

УДК 532.517

А.А. Кочубей, Е.В. Кравець

Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЦИРКУЛЯЦИОННОГО ТЕЧЕНИЯ В КВАДРАТНОЙ И ПРЯМОУГОЛЬНОЙ КАВЕРНАХ ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

Выполнен расчет течения вязкой несжимаемой жидкости в каверне с подвижной верхней крышкой, а также в каверне со свободной поверхностью с помощью метода конечных элементов при числах Рейнольдса  $0 \div 500$ . Приведены математические модели в безразмерных переменных «скорость-давление» течений в кавернах с наличием и отсутствием подвижной крышки. Указаны преимущества и недостатки математических формулировок задачи для рассматриваемых случаев. Исследовано влияние геометрии каверны с отношением глубины к ширине 0.5; 1.0; 2.0 на систему вихреобразования в ней. Приведены профили продольной и поперечной компонент скорости в центральных сечениях квадратной каверны с подвижной крышкой, а также картины линий тока, изолиний двух компонент скорости и изобар для каверн с наличием и отсутствием подвижной крышки. Проведен детальный сравнительный анализ течения в кавернах с наличием и отсутствием подвижной крышки. Выявлено влияние наличия/отсутствия подвижной крышки на распределение полей скорости, давления, а также на закономерность образования основного вихря и системы вторичных вихрей в кавернах. Выполнено сравнение полученных результатов с численными исследованиями других авторов.

**Ключевые слова:** несжимаемое течение вязкой жидкости, метод конечных элементов, ламинарное течение в каверне с подвижной стенкой и в каверне со свободной поверхностью, система вихреобразования в прямоугольной каверне при малых числах Рейнольдса.

Виконано розрахунок течії в'язкої нестисливої рідини в каверні з рухомою верхньою кришкою, а також в каверні з вільною поверхнею за допомогою методу скінченних елементів при числах Рейнольдса  $0 \div 500$ . Наведено математичні моделі в безрозмірних змінних „швидкість-тиск“ течії в кавернах за наявності та відсутності рухомої кришки. Вказано на переваги та недоліки математичних формулувань задачі для досліджуваних варіантів. Досліджено вплив геометрії каверни зі співвідношенням глибини до ширини 0.5; 1.0; 2.0 на систему вихороутворення в ній. Наведено профілі подовжньої та поперечної складових швидкості в центральних перетинах квадратної каверни з рухомою кришкою, а також картини ліній течії, ізоліній двох компонент швидкості та ізобар для каверн за наявності та відсутності рухомої кришки. Проведено ретельний порівняльний аналіз течії в кавернах за наявності та відсутності рухомої кришки. Виявлено вплив наявності/відсутності рухомої кришки на розподіл полів швидкості, тиску, а також на закономірність утворення основного вихору та системи вторинних вихорів у кавернах. Виконано порівняння отриманих результатів з числовими дослідженнями інших авторів.

**Ключові слова:** нестислива течія в'язкої рідини, метод скінченних елементів, ламінарна течія в каверні з рухомою кришкою та в каверні з вільною поверхнею, система вихороутворення у прямокутній каверні за малих чисел Рейнольдса.

The calculations of viscous incompressible flows in the cavity with a movable top side and also in the cavity with free surface by finite elements method at 0-500 numbers of Reynolds are executed. The mathematical models in dimensionless variables ‘velocity-pressure’ of the flows in the cavities with and without a movable top side are brought. The advantage and disadvantage of mathematical formulations of problem for the considering cases are specified. The influence of cavity geometry with attitude of depth to width ratio 0.5; 1.0; 2.0 to the system of vortex formation is been investigated. The profiles of speed longitudinal and transversal components in the central sections of square cavity with a movable side and also map of stream-lines, isolines of two speed components and isobars for cavities with presence and absence of movable side are brought. The detailed comparative analysis of the flow in the cavities with and without a movable top side is carried out. The effect of a movable top side presents/absence on distribution of the velocity, pressure fields, and also on conformity to law of

formation main and secondary vortex systems in cavities are found. The comparing of the results received with numerical researches of other authors is executed.

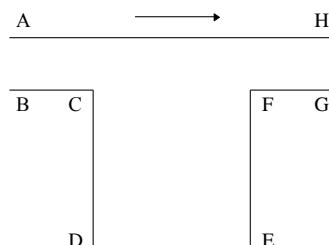
**Key words:** incompressible flow of viscous liquid, finite elements method, laminar flow in the cavity with a movable top side also in the cavity with free surface, system of vortex formation in the rectangular cavity at small numbers of Reynolds.

**Введение.** Задача о течении в каверне давно стала эталоном оценки качества численных моделей решения уравнений Навье – Стокса [1–2; 4–7; 10; 12–14]. Несмотря на простую геометрию, течение в каверне из-за возникающих вихревых структур оказывается чрезвычайно сложным. Как показали многочисленные исследования, попытка отдать предпочтение какому-то одному методу (численному, аналитическому или экспериментальному) не приводит к успешному решению поставленной задачи. Эти направления дополняют друг друга и взаимодействуют.

При исследовании течения в двумерных кавернах лидируют численные методы – за счет простой формы расчетной области возможность варьирования метода расчета, в целом, и отдельных параметров счета, в частности, дает возможность наблюдать некоторые тонкие характеристики течения, чего, к сожалению, не позволяют сделать современные методы экспериментальных исследований.

В трехмерных кавернах наблюдается обратная ситуация. С увеличением размерности пространства резко возрастает объем вычислений, вызванный увеличением числа узлов расчетной сетки. Несмотря на быстродействие современных ЭВМ, время счета таких задач достигает нескольких сотен часов реального времени.

Течение в каверне может быть вызвано движением одной из ее стенок (каверна с подвижной крышкой), а также действием напряжения сдвига внешнего течения (каверна со свободной поверхностью) (рис. 1). Случай течения первого типа является наиболее простым, однако он не отражает физическую сторону процесса. При этом предполагается, что линия тока, соединяющая верхние края каверны, является прямолинейной. Это приводит к потере взаимного влияния друг на друга внешнего потока и внутреннего течения.



**Рис. 1 Геометрия расчетной области в задаче  
о каверне со свободной поверхностью**

Отмечено также [6; 12–13], что недостатком математической формулировки задачи о циркуляционном течении в каверне с подвижной верхней стенкой является наличие разрывов скорости в угловых точках  $x = 0, y = 1$  и  $x = 1, y = 1$ ; реальной физической задаче более соответствовало бы обтекание выемки внешним потоком с заданной скоростью при  $y \rightarrow \infty$ , что требует существенного увеличения числа узлов сетки.

Для каверни со свободной поверхностью задача осложняется наличием свободных границ и связанным с этим выбором размеров расчетной области, а также постановкой граничных условий.

Детальный обзор моделей течения в квадратной каверне до 1976 года можно найти в [3].

Обзоры и сравнительный анализ численных и аналитических исследований течений в двумерных кавернах, а также численных и экспериментальных результатов для трехмерных каверн приведены соответственно в [9] и [8].

**Постановка задачи.** Математическое моделирование течения основано на численном решении двумерных уравнений Навье – Стокса для несжимаемой вязкой жидкости в естественных переменных «скорость–давление».

В безразмерной форме система уравнений имеет вид [10]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial(U^2)}{\partial X} + \frac{\partial(UV)}{\partial Y} = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{\partial P}{\partial X}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial(V^2)}{\partial Y} = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{\partial P}{\partial Y}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0. \quad (3)$$

Здесь  $t = \frac{\bar{u}\tau}{H}$  – безразмерное время (параметр задачи);  $\bar{u}$  – скорость движения верхней стенки;  $\tau$  – время;  $H$  – характерный размер (глубина каверны);  $X = \frac{x}{H}$  и  $Y = \frac{y}{H}$  – безразмерные координаты;  $U = \frac{u}{\bar{u}}$  и  $V = \frac{v}{\bar{u}}$  – безразмерные компоненты скорости;  $Re = \frac{\bar{u}H}{\nu}$  – число Рейнольдса;  $P = \frac{P - p_0}{\rho \bar{u}^2}$  – коэффициент давления;  $p_0$  – статическое давление;  $\nu, \rho$  – кинематический коэффициент вязкости и плотность жидкости соответственно.

Начальное условие:

$$U = V = P = 0 \bullet \partial \bullet t = 0. \quad (4)$$

Границочное условие для давления  $P$ :

$$m\left(\frac{1}{2}; 0\right) = \text{Const} = 0. \quad (5)$$

Для скорости  $V$  на границах задаются условия прилипания и непротекания.

*Течение жидкости в каверне с подвижной верхней крышкой.*

Расчетная область имеет вид  $\{0 \leq X \leq 1; 0 \leq Y \leq 1; t > 0\}$ .

Границочные условия для компонент вектора скорости [10]:

$$U = V = 0 \text{ при } \tilde{O} = 0, X = 1 (0 \leq Y \leq 1), Y = 0 (0 \leq X \leq 1); \quad (6)$$

$$U = 1, V = 0 \text{ при } Y = 1 (0 < X < 1); \quad (7)$$

*Течение жидкости в каверне со свободной поверхностью.*

Расчетная область для квадратной каверны показана на рис. 1.

Границевые условия для компонент вектора скорости [14]:

$$U = V = 0 \text{ на границах } BC, CD, DE, EF \text{ и } FG; \quad (8)$$

$$U = (1 - e^{-2t})Y, V = 0 \text{ на границах } AB \text{ и } GH; \quad (9)$$

$$U = (1 - e^{-2t}), V = 0 \text{ на границе } AH. \quad (10)$$

**Полученные результаты.** Методом конечных элементов [10] получены картины течения в кавернах с отношением глубины к ширине  $\Lambda = H/L = 0.5; 1.0; 2.0$  двух типов: с подвижной верхней крышкой (рис. 2, *a,b*; рис. 3–6, *a–u*) и со свободной поверхностью (рис. 1 – схема; рис. 3–6, *k–m*).

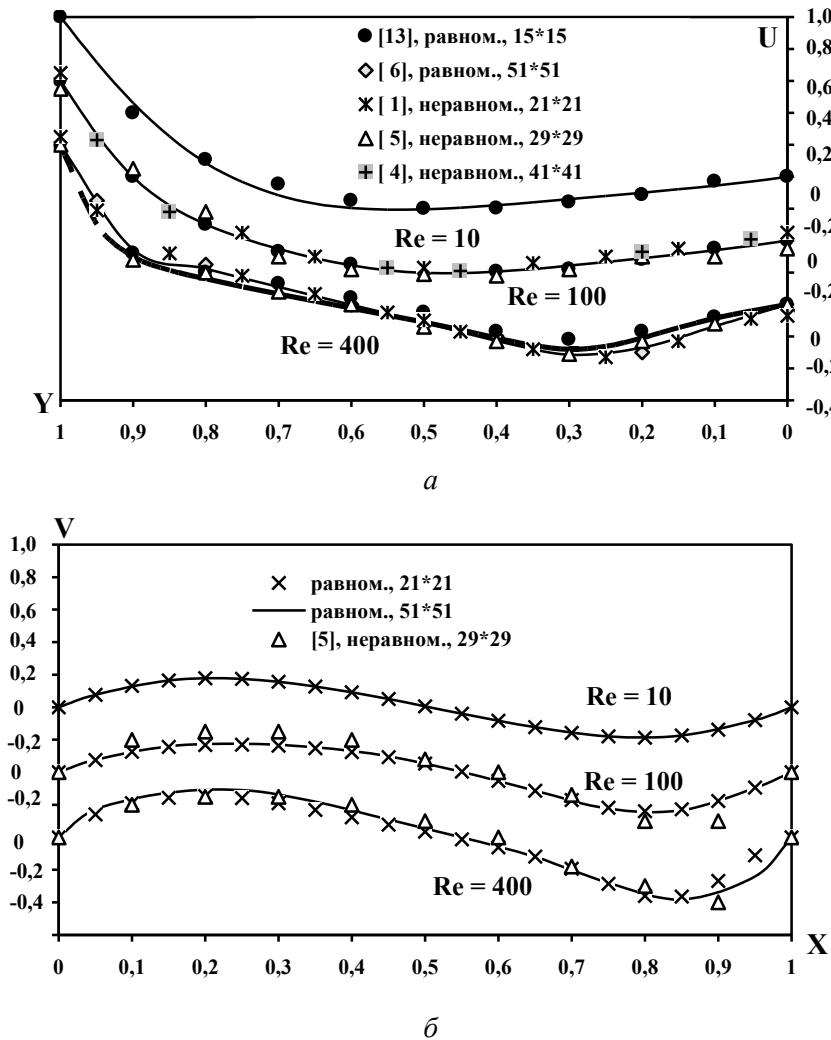


Рис. 2. Составляющие  $U$  и  $V$  вектора скорости в центральном сечении каверны с подвижной верхней крышкой: *a* –  $U = U(Y)$ ; *b* –  $V = V(X)$

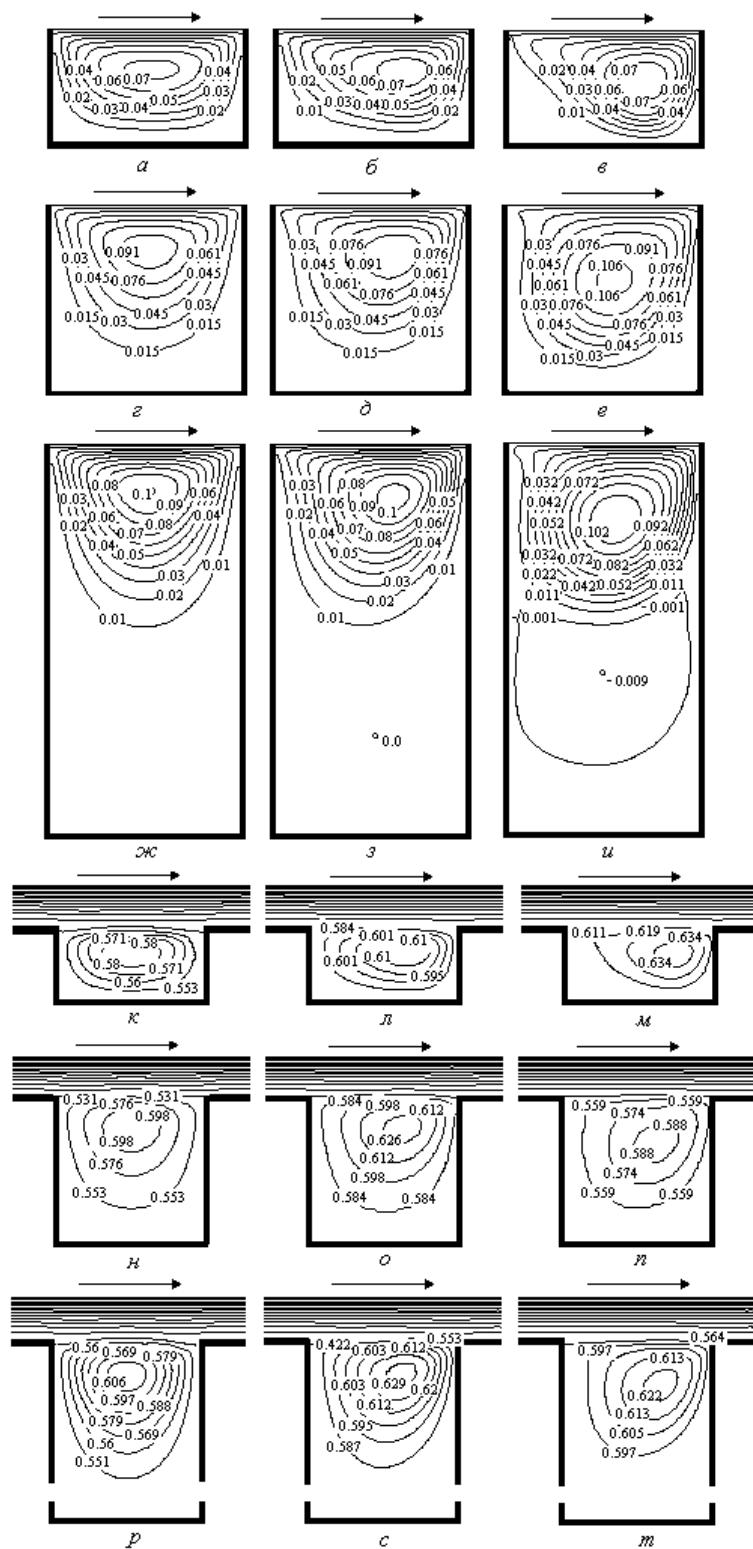


Рис. 3. Линии тока в каверне:  $a - u$  – с подвижной верхней крышкой;  
 $k - m$  – со свободной поверхностью

Понятие свободной (контактной) поверхности можно найти в [11]. Первое условие, определяющее свободную поверхность, заключается в неперетекании жидкости из одной части области в другую через свободную поверхность, что выполняется автоматически при удовлетворении граничному условию  $V = 0$  на движущейся твердой стенке, моделирующей свободную поверхность.

Второе условие состоит в равенстве давлений по обе стороны от свободной поверхности. Для проверки выполнения этого условия в задаче о каверне со свободной поверхностью была взята расчетная область с шириной канала, равной 2. Максимальный градиент давлений по обе стороны от оси канала был получен при  $Re = 0$  (без учета инерционных слагаемых) и составил 5% от наибольшей величины  $P$ , что можно расценивать как погрешность вычислений. Таким образом, выполняется и второе условие, следовательно, использование понятия «свободная поверхность» в данном случае правомерно.

В целях сравнения полученных решений с имеющимися результатами других авторов были выбраны следующие режимы течения: каверна с подвижной крышкой была посчитана при  $Re = 10, 100, 400$ ; каверна со свободной поверхностью – при  $Re = 0, 100, 500$ .

**Сравнительный анализ течений в кавернах.** На рис. 2, а сравниваются результаты расчета профиля  $U$  на вертикальной оси симметрии квадратной каверны с подвижной крышкой, полученные с использованием равномерной конечно-элементной сетки размером  $51 \times 51$  (сплошная линия) и размером  $21 \times 21$  (пунктир) с подходящими группами результатов. Для  $Re = 10$  и  $100$  пунктирная линия не показана, так как она полностью совпадает со сплошной линией. Рис. 2, а, так же, как и рис. 2, б, выполнены с использованием совмещенной оси ординат. Она имеет три отдельные шкалы, имеющие начало координат для трех групп кривых.

Как видно из рис. 2, а, при малых числах Рейнольдса ( $Re = 10, 100$ ) результаты с достаточной степенью точности можно получить и на равномерных сетках с относительно крупными ячейками [13]. При  $Re = 400$  заметно расхождение решений, обусловленное возникновением пограничного слоя вблизи стенок каверны. Показано [3], что решение, полученное на сетке  $51 \times 51$  равномерно распределенных узлов, такое же, как и для сетки  $13 \times 13$  неравномерно распределенных узлов, что согласуется с результатами, приведенными на рисунке.

Сравнение профиля скорости  $V$ , посчитанное на равномерной сетке с различным числом узлов ( $21 \times 21$  и  $51 \times 51$ ) в центральном горизонтальном сечении квадратной каверны с подвижной крышкой, с данными работы [5], показано на рис. 2, б.

Таким образом, получено удовлетворительное согласие результатов настоящей работы с данными других авторов.

На рис. 3–6 показаны линии тока, изолинии компонент  $U$  и  $V$  вектора скорости и изобары соответственно. Рисунки построены по единому принципу: первая группа ( $a-u$ ) показывает распределение изолиний в каверне с подвижной крышкой, вторая группа ( $k-m$ ) – в каверне со свободной поверхностью. Три рисунка в каждой горизонтали показывают картину течения при изменении числа Рейнольдса в каверне с постоянным числом  $A$ ; рис. 3–6, а, г, ж соответствуют  $Re = 10$ , рис. 3–6, б, д, з –  $Re = 100$ , рис. 3–6, в, е, и –  $Re = 400$  в задаче о каверне с подвижной

крышкой; во второй группе рис. 3–6, *k*, *u*, *p* соответствуют  $Re = 0$ , рис. 3–6, *l*, *o*, *c* –  $Re = 100$ , рис. 3–6, *m*, *n*, *t* –  $Re = 500$ .

По вертикали (сверху вниз) каждого рисунка приведено течение в мелкой, квадратной и глубокой кавернах, что соответствует следующим значениям числа  $\Lambda = 0.5, 1.0, 2.0$ .

Для глубокой каверны со свободной поверхностью (рис. 3 *p–m*) интенсивность вторичного вихря вблизи дна мала по сравнению с основным вихрем в центре полости, в связи с чем изолинии изучаемых параметров ( $\psi$ ,  $U$ ,  $V$  и  $P$ ) не прорабатываются в этой области. По этой причине изображение глубокой каверны разорвано в нижней части на всех рисунках.

На некоторых рисунках (например, рис. 3 и 4) в результате сгущения изолиний получен черный фон, указывающий на большие градиенты исследуемых величин в этих областях.

На рис. 3, где изображено распределение линий тока, стрелкой указано направление движения крышки и свободной поверхности. Анализ фрагментов рисунка показывает, что при малых числах Рейнольдса ( $Re = 0 \div 10$ ) течение в каверне носит симметричный характер относительно вертикальной оси.

В мелкой каверне в движение вовлечена почти вся жидкость, заполняющая полость. В квадратной каверне вблизи дна имеется узкая область с малой интенсивностью течения. Наконец, вихревое движение в глубокой каверне занимает лишь верхнюю часть, в остальной области жидкость покоятся.

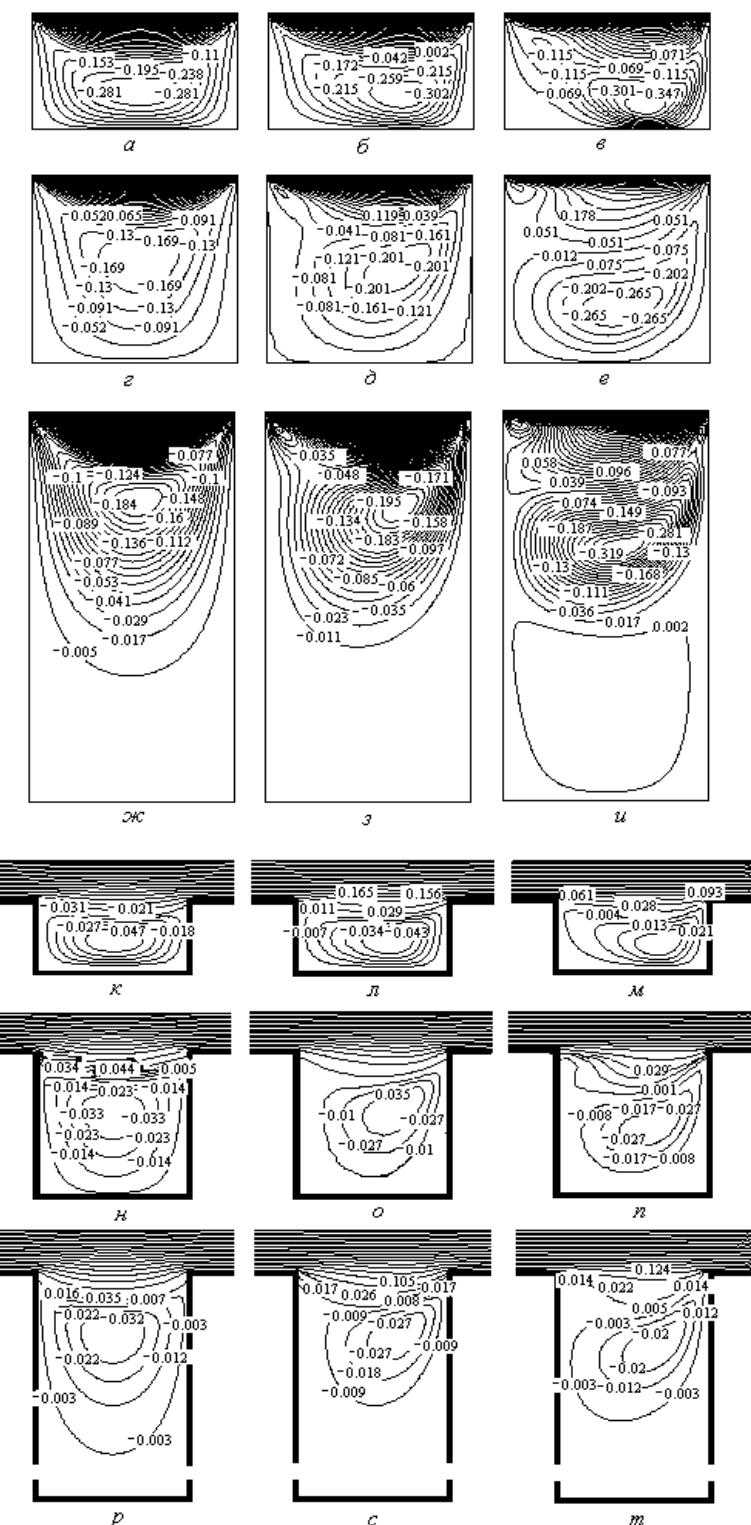
С увеличением числа Рейнольдса до 100 наблюдается смещение ядра основного вихря вправо по направлению движения крышки или свободной поверхности. С увеличением числа Рейнольдса ( $Re = 400 \div 500$ ) основной вихрь еще сильнее смещается вправо и опускается вниз, что согласуется с результатами работы [12].

В глубокой каверне с крышкой замечено появление вторичного вихря в нижней части полости. В каверне со свободной поверхностью вторичного вихря не обнаружено, что обусловлено, по-видимому, недостаточно подробной сеткой.

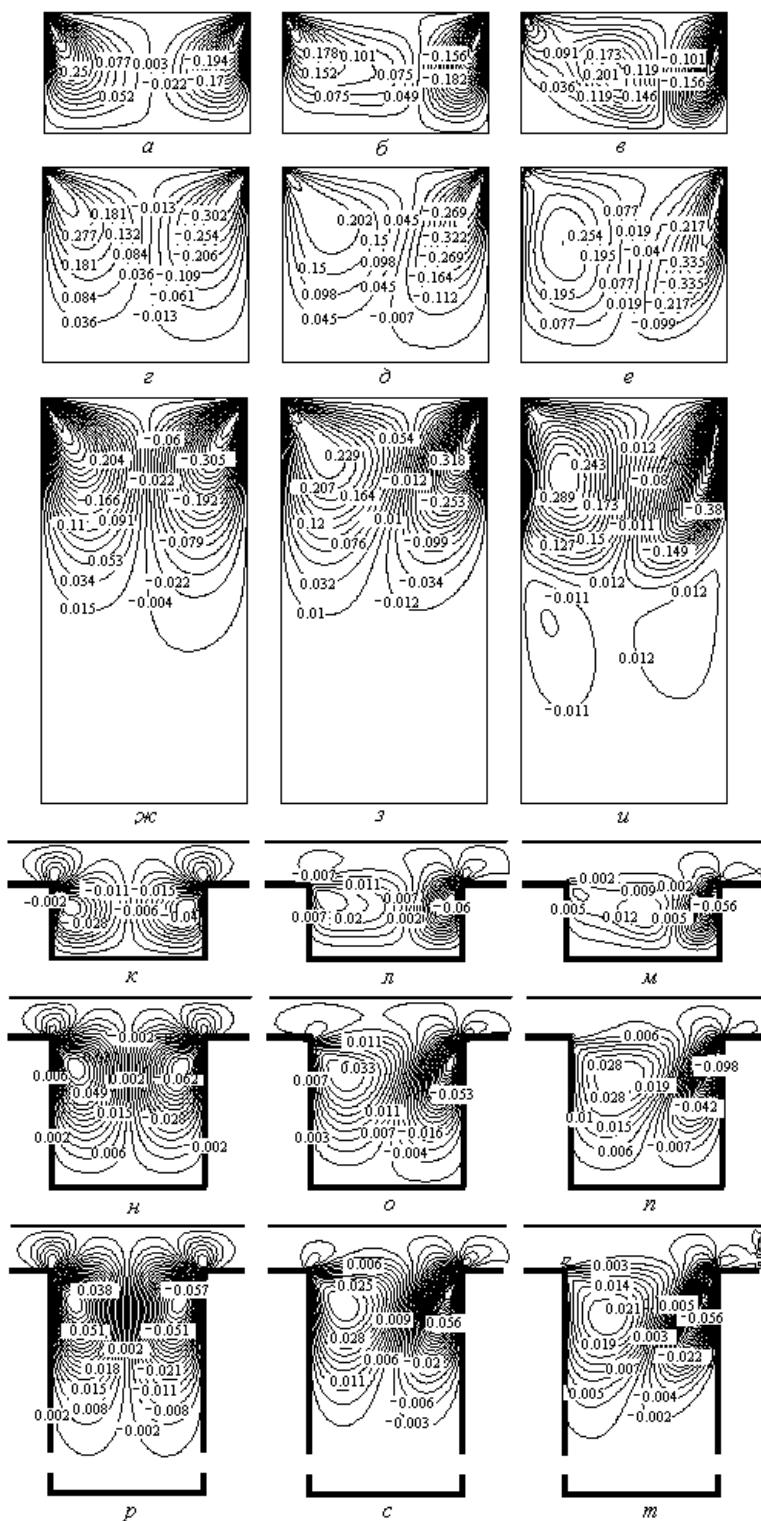
Обнаружено, что в каверне со свободной поверхностью при малых значениях числа Рейнольдса ( $Re = 0$ ) линия, разделяющая общий поток на течение в полости и в канале, является криволинейной с выпуклостью вверх (в сторону свободной поверхности). С увеличением числа Рейнольдса криволинейная линия вырождается в прямую, что, возможно, объясняется значительным преобладанием интенсивности течения в канале по сравнению с интенсивностью циркуляции в самой полости.

Замечено также, что интенсивность циркуляционного движения в ядре основного вихря, определяемая по максимальной величине функции тока  $\psi_{\max}$ , в каверне со свободной поверхностью в 6 раз выше, чем аналогичное значение  $\psi_{\max}$  в каверне с крышкой соответствующей геометрии.

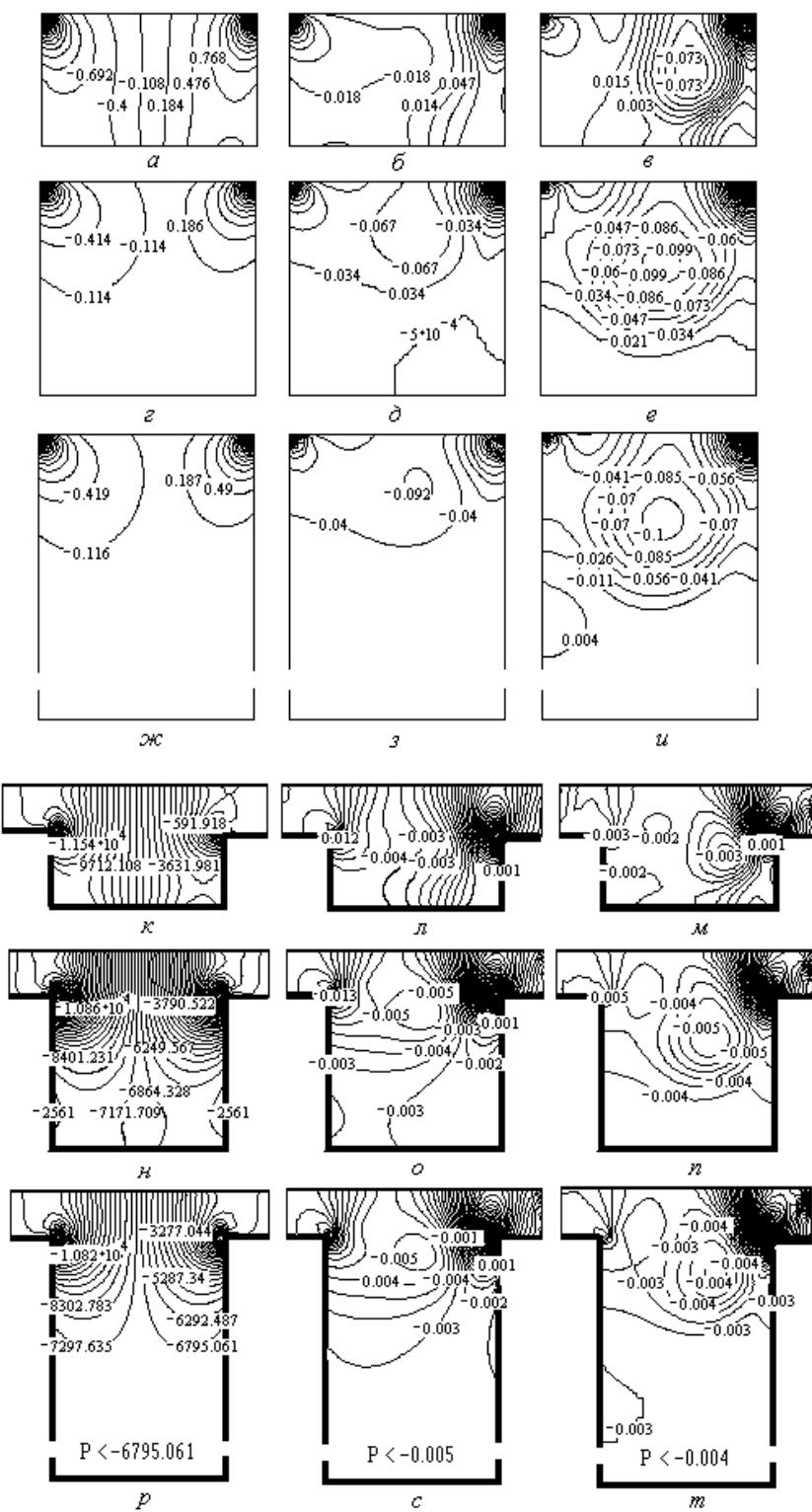
На рис. 4 показаны изолинии компоненты  $U$  вектора скорости. Здесь, как и на предыдущем рисунке, сохраняется симметричность картины течения при значениях числа Рейнольдса, близких к нулю. С ростом числа Рейнольдса ( $Re = 100$ ) в левом верхнем углу каверны с крышкой (рис. 4, *b*, *d*, *z*) заметно зарождение вторичного вихря, который при  $Re = 400$  стремится оторваться от твердой поверхности.



**Рис. 4. Изолинии компоненты скорости  $U$  в каверне:**  
 $a - u - c$  подвижной верхней крышкой;  $\kappa - m$  со свободной поверхностью



**Рис. 5. Изолинии компоненты скорости  $V$  в каверне:**  
 $a - u - c$  подвижной верхней крышкой;  $k - m$  со свободной поверхностью



**Рис. 6. Изобары в каверне:** *a – u* – с подвижной верхней крышкой;  
*k – m* – со свободной поверхностью

В глубокой каверне с крышкой (рис. 4, *и*), кроме того, обнаружен третий вихрь значительно меньшей интенсивности вращения по сравнению с первыми двумя.

Черный фон в окрестности крышки, наиболее заметно образующийся в глубокой каверне, обусловлен сильным сгущением изолиний, что, в свою очередь, объясняется большим градиентом величины  $U$  в указанной области. Тенденция смещения вправо и вниз ядра основного вихря сохраняется.

Картину расположения изолиний компоненты  $V$  вектора скорости демонстрирует рис. 5. В каверне с крышкой (рис. 5, *а-и*) четко наблюдается рост двух основных вихрей из верхних углов расчетной области, имеющих противоположное направление вращения, которое определяется по знаку компоненты  $V$  (положительному направлению соответствует вращение по часовой стрелке). С ростом числа Рейнольдса левый вихрь, сносимый течением вправо по потоку, прижимает к правой стенке второй вихрь. В глубокой каверне при  $Re = 400$  (рис. 5, *и*) заметно появление еще двух разнонаправленных вторичных вихрей примерно одинаковой интенсивности. В каверне со свободной поверхностью (рис. 5, *к-м*), кроме двух основных вихрей, замечено два вторичных, расположенных в канале над полостью.

На рис. 6 показаны изобары течения. Как в каверне с крышкой (рис. 6, *а-и*), так и в каверне со свободной поверхностью (рис. 6, *к-м*) при малых значениях числа Рейнольдса заметны зачерненные области около левого и правого верхних углов области, соответствующие большим градиентам отрицательных и положительных значений давления. С увеличением числа Рейнольдса давление в левом углу увеличивается, до порядка  $10^{-1}$ , т. е. становится равным по величине с давлением в остальной области и перестает быть зачерненной областью; в правом углу зачерненная область увеличивается. При  $Re = 400$  в центре каверны образуется вихрь, соответствующий давлению разрежения.

**Выводы.** Анализ результатов исследования показывает, что на интенсификацию вихревого движения в каверне (особенно, в ее верхней области), кроме тривиального увеличения числа Рейнольдса набегающего потока, влияют следующие рассмотренные факторы: увеличение отношения глубины каверны к ее ширине, а также наличие канала над каверной, т. е. замена каверны с подвижной стенкой (в постановке задачи) на каверну со свободной поверхностью.

### Библиографические ссылки

1. Белов, И.А. Циркуляционное движение жидкости в прямоугольной каверне при средних и высоких числах Рейнольдса [Текст]// И.А. Белов, С.А. Исаев // Журн. прикл. механики и техн. физики. – 1982. – № 1. – С. 41–45.
2. Беляев, Н.М. Численные методы конвективного теплообмена [Текст]: учеб. пособие /Н.М. Беляев, А.А. Приходько. – Д.: ДГУ, 1983. – 104 с.
3. Горин, А.В. Обзор моделей расчета течения несжимаемой жидкости в квадратной каверне [Текст]/А.В. Горин // Градиентные и отрывные течения. – Новосибирск, 1976. – С. 85-116.
4. Гуров, Д.Б. Об одном способе построения алгоритма расчета течений вязкой несжимаемой жидкости [Текст]/Д.Б. Гуров, Т.Г. Елизарова // Журн. вычисл. математики и мат. физики. – 1990. – Т. 30. – № 11. – С. 1719–1727.
5. Гхиа, К.Н. Решение уравнений Навье – Стокса с учетом несжимаемости в обычных переменных [Текст]/ К.Н. Гхиа, В.Л. Хэнки, Дж.К. Ходж // Ракетная техника и космонавтика. – 1979. – Т. 17. – № 3. – С. 89–92.

6. **Копченов, В.И.** К использованию существенно неравномерных сеток при численном решении уравнений [Текст]/В.И. Копченов, А.Н. Крайко, М.П. Левин // Журн. вычисл. математики и мат. физики. – 1982. – Т. 22. – № 6. – С. 1457–1467.
7. **Копченов, В.И.** Неявная итерационная схема для расчета течений вязкой несжимаемой жидкости [Текст]/В.И. Копченов, Д.А. Никифоров // Там же. – 1994. – Т. 34. – № 8–9. – С. 1335–1343.
8. **Кравец, Е.В.** Анализ экспериментальных и численных исследований вихревых течений в трехмерных кавернах [Текст]/Е.В. Кравец, А.А. Кочубей // Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Серія Механіка. – 2013. – Т. 21. – № 5. – Вип. 17. – С. 51–63.
9. **Кравец, Е.В.** Сравнительный анализ численных и аналитических исследований циркуляционных двумерных течений в кавернах [Текст]/Е.В. Кравец, А.А. Кочубей // Техн. механика. – 2012. – № 1. – С. 38–55.
10. **Кочубей, А.А.** Численное моделирование процессов конвективного переноса на основе метода конечных элементов [Текст] /А.А. Кочубей, А.А. Рядно. – Д.: Изд-во ДГУ, 1991. – 228 с.
11. **Курант, Г.** Сверхзвуковое течение и ударные волны [Текст] /Г. Курант, К. Фридрихс; перевод с англ. А.С. Компанейца. – М.: Изд-во иностр. лит., 1950. – 426 с.
12. **Пасконов, В.М.** Численное моделирование процессов тепло- и массообмена /В.М. Пасконов, В.И. Полежаев, Л.А. Чудов. – М.: Наука, 1984. – 288 с.
13. **Полежаев, В.И.** Метод конечных элементов в задачах гидромеханики, тепло- и массообмена [Текст] /В.И. Полежаев, А.И. Федосеев. – М., 1980. – Препринт/ АН СССР. Ин-т проблем механики; № 160. – 72 с.
14. **Симуни, Л.М.** Численное решение задачи движения жидкости в прямоугольной яме [Текст] /Л.М. Симуни // Журн. прикл. механики и техн. физики. – 1965. – № 6. – С. 106–108.

Надійшла до редколегії 15.12.2015

УДК 532.59

О.Г. Гоман, В.А. Катан

Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

## УДАРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЖИДКОСТИ И НАКЛОННОЙ ПЛАСТИНКИ, НАХОДЯЩЕЙСЯ НА ЕЕ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЗОНЫ ОТРЫВА

Рассмотрена задача об ударном взаимодействии жидкости и наклонной пластиинки, находящейся на ее свободной поверхности, сведенная к краевой смешанной задаче для некоторой функции комплексной переменной, связанной с комплексным потенциалом течения, которое возникает в результате ударного взаимодействия. Продемонстрировано, что в такой постановке задача допускает аналитическое решение в виде квадратур. Показано, что полученные при этом интегралы в случае предельных переходов в окрестности особых точек – точках стыка граничных условий различного типа – являются расходящимися и должны трактоваться в смысле конечной части по Адамару. В статье задача об определении положения зоны отрыва течения при ударном взаимодействии наклонной пластиинки и жидкости сведена к решению трансцендентного уравнения относительно координаты начальной точки отрыва с применением формул Адамара – Манглера для полученных расходящихся интегралов. Определены положения зон инерционного отрыва течения для широкого диапазона углов наклона пластиинки к свободной поверхности жидкости, а также гидродинамические распределенные и суммарные характеристики пластиинки. Авторами детально рассмотрены вопросы, связанные с определением положения зоны отрыва жидкости от наклонной пластиинки.

**Ключевые слова:** отрыв течения, удар, трансцендентное уравнение, формулы Адамара – Манглера, наклонная пластиинка

© Гоман О.Г., Катан В.А., 2016