

CZU: 51:[621.315.592:621.382.2]

MODELAREA FUNCȚIONĂRII DIODEI SEMICONDUCTOARE PENTRU CAZUL UNIDIMENSIONAL

Galina SPRINCEAN

Universitatea de Stat din Moldova

Problema constă în determinarea parametrilor pentru o diodă semiconductoră. Formularea matematică a problemei se bazează pe modelul Drift-Diffusion. Modelul este dat de un set de ecuații descris cu ajutorul a trei funcții necunoscute: φ – potențialul electrostatic, n , p – concentrațiile de electroni și găuri, respectiv. Numeric, problema este rezolvată folosind discretizarea Scharfetter-Gummel, a algoritmilor metodelor Gradientilor BI-Conjugați și Gauss-Jordan. Deoarece ecuațiile sunt neliniare, se aplică o procedură iterativă, care constă în creșterea treptată a tensiunii exterioare, aplicată anodului. Soluțiile obținute sunt utilizate pentru liniarizarea ecuațiilor.

Cuvinte-cheie: modelare numerică, model Drift-Diffusion, discretizare Scharfetter-Gummel, metoda Gradientilor BI-Conjugați.

SEMICONDUCTOR DIODE MODELING FOR UNIDIMENSIONAL CASE

The considered problem consists in determination of semiconductor diode parameters. The mathematical formulation of the problem is based on Drift-Diffusion model. The model is given by a set of equations for three unknown functions: φ - the electrostatic potential, n , p - the concentrations for electrons and holes, respectively. The problem is solved numerically on the Scharfetter-Gummel discretization, by means of BI-Conjugate Gradient and Gauss-Jordan methods. As the equations are strongly nonlinear, then in order to obtain the convergent solution we apply the iterative procedure that consists in gradually increasing of the input voltage with small step. The obtaining solutions are used for equation linearization.

Keywords: numerical modeling, Drift-Diffusion model, Scharfetter - Gummel discretization, BI-Conjugate Gradient method.

Să considerăm un model de diodă semiconductoră (Fig.1). Dioda constă din două regiuni cu diferite tipuri de dopare: *zona găurilor* (*zona de tip p*), cu o concentrație dominantă de găuri, și *zona electronilor* (*de tip n*), cu o concentrație dominantă de electroni. Electroful anod este conectat la regiunea *tip p* și electroful catod este conectat la regiunea *tip n*. Impuritățile, adăugate materialului semiconductor, determină tipul de conductivitate al fiecărei zone. În fizica semiconductorilor concentrația de impurități este notată cu N . Funcția $N(x, y) = N_D^+(x, y) - N_A^-(x, y) \text{ m}^{-3}$ definește profilul impurităților și se exprimă prin concentrația donatorilor și acceptorilor ionizați, notați prin N_D^+ și N_A^- , respectiv. Valoarea negativă a concentrației impurităților este determinată de dominația atomilor acceptori din bor (*semiconductor de tip p*), iar o valoare pozitivă este determinată de dominația atomilor donatori de fosfor (*semiconductor de tip n*).

1. Formularea matematică a problemei în baza modelului Drift-Diffusion (DDM)

Să formulăm problema pentru determinarea parametrilor unei diode, bazată pe modelul (DDM) [1]. Domeniul de rezolvare a problemei este o suprafață dreptunghiulară $\Omega = \{(x, y): 0 \leq x \leq l_x, 0 \leq y \leq l_y\}$, (Fig.1). Prin Γ_D notăm frontiera acestui domeniu, marcat cu linie îngroșată și prin cuvintele „catod / anod”. Definim pe această porțiune a frontierei valorile funcțiilor necunoscute, astfel obținând *condițiile lui Dirichlet*. Pe porțiunea rămasă a frontierei, notată prin Γ_N , egalăm valorile derivatelor parțiale ale funcțiilor necunoscute cu zero (fluxul normal la frontieră), astfel obținând *condițiile lui Neumann*. Presupunem că $\partial\Omega = \Gamma_D \cup \Gamma_N$, $\Gamma_D \cap \Gamma_N = \emptyset$.

În literatura de specialitate [2], pentru formularea problemelor de acest gen sunt utilizate trei modele.

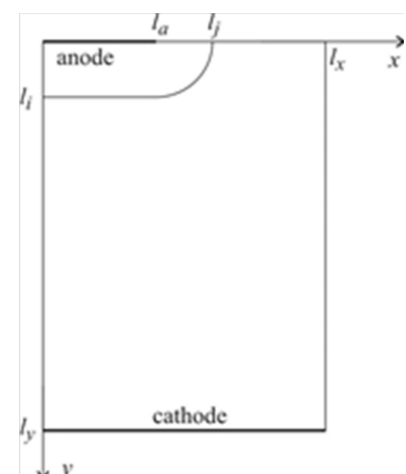


Fig.1.

Primul model reprezintă un sistem de ecuații diferențiale neliniare, care depind de următoarele trei funcții necunoscute:

$$\varphi - \text{potențialul electrostatic}, \quad \varphi_n, \varphi_p - \text{cvasinivelurile lui Fermi.}$$

Al doilea model utilizat este un sistem de ecuații diferențiale neliniare, care depind de funcțiile necunoscute:

$$\varphi - \text{potențialul electrostatic}, \quad n \text{ și } p - \text{concentrațiile de electroni și găuri, respectiv.}$$

Și al treilea model reprezintă un sistem de ecuații diferențiale neliniare, care depind de următoarele funcții necunoscute:

$$\varphi - \text{potențialul electrostatic și așa-numitele variabilele lui Slotboom } \rho_n, \rho_p.$$

În acest articol problema va fi formulată în baza celui de-al doilea model, iar în concluzie va fi justificată alegerea făcută.

Funcțiile necunoscute, care descriu funcționalitatea diodei semiconductoare, satisfac următorul sistem de ecuații diferențiale neliniare [2]:

$$-\nabla \cdot (\varepsilon \nabla \varphi) = q(p - n + N); \quad (1.1)$$

$$-\nabla \cdot (J_n) = -q(R_{SRH} + R_{AUG}); \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot (J_p) = -q(R_{SRH} + R_{AUG}); \quad (1.3)$$

$$J_n = qn\mu_n E + qD_n \nabla n; \quad (1.4)$$

$$J_p = qp\mu_p E - qD_p \nabla p; \quad (1.5)$$

$$E = -\nabla \varphi; \quad (1.6)$$

Aici $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ este permitivitatea absolută (constanta dielectrică); ε_r reprezintă permitivitatea relativă; ε_0 este constanta electrică ($\varepsilon_0 = 8,854187817 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$); q este sarcina electronului pozitiv ($q = 1,602176565 \cdot 10^{-19} \text{ C}$); n și p sunt concentrația electronilor și a gaurilor; N este concentrația impurităților; J_n și J_p sunt densitatea curenților de electroni și de găuri; R_{SRH}, R_{AUG} reprezintă viteza recombinărilor Shockley-Hall și Auger; μ_n, μ_p – mobilitatea electronilor și a gaurilor; n_i – concentrația electronilor și a gaurilor în semiconductorul propriu; $\varphi_T = k_B T / q$ – tensiunea termică, k_B – constanta Boltzmann ($k_B = 1,3806488 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$) și T – temperatura (K).

Relațiile relative între coeficienții de difuzie D_n și D_p și mobilitățile μ_n, μ_p electronilor și gaurilor, respectiv, sunt date de relațiile lui Einstein:

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{k_B T}{q} = \varphi_T; \quad \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{k_B T}{q} = \varphi_T. \quad (1.7)$$

Fie că dioda este confecționată din siliciu. Atunci parametrii problemei au următoarele valori: $n_i = 1,46 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$; $\mu_n = 0,08 \text{ m}^2 / (\text{V} \cdot \text{s})$; $\mu_p = 0,02 \text{ m}^2 / (\text{V} \cdot \text{s})$; $\varepsilon_r = 11,8$; $\varphi_T = 0,026$ la temperatura camerei $T = 300 \text{ K}$. Funcțiile R_{SRH} și R_{AUG} sunt definite prin următoarele formule:

$$R_{SRH}(n, p) = \frac{pn - n_i^2}{\tau_p(n + n_i) + \tau_n(p + n_i)}; \quad R_{SRH}(n, p) = (pn - n_i^2)(C_n n + C_p p). \quad (1.8)$$

Aici τ_n și τ_p semnifică timpul de existență a purtătorilor ($\tau_n = \tau_p = 0,1 \cdot 10^{-6} \text{ s}$); C_n și C_p – coeficienții Auger ($C_n = 1,1 \cdot 10^{-42} \text{ m}^6 \text{ s}^{-1}$; $C_p = 0,3 \cdot 10^{-42} \text{ m}^6 \text{ s}^{-1}$, la $T = 300 \text{ K}$).

Funcția N în domeniul de căutare a soluției este reprezentată cu ajutorul funcției lui Gauss G sub forma:

$$N = N_{Dn} + N_{Dn\max} G(x, -y, \infty, l_y, \alpha) - N_{Ap\max} G(x, y, l_a, 0, \alpha). \quad (1.9)$$

Aici N_{Dn} – alierea stratului epitaxial al semiconductorului, $N_{Dn\max}$ – alierea substratului, $N_{Ap\max}$ – valoarea maximală de implantare a profilului de difuziune, G – funcția lui Gauss (Fig.2), definită astfel:

$$G(x, y, a, b, \alpha) = \begin{cases} \exp\left[-((x-a)/\alpha)^2\right] \cdot \exp\left[-((y-b)/\alpha)^2\right], & x > a, y > b \\ \exp\left[-((x-a)/\alpha)^2\right], & x > a, y \leq b \\ \exp\left[-((y-b)/\alpha)^2\right], & x \leq a, y > b \\ 1, & x \leq a, y \leq b \end{cases} \quad (1.10)$$

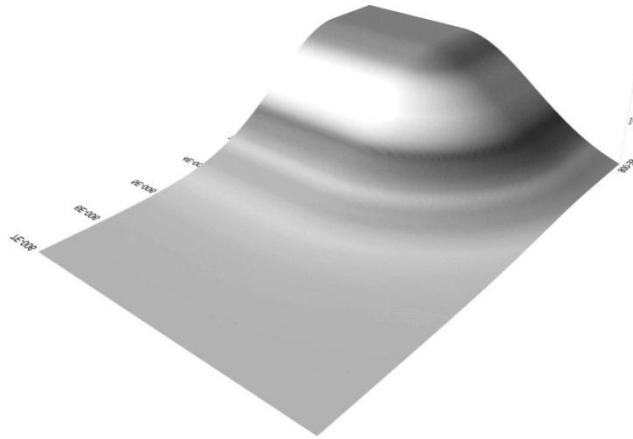


Fig.2. Suprafața funcției Gauss $G(x, y, a, b, \alpha)$ cu $a = 2 \cdot 10^{-6}$, $b = 1 \cdot 10^{-6}$, $\alpha = 2 \cdot 10^{-6}$.

Constantele din formula (1.9) în domeniul de căutare (Fig.1) a soluției au următoarele valori: $N_{Dn} = 10^{21} \text{ m}^{-3}$; $N_{Dn\max} = 10^{23} \text{ m}^{-3}$; $N_{Ap\max} = 10^{23} \text{ m}^{-3}$; $\alpha = 0.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$; $l_x = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$; $l_y = 7 \cdot 10^{-6} \text{ m}$; $l_a = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$; $l_i = l_j = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$.

Condițiile la frontieră

Să considerăm că catodul este conectat la pământ ($V_c=0$), iar anodului îi este aplicată o tensiune externă $V_a > 0$. Atunci pe frontiera Γ_D , adică la anod și catod, funcțiile φ, n, p satisfac relațiile:

$$\varphi(\bar{x}) = V_a + \varphi_T \ln\left(\frac{N + \sqrt{N^2 + 4n_i^2}}{2n_i}\right); n(\bar{x}) = \frac{N + \sqrt{N^2 + 4n_i^2}}{2}; p(\bar{x}) = \frac{-N + \sqrt{N^2 + 4n_i^2}}{2}, \bar{x} \in \Gamma_D. \quad (1.11)$$

Pe porțiunea Γ_N condițiile la frontieră au forma condițiilor lui Neumann:

$$\vec{n} \cdot \nabla \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0; \vec{n} \cdot J_n = 0; \vec{n} \cdot J_p = 0, \bar{x} \in \Gamma_N, \quad (1.12)$$

unde prin punct se înțelege produsul scalar al vectorilor.

Condiții inițiale

În lipsa tensiunii din exterior asupra anodului ($V_a = 0$) soluția problemei pe întreaga suprafață Ω are forma (1.11) cu $V_a = 0$. Această soluție poate fi utilizată în calitate de aproximare inițială a soluției sistemului (1.1) – (1.6) la rezolvarea lui prin metoda iterativă, cu mărirea treptată a tensiunii din exterior asupra anodului.

2. Schema în diferențe finite a lui Scharfetter-Gummel aplicată ecuațiilor Drift-Difusion în spațiul unidimensional

Să analizăm schema în diferențe finite a lui Scharfetter-Gummel [3,4], care este recomandată de a fi aplicată la rezolvarea problemelor din domeniul calculului matematic. Cercetăm problema (1.1) – (1.6) pentru spațiul unidimensional ca un caz particular. Obținem următorul sistem:

$$-\frac{d}{dx}\left(\varepsilon \frac{d\varphi}{dx}\right) = q(p - n + N); \quad (2.1)$$

$$q \frac{\partial n}{\partial t} - \frac{dJ_n}{dx} = -q(R_{SRH} + R_{AUG}); \quad (2.2)$$

$$q \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{dJ_p}{dx} = -q(R_{SRH} + R_{AUG}); \quad (2.3)$$

$$J_n = q\mu_n En + qD_n \frac{dn}{dx}; \quad (2.4)$$

$$J_p = q\mu_p Ep - qD_p \frac{dp}{dx}; \quad (2.5)$$

$$E = -\frac{d\varphi}{dx}; x \in (0, L). \quad (2.6)$$

Ecuația (2.1) se aproximează prin diferențe finite pe o rețea, în nodurile întregi $x_i = ih$ astfel:

$$-\frac{1}{h}\left(\varepsilon_{i+1/2} \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{h} - \varepsilon_{i-1/2} \frac{\varphi_i - \varphi_{i-1}}{h}\right) = q(p_i - n_i + N_i), i = \overline{1, I-1} \quad (2.7)$$

Pentru aproximarea ecuațiilor (2.2), (2.3) vom discretiza funcțiile $n(x)$ și $p(x)$ în nodurile întregi $x_i = ih$, iar $J_n(x)$ și $J_p(x)$ în seminodurile rețelei $x_{i-1/2} = (i - 1/2)h$. Se obțin relațiile:

$$q \frac{n_i^{k+1} - n_i^k}{\tau} - \frac{J_{n,i+1/2} - J_{n,i-1/2}}{h} = -qR_i, i = \overline{1, I-1} \quad (2.8)$$

$$q \frac{p_i^{k+1} - p_i^k}{\tau} + \frac{J_{p,i+1/2} - J_{p,i-1/2}}{h} = -qR_i, i = \overline{1, I-1} \quad (2.9)$$

Restabilim funcțiile discrete n_i și p_i cu ajutorul splineurilor liniare:

$$n(x) = n_i \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i} + n_{i+1} \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i}, p(x) = p_i \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i} + p_{i+1} \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i}, x \in [x_i, x_{i+1}] \quad (2.10)$$

Iar valorile pentru $J_{n,i+1/2}$ și $J_{p,i+1/2}$ pot fi obținute din relațiile (2.4), (2.5) folosind relația (2.10) pentru aproximarea funcțiilor continue n și p :

$$J_{n,i+1/2} = q\mu_{n,i+1/2} \left(E_{i+1/2} n_{i+1/2} + \varphi_T \frac{dn}{dx} \Big|_{i+1/2} \right). \quad (2.11)$$

Având următoarele aproximări de ordinul doi:

$$n_{i+1/2} = (n_i + n_{i+1})/2, \frac{dn}{dx} \Big|_{i+1/2} = (n_{i+1} - n_i)/h,$$

obținem relația:

$$J_{n,i+1/2} = q\mu_{n,i+1/2} \left(E_{i+1/2} \frac{n_i + n_{i+1}}{2} + \varphi_T \frac{n_{i+1} - n_i}{h} \right) \quad (2.12)$$

Analogic obținem relația pentru $J_{p,i+1/2}$:

$$J_{p,i+1/2} = q\mu_{p,i+1/2} \left(E_{i+1/2} \frac{p_i + p_{i+1}}{2} - \varphi_T \frac{p_{i+1} - p_i}{h} \right). \quad (2.13)$$

Menționăm că funcția discretă a potențialului φ_i poate fi restabilită cu ajutorul splineurilor liniare:

$$\varphi(x) = \varphi_i \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i} + \varphi_{i+1} \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i}, x \in [x_i, x_{i+1}], \quad (2.14)$$

și atunci valorile intensității câmpului $E_{i+1/2}$ pot fi approximate prin formula:

$$E_{i+1/2} = -(\varphi_{i+1} - \varphi_i)/h. \quad (2.15)$$

În literatura de specialitate [3] este menționat că aproximările de tipul (2.12) – (2.13) duc la creșterea rapidă a erorilor, ceea ce conduce la divergența soluțiilor în domeniile în care potențialul φ și concentrațiile n, p își schimbă brusc valorile. Pentru așa probleme se propune o altă metodă de aproximare a funcțiilor $J_{n,i+1/2}$ și $J_{p,i+1/2}$, înaintată de Scharfetter și Gummel [5] în 1969.

Pentru ecuația $J_n = q\mu_n \left(En + \varphi_T \frac{dn}{dx} \right)$ se presupune că toate funcțiile, în afară de $n(x)$, sunt constante pe intervalul $[x_i, x_{i+1}]$. Valorile constante vor fi notate prin $J_{n,i+1/2}, \mu_{n,i+1/2}, E_{n,i+1/2}$. Rezolvând următoarea ecuație diferențială în raport cu $n(x)$:

$$J_{n,i+1/2} = q\mu_{n,i+1/2} \left(E_{i+1/2} n + \varphi_T \frac{dn}{dx} \right), x \in [x_i, x_{i+1}] \quad (2.16)$$

având condițiile la limită:

$$n(x_i) = n_i, n(x_{i+1}) = n_{i+1}, \quad (2.17)$$

vom obține o aproximare discretă pentru $J_{n,i+1/2}$.

Este cunoscut faptul că o ecuație diferențială de ordinul întâi cu două condiții la frontieră în caz general nu are soluție. Însă, în cazul nostru presupunem că valorile lui $J_{n,i+1/2}$ sunt necunoscute, ceea ce face să apară al doilea grad de libertate la rezolvarea ecuațiilor (2.16), (2.17). În procesul rezolvării trecem de la necunoscuta x la necunoscuta $n(\varphi)$ conform relației $x = x(\varphi)$. Atunci:

$$n(x) = n(x(\varphi)) = n(\varphi), \frac{dn}{dx} = \frac{dn}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dx} = -\frac{dn}{d\varphi} \cdot E$$

și problema ia forma:

$$J_{n,i+1/2} = qv_{d,i+1/2} \varphi_T \left(\frac{n}{\varphi_T} - \frac{dn}{d\varphi} \right), \varphi \in [\varphi_i, \varphi_{i+1}] \quad (2.18)$$

$$n(\varphi_i) = n_i, n(\varphi_{i+1}) = n_{i+1}, \quad (2.19)$$

Prin $v_{d,i+1/2} = \mu_{n,i+1/2} E_{i+1/2}$ am notat viteza fluxului.

Rezolvând ecuațiile (2.18), (2.19), obținem

$$J_{n,i+1/2} = qv_{d,i+1/2} \left(\frac{n_i}{1 - \exp\left(\frac{\varphi_i - \varphi_{i+1}}{\varphi_T}\right)} - \frac{n_{i+1}}{\exp\left(\frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{\varphi_T}\right) - 1} \right) \quad (2.20)$$

Transformând $v_{d,i+1/2}$, obținem relația:

$$v_{d,i+1/2} = \mu_{n,i+1/2} E_{i+1/2} = -\frac{D_{n,i+1/2}}{\varphi_T} \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{h}.$$

Atunci formula (2.20) ia forma:

$$\begin{aligned} J_{n,i+1/2} &= \frac{qD_{n,i+1/2}}{h} \left(n_{i+1} \frac{\frac{\varphi_{i+1}-\varphi_i}{\varphi_T}}{\exp\left(\frac{\varphi_{i+1}-\varphi_i}{\varphi_T}\right)-1} - n_i \frac{\frac{\varphi_i-\varphi_{i+1}}{\varphi_T}}{\exp\left(\frac{\varphi_i-\varphi_{i+1}}{\varphi_T}\right)-1} \right) = \\ &= \frac{qD_{n,i+1/2}}{h} \left(n_{i+1} B\left(\frac{\varphi_{i+1}-\varphi_i}{\varphi_T}\right) - n_i B\left(\frac{\varphi_i-\varphi_{i+1}}{\varphi_T}\right) \right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

unde $B(x) = \frac{x}{e^x-1}$ este funcția lui Bernuly.

Aplicând același procedeu și pentru curenții $J_{p,i+1/2}$, obținem formula:

$$J_{p,i+1/2} = -\frac{qD_{p,i+1/2}}{h} \left(p_{i+1} B\left(\frac{\varphi_i-\varphi_{i+1}}{\varphi_T}\right) - p_i B\left(\frac{\varphi_{i+1}-\varphi_i}{\varphi_T}\right) \right). \quad (2.22)$$

Analizăm cazurile staționare: $n_i^{k+1} = n_i^k$ și $p_i^{k+1} = p_i^k$. Înlocuind (2.21) în (2.8) și (2.22) în (2.9), obținem două sisteme algebrice pentru determinarea funcțiilor n_i și p_i :

$$\begin{aligned} \frac{D_{n,i-1/2}}{h^2} B\left(\frac{\varphi_{i-1}-\varphi_i}{\varphi_T}\right) n_{i-1} - \frac{1}{h^2} \left(D_{n,i-1/2} B\left(\frac{\varphi_i-\varphi_{i-1}}{\varphi_T}\right) + D_{n,i+1/2} B\left(\frac{\varphi_i-\varphi_{i+1}}{\varphi_T}\right) \right) n_i + \\ + \frac{D_{n,i+1/2}}{h^2} B\left(\frac{\varphi_{i+1}-\varphi_i}{\varphi_T}\right) n_{i+1} = R_i, i = \overline{1, I-1} \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{D_{p,i-1/2}}{h^2} B\left(\frac{\varphi_i-\varphi_{i-1}}{\varphi_T}\right) p_{i-1} - \frac{1}{h^2} \left(D_{p,i-1/2} B\left(\frac{\varphi_{i-1}-\varphi_i}{\varphi_T}\right) + D_{p,i+1/2} B\left(\frac{\varphi_{i+1}-\varphi_i}{\varphi_T}\right) \right) p_i + \\ + \frac{D_{p,i+1/2}}{h^2} B\left(\frac{\varphi_i-\varphi_{i+1}}{\varphi_T}\right) p_{i+1} = R_i, i = \overline{1, I-1} \end{aligned} \quad (2.24)$$

3. Rezolvarea problemei staționare în spațiul unidimensional

Se propune următorul algoritm pentru rezolvarea problemei. Fixăm aproximările inițiale ale funcțiilor necunoscute ale sistemului, notate prin $\varphi^{(0)}$, $n^{(0)}$, $p^{(0)}$, conform formulelor (1.11):

$$\varphi^{(0)}(x) = \varphi_T \ln\left(\frac{N + \sqrt{N^2 + 4n_i^2}}{2n_i}\right); n^{(0)}(x) = \frac{N + \sqrt{N^2 + 4n_i^2}}{2}; p^{(0)}(x) = \frac{-N + \sqrt{N^2 + 4n_i^2}}{2}, \bar{x} \in \Gamma_D \quad (3.1)$$

Apoi calculăm noile valori ale funcțiilor $\varphi(x)$, $n(x)$, $p(x)$ în regimul echilibrului dinamic (adică, pentru $V_a=0$), în care fluxul de electroni sub acțiunea câmpului electric intern este echilibrat de fluxul de electroni, condiționat de gradientul concentrației electronilor. Un echilibru similar există și pentru găurile mobile.

Problema ia forma:

$$-\frac{d}{dx} \left(\varepsilon(x) \frac{d\varphi}{dx} \right) = q(p - n + N); x \in (0, L); \quad (3.2)$$

$$\varphi(0) = \varphi^{(0)}(0); \varphi(L) = \varphi^{(0)}(L); \quad (3.3)$$

$$n(x) = n_i e^{\frac{\varphi(x)}{\varphi_T}}, p(x) = n_i e^{-\frac{\varphi(x)}{\varphi_T}}. \quad (3.4)$$

Ecuția neliniară (3.2) se rezolvă prin metoda lui Newton. Pentru liniarizarea ecuației notăm: prin $\varphi^{(k)}(x)$ funcția potențialului de la iterația precedentă, prin $\varphi^{(k+1)}(x)$ potențialul de la următoarea iterație și creșterea potențialului prin $\delta(x) = \varphi^{(k+1)}(x) - \varphi^{(k)}(x)$. Înlocuind $\delta(x)$ în (3.2), după câteva transformări obținem o ecuație liniară pentru necunoscuta $\varphi^{(k+1)}$:

$$-\frac{d}{dx} \left(\varepsilon(x) \frac{d\varphi^{(k+1)}}{dx} \right) + q(p^{(k)} + n^{(k)})\varphi^{(k+1)} = q(p^{(k)} - n^{(k)} + N) + q(p^{(k)} + n^{(k)})\varphi^{(k)}. \quad (3.5)$$

Această ecuație se aproximează pe rețeaua discretă aleasă. Astfel, este obținută următoarea relație:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{h} \left(\varepsilon_{i+1/2} \frac{\varphi_{i+1}^{(k+1)} - \varphi_i^{(k+1)}}{h} - \varepsilon_{i-1/2} \frac{\varphi_i^{(k+1)} - \varphi_{i-1}^{(k+1)}}{h} \right) + q(p_i^{(k)} + n_i^{(k)})\varphi_i^{(k+1)} = q(p_i^{(k)} - n_i^{(k)} + N_i) + \\ + q(p_i^{(k)} + n_i^{(k)})\varphi_i^{(k)}, i = \overline{1, I-1}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\varphi_0^{(k+1)} = \varphi^0(0); \varphi_I^{(k+1)} = \varphi^0(L).$$

În cazul în care anodului i se aplică tensiunea $V_a = 0$, concentrațiile de electroni și găuri n și p , respectiv, pot fi exprimate prin potențialul electrostatic φ . Rezultă că pentru rezolvarea sistemului (3.2) – (3.4) în cazul echilibrului dinamic va fi folosită doar schema în diferențe (3.6).

Valorile noi calculate ale funcțiilor necunoscute vor servi ca soluții aproximative pentru sistemul (3.2) – (3.4).

În continuare trecem la rezolvarea sistemului (2.1) – (2.6) pentru cazul staționar, adică când $\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = 0$, iar tensiunea aplicată anodului $V_a \neq 0$ și este mărită treptat.

Substituind J_n și J_p din relațiile (2.1) – (2.6), obținem sistemul:

$$-\frac{d}{dx} \left(\varepsilon(x) \frac{d\varphi}{dx} \right) = q(p - n + N); x \in (0, L) \quad (3.7)$$

$$\varphi(0) = U + \varphi^0(0); \varphi(L) = \varphi^0(L) \quad (3.8)$$

$$\frac{d}{dx} \left(\mu_n E n + D_n \frac{dn}{dx} \right) = R; R = R_{SRH} + R_{AUG}; x \in (0, L); \quad (3.9)$$

$$n(0) = n^0(0); n(L) = n^0(L) \quad (3.10)$$

$$\frac{d}{dx} \left(q\mu_p E p - qD_p \frac{dp}{dx} \right) = -R; x \in (0, L); \quad (3.11)$$

$$p(0) = p^0(0); p(L) = p^0(L). \quad (3.12)$$

În continuare sistemul (3.7) – (3.12) este rezolvat prin metode iterative folosind schemele în diferențe finite (2.23), (2.24), descrise în paragraful doi și schema (3.6) descrisă în paragraful curent.

4. Rezultate numerice

Soluția numerică pentru sistemul (3.2) – (3.4) în cazul echilibrului dinamic este prezentată în Figura 3. În Figura 4 sunt prezentate curbele funcțiilor necunoscute φ, n și p , la aplicarea din exterior anodului a unei tensiuni $V_a = 0,3 V$ și cu o concentrație a impurităților $N \approx 10^{23}$. Graficul din Figura 5 ilustrează repartizarea funcțiilor φ, n și p , la aplicarea din exterior anodului a unei tensiuni $V_a = 0,6 V$ și cu o concentrație a impurităților $N \approx 10^{23}$.

Din literatura de specialitate și conform rezultatelor numerice obținute, această metodă admite o soluție convergentă pentru $N \approx 10^{21} - 10^{23}$ și pentru tensiunea $V_a = 2 V$.

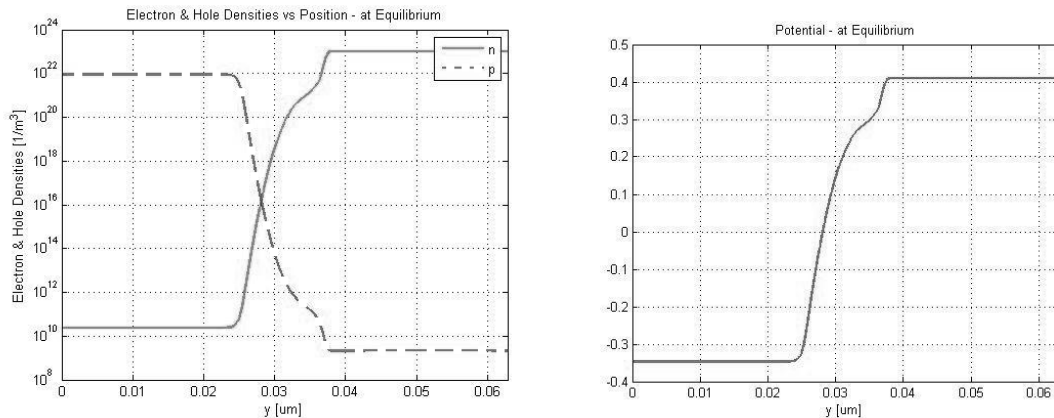


Fig.3. Repartiția potențialului φ , a concentrației electronilor n și a găurilor p la aplicarea unei tensiuni asupra anodului $V_a = 0$, cu o concentrație a impurităților $N_{Dn} = 10^{21} \text{ m}^{-3}$; $N_{Dn\max} = 3 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$; $N_{Ap\max} = 3 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$.

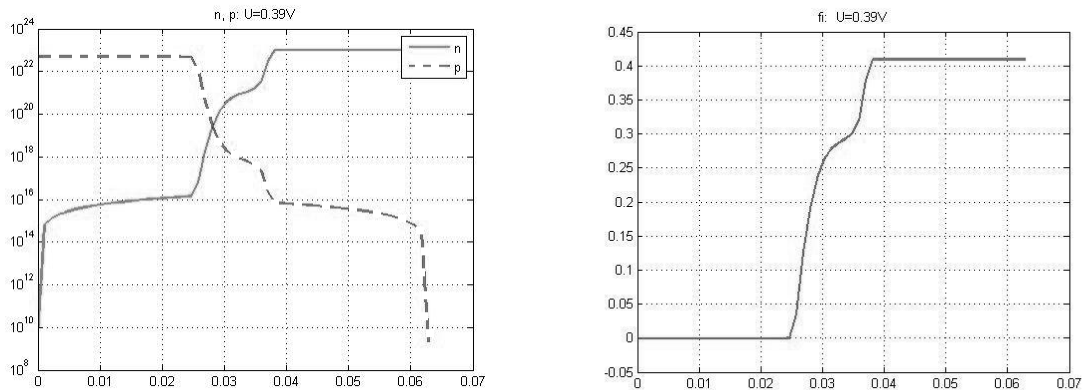


Fig.4. Repartiția potențialului φ , a concentrației electronilor n și a găurilor p la aplicarea unei tensiuni asupra anodului $V_a = 0,39 V$. Rezultatele sunt obținute prin utilizarea parametrilor concentrației impurităților $N_{Dn} = 10^{21} \text{ m}^{-3}$; $N_{Dn\max} = 3 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$; $N_{Ap\max} = 3 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$.

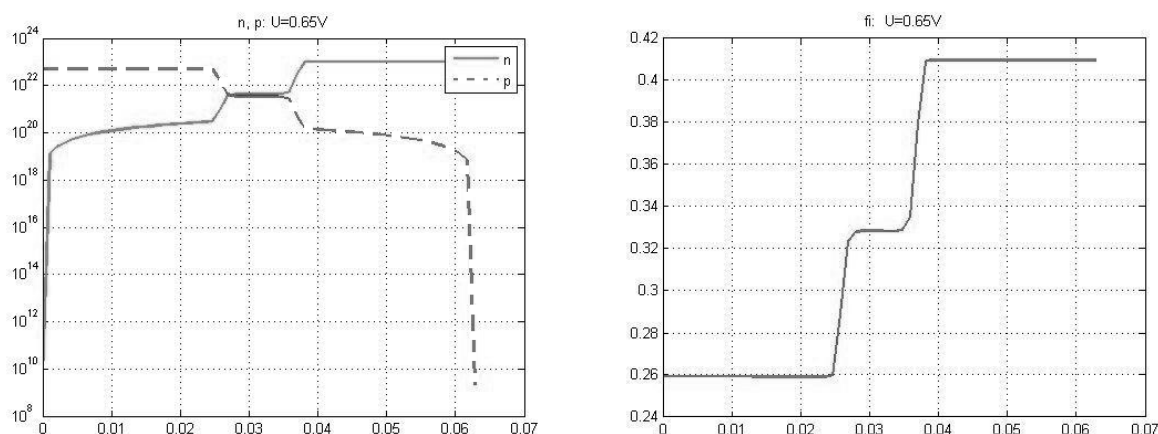


Fig.5. Repartiția potențialului φ , a concentrației electronilor n și a găurilor p la aplicarea unei tensiuni asupra anodului $V_a = 0,65$ V. Rezultatele sunt obținute prin utilizarea parametrilor concentrației impurităților $N_{Dn} = 10^{21} \text{ m}^{-3}$; $N_{Dnmax} = 3 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$; $N_{Apmax} = 3 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$.

Concluzii

Potrivit literaturii de specialitate și conform rezultatelor numerice obținute, această metodă admite o soluție convergentă pentru $N \approx 10^{21} - 10^{23}$ și pentru tensiunea $V_a = 2$ V.

Aceeași problemă a fost rezolvată, fiind formulată inițial folosind alte două modele matematice, descrise în literatura de specialitate ca modele pentru descrierea proceselor neliniare în dispozitivele semiconductoare. Pentru cazul problemei formulate cu ajutorul funcțiilor necunoscute φ – potențialul electrostatic, φ_n , φ_p – cvasinivelurile Fermi s-a obținut o soluție convergentă pentru tensiunea $V_a = 0,1$ V cu o concentrație a impurităților $N \approx 10^{16}$. Iar în cazul problemei descrise cu ajutorul funcțiilor necunoscute φ – potențialul electrostatic și al variabilelor lui Slotboom ρ_n, ρ_p soluția converge pentru tensiunea $V_a = 0,2$ V și pentru o concentrație a impurităților $N \approx 10^{16}$.

În concluzie, este evident faptul că modelul propus și descris în articol poate fi considerat ca unul mai eficient pentru problemele de acest tip.

Referințe:

1. PINAKPANI, N. *1D Drift Diffusion simulator for modeling pn - junction Diode*. Arizona State University, 2008, p.11-13.
2. *Numerical Methods in Electromagnetics*. Special Volume (W.H.A. Schilders and E.J.W. ter Maten, Guest Editors) of HANDBOOK OF NUMERICAL ANALYSIS, vol. XIII. Elsevier, Amsterdam, 2005. 912 p.
3. MIRZAVAND, R., ABDIPOUR, A., SCHILDERS, W.H.A., MORADI, G., Movahhedi, M. *LOD-FDTD method for physical simulation of semiconductor devices*. CASA Report no.10-16, Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven, 2010, 12 p.
4. FRENSELY, W.R. *Scharfetter-Gummel discretization scheme for Drift-Diffusion equation*. University of Texas at Dallas, 2004, p.1-3.
5. SCHARFETTER, D.L. and GUMMEL, H.K. C signal analysis of a Silicon Read diode oscillator. In: *IEEE Trans. Electron Devices*, 1969, vol.ED-16, p.64-77.

Prezentat la 10.11.2017