической деформации.

Для описания кинематического упрочнения воспользуемся подходом [15], в котором остаточные напряжения представлены в виде суммы

$$\boldsymbol{\alpha} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\alpha}^{(i)}, \tag{19}$$

а каждое слагаемое связано с пластической деформацией законом [16]:

$$\boldsymbol{\alpha}^{(i)\nabla_e} = \beta_c^{(i)}(\alpha_c^{(i)}\mathbf{D}^p - \boldsymbol{\alpha}^{(i)}\dot{\lambda}), \tag{20}$$

где $\beta_c^{(i)}$ и $\alpha_c^{(i)}$ - параметры материала.

Из (8), (19) и (20) для модуля упрочнения получим

$$\mathrm{E}_\alpha = \sum_{i}^{n} \beta_c^{(i)}(\alpha_c^{(i)}\mathrm{N} - \alpha^{(i)}). \tag{21}$$

В простейшем случае ($n = 1$) приходим к закону Армстронга–Фредерика [16]

$$\mathbf{E}_\alpha = \sum_{i}^{n} \beta_c(\alpha_c\mathbf{N} - \boldsymbol{\alpha}). \tag{22}$$

Различие между диаграммой образца и материала при мягком нагружении. Рассмотрим частный случай одноосного растяжения (сжатия), когда напряжения σ во всех точках образца одинаковы и монотонно возрастают. В этом случае имеем

$$\begin{aligned} &\sigma_{11} = \sigma, \alpha_{11} = \alpha, \varepsilon_{11} = \varepsilon, \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = -\varepsilon/2, \varepsilon_e = \sigma/E, \\ &\alpha_{22} = \alpha_{33} = -\alpha/2, \dot{\lambda} = \dot{\varepsilon}^P/\sqrt{3}, \varepsilon_{11}^P = \varepsilon^P, \varepsilon_{22}^P = \varepsilon_{33}^P = -\varepsilon^P. \end{aligned} \tag{23}$$

Остальные компоненты тензоров $\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\varepsilon}^P,\boldsymbol{\alpha}$ равны нулю. Условие текучести (3) принимает вид

$$f \equiv |\sigma-\alpha| - \overline{R}_{10} + \overline{R}_{20} + R_{10}e^{-\beta_1\lambda} - e^{\beta_2\lambda}\left(\overline{R}_2 - R_{20}\right) = 0,$$
$$\alpha = \frac{1}{2}\left(\pm\overline{\alpha} - \alpha_0\right)\left(1 - \exp\left(\mp\overline{\beta}_C\left(\varepsilon^P - \varepsilon_0^p\right)\right)\right), \tag{24}$$

и диаграмма одноосного растяжения определяется по формулам

$$\sigma = \overline{\alpha}\left(1 - \exp\left(-\beta_\alpha\varepsilon^P\right)\right) - \left(R_{10} + R_{20}\right) + R_{10}e^{-\beta_1\varepsilon^P/\sqrt{3}} - e^{-\beta_2\varepsilon^P/\sqrt{3}}\left(\overline{R}_2 - R_{20}\right) = 0,$$
$$\varepsilon = \varepsilon^P + \sigma/E. \tag{25}$$

Ниже показана зависимость $\sigma - \varepsilon^P$, отвечающая соотношениям (25), построенная в безразмерных координатах R/σ_S для напряжений и λ/ε_L для деформаций (рис. 1). Параметры, при которых построены функции (рис. 1) указаны в таблице.

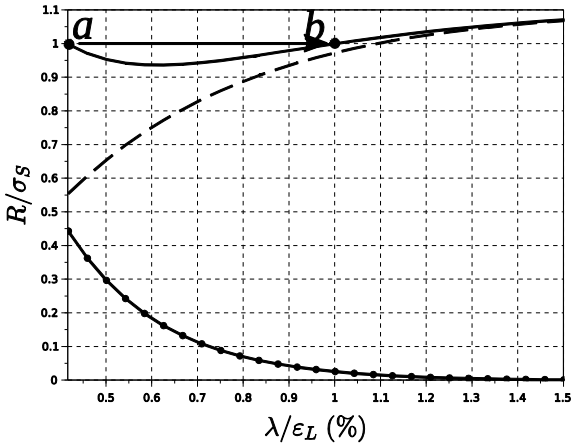

Рис. 1. Профили функций
$R(\lambda)$ **(----),** $R_1(\lambda)$ **(--•--•),** $R_2(\lambda)$ **(-- --)**

Параметры функции $R(\lambda)$

$\beta_1 = 4$	$\beta_2 = 2$
$\overline{R}_1 = 0$	$\overline{R}_2 = 0{,}1$
$R_{10} = 0{,}04$	$R_{20} = 0{,}05$
$\lambda_0 = 0{,}5$	

После достижения верхнего предела текучести (т. a) на участке разупрочнения образуется неустойчивое пластическое деформирование и в результате перескока из точки a в точку b (площадка текучести ab на рис. 1) достигается пластическая деформация Людерса ε_L. Такой переход может осуществляться только в отдельных точках образца. Далее пластическая деформация Людерса ε_L развивается в соседней точке образца, и пластическое течение продолжается. В итоге мы приходим к модели идеальной пластичности для образца в целом, но к

существенно неоднородной деформации вдоль самого образца. Как следствие на диаграмме $P/F-\Delta L/L$ для образца образуется площадка текучести AB (рис. 2). Каждая точка на площадке текучести определяется длиной области пластичности l.

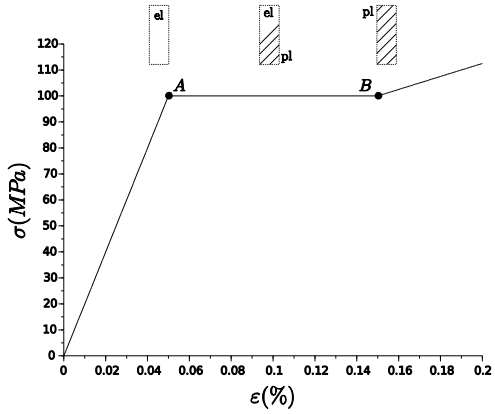

Рис. 2. Диаграмма мягкого нагружения образца

Если обозначить через $\eta = l/L, (0 \le \eta \le 1)$ относительную длину пластической области, то значение $\eta = 0$ будет отвечать упругому состоянию образца, $\eta = 1$ означает достижение во всех точках образца деформации ε_L. Значение деформации при текучести определяется как $\Delta L/L = P/(FE) + \eta\varepsilon_L$. После достижения участка упрочнения диаграммы материала и образца будут совпадать. Рассмотрим теперь знакопеременное нагружение образца. Для описания пластической деформации образца при таком нагружении необходимо определить значение параметра η при котором начинается разгрузка. При нагружении обратного знака справедливы формулы (24) и пластическое деформирование обратного знака начинается при напряжениях меньших, чем при прямом нагружении, – проявляется эффект Баушингера. При достижении верхнего предела текучести продолжается рост параметра η и пластическое течение в точке до достижения деформации Людерса обратного знака. Состояние упрочнения в образце достигается, когда текущее значение параметра η становится равным единице (рис. 3).

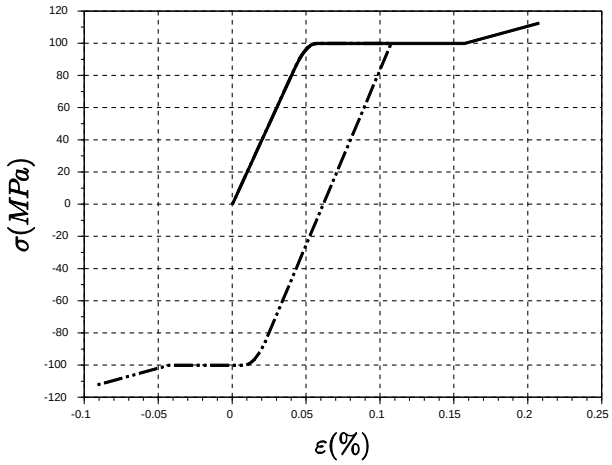

Рис. 3. Знакопеременное нагружение

Подобная картина наблюдается и при циклическом нагружении (рис. 4, 5). В этих случаях площадка текучести развивается до выполнения условия

$$\sum \Delta\eta < 1. \tag{26}$$

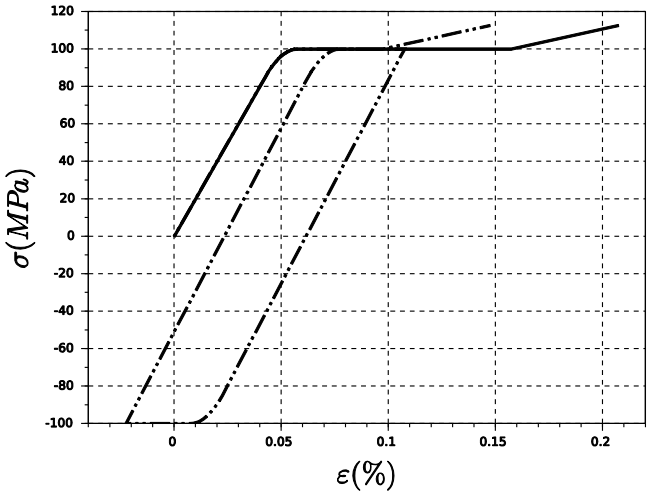

Рис. 4. Циклическое нагружение

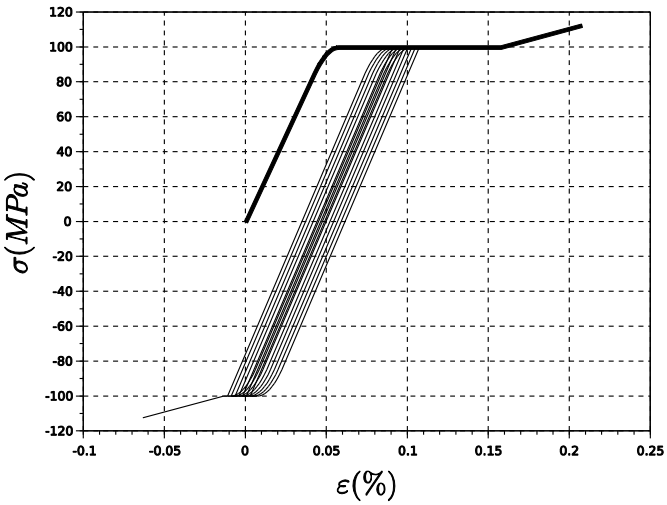

Рис. 5. Циклическое нагружение с множеством циклов

Выводы. Предложен обобщенный вариант теории течения с комбинированным упрочнением для описания пластического деформирования малоуглеродистой стали, на диаграмме одноосного растяжения которой наблюдается площадка текучести в условиях мягкого нагружения и пик-зуб при жестком нагружении. Теория построена на основе предположения, что резкое падение напряжения на пик-зубе вызывается разупрочнением, связанным с освобождением дислокаций.

Рассмотрен случай знакопеременного и циклического одноосного растяжения-сжатия с акцентом на том, что пластическое деформирование на площадке

текучести связано с продвижением фронта распространения полос Людерса–Чернова (медленной пластической волны), разделяющим образец на область пластического деформирования, в которой достигнута деформация Людерса, и область упругого деформирования.

Предложенный подход позволяет описать площадку текучести и последующее упрочнение, а также влияние эффекта Баушингера на площадке текучести и на участке упрочнения при циклическом нагружении.

Библиографические ссылки

1. **Shaw, J.A.** Thermomechanical aspects of NiTi [Text] / J.A. Shaw, S. Kyriakides // Mechanics and Physics of Solids. – 1995. – Vol.43. – P. 1243 – 1281.
2. **Shaw, J.A.** Initiation and propagation of localized deformation in elasto-plastic strips under uniaxial tension [Text] / J.A. Shaw, S. Kyriakides // International J. of Plasticity. – 1998. – Vol.13. – P. 837 – 871.
3. **Kyriakides, S.** On the propagation of Luders bands in steel strips [Text] / S. Kyriakides, J.E. Miller // J. of Applied Mechanics. – 2000. – Vol.67. – P. 645 –654.
4. **Cottrell, A.H.** Dislocation Theory of Yielding and Strain Ageing of Iron [Text]/ A.H. Cottrell, B.A. Bilby // Proceedings of the Physical Society. Section A. – 1949. – Vol.62, №1. – P. 49.
5. **Johnston, W.G.** Dislocation Velocities, Dislocation Densities, and Plastic Flow in Lithium Fluoride Crystals Johnston [Text] / W.G. Johnston, J.J. Gilman // J. of Applied Physics. – 1959. – Vol.30. – P. 129 – 144.
6. **Hall, E.O.** Yield point phenomena in metals and alloys [Text] / E.O. Hall // Plenum Press. –New-York.– 1970.– 296 p.
7. **Hahn, G.** A model for yielding with special reference to the yield-point phenomena of iron and related bcc metals [Text]/ G. Hahn // Acta Metallurgica. – 1962. – Vol.10. – P. 727 – 738.
8. **Shioya, T.** Elastic-plastic analysis of the yield process in mild steel [Text]/ T. Shioya, J. Shioiri // J. of the Mechanics and Physics of Solids. – 1976. – Vol.24. – P. 187 – 204.
9. **Yoshida, F.** A plasticity model describing yield-point phenomena of steels and its application to FE simulation of temper rolling [Text]/ F. Yoshida, Y. Kaneda, S. Yamamoto // International J. of Plasticity. – 2008. – Vol.24. – P. 1792 – 1818.
10. **Kyriakides, S.** Efficiency Limits for Slip-on Type Buckle Arrestors for Offshore Pipelines [Text]/ S. Kyriakides // J. of Engineering Mechanics. – 2002. – Vol.128. –P. 102 – 111.
11. **Needleman, A.** Limits to ductility set by plastic flow localization [Text]/ A. Needleman, J.R. Rice // Mechanics of Sheet Metal Forming. –1978. – P. 237–267.
12. **Needleman, A.** Analyses of plastic flow localization in metals [Text]/ A. Needleman, V. Tvergaard // Appl. Mech. Rev. – 1992. – Vol.45. – P. 3 – 18.
13. **Zuev, L.B.** On the waves of plastic flow localization in pure metals and alloys [Text]/ L.B. Zuev // Annalen der Physik. – 2007. – Vol.16. – P. 286–310.
14. **Dowling, N.E.** Fatigue Failure Predictions for Complicated Stress-Strain Histories. [Text]/ N.E. Dowling // J. Materials – 1972. – Vol.7 (1). – P. 71–87.
15. **Chaboche, J.-L.** Continuous damage mechanics – A tool to describe phenomena before crack initiation [Text]/ J.-L. Chaboche // Nuclear Engineering and Design. – 1981. – Vol.64. – P. 233 – 247.
16. **Frederick, C.O.** A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect [Text]/ C.O. Frederick, P.J. Armstrong // Materials at High Temperatures. – 2007. – Vol. 24, №1. – P. 1–26.
17. **Labibov, R.R.** Modeling of slow plasticity waves [Text]/ R.R. Labibov, Yu.A. Chernyakov // Proceedings of the 5th International Conference on Nonlinear Dynamics, ND-KhPI2016, 27-30 September 2016. – Kharkiv, Ukraine. – 2016. – P. 337–341.

Надійшла до редколегії 28.09.2016