STUDIA UNIVERSITATIS MOLDAVIAE, 2017, nr.7(107)
Seria "Ştiinţe exacte şi economice" ISSN 1857-2073 ISSN online 2345-1033 p.103-109

CZU: 332.14:519.862

SCHEMA GENERALĂ PENTRU DETERMINAREA PARAMETRILOR MODELULUI *ARIMA* ÎN PROGNOZAREA ECONOMICĂ

Dmitri TERZI

Universitatea de Stat din Moldova

În lucrare sunt considerate seriile de timp care sunt determinate în condițiile de invarianță a distribuției reciproce a probabilității de observare ca o condiție pentru construirea modelului *ARIMA*. Sunt prezentate:: a) schema generală pentru determinarea parametrilor modelului *ARIMA* pe baza covarianței dintre anumite serii de timp cu laguri diferite; b) programe de modelare a seriilor de timp pentru testarea modelelor; c) recomandări pentru prognoză pe baza unor informații din diverse exemple.

Cuvinte-cheie: *ARIMA, serii de timp, staționaritate, prognoză, covariaţie, autocorelaţie şi autocorelaţie parţială, schemă generală, determinarea parametrilor şi testarea modelelor.*

THE GENERAL SCHEME FOR DETERMINING THE PARAMETERS OF THE *ARIMA* MODEL IN ECONOMIC FORECASTING

In this paper we consider the time series that are determined under the conditions of invariance of the mutual distribution of the probability of observation as a condition for building the *ARIMA* model. The following are presented: a) general scheme for determining the parameters of the *ARIMA* model based on covariance between different time series with different lags; b) time series modeling programs for models testing; forecasting recommendations based on information from various examples.

Keywords: *ARIMA, time series, stationarity, forecast, covariance, autocorrelation and partial autocorrelation, general scheme, parameter determination and model testing.*

Introducere

Modelele *ARIMA* permit utilizarea unui număr mic de parametri pentru a descrie o varietate de serii de timp ale multor procese socioeconomice, tehnice și fizice [1]. Există serii de timp staționare și nestaționare în funcție de proprietățile lor. Multe serii non-staționare pot fi descrise utilizând abordările aplicabile seriei staționare. Aceste abordări includ modelul *ARIMA*, care constă într-un model de autoregresie (*AR*) sau un model al mediei mobile (*MA*), sau un model de tip autoregresiv al medii mobile (*ARMA*).

Modelul de autoregresie al ordinului *p*, *AR(p),* are forma

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + ... + a_p y_{t-p} + \varepsilon_t, \qquad (1)$$

unde y_t este nivelul seriei cronologice la momentul *t* (variabila dependentă); y_{t-1}, y_{t-2}, …, y_{t-p} – nivelurile seriei de timp în momente de timp $t-1$, $t-2$,…, $t-p$ respectiv (variabile independente); $a_0, a_1, a_2, ..., a_p$ – parametrii estimați; ε_t – perturbație aleatorie care descrie influența variabilelor neluate în considerare în modelul (1); coeficientul a_0 determină nivelul constant al seriei și, în cazul centralizării nivelurilor, poate fi omis.

Un model al mediei mobile a ordinului *q*, *MA(q)*, este dat de ecuația

$$y_t = \varepsilon_t - b_1\varepsilon_{t-1} - b_2\varepsilon_{t-2} - ... - b_q\varepsilon_{t-q}, \qquad (2)$$

unde y_t – nivelul seriei la momentul *t*, în funcție de $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, ..., \varepsilon_{t-q}$ – valorile erorilor din perioadele anterioare, teoretic considerate ca zgomot alb; $b_1, b_2, ..., b_q$ – parametrii estimați.

Modelele mediei mobile (2) furnizează prognoză seriei cronologice pe baza unei combinații liniare a unui număr limitat *q* de reziduuri, în timp ce modelele autoregresive oferă o previziune y_t bazată pe o funcție liniară pentru un număr limitat *p* de valori anterioare y_t. Folosirea conceptului de medie mobilă în acest caz înseamnă că abaterea variabilei dependente de media sa, adică valoarea $y_t - \mu$ este o combinație liniară a valorilor actuale și trecute ale vectorului de perturbații aleatorii.

Modelul autoregresiv și modelul mediei mobile pot fi în combinaţie; când descriem o combinație similară, se utilizează notația *ARMA*(*p*,*q*), unde *p* – ordinea părții autoregresive a modelului, *q* – ordinea părții medii mobile.

Modelul *ARMA(p, q)* are forma generală

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + ... + a_p y_{p-1} + \varepsilon_t - b_1\varepsilon_{t-1} - b_2\varepsilon_{t-2} - ... - b_q\varepsilon_{t-q}. \tag{3}$$

Prognoza, obținută de la modelul (3), depinde de valorile anterioare ale variabilei dependente, de valorile actuale și trecute ale perturbării aleatorii. Box și Jenkins [2] au propus să distingă o clasă de serii non-staționare, care prin luarea unor diferențe consecutive pot fi reduse la o formă staționară. Dacă seria, după ce a luat diferențe succesive, se reduce la staționare pentru a prognoza nivelurile ei, putem aplica un model combinat de autoregresie și medie mobilă, denumit *ARIMA(p,d,q).*

Metodologia Box-Jenkins de selectare a modelului *ARIMA* pentru o serie specifică de observații constă din patru etape: a) identificarea modelului (procesul de alegere a modelului care corespunde cel mai bine procesului în cauză); b) estimarea modelului (utilizarea metodelor de regresie pentru obținerea estimărilor parametrilor incluși în model); c) testarea modelului (verificarea premiselor de bază pentru utilizarea analizei de regresie, verificarea caracterului adecvat al modelului, utilizând teste pentru a evalua normalitatea reziduurilor, pentru a determina calitatea specificației modelului); d) utilizarea modelului pentru prognoză.

1. Identificarea modelelor *ARIMA*

Atunci când se prezice seria de timp de către modelele *ARIMA*, este în primul rând necesar să se determine dacă seria studiată are proprietatea de staționare. Identificarea staționarității seriei cronologice inițiale se efectuează prin teste formale și prin analiza corelogramei seriei prognozate. Pentru aceasta, este construit un grafic al unei funcții selective de autocorelaţie (*ACF*). Corelograma seriilor de timp staționare scade rapid. În cazul în care graficul scade suficient de lent, există motive pentru a considera seria ca fiind nestaţionară.

Un proces real poate să nu fie cu staționaritate. Cu toate acestea, prin anumite proceduri (luând diferențe finite, logaritmul indicilor în lanţ, calculul ratelor de creștere, logaritmul nivelurilor seriei, calculul ritmurilor de creștere), acesta poate fi redus la un proces staționar. Atunci când alegeți metoda de transformare pentru a obține o serie staționară, se analizează forma graficului seriei de timp y_t. După determinarea parametrului de integrare *d*, care reflectă numărul de pași necesari pentru a aduce seria la staţionaritate, alegerea structurii modelului din clasa modelului *ARIMA(p,d,q)* are loc folosind anumite reguli: a) analiza funcției de autocorelaţie și a funcției de autocorelaţie parțială; b) se folosește „principiul economiei", care constă în preferința unui model simplu (cu un număr mai mic de parametri) mai complexă, fără a pierde din precizia descrierii procesului inițial; c) parametrii p și q ai modelelor *ARMA(p,q)* sunt estimaţi pe baza coeficienților autocorelației procesului inițial; d) modelul *ARMA(1.0)* este selectat atunci când *ACF* scade brusc și *PACF* are o ejectare la lag 1 și nu există nicio corelație pentru celelalte laguri; e) modelul *ARMA(2.0)* este selectat atunci când *ACF* scade exponențial sau cu un val sinusoidal, iar funcția *PACF* are o ejectare la lag 1 şi 2, pentru alte laguri decalaje de corelație nu există; f) modelul *ARMA(0.1)* este selectat atunci când *ACF* are o ejecție la lagul 1, nu există corelații pentru alte laguri, *PACF* scade brusc; g) modelul *ARMA(0.2)* este selectat atunci când *ACF* are o ejecție la lagurile 1 și 2, pentru celelalte laguri nu există nicio corelație, *PACF* scade exponențial sau sinusoidal; h) modelul *ARMA(1,1)* este selectat atunci când *ACF* scade exponențial din primul lag, iar atenuarea poate fi monotonică sau oscilantă, *PACF* scade exponențial, monoton sau oscilant.

Regulile a) -h) servesc pentru a justifica alegerea unui model de încercare din grupul de modele de tip *ARMA(p,q).* Construcția celui mai bun model se bazează pe proceduri de diagnostic mai precise și pe metode de estimare a parametrilor modelului, în special pe baza unei analize mai profunde a graficelor *ACF* și *PACF.* Aplicarea criteriilor formale (informaţionale) este necesară, în primul rând, pentru că evaluarea vizuală a acestor grafice poate da rezultate subiective. În plus, este posibil să existe nu unul, dar mai multe modele pot corespunde exact structurii *ACF* și *PASF*. Dintre numeroasele astfel de modele, trebuie să alegeți unul. Procedura de selectare a celui mai bun model bazat pe criterii formale permite selectarea unui mic grup de modele pentru comparație.

2. Evaluarea modelului

După identificarea structurală, se realizează identificarea parametrică a modelului. Alegerea optimă a modelului implică faptul că restul aleatoriu ε_t, t = 1,2,..., *n*, este suficient de aproape de zgomotul alb în proprietățile sale. În acest caz, se consideră că modelul este adecvat, dacă așteptarea matematică a reziduurilor este egală cu zero, dispersia are valoare constantă și între nivelurile unui număr de reziduuri aleatorii nu există nicio dependență de autocorelație. Eroarea reală a modelului ar trebui să fie aleatoare și este de așa natură încât este imposibil de a o clarifica cu un alt model. De asemenea, este de dorit ca varianța erorii să fie substanțial mai mică decât dispersia procesului propriu-zis. În acest caz, modelul care descrie procesul y_t elimină o parte semnificativă a incertitudinii în variabilitatea sa și, prin urmare, permite prezicerea valorilor sale cu o mai mare valabilitate.

Schema generală pentru determinarea parametrilor modelului *ARMA(p,q)* se bazează pe următoarele ecuații neliniare, construite folosind valorile coeficienților de covarianță $a = cov(\mathrm{u}_r, \mathrm{v}_s)$ pentru seriile de timp originale u_r și v_s.

Pentru a defini parametrii $a_1, a_2, ..., a_p$ și $b_1, b_2, ..., b_q$ sunt utilizate următoarele expresii, mai generale decât în [3], în termenii covarianţelor $\gamma_0, \gamma_1, ..., \gamma_{p+q}$, $\gamma_i = \mathrm{cov}(\mathrm{y}_t, y_{t-i})$, și $\delta_0, \delta_1, ..., \delta_q$, $\delta_j = \mathrm{cov}(y_t, \varepsilon_{t-j})$:

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= a_1\gamma_1 + a_2\gamma_2 + ... + a_p\gamma_p + \delta_0 - b_1\delta_1 - b_2\delta_2 - ... - b_q\delta_q \\ \gamma_1 &= a_1\gamma_0 + a_2\gamma_1 + ... + a_p\gamma_{p-1} - b_1\delta_0 - b_2\delta_1 - ... - b_q\delta_{q-1} \\ \gamma_2 &= a_1\gamma_1 + a_2\gamma_0 + ... + a_p\gamma_{p-2} - b_2\delta_0 - b_3\delta_1 - ... - b_q\delta_{q-2} \\ &... \\ \gamma_q &= a_1\gamma_{q-1} + a_2\gamma_{q-2} + ... + a_p\gamma_{q-p} - b_q\delta_0 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\gamma_s = a_1\gamma_{s-1} + a_2\gamma_{s-2} + ... + a_p\gamma_{s-p}, s = q+1, q+2, ..., p+q \tag{5}$$

$$\begin{aligned} \delta_0 &= \sigma_\varepsilon^2 \\ \delta_1 &= a_1\delta_0 - b_1\delta_0 \\ \delta_2 &= a_1\delta_1 + a_2\delta_0 - b_2\delta_0 \\ &... \\ \delta_q &= a_1\delta_{q-1} + a_2\delta_{q-2} + ... + a_q\delta_0 - b_q\delta_0 \end{aligned} \tag{6}$$

Determinarea ecuațiilor (4) - (6) se bazează pe proprietățile covarianțelor pentru două serii de timp staționare y_t și ε_{t-j}, în funcție de t și $t-j$. Cazuri speciale ale sistemului general în funcție de variațiile numărului de parametri *p* și *q* sunt prezentate în Tabelul 1.

Tabelul 1

Cazuri speciale ale schemei generale

p \ *q*		Modificarea numărului de parametri ai mediei mobile		
		0	1	2
Modificarea numărului de parametri de autoregresie	0	–	$\gamma_0 = \delta_0 - b_1 * \delta_1$ $\gamma_1 = -b_1 * \delta_0$	$\gamma_0 = \delta_0 - b_1 * \delta_1$ -b2* δ_2 $\gamma_1 = -b_1 * \delta_0$ -b2* δ_1 $\gamma_2 =$ -b2* δ_0 $\delta_1 = -b_1 * \delta_0$ $\delta_2 =$ -b2* δ_0
	1	$\gamma_0 = a_1 * \gamma_1$	$\gamma_0 = a_1 * \gamma_1 + \delta_0 - b_1 * \delta_1$ $\gamma_1 = a_1 * \gamma_0 - b_1 * \delta_0$ $\gamma_2 = a_1 * \gamma_1$ $\gamma_3 = a_1 * \gamma_2 + a_2 * \gamma_1$ $\gamma_4 = a_1 * \gamma_3 + a_2 * \gamma_2$ $\delta_1 = a_1 * \delta_0 - b_1 * \delta_0$	$\gamma_0 = a_1 * \gamma_1 + \delta_0 - b_1 * \delta_1$ -b2* δ_2 $\gamma_1 = a_1 * \gamma_0 - b_1 * \delta_0$ -b2* δ_1 $\gamma_2 = a_1 * \gamma_1$ -b2* δ_0 $\gamma_3 = a_1 * \gamma_2$ $\delta_1 = a_1 * \delta_0 - b_1 * \delta_0$ $\delta_2 = a_1 * \delta_1$ -b2* δ_0

	2	$\gamma_1=a_1*\gamma_0+a_2*\gamma_1$ $\gamma_2=a_1*\gamma_1+a_2*\gamma_0$	$\gamma_0=a_1*\gamma_1+a_2*\gamma_2+\delta_0-b_1*\delta_1$ $\gamma_1=a_1*\gamma_0+a_2*\gamma_1-b_1*\delta_0$ $\gamma_2=a_1*\gamma_1+a_2*\gamma_0$ $\gamma_3=a_1*\gamma_2+a_2*\gamma_1$ $\gamma_4=a_1*\gamma_3+a_2*\gamma_2$ $\delta_1=a_1*\delta_0-b_1*\delta_0$	$\gamma_0=a_1*\gamma_1+a_2*\gamma_2+\delta_0-b_1*\delta_1-b_2*\delta_2$ $\gamma_1=a_1*\gamma_0+a_2*\gamma_1-b_1*\delta_0-b_2*\delta_1$ $\gamma_2=a_1*\gamma_1+a_2*\gamma_0-b_2*\delta_0$ $\gamma_3=a_1*\gamma_2+a_2*\gamma_1$ $\gamma_4=a_1*\gamma_3+a_2*\gamma_2$ $\delta_1=a_1*\delta_0-b_1*\delta_0$ $\delta_2=a_1*\delta_1+a_2*\delta_0-b_2*\delta_0$

3. Testarea modelului

În procesul de dezvoltare a modelului *ARIMA* se verifică următoarele premise de bază: natura aleatoare a resturilor modelului, egalitatea de zero așteptări matematice ale reziduurilor, absența dependenței de autocorelație în reziduuri, homoscedasticitatea dispersiei reziduurilor, subordonarea reziduurilor la legea normală de distribuție. Când aceste condiții sunt îndeplinite, modelul dezvoltat va fi considerat adecvat.

4. Prognoza seriei de timp prin modelul *ARMA*

În cazul în care modelul ales este adecvat, acesta poate fi utilizat pentru a face previziuni pentru mai multe perioade înainte. Atunci când sosesc date noi (în timp) despre nivelurile seriei de timp (fără a-și schimba comportamentul), modelul deja format *ARIMA(p,d,q)* poate fi aplicat pentru a obține o nouă previziune cu o altă dată de începere. Cu toate acestea, dacă natura comportamentului datelor se modifică în timp, este necesar să se reevalueze parametrii modelului sau să se caute un model de altă specificație. Pentru a face prognoza prin modelul *ARMA,* este necesară o anumită experiență de calcule privind unele date reale sau simulate. Programe pentru modelarea datelor din diferite domenii (de exemplu, evaluarea modificărilor structurii prețurilor într-o anumită industrie; prognozarea volumelor anuale de stocuri; analiza numărului de unități de locuit private; analiza observațiilor zilnice privind creșterea procentuală a numărului de unități vândute; prognozarea nivelului de ocupare a forței de muncă; analiza seriei cronologice a consumului de energie pentru utilitățile publice și altele) pot fi dezvoltate cu ajutorul unui generator de numere aleatoare și al unui set de date ale procesului real.

Un astfel de program de simulare poate fi descris după cum urmează: a) se specifică un parametru aleatoriu k din interval $(0,1)$, T – numărul de puncte care urmează a fi simulate, D – variația procesului, α_t ($t=1,2,...,T$) – numerele standard aleatoare normale; b) se calculează dispersia unui aditiv aleator $DV=D(1-h)$; c) pentru prima perioadă, nivelul seriilor de timp simulat y_t este calculat prin formula $y_1=\sqrt{DV}*\alpha_1$; d) pentru $t=2,...,T$, nivelurile y_t sunt calculate prin formula $y_t=\sqrt{h}*y_{t-1}+\sqrt{DV}*\alpha_t$.

O altă abordare în modelarea datelor se bazează pe crearea de către cercetătorul însuși a graficului seriei de timp și pe determinarea automată a numărului *n* de puncte selectate și perechi (t, y_t), $t=1,2,...,n$ – coordonatele punctelor seriei de timp simulate. Un program în acest sens, în Microsoft Visual Basic, urmează:

```
' Modelarea datelor de testare pentru modelul ARIMA
Dim i, k As Integer
Dim X, Y As Integer
Dim Color As Long
Dim a(1 To 5000) As Integer
Dim b(1 To 5000) As Integer
Private Sub Form_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Select Case Chr$(KeyAscii)
Case "1"
Color = RGB(255, 0, 0)
Case "2"
Color = RGB(0, 255, 0)
Case "3"
Color = RGB(0, 0, 255)
Case "4"
```

```
Open "nume" For Output As #1
For k = 1 To i
Print #1, k, a(k), b(k)
Next k
Close #1
Case Else
Color = RGB(0, 0, 0)
End Select
IColor = RGB(0, 0, 0)
End Sub
Private Sub Form_MouseMove(Button As Integer, Shift As Integer, X As Single, Y As Single)
Line (100, 1500)-(5000, 1500)
Line (100, 100)-(100, 3000)
If Button = 1 Then
PSet (X, Y), Color 'RGB(0, 0, 255)
Line (3050, 2600)-(4500, 2900), vbWhite, BF
PSet (3050, 2650)
i = i + 1: a(i) = X: b(i) = Y
Print i; a(i); b(i)
Debug.Print i; a(i); b(i);
End If
Line (1550, 2600)-(3000, 2900), vbWhite, BF
PSet (1600, 2650)
Print "x="; X; " y="; Y
End Sub
```

Previzionarea seriilor de timp prin modelul *ARMA* necesită anumite abilități. Descriem o experiență sub forma unei secvențe a situațiilor posibile A-D:

A. Volumul produselor companiei este prezentat sub forma unei serii de timp (t, y_t), $t=1,2,\dots,n$. Se presupune, pornind de la proprietățile seriei, că metoda Box-Jenkins va fi cea mai potrivită pentru prelucrarea datelor colectate. Scenariul pentru procesul de prognoză poate fi următorul. Se construiește un grafic de date. Modelul de încercare se formează din analiza graficului de date și din graficul funcției selective de autocorelație. Seria temporală inițială este caracterizată de o variație a valorilor în apropierea nivelului fix, iar valorile coeficienților de autocorelație scad rapid la zero. În acest caz, putem concluziona că această serie de timp este staționară. Primul coeficient selectiv de autocorelație $r_1 = \gamma_1 / \gamma_0$ este semnificativ diferit de zero pentru nivelul de semnificație de 5%, deoarece este în afara intervalului $\pm 2/\sqrt{n}$. Autocorelația pentru o întârziere de două perioade este mai aproape de valoarea de prag pentru nivelul de 5% și opusă în semn de autocorelație în primul interval. Autocorelațiile rămase sunt mici și se încadrează în limitele stabilite pentru erori. Se poate presupune că o structură similară a coeficienților de autocorelație corespunde modelului *AR(1)* sau modelului *MA(2)*, dacă presupunem că autocorelațiile sunt aproape de zero după al doilea interval. Ca urmare, se decide analiza graficului funcției de autocorelație parțială selectivă. Dacă primul coeficient de autocorelație parțială este semnificativ diferit de zero, dar niciunul dintre ceilalți coeficienți de autocorelație parțială nu se apropie de nivelul valorii semnificative, atunci ajungem la concluzia că comportamentul funcțiilor autocorelației selective și ale autocorelației selective parțiale corespunde modelului *AR(1)* sau, ceea ce este aceeași, *ARIMA(1,0,0)*.

Pentru a face ca alegerea modelului să fie mai rezonabilă, modelăm datele folosind modelul *MA(2)* sau *ARIMA(0,0,2)*. Dacă ambele modele se dovedesc a fi adecvate, se alege cel mai bun model, bazat pe principiul economiei. Termenul constant este inclus în ambele modele, pentru a ține seama de faptul că datele variază aproape de un nivel nonzero. Dacă datele s-au exprimat ca o abatere de media eșantionului, atunci în ambele modele termenul constant poate fi omis. Se presupune că datele sunt centralizate, adică media eșantionului este zero, deci nu există un termen constant în modelele *ARIMA(p,d,q)*. Dacă coeficienții estimați sunt semnificativ diferiți de zero și erorile standard sunt similare, apoi se fac prognoze cu ajutorul acestor două modele, care, de regulă, diferă în unele detalii. Deoarece modelul *AR(1)* are doi parametri (inclusiv un termen constant), iar modelul *MA(2)* are trei (inclusiv un termen constant), în conformitate cu principiul economiei, se recomandă utilizarea modelului *AR(1)* mai simplu.

B. Se presupune că avem date pentru prognoza abaterilor de la volumele planificate de producție ale companiei, detectate în timpul controlului calității procesului de producție. Procesul de determinare a modelului începe cu studiul seriei cronologice de erori construite, precum și cu analiza funcției de autocorelaţie și autocorelaţie parţială.

Să presupune că apar următoarele situații. Graficul seriei de timp și funcțiile de autocorelaţie indică caracterul staționar al seriei date. Se poate observa din grafic că există un singur coeficient semnificativ de autocorelaţie (pentru intervalul 1) și toți ceilalți coeficienți sunt nesemnificativi. Prin urmare, putem presupune că coeficienții autocorelației sunt întrerupţi după primul interval. Graficul funcţiei de autocorelaţie parţială începe cu o valoare semnificativă, primii trei coeficienți selectivi de autocorelaţie parţială sunt negativi și scad treptat la zero. Se poate concluziona că comportamentul coeficienților selectivi de autocorelație și autocorelaţie parţială este foarte similar cu indicatorii teoretici pentru procesul *MA(1)* (sau *ARIMA(0,0,1)*). Astfel, se face concluzia că seria de timp investigată poate fi descrisă cu ajutorul modelului *MA(1)*.

Parametrii din modelul *MA(1)* pot fi calculaţi de la (4) la (6) pentru p = 0 și q = 1. Se construieşte un grafic pentru funcția de autocorelaţie reziduală. Dacă statisticele Ljung-Box arată că erorile sunt aleatoare, se face prognoză pentru perioada $n + 1$. Pentru aceasta avem nevoie de eroarea previziunii pentru ultima perioadă n. Prognoza pentru o eroare de control al calității în perioada $n + 2$ este pur și simplu o medie presupusă a seriei, deoarece cea mai bună estimare a erorii în perioada $n + 1$ este zero.

C. Previziunea erorii se face în cazul când se controlează calitatea volumului de producție al unui alt obiect (diferit de scenariul B). Folosind un grafic pentru seria de timp originală și funcția de autocorelaţie selectivă, se concluzionează că seria inițială de erori de control al calității este staționară, valorile de eroare oscilează cu privire la un nivel fix – zero, iar coeficienții autocorelației scad rapid. În plus, primii doi coeficienți de autocorelaţie sunt semnificativ diferiți de zero și funcția de autocorelaţie pentru primele câteva intervale scade într-un mod similar celui definit în descrierea teoretică a proceselor de tip *AR(1)*.

Se analizează, de asemenea, graficul funcției de autocorelaţie parţială selectivă. Se presupune că toți coeficienții autocorelației parțiale, cu excepția primului, sunt practic nesemnificativi. În general, structura funcțiilor de autocorelaţie selectivă și de autocorelaţie parţială selectivă corespunde exact proceselor de tip *AR(p)*. Prin urmare, se pare că datele unei serii de erori (abateri de la valorile intenționate) pot fi modelate în mod adecvat ca un proces *AR(1)* sau *ARIMA(1,0,0)*. Parametrii estimați ai modelului *AR(1)*, eroarea medie pătratică reziduală și graficul funcției de autocorelaţie reziduală sugerează că modelul găsit este adecvat, sunt îndeplinite cerințele de bază pentru valorile erorilor.

Prognozele se fac pentru perioadele $n + 1$ și $n + 2$. Pentru a confirma modelul *AR(1)*, este testat și un alt model (mai complex) *ARMA(1,1)* sau *ARIMA(1,0,1)*. Acest lucru poate fi justificat de faptul că, dacă modelul ales anterior este corect, atunci parametrul suplimentar al mediei mobile în noul model va da o contribuție nesemnificativă. Rezultatele modelării seriilor de date inițiale bazate pe modelul *ARIMA(1,0,1)* au arătat că parametrul *MA(1)* nu este prea diferit de zero, ceea ce înseamnă că nu este necesar în model. Desigur, deoarece acesta este un model mai general decât modelul *AR(1)*, caracterul adecvat al reprezentării datelor este cel puțin același. Acest fapt poate fi confirmat de valoarea varianței și de comportamentul aleator al reziduurilor.

D. Ultima situație presupusă se referă la prognoza datelor sezoniere. Se va considera prognoza volumelor de vânzări pentru mai multe perioade. O analiză preliminară a seriei de timp și a graficului său arată că este posibil să se detecteze, împreună cu o tendință crescătoare, o structură sezonieră clar manifestată. Am ajuns la concluzia că această serie este non-staționară și, prin urmare, este necesar să se aplice modelul sezonier *ARIMA*.

Construirea modelului de date începe cu studierea graficului funcției selective de autocorelaţie. Coeficienții de autocorelaţie după primul interval sunt nesemnificativi, dar există o creştere nesemnificativă la un interval ulterior. În cazul în care coeficienții de autocorelaţie la intervale de sezonalitate sunt semnificative, dar apoi se diminuează rapid, aceasta indică lipsa staţionarităţii şi confirmă prezenţa unei componente sezoniere a seriei cronologice inițiale. În procesul de căutare a unui model adecvat, o serie de diferenţe se calculează în funcție de structura sezonieră pentru a verifica dacă seria de date inițială poate fi transformată în una staționară.

Diferența sezonieră pentru perioada $S = 12$ este determinată după cum urmează: $y_t = y_t - y_{t-12.}$ Se construiește un grafic pentru seria de diferențe, pentru funcții de autocorelaţie selectivă și de autocorelaţie parţială selectivă. Din grafice se observă că datele privind diferenţele sezoniere pot fi considerate în totalitate ca serie staționară, adică acestea oscilează cu o valoare constantă. Coeficienții de autocorelaţie au un vârf semnificativ la intervalul *12* și coeficienții autocorelației selective parțiale au vârfuri semnificative la intervale de

12 și *24*, care scad treptat. Acest comportament indică alegerea modelului *MA(1), ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)= ARIMA(0,0,0)(0,1,1)*. O astfel de înregistrare implică următoarele: *p* este numărul de termeni autoregresivi, *p=0*; *d* – numărul de diferențe, *d=0*; *q* – numărul de termeni ai mediei mobile, *q=0*; *P* – numărul de termeni autoregresivi sezonieri, *P*=0; *D* – numărul de diferențe sezoniere (*D=1*, pe intervalul *12*); *Q* – numărul de componente sezoniere ale mediei mobile, *Q=1*.

Deoarece seria de diferențe sezoniere se modifică în jurul unui nivel diferit de zero, datele sunt centralizate, și anume: din nivelul y_t se scade nivelul mediu al procesului de diferență sezonieră. Se construiește un grafic al funcției de autocorelație a reziduurilor și prognoza vânzărilor pentru următoarele *12* luni. Dacă rezultatul are o descriere bună a structurii datelor (conform statisticilor Ljung-Box), apoi, pe baza valorilor estimate ale parametrilor, se înregistrează o ecuație pentru a prognoza. Pentru prognoza la perioada următoare, valoarea cea mai bună presupusă a erorii este zero. Dacă prognozele obținute corespund comportamentului seriei, atunci putem presupune corectitudinea descrierii structurii sezoniere.

Concluzii

Modelele autoregresive și medii mobile au devenit, de la apariția lor, instrumentul standard de analiză a seriilor de timp. Îmbunătățirea metodei de estimare a parametrilor componentei autoregresive, a componentei medii mobile și a parametrilor modelului ARMA este asociată cu precizia și eficiența acestora. Caracteristica specifică a sistemului neliniar (3) - (6) este că permite obținerea unei soluții pentru un model de structură arbitrară.

Referințe:

1. HANKE, J.E., REITSCH, A.G., WICHERN, D.W. *Business Forecasting*, Ed.7. New York, Prentice Hall, 2003. ISBN 5-8459-0436-6
2. BOX, G.E P., JENKINS, G.M. *Time series analysis. Forecasting and control.* Holden-Day, San Francisco, 1976.
3. TERZI, D. Modelarea schemelor *ARIMA* pentru previziune economică. În: *Materialele Conferinţei ştiinţifice internaţionale „Dezvoltarea economică în contextul aspiraţiei de integrare europeană. Perspective şi realizări"* 23-24 octombrie 2009, p.230-234.

Prezentat la 11.10.2017