

О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОМЫСЛОВОГО СТАДА РЫБ

В.М. Халилов¹, Ч.А. Мамедов², С.Н. Надиров¹¹Азербайджанская Государственная Морская Академия, Баку, Азербайджан²Бакинский Государственный Университет, Баку, Азербайджанe-mail: m_chingiz@yahoo.com

Резюме: Представляется система дифференциальных уравнений, которая позволяет решать общие задачи по закономерности изменения равновесных состояний численности промыслового стада и рационально использовать рыбных запасов водоемов.

Ключевые слова: математическая модель, промысловое стадо, численность, рыбные запасы, водоем.

Математическое моделирование - это метод, при помощи которого возможно выявить механизм процесса и понять его структурные особенности – установить параметры анализируемой совокупности. Очень важная задача, которая позволяет широко применять математические модели, - это разработка методики и составление прогнозов колебаний численности и возможных уловов промысловых рыб, а также расчет оптимальных режимов эксплуатации промысловых рыб. В настоящее время на выполнение этих задач, особенно на составление прогнозов возможных уловов отдельных промысловых рыб, расходуется огромное количество сил и времени, а результаты далеко не всегда оказываются достаточно точными. Поэтому крайне важно максимально упростить и механизировать процессы составления прогнозов и расчет режима эксплуатации стад промысловых рыб, обеспечив при этом высокую точность этих расчетов [1, 2, 3, 4].

Данному вопросу посвящена много работ, однако, нельзя считать, что этот вопрос решен окончательно. По нашему мнению, проблему необходимо решить в комплексе – с учетом пополнения численности промыслового стада рыб в результате поступления в стадо новых особей, увеличения численности вследствие приращения массы промыслового стада, убыли численности стада от естественной и промысловой смертности.

По Э.С.Расселу [5], численность популяций рыб зависит в основном от четырех факторов: пополнения стада в результате поступления новых особей, увеличения вследствие приращения массы промыслового стада и убыль численности от естественной и промысловой смертности. Если считать, что m_0 характеризует численность промыслового стада рыб в начале некоторого рассматриваемого периода (предположим в течение года), а n представляет собой численность стада в конце этого промежутка, то закономерность изменения равновесных состояний численности

промыслового стада рыб может быть выражена следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dn}{dt} &= m_0 + (k_1 + k_2)n_1 - (k_3 + k_4)n_2, \\ \frac{dn_1}{dt} &= m_0 + (k_1 + k_2)n_1, \\ \frac{dn_2}{dt} &= (k_3 + k_4)n_2, \\ \frac{dn_3}{dt} &= k_4n_2,\end{aligned}\tag{1}$$

где

dn - изменение количества промыслового стада за единицу времени;

dn_1 - изменение количества рыб поступившие в стадо за единицу времени;

dn_2 - изменение количества для убывающих от стада в результате естественной и промысловой смертности за единицу времени;

dn_3 - изменение количества рыбы, выловленной за единицу времени;

k_1 - коэффициент, характеризует интенсивность поступления новых особей в стадуза единицу времени; в долях единицы;

k_2 - коэффициент, характеризует интенсивность приращения массы промыслового стада по мере старения особей в единицу времени; он выражает в долях единицы;

k_3 и k_4 - коэффициенты интенсивности убыли стад от естественной и промысловой смертности в единицу времени; они выражаются в долях единицы;

n - численность стада (количество рыб) находящейся в водоеме в конце некоторого промежутка времени t ;

n_1 - количество рыб, пополнившиеся стаду за счет поступления новых особей и увеличения численности вследствие приращения массы промыслового стада по мере старения особей от его составляющих за время t ;

n_2 - количество убывающих от стада рыб в результате естественной и промысловой смертности за время t ;

n_3 - количество выловленных рыб, за t времени.

На основании первого уравнения системы (1) можно заключить, что чем улов k_4n_2 больше будет естественного прироста численности стада $[(k_1 + k_2)n_1 - k_3n_2]$, тем меньше будет запас. Очевидно, что самым оптимальным вариантом можно считать тогда, когда улов k_4n_2 будет равен естественному приросту. Это будет соответствовать неизменности величины промыслового запаса.

Интегрируя второе уравнение системы (1) в пределах от N_0 до n_1 для переменной n_1 и от t_1 до t для переменной t получим:

$$n_1 = \frac{m_0}{k_1+k_2} (e^{(k_1+k_2)(t-t_1)} - 1) + N_0 e^{(k_1+k_2)(t-t_1)}. \quad (2)$$

Интегрируя третье уравнение системы (1) при начальных условиях $t = t_1$; $n_2 = N_0$ получим:

$$n_2 = N_0 e^{(k_1+k_2)(t-t_1)} .. \quad (3)$$

Подставляя значения n_1 и n_2 из выражений (2) и (3) в первое уравнение системы (1) и интегрируя его получим;

$$n = \frac{m_0}{k_1+k_2} (e^{(k_1+k_2)(t-t_1)} - 1) - N_0 (e^{(k_3+k_4)(t-t_1)} - (e^{(k_1+k_2)(t-t_1)})) . \quad (4)$$

Интегрируя четвертое уравнение системы (1) соответствующим образом получим улов рыбы за промежуток времени t .

$$n_3 = \frac{k_4 N_0}{k_1+k_2} e^{(k_3+k_4)(t-t_1)}. \quad (5)$$

Аналогичным образом, также можно получить величину естественной смертности.

Таким образом, представленная система (1) дифференциальных уравнений позволяет решать общие задачи по закономерности изменения равновесных состояний численности промыслового стада и рационально использовать рыбных запасов водоемов.

Литература

1. Бивертон Р., Холт С., Динамика Численности Промысловых Рыб, Москва, Пищевая промышленность, 1969, 248 с.
2. Засосов А.В., Теоретические Основы Рыболовства, Москва, Пищевая промышленность, 1970, 291 с.
3. Засосов А.В., Динамика Численности Промысловых Рыб, Москва, Пищевая промышленность, 1976, 312 с.
4. Никольский Г.В., Теория Динамики Стада Рыб, Москва, Пищевая промышленность, 1974, 447 с.
5. Рассел Э.С., Проблемы Перелова, Москва, Пищепромиздат, 1947, 92 с.

ON MATHEMATICAL MODEL OF COMMERCIAL STOCKS OF FISH

V.M. Khalilov, Ch.A. Mamedov, S.N. Nadirov

A system of differential equations, which allows to solve common tasks in patterns of change in the equilibrium states of the commercial stock numbers and rational use of fish resources of reservoirs is provided.

Keywords: mathematical model, the commercial stock, number, fish stocks, water reservoir.