

УДК 625.032.5:531.311:629.423.1

А. Я. КУЗИШИН^{1*}

^{1*} Львівський НДІ судових експертиз, вул. Липинського, 54, Львів, Україна, 79024, тел. +38 (032) 231 76 13, тел. +38 (032) 231 70 61, ел. пошта kuzyshyn1993@gmail.com, ORCID 0000-0002-3012-5395

ВИЗНАЧЕННЯ РАМНОЇ СИЛИ ЕЛЕКТРОВОЗА ВЛ80 ПРИ РУСІ НА КРИВИХ ДІЛЯНКАХ КОЛІЇ

Мета. При русі локомотивів на кривих ділянках залізничної колії виникають поперечні горизонтальні сили, які призводять до притиснення гребеня колісної пари до головки рейки. Використовуючи існуючу методику розрахунку бокової сили, необхідно розробити метод визначення рамної сили, що діє на візок зі сторони кузова секції локомотива. Також потрібно встановити основні параметри, які мають вплив на величину рамної сили. Змінюючи ці параметри, побудувати залежності сили від часу руху електровоза по відповідній кривій. **Методика.** Представимо електровоз як багатомасову механічну систему з семи тіл: кузова, двох рам візків та чотирьох колісних пар. Для визначення бокової сили, яка діє від колісної пари на рейку, потрібно вирішити диференціальні рівняння руху локомотивного візка по кривим малого радіуса. За допомогою рівнянь кінестатики для колісної пари візка перейти до визначення рамної сили, яка діє на візок зі сторони кузова секції локомотива. У розрахунках приймаються номінальні геометричні та масові параметри вузлів і деталей електровоза. Радіус кривої, довжина перехідної кривої, довжина кругової кривої, позовжній ухил рейкової колії та інші параметри приймаються сталими величинами. **Результати.** Отримані розрахункові значення величини рамної сили електровоза ВЛ80, яка діє на візок зі сторони кузова секції локомотива. На основі отриманих результатів були побудовані залежності рамної сили від часу руху електровоза по відповідній кривій при зміні швидкості руху та відповідному підвищенні зовнішньої рейкової нитки. **Наукова новизна.** На основі існуючої методики розрахунку бокової сили розроблений метод визначення рамної сили, яка діє на візок зі сторони кузова секції локомотива. **Практична значимість.** Удосконалення методу визначення рамної сили підвищує точність розрахунків при аналізі безпеки руху та при проведенні судових залізнично-транспортних експертиз.

Ключові слова: рамна сила; колісна пара; електровоз; рейкова колія; кругова крива; перехідна крива; візок; підвищення зовнішньої рейки

Вступ

Взаємодія колії та рухомого складу залізниць є однією з найважливіших проблем залізничного транспорту [1–4]. При русі локомотивів по кривих ділянках залізничної колії виникають поперечні горизонтальні сили, які призводять до притиснення гребеня колісної пари до головки рейки. При цьому відбувається знос рейки і гребеня колісної пари локомотива.

Об'єктом даного дослідження є двовісний візок електровоза ВЛ80. Двовісний візок електровоза, що експлуатується на залізницях України, має жорстку раму [10]. Кузов секції електровоза опирається на рами візків завдяки колісковому підвішуванню, а позовжній зв'язок кузова з рамою візка здійснюється через кульову опору. Цим забезпечується можливість реалізації малих зміщень рами візка відносно

кузова у площині, яка паралельна площині рейкової колії, а саме можливість поперечного зміщення центру рами і повороту рами відносно цього центру. Колісні пари візка сполучені з рамою пружними шарнірно-повідковими зв'язками. Дані зв'язки дозволяють позовжнім осям колісних пар здійснювати незалежні, один від одного малі, поступальні переміщення і малі повороти відносно рами візка в площині, яка паралельна площині рейкової колії.

Найбільш повне трактування поняття рамної сили викладено в роботах М. Ф. Веріго [6], О. П. Ершкова [8], М. А. Чернишева [12] і Г. М. Шахунянца [13]. Викладемо суть цих трактувань, використовуючи єдині позначення.

Трактування О. П. Ершкова.

«Силу, котору надо приложить к раме для преодоления действия сил трения ненабегающих колес, называют рамной силой Y_p . Силу

ЕКСПЛУАТАЦІЯ ТА РЕМОНТ ЗАСОБІВ ТРАНСПОРТУ

Y_p можна розложити на две боковые силы: действующую на наружный рельс и внутренний рельс».

Тракування М. Ф. Веріго.

«Боковые силы, воспринимаемые колесами одной колесной пары, передаются раме тележки. Равнодействующую боковых сил, воспринимаемых колесами одной колесной пары, называют рамной силой. В зависимости от направления поперечной силы, действующей по поверхности катания колеса по рельсу, вызванная их взаимным проскальзыванием, рамная сила $Y_p = Y_o + F'_r$ или $Y_p = Y_o - F'_r$ ».

Тракування Г. М. Шахунянца.

«Рамной силой Y_p называется поперечная сила, передаваемая рамой экипажа через колесную пару на рельс (в том числе и сила инерции, развиваемая самой колесной парой). Она равна разности боковых сил, передаваемых одной и той же осью на наружную и внутреннюю рельсовые нити».

Тракування М. А. Чернишева.

«При движении экипажей в прямых участках пути возникают боковые силы, связанные с влиянием подвижного состава. Силы, действующие на кузов, передаются через раму экипажа на колесные пары. Эти силы называются рамными».

Що ж стосується трактування поняття «рамна сила», то в приведених вище роботах є деякі розбіжності.

У роботах [6, 12–14] бокова сила Y_o розглядається як функція направляючої сили і поперечної сили тертя ковзання. Іншими словами, бокова сила – це алгебраїчна сума сил Y і Y'_r одного і того ж колеса. Якщо колісна пара знаходиться попереду центру повороту візка, то для колеса, яке рухається по зовнішній рейці кривої, бокова сила визначається виразом [13]:

$$Y_{o,n} = Y - F'_r. \quad (1)$$

Для колеса, яке рухається по внутрішній рейці кривої, бокова сила визначається виразом [13]:

$$Y_{o,v} = F'_r. \quad (2)$$

Різниця бокових сил, що передаються одні-

єю і тією ж колісною парою на зовнішні і внутрішні рейки колії, кількісно дорівнює рамній силі Y_p . Для випадку, коли колісна пара знаходиться попереду центру повороту візка, згідно (1) і (2) маємо [13]:

$$Y_{o,n} - Y_{o,v} = Y - 2F'_r = Y_p \quad (3)$$

У роботі [8] рамна сила розглядається як функція направляючої сили і поперечних до осі колії сил тертя ковзання. Дані сили виникають на зовнішній і внутрішній рейках. Якщо колісна пара знаходиться попереду центра повороту візка, рамна сила дорівнює:

$$Y_p = Y - 2F'_r \quad (4)$$

Бокова ж сила розглядається як функція рамної сили. Згідно [8] бокова сила, яка діє на зовнішню рейку колії, дорівнює:

$$Y_{o,n} = Y_p - F'_r. \quad (5)$$

Бокова сила, яка діє на внутрішню рейку колії, буде визначатися за виразом:

$$Y_{o,v} = F'_r. \quad (6)$$

Згідно з [8] різниця бокових сил дорівнює:

$$Y_{o,n} - Y_{o,v} = Y_p - F'_r - F'_r = Y_p - 2F'_r. \quad (7)$$

При цьому сума бокових сил дорівнює:

$$Y_{o,n} + Y_{o,v} = Y_p - F'_r + F'_r = Y_p. \quad (8)$$

Таким чином, рамна сила, визначена одним і тим же аналітичним виразом (3) і (4), в одному випадку трактується як різниця бокових сил (3), а в другому випадку – як сума бокових сил (8). Порівняння виразів (3) і (7) призводить до висновку, що поняття «різниця бокових сил» в одному з випадків трактується неправильно.

На основі вищевикладених теоретичних положень були запропоновані практичні формули для визначення рамних сил Y_p .

Згідно з [8] рамна сила, яка діє на першу за напрямком руху колісну пару електровоза ВЛ80, визначається виразом:

$$Y_p = 25 + 25 \cdot \left(\frac{v^2}{R} - \frac{h_0}{S} g \right). \quad (9)$$

ЕКСПЛУАТАЦІЯ ТА РЕМОНТ ЗАСОБІВ ТРАНСПОРТУ

Згідно [6] рамна сила визначається виразом:

$$Y_p = 7,5 + 28 \cdot \left(\frac{v^2}{R} - \frac{h_0}{S} g \right), \quad (10)$$

де v – швидкість руху центру мас екіпажа (поїзда), м/с; R – радіус кривої, м; h_0 – підвищення зовнішньої рейки, м; S – відстань між осями симетрії поперечних перерізів рейок рейкової колії, м; g – прискорення вільного падіння.

При цьому вираз $\left(\frac{v^2}{R} - \frac{h_0}{S} g \right)$ у залізнично-транспортній літературі називають непогашеним поперечним прискоренням і позначають $a_{н.п}$.

Згідно [6, 15] вираз (10) рекомендується використовувати для $a_{н.п}$ в межах від $-0,5$ м/с² до $+0,7$ м/с², а згідно [8, 12] вираз (9) рекомендується використовувати для $a_{н.п}$ в межах від $-0,5$ м/с² до $+0,1$ м/с².

При цьому у вказаних межах $a_{н.п}$ може приймати і нульові значення.

Прирівнявши вираз $\left(\frac{v^2}{R} - \frac{h_0}{S} g \right)$ до нуля, знайдемо швидкість v^* , при якій поперечне прискорення повністю погашається ($a_{н.п} = 0$):

$$v^* = \sqrt{\frac{R \cdot h_0}{S} g}. \quad (11)$$

У випадку, коли підвищення зовнішньої рейки дорівнює нулю ($h_0 = 0$), швидкість v^* також буде дорівнювати нулю. Це відповідає стану спокою екіпажу. Проте і в стані спокою екіпажу згідно (9) маємо:

$$Y_p = 25 \text{ кН},$$

а згідно (10)

$$Y_p = 7,5 \text{ кН}.$$

На мій погляд, у стані спокою екіпажу ($v = 0, h_0 = 0$) рамна сила повинна дорівнювати нулю.

Мета

Використовуючи існуючу методику розрахунку бокової сили, розробити метод визначен-

ня рамної сили, яка діє на візок зі сторони кузова секції локомотива.

Методика

Постановка задачі. Об'єктом дослідження є типовий двовісний візок електровоза ВЛ80, який рухається зі встановленою швидкістю на кривій ділянці колії з відповідним підвищенням зовнішньої рейкової нитки. Необхідно визначити та проаналізувати величину рамної сили, яка виникає при русі локомотивного візка.

Розв'язок задачі. Як відомо, електровоз представляє собою багатомасову механічну систему. Будемо рахувати, що вказана система складається із семи тіл: кузова, двох рам візків та чотирьох колісних пар.

Статичні або динамічні сили, які діють на кузов електровоза, передаються на рами візків. З рами візків дані сили передаються на колісні пари, а з колісних пар на рейки колії.

Передача вказаних сил від кузова на рами візків відбувається у точках їх взаємодії завдяки колісковому підвішуванню. У колісковому підвішуванні виникають сили, які діють як у вертикальній, так і в горизонтальній площині. При цьому в горизонтальній площині сили діють вздовж і поперек рейкової колії.

Для знаходження аналітичних виразів, за допомогою яких визначаються вертикальні та горизонтальні навантаження на раму візка, потрібно скористатися принципом Германа-Ейлера-Даламбера і принципом звільнення твердого тіла від зв'язків. При цьому коліскове підвішування необхідно замінити віртуальною кульовою опорою, зберігаючи всі його характеристики.

Згідно з цими принципами рух кожного тіла механічної системи формально приводиться до стану рівноваги (до задачі статики). Для цього кожне тіло механічної системи звільняється від зв'язків, а їх дія замінюється реакціями. Потім до тіла прикладаються всі діючі на нього зовнішні сили і сили інерції. Після цього складаються рівняння рівноваги статики, вирішення яких і дозволить визначити невідомі реакції.

Для вирішення поставленої задачі потрібно послідовно розглянути:

1) сили, які діють на візок зі сторони кузова секції локомотива;

ЕКСПЛУАТАЦІЯ ТА РЕМОНТ ЗАСОБІВ ТРАНСПОРТУ

2) активні сили і сили інерції локомотивного візка;

3) сили, які діють на локомотивний візок зі сторони рейкової колії;

4) розрахункову схему візка – для визначення дії сили на колісну пару.

При розрахунку сил, які діють на візок зі сторони кузова секції локомотива, основна увага приділялась визначенню активних сил, відцентрової сили інерції, моменту сил інерції від кутового прискорення, поперечних та вертикальних сил, які передаються на кузов від відповідних візків, моментів пар сил відносно осей x, z_1, z_2 .

Активними силами, які діють на кузов секції, являються сила ваги кузова P_k і сила тяги секції Q . Знаючи силу Q , можна визначити величину поздовжньої сили, яка виникає у автосцепі секції:

$$Q_1 = Q \cdot (j-1); Q_2 = Q \cdot j, \quad (12)$$

де j – кількість секцій локомотива.

Відцентрова сила, яка діє в круговій кривій радіусом ρ_0 , є величиною постійною і дорівнює:

$$F_k^{цб} = P_k \cdot v^2 / g \cdot \rho_0. \quad (13)$$

У перехідній кривій модуль відцентрової сили інерції змінний і визначається за формулою:

$$F_k^{цб} = K_1 \cdot P_k \cdot v^2 / g \cdot \rho_0, \quad (14)$$

де g – прискорення вільного падіння; K_1 – коефіцієнт, який враховує збільшення кривизни перехідної кривої; v – швидкість руху.

При русі локомотива в перехідній кривій з постійною швидкістю на кузов секції діє також момент сил інерції від кутового прискорення.

Величина цього моменту визначається за формулою:

$$M_{zK}^{ин} = K_2 \cdot J_{zK} \cdot v^2 / q, \quad (15)$$

де K_2 – коефіцієнт, який враховує вид кривої; J_{zK} – момент інерції маси кузова секції відносно осі z ; q – параметр перехідної кривої.

Активні сили і сили інерції, які діють на ку-

зов секції, показані на розрахункових схемах (рис. 1–3).

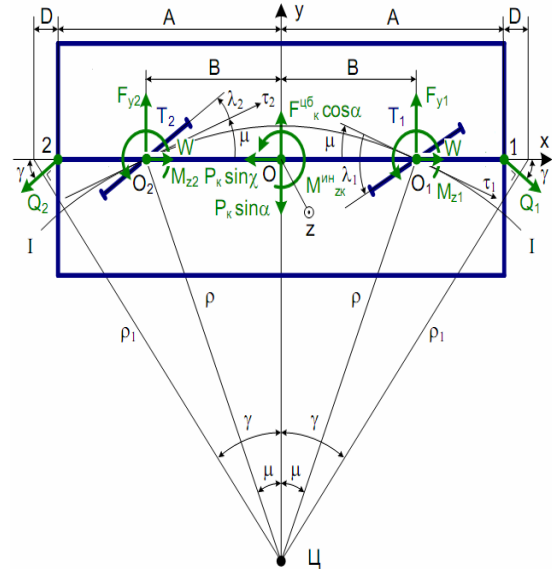


Рис. 1. Проекції сил на площину xy

Fig. 1. Projections of forces on the plane xy

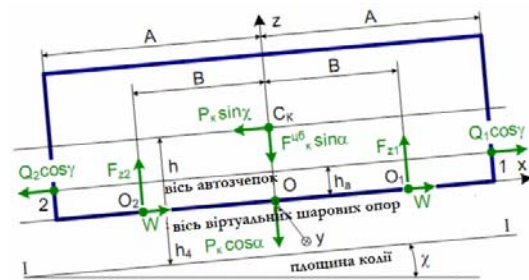


Рис. 2. Проекції сил на площину xz

Fig. 2. Projections of forces on the plane xz

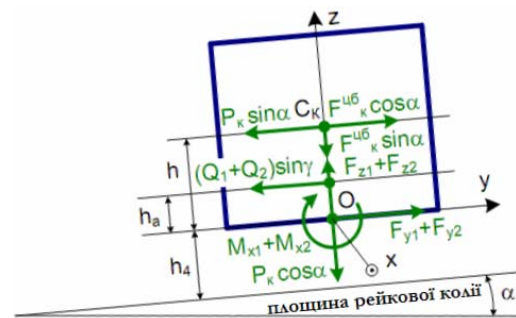


Рис. 3. Проекції сил на площину yz

Fig. 3. Projections of forces on the plane yz

На розрахункових схемах індекс 1 відповідає першому візку, а індекс 2 – другому візку.

ЕКСПЛУАТАЦІЯ ТА РЕМОНТ ЗАСОБІВ ТРАНСПОРТУ

Реакціями зв'язків є наступні сили і моменти:

W – сила тяги одного візка, яка прийнята однаковою для всіх візків секції локомотива;

F_{y1} і F_{y2} – поперечні сили, що передаються на кузов від відповідних візків;

F_{z1} і F_{z2} – вертикальні сили, що передаються на кузов від відповідних візків;

M_{x1} і M_{x2} – моменти пар сил відносно осі x , що передаються на кузов від відповідних візків, у розрахунках прийнято $M_{x1} = M_{x2} = M_x$;

M_{z1} і M_{z2} – моменти пар сил відносно осей z_1 і z_2 , діючих на кузов від відповідних візків.

Для визначення раніше вказаних параметрів складається шість рівнянь кінетостатики для кузова:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0, \\ Q_1 - Q_2 + 2W - P_k \chi &= 0, \\ \sum F_y &= 0, \\ F_{y1} + F_{y2} + \Delta_K - (Q_1 + Q_2) \gamma &= 0, \\ \sum F_z &= 0, \\ F_{z1} + F_{z2} - P_k - F_k^{п6} \alpha &= 0, \\ \sum M_x &= 0, \\ -2M_x + (Q_1 + Q_2) \gamma h_a - \Delta_K h &= 0, \\ \sum M_y &= 0, \\ -(F_{z1} - F_{z2}) B + (Q_1 - Q_2) h_a - P_k \chi h &= 0, \\ \sum M_z &= 0, \end{aligned} \quad (16)$$

$$M_{z1} + M_{z2} - (Q_1 - Q_2) \gamma A + (F_{y1} - F_{y2}) B + M_{zk}^{пн} = 0.$$

У результаті розв'язку системи рівнянь (16) були отримані наступні результати:

$$W = \frac{1}{2} (Q + P_k \chi), \quad (17)$$

$$M_x = \frac{1}{2} [Q \gamma (2j - 1) h_a - \Delta_K h], \quad (18)$$

$$F_{z1} = \frac{1}{2} \left[-Q \frac{h_a}{B} + P_k \left(1 - \frac{h}{B} \chi \right) + (F_k^{п6}) \alpha \right], \quad (19)$$

$$F_{z2} = \frac{1}{2} \left[Q \frac{h_a}{B} + P_k \left(1 + \frac{h}{B} \chi \right) + (F_k^{п6}) \alpha \right], \quad (20)$$

$$F_{y1} = \frac{Q}{2} \left[\gamma \left(2j - 1 - \frac{A}{B} \right) - e \frac{h_a}{B^2} \mu \right] - \frac{M_k^{пн}}{2B} - \frac{e P_k}{2B} \lambda_1 - \frac{\Delta_K}{2}, \quad (21)$$

$$F_{y2} = \frac{Q}{2} \left[\gamma \left(2j - 1 + \frac{A}{B} \right) + e \frac{h_a}{B^2} \mu \right] + \frac{M_k^{пн}}{2B} + \frac{e P_k}{2B} \lambda_1 - \frac{\Delta_K}{2} \quad (22)$$

У структурі реактивних сил звернемо увагу на сили F_{y1} і F_{y2} , які виникають у віртуальній кульовій опорі при передачі статичних і динамічних сил від кузова електровоза на раму візка. При цьому вказані сили діють у поперечному до осі колії напрямку. Як зазначалось вище, зі сторони кузова на раму візка передаються ще і вертикальні сили F_{z1} і F_{z2} . Проте, на думку ряду авторів, саме до горизонтальних сил F_{y1} і F_{y2} , які діють у поперечному до осі колії напрямку, застосовано поняття «рамна сила».

Таким чином, горизонтальну силу, яка діє зі сторони кузова електровоза в поперечному до осі колії напрямі, що передається через віртуальну кульову опору на раму візка, найдоцільніше і назвати рамною силою.

Рамну силу F_{y1} , яка діє у віртуальних кульових опорах, слід розглядати як рівнодіючу рамних сил, які діють на колісні пари візків.

При розрахунку активних сил і сил інерції локомотивного візка основна увага приділялась визначенню відцентрової сили інерції візка, головного вектора і головного моменту сил інерції у відносних переміщеннях.

Сили інерції візка показані на рис. 4, що запозичений з [7].

ЕКСПЛУАТАЦІЯ ТА РЕМОНТ ЗАСОБІВ ТРАНСПОРТУ

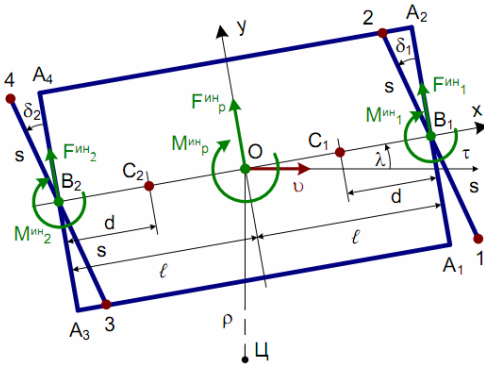


Рис. 4. Сили інерції візка

Fig. 4. Inertia forces of the bogie

Сили інерції відносного руху визначались з урахуванням того, що локомотивний візок не являється жорстко закріпленим об'єктом, а складається не менше як із трьох тіл, які мають малі поступальні і поворотні переміщення відносно один одного. Цими тілами є рама візка і два колісно-моторні блоки (КМБ).

Загальними для всіх тіл візка є два відносні рухи: поворот візка в площині xu навколо осі z у перехідних кривих з кутовим прискоренням v/q і поворот візка в цій же площині з кутовим прискоренням $\ddot{\lambda}$ навколо осі, яка проходить через точку B_1 і паралельна осі z . Кожен колісно-моторний блок здійснює ще додатковий поворот відносно рами візка з кутовими прискореннями $\ddot{\delta}_1$ і $\ddot{\delta}_2$ відповідно.

Сили інерції рами візка після приведення їх до центру O характеризуються головним вектором F_p^{inh} і головним моментом M_p^{inh} :

$$F_p^{\text{inh}} = \frac{P_p}{g} I \ddot{\lambda}_n, \quad (23)$$

$$M_p^{\text{inh}} = -J_{zp} \left(\ddot{\lambda}_n - K_2 \frac{v^2}{q} \right), \quad (24)$$

де P_p – сила ваги рами візка; n – номер візка в секції; l – половина бази візка; J_{zp} – момент інерції маси рами візка відносно осі z .

Сили інерції переднього колісно-моторного блоку, після приведення їх до точки B_1 , харак-

теризуються головним вектором F_1^{inh} і головним моментом M_1^{inh} :

$$F_1^{\text{inh}} = \frac{P_6}{g} \left[d \left(\ddot{\delta}_1 + \ddot{\lambda}_n - K_2 \frac{v^2}{q} \right) + K_2 l \frac{v^2}{q} \right], \quad (25)$$

$$M_1^{\text{inh}} = J_{zB1} \left(\ddot{\delta}_1 + \ddot{\lambda}_n - K_2 \frac{v^2}{q} \right) + K_2 \frac{P_6}{g} l d \frac{v^2}{q}, \quad (26)$$

де P_6 – сила ваги колісно-моторного блоку; J_{zB1} – момент інерції маси колісно-моторного блоку відносно осі, яка проходить через точку B_1 паралельно осі z .

Сили інерції заднього колісно-моторного блоку, після приведення їх до точки B_2 , характеризуються головним вектором F_2^{inh} і головним моментом M_2^{inh} :

$$F_2^{\text{inh}} = \frac{P_6}{g} \times \left[-d \left(\ddot{\delta}_2 + \ddot{\lambda}_n - K_2 \frac{v^2}{q} \right) + 2l \ddot{\lambda}_n - K_2 l \frac{v^2}{q} \right] \quad (27)$$

$$M_2^{\text{inh}} = J_{zB2} \left(\ddot{\delta}_2 + \ddot{\lambda}_n - K_2 \frac{v^2}{q} \right) - 2 \frac{P_6}{g} l \ddot{\lambda}_n + K_2 \frac{P_6}{g} l d \frac{v^2}{q} \quad (28)$$

де $\ddot{\lambda}_n$ – кутове прискорення візка; d – відстань від центру мас колісно-моторного блоку до поздовжньої осі колісної пари; $\ddot{\delta}_1$ і $\ddot{\delta}_2$ – кутові прискорення колісно-моторних блоків відповідно; J_{zB2} – момент інерції маси колісно-моторного блоку відносно осі, яка проходить через точку B_2 паралельно осі z .

При розрахунку сил, які діють на локомотивний візок зі сторони рейкової колії, основна увага приділялася визначенню нормальних реакцій рейок на візок, сил в точці контакту гребеня набігаючого колеса з рейкою, дотичних сил крипа в точках контакту з рейками поверхностей кочення колеса.

Визначення сил крипа в контактних точках

ЕКСПЛУАТАЦІЯ ТА РЕМОНТ ЗАСОБІВ ТРАНСПОРТУ

«колесо-рейка» найбільш часто проводять за методиками С. М. Куценко [9] і Ж. Калкера [16]

У цих методиках сили крипа вважаються пропорційними величинам відповідних крипів. Величина крипа для кожної контактної точки визначається як відношення швидкості пружного просковзування контактної точки колеса до швидкості руху візка. Для подальших розрахунків потрібні формули, які визначають проекції швидкостей контактних точок коліс локомотивного візка при вписуванні якого в криву малого радіуса. Складові цих швидкостей наведені на рис. 5 [5, 7].

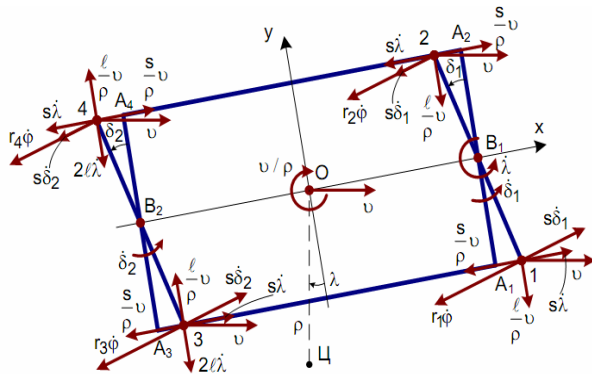


Рис. 5. Швидкості контактних точок коліс візка

Fig. 5. Speeds of contact points of bogie wheels

Згідно з методикою С. М. Куценко, проекції головних векторів сил крипа для кожної колісної пари в поперечному до осі колії напрямку визначаються:

– для передньої колісної пари:

$$F_{y1}^k = 2k^* \left\{ (N - \Delta N') \left(\lambda + \delta_1 + \frac{l}{\rho} \right) \right\} \quad (29)$$

– для задньої колісної пари:

$$F_{y2}^k = 2k^* \left\{ (N + \Delta N') \left[\left(\lambda + \delta_2 - \frac{l}{\rho} \right) + 2l \frac{\dot{\lambda}}{v} \right] \right\} \quad (30)$$

де k^* – коефіцієнт крипа для одиничного вертикального навантаження на колесо.

Модулі нормальних реакцій у даній методиці пропонується визначати за формулами:

$$N_{1,2} = N - \Delta N' \pm \Delta N'', \quad (31)$$

$$N_{3,4} = N + \Delta N' \pm \Delta N'', \quad (32)$$

де N – вертикальне навантаження, яке однакове для всіх коліс візка; $\Delta N'$ і $\Delta N''$ – поправки, які враховують вплив на вертикальне навантаження моментів M_{xt} , M_{yt} .

Індекси 1, 2, 3, 4 відповідають номерам точок контакту «колесо-рейка» на розрахунковій схемі візка рис. 4.

При визначенні бокової сили в точці контакту гребеня з рейкою будемо розглядати диференціальні рівняння руху локомотивного візка по кривій малого радіусу. Розрахункова схема візка представлена на рис. 6.

Рівняння кінестатики для візка мають вигляд:

$$\sum F_x = 0; \quad F_{xt} + F_{xt}^k + G \cdot f = 0; \quad (33)$$

$$\sum F_y = 0; \quad F_{yt} + F_{yt}^k - G = 0; \quad (34)$$

$$\sum M_o = 0;$$

$$M_{zt} + M_{zt}^k - G \cdot [l - s \cdot (\delta_1 - f)] = 0, \quad (35)$$

де F_{xt} , F_{yt} – проекції на осі x і y головного вектора активних сил і сил інерції візка; F_{xt}^k , F_{yt}^k – проекції на ті ж осі головного вектора сил крипа візка; M_{zt} , M_{zt}^k – головний момент активних сил та сил інерції візка і головний момент сил крипа візка; G – проекція на площину xy нормальної реакції рейки на гребінь колеса; f – коефіцієнт тертя гребеня з рейкою приведений до площини xy .

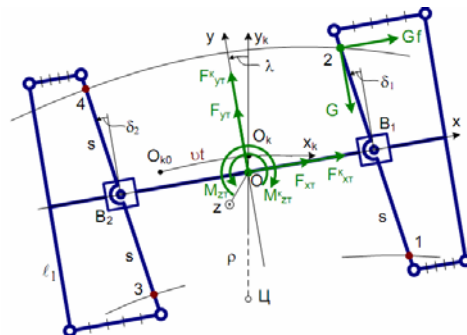


Рис. 6. Розрахункова схема локомотивного візка

Fig. 6. The calculation model of the locomotive bogie

ЕКСПЛУАТАЦІЯ ТА РЕМОНТ ЗАСОБІВ ТРАНСПОРТУ

З рівняння (34) визначається бокова сила притиснення гребня на рейку, яка дорівнює по модулю реакції рейки G :

$$G = D_1 \cdot \ddot{\lambda} + D_2 \cdot \ddot{\delta}_1 + D_3 \cdot \ddot{\delta}_2 + D_4 \cdot \dot{\lambda} + D_5 \cdot \dot{\delta}_1 + D_6 \cdot \dot{\delta}_2 + D_7 \cdot \lambda + D_8 \cdot \delta_1 + D_9 \cdot \delta_2 + D_{10}, \quad (36)$$

де $D_1 \dots D_{10}$ – коефіцієнти полінома; λ , δ_1 , δ_2 – узагальнені координати руху візка відносно системи відліку $O_k x_k y_k$.

Для знаходження законів зміни узагальнених координат λ , δ_1 і δ_2 необхідно провести розрахунок системи трьох диференціальних рівнянь:

$$A_1 \cdot \ddot{\lambda} + A_2 \cdot \ddot{\delta}_1 + A_3 \cdot \ddot{\delta}_2 + A_4 \cdot \dot{\lambda} + A_5 \cdot \dot{\delta}_1 + A_6 \cdot \dot{\delta}_2 + A_7 \cdot \lambda + A_8 \cdot \delta_1 + A_9 \cdot \delta_2 = A_{10} + A_{11} \cdot t; \quad (37)$$

$$B_1 \cdot \ddot{\lambda} + B_2 \cdot \ddot{\delta}_1 + B_3 \cdot \ddot{\delta}_2 + B_4 \cdot \dot{\lambda} + B_5 \cdot \dot{\delta}_1 + B_6 \cdot \dot{\delta}_2 + B_7 \cdot \lambda + B_8 \cdot \delta_1 + B_9 \cdot \delta_2 = B_{10} + B_{11} \cdot t; \quad (38)$$

$$C_1 \cdot \ddot{\lambda} + C_2 \cdot \ddot{\delta}_1 + C_3 \cdot \ddot{\delta}_2 + C_4 \cdot \dot{\lambda} + C_5 \cdot \dot{\delta}_1 + C_6 \cdot \dot{\delta}_2 + C_7 \cdot \lambda + C_8 \cdot \delta_1 + C_9 \cdot \delta_2 = C_{10} + C_{11} \cdot t; \quad (39)$$

де $A_1 \dots A_{11}$, $B_1 \dots B_{11}$, $C_1 \dots C_{11}$ – коефіцієнти, які наведені в табл. 2.2, 2.3, 2.4 відповідно [5, 7].

Для знаходження рамної сили, яка діє на вісь колісної пари у кривій ділянці колії, скористаємося розрахунковою схемою двох колісно-моторних блоків візка електровоза (рис. 7).

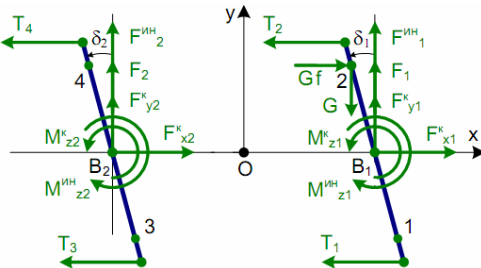


Рис. 7. Розрахункова схема двох КМБ візка

Fig. 7. The calculation model of two wheel-motor blocks of the bogie

Для знаходження рамної сили необхідно скласти систему рівнянь кінестатики для передньої колісної пари візка. Дана система буде мати вигляд:

$$\sum F_x = 0;$$

$$F_{x1}^k + Gf - (T_1 + T_2) = 0;$$

$$\sum F_y = 0;$$

$$F_{y1}^k - G + F_{p1} + F_1^{mh} = 0; \quad (40)$$

$$\sum M_{B1} = 0;$$

$$M_{z1}^k - M_{z1}^{mh} - G \cdot s \cdot (f - \delta_1) - (T_1 - T_2) \cdot s_6 = 0,$$

де F_{p1} – рамна сила, яка діє на першу колісну пару; T_1 і T_2 – поздовжні сили в шарнірно-повідкових зв'язках; s_6 – половина відстані між центрами букс однієї колісної пари.

З другого рівняння системи (40) визначається рамна сила, яка дорівнює:

$$F_{1p} = G - F_{y1}^k - F_1^{mh}. \quad (41)$$

Знаходження рамної сили для другої колісної пари проводиться аналогічним методом.

Слід відзначити, як зазначає д.т.н. Е. М. Сокол [11], для виконання судової залізнично-транспортної експертизи при сходженні рухомого складу з рейок необхідно задаватися вихідними даними з конкретного місця сходження. Вихідними даними при цьому являються: план і профіль колії, тип рейок, характеристика кривої, по якій відбувалося сходження (радіус, довжина, підвищення зовнішньої рейки, наявність перехідних кривих), технічний стан елементів верхньої будови колії (боковий і вертикальний знос рейкових ниток), несправності ходових частин рухомого складу (знос гребенів, знос поверхні кочення колісних пар). Отже, маючи конкретне місце сходження та використовуючи вище наведену методику, можна визначити рамну силу на осі колісної пари електровоза.

Результати

Оскільки сходження електровоза з рейок може відбутися у вхідній перехідній, круговій та вихідній перехідній кривій, то проведемо розрахунок рамної сили для кожної конкретної кривої у відповідний момент часу.

ЕКСПЛУАТАЦІЯ ТА РЕМОНТ ЗАСОБІВ ТРАНСПОРТУ

Вихідні дані для розрахунку: $P_k = 527$ кН;
 $\chi = 0,028$ рад; $P_T = 204$ кН; $u_1 = 0,007$ м;
 $l = 1,5$ м; $v = 10$ м/с; $\Delta h_0 = 0,15$ м;
 $\rho = 300$ м; $L_k = 100$ м; $u_2 = 0,01$ м.

Вхідна перехідна крива: $L = 50$ м, $v = 10$ м/с

Знаючи довжину перехідної кривої та швидкість руху електровоза, можна знайти час його слідування по відповідній кривій, який в даному випадку складає $t_1 = 0 \dots 5$ с.

Виконаємо розрахунок для електровоза при умові, що він прослідував від початку даної кривої $t_1 = 2,5$ с.

Виконавши розрахунок за допомогою програми Maple, були отримані такі результати:

$$G_1 = 24,7109 \text{ кН},$$

$$F_{y1}^k = 29,2944 \text{ кН},$$

$$F_1^{\text{min}} = 0,0636 \text{ кН}.$$

Рамна сила на осі першої колісної пари

$$F_{1p} = -4,647 \text{ кН}.$$

Виконаємо аналогічний розрахунок для кругової кривої. При цьому прийmemo, що електровоз ВЛ80 прослідував від початку даної кривої $t_2 = 5$ с.

$$G_1 = 57,247 \text{ кН},$$

$$F_{y1}^k = 65,999 \text{ кН},$$

$$F_1^{\text{min}} = 0,0000056 \text{ кН},$$

Рамна сила на осі першої колісної пари

$$F_{1p} = -8,752 \text{ кН}.$$

Параметри вихідної перехідної кривій аналогічні параметрам вихідної перехідної кривій. При цьому були отримані такі результати:

$$G_1 = 30,065 \text{ кН},$$

$$F_{y1}^k = 35,5285 \text{ кН},$$

$$F_1^{\text{min}} = -0,06361 \text{ кН}.$$

Рамна сила на осі першої колісної пари:

$$F_{1p} = -5,3996 \text{ кН}.$$

Для більш точного розуміння та повноти дослідження проведемо розрахунок за вище наведеною методикою для різних швидкостей та підвищень зовнішньої рейкової нитки. При цьому будемо вважати, що зазор, який виникає між робочою гранню рейки та гребенем колеса при русі по кривій, буде змінюватися в діапазоні $u_1 \dots u_2$. На основі отриманих результатів були отримані залежності рамної сили першої колісної пари електровоза ВЛ80 від часу руху по відповідній кривій. Дані залежності представлені на рис. 8–11.

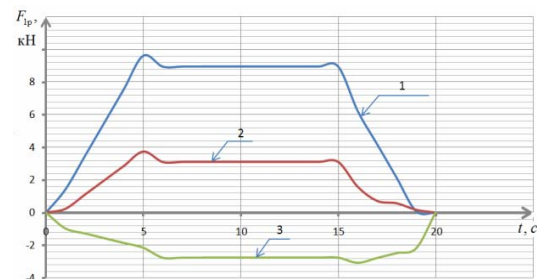


Рис. 8. Графік зміни рамної сили F_{1p} в залежності від часу руху локомотива при $V = 10$ м/с :

1 – $\Delta h_0 = 50$ мм; 2 – $\Delta h_0 = 100$ мм; 3 – $\Delta h_0 = 150$ мм

Fig. 8. Graph of behaviour of frame force F_{1f} depending on the movement time of the locomotive at $V = 10$ m/sec :

1 – $\Delta h_0 = 50$ mm; ; 2 – $\Delta h_0 = 100$ mm; ; 3 – $\Delta h_0 = 150$ mm

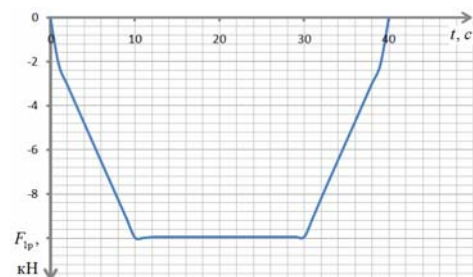


Рис. 9. Графік зміни рамної сили F_{1p} в залежності від часу руху локомотива при $V = 5$ м/с, $\Delta h_0 = 150$ мм

Fig. 9. Graph of behaviour of frame force F_{1f} depending on the movement time of the locomotive at $V = 5$ m/sec, $\Delta h_0 = 150$ mm

ЕКСПЛУАТАЦІЯ ТА РЕМОНТ ЗАСОБІВ ТРАНСПОРТУ

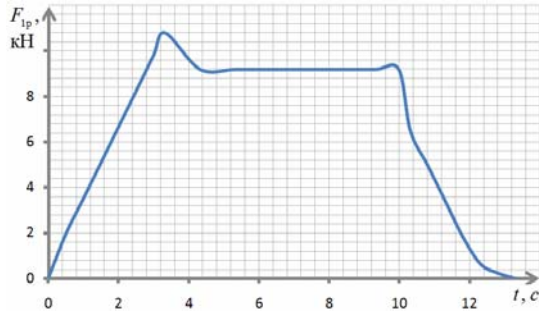


Рис. 10. Графік зміни рамної сили F_{1p} в залежності від часу руху локомотива при $V = 15$ м/с, $\Delta h_0 = 150$ мм

Fig. 10. Graph of behaviour of frame force F_{1f} depending on the movement time of locomotive at $V = 15$ m/sec, $\Delta h_0 = 150$ mm

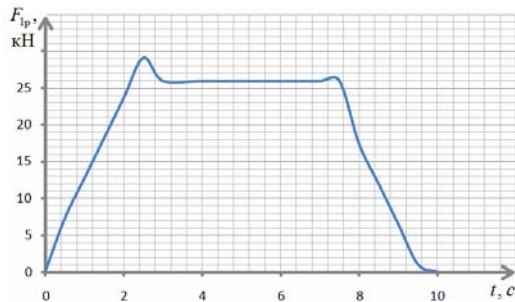


Рис. 11. Графік зміни рамної сили F_{1p} в залежності від часу руху локомотива при $V = 20$ м/с, $\Delta h_0 = 150$ мм

Fig. 11. Graph of behaviour of frame force F_{1f} depending on the movement time of the locomotive at $V = 20$ m/sec, $\Delta h_0 = 150$ mm

За отриманими результатами можна зробити наступний висновок.

У стані спокою екіпажу ($v = 0$, $h_0 = 0$) рамна сила дорівнює нулю. При русі електровоза – по кривій ділянці колії буде виникати рамна сила, яка буде залежати від багатьох факторів, основними з яких є: радіус кривої, швидкість та підвищення зовнішньої рейкової нитки.

З рис. 8–11 видно, що при зменшенні радіусу відповідної кривої, рамна сила буде зростати.

З рис. 8. видно, що при постійній швидкості, із збільшенням підвищення зовнішньої рейкової нитки, дія рамної сили буде більшою на головку внутрішньої рейки. Цим і пояснюється її від'ємне значення.

З рис. 9–11 видно, що при сталому значенні підвищення зовнішньої рейкової нитки, із збільшенням швидкості електровоза, дія рамної сили на головку зовнішньої рейки буде більшою.

Наукова новизна та практична значимість

На основі існуючої методики розрахунку бокової сили розроблений метод визначення рамної сили, яка діє на візок зі сторони кузова секції локомотива. Удосконалення методу визначення рамної сили підвищує точність розрахунків при аналізі безпеки руху та при проведенні судових залізнично-транспортних експертиз.

Висновки

1. Було розроблено метод визначення рамної сили, яка діє на візок зі сторони кузова секції локомотива.
2. На основі розробленого методу були отримані розрахункові значення рамної сили, яка діє на візок зі сторони кузова секції локомотива.
3. Отримані результати були використані для побудови залежностей рамної сили F_{1p} від часу руху електровоза по відповідній кривій при зміні швидкості руху та відповідному підвищенні зовнішньої рейкової нитки.
4. Напрямами подальших досліджень є визначення бокової сили притиснення колеса до рейки на прямих та кривих ділянках залізничної колії для швидкісного рухомого складу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Блохин, Е. П. Об оценке безопасности от схода колеса с рельсов при использовании направляющей либо боковой силы / Е. П. Блохин, М. Л. Коротенко, И. В. Клименко // Проблемы и перспективы развития ж.-д. трансп. : материалы 73 междунар. науч.-практ. конф. (23.05–24.05.2013) / М-во инфраструкту-

ЕКСПЛУАТАЦІЯ ТА РЕМОНТ ЗАСОБІВ ТРАНСПОРТУ

- ри України, Днепропетр. нац. ун-т ж.-д. трансп. им. акад. В. Лазаряна. – Днепропетровск, 2013. – С. 81–82.
2. Блохин, Е. П. Об эквивалентности критериев безопасности от схода колеса с рельсов при использовании направляющей либо боковой силы / Е. П. Блохин, М. Л. Коротенко, И. В. Клименко // Наука та прогрес транспорту. – 2013. – № 3 (45). – С. 74–81. doi: 10.15802/stp2013/14538.
 3. Боднар, Б. Є. Теорія та конструкція локомотивів. Екіпажна частина : підручник для ВНЗ залізн. трансп. / Б. Є. Боднар, Є. Г. Нечаєв, Д. В. Бобир ; під ред. д-ра техн. наук, проф. Б. Є. Боднара. – Дніпропетровськ : Ліра ЛТД, 2009. – 284 с.
 4. Болжеларський, Я. В. Огляд методів динамічного вписування локомотивів у перехідні та кругові криві / Я. В. Болжеларський, С. С. Довганюк, А. Я. Кузишин // Залізничний транспорт України. – 2016. – № 5/6. – С. 23–29.
 5. Болжеларський, Я. В. Порівняння методів розрахунку бокової сили від дії колеса електровоза на головку рейки / Я. В. Болжеларський, А. Я. Кузишин // Електромагнітна сумісність та безпека на залізничному транспорті. – 2016. – № 11. – С. 55–64.
 6. Вериги, М. Ф. Взаимодействие пути и подвижного состава / М. Ф. Вериги, А. Я. Коган ; под ред. М. Ф. Вериги. – Москва : Транспорт, 1986. – 556 с.
 7. Доронин, С. В. Движение многоосевных локомотивов в кривых малого радиуса : монография / С. В. Доронин. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2009. – 220 с.
 8. Ершков, О. П. Расчеты поперечных горизонтальных сил в кривых / О. П. Ершков // Тр. ВНИИЖТа. – Москва, 1966. – Вып. 301. – С. 3–236.
 9. Куценко, С. М. Динамика установившегося движения локомотивов в кривых / С. М. Куценко, А. Э. Руссо, Э. П. Елбаев [и др.] ; под ред. С. М. Куценко. – Харьков : Высш. шк., 1975. – 132 с.
 10. Магистральные электровозы: Общие характеристики. Механическая часть / В. И. Бочаров, И. Ф. Кодинцев, А. И. Кравченко [и др.]. – Москва : Машиностроение, 1991. – 224 с.
 11. Сокол, Э. Н. Сходы с рельсов и столкновения подвижного состава (Судебная экспертиза. Элементы теории и практики). – Київ : Транспорт України, 2004. – 386 с.
 12. Чернышев, М. А. Железнодорожный путь / М. А. Чернышев, З. М. Крейнис. – Москва : Транспорт, 1985. – 302 с.
 13. Шахунянц, Г. М. Железнодорожный путь / Г. М. Шахунянц. – Москва : Транспорт, 1987. – 479 с.
 14. A comprehensive model of the railway wheelset-track interaction in curves / J. Martínez-Casas, E. Di Gialleonardo, S. Bruni, L. Baeza // J. of Sound and Vibration. – 2014. – Vol. 333. – Iss. 18. – P. 4152–4169. doi: 10.1016/j.jsv.2014.03.032.
 15. Fatigue damage mechanism of railway wheels under lateral forces / G. Zhou, C. He, Guang Wen, Qiyue Liu // Tribology International. – 2015. – Vol. 91. – P. 160–169. doi: 10.1016/j.triboint.2015.07.008.
 16. Kalker, J. J. On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction / J. J. Kalker : Ph.D. Thesis Delft ; University of Technology. – Delft, 1967. – 112 p.

А. Я. КУЗЫШИН^{1*}

^{1*}Львовский НИИ судебных экспертиз, ул. Липинского, 54, Львов, Украина, 79024, тел. +38 (032) 231 76 13, тел. +38 (032) 231 70 61, эл. почта kuzyshyn1993@gmail.com, ORCID 0000-0002-3012-5395

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАМНОЙ СИЛЫ ЭЛЕКТРОВОЗА ВЛ80 ПРИ ДВИЖЕНИИ НА КРИВЫХ УЧАСТКАХ ПУТИ

Цель. При движении локомотивов на кривых участках железнодорожного пути возникают поперечные горизонтальные силы, которые приводят к прижатию гребня колесной пары к головке рельса. Используя существующую методику расчета боковой силы, необходимо разработать метод определения рамной силы, действующей на тележку со стороны кузова секции локомотива. Также нужно установить основные параметры, которые влияют на величину рамной силы. Изменяя эти параметры, построить зависимости рамной силы от времени движения электровоза по соответствующей кривой. **Методика.** Представим электровоз как многомассовую механическую систему из семи тел: кузова, двух рам тележек и четырех колесных пар. Для определения боковой силы, которая действует от колесной пары на рельс, нужно решить дифференци-

ЕКСПЛУАТАЦІЯ ТА РЕМОНТ ЗАСОБІВ ТРАНСПОРТУ

альные уравнения движения локомотивной тележки по кривым малого радиуса. С помощью уравнений кинестатики для колесной пары тележки перейти к определению рамной силы, действующей на тележку со стороны кузова секции локомотива. В расчетах принимаются номинальные геометрические и массовые параметры узлов и деталей электровоза. Радиус кривой, длина переходной кривой, длина круговой кривой, продольный уклон рельсового пути и другие параметры принимаются постоянными величинами. **Результаты.** Получены расчетные значения величины рамной силы электровоза ВЛ80, которая действует на тележку со стороны кузова секции локомотива. На основе этих данных были построены зависимости рамной силы от времени движения электровоза по соответствующей кривой при изменении скорости движения и соответствующем повышении внешней рельсовой нити. **Научная новизна.** На основе существующей методики расчета боковой силы разработан метод определения рамной силы, действующей на тележку со стороны кузова секции локомотива. **Практическая значимость.** Совершенствование метода определения рамной силы повышает точность расчетов при анализе безопасности движения и при проведении судебных железнодорожно-транспортных экспертиз.

Ключевые слова: рамная сила; колесная пара; электровоз; рельсовый путь; круговая кривая; переходная кривая; тележка; возвышения наружного рельса

A. Y. KUZYSHYN^{1*}

^{1*}Lviv Research Institute of Forensic Examination, Lypynskyi St., 54, Lviv, Ukraine, 79024, tel.+38 (032) 231 76 13, tel.+38 (032) 231 70 61, e-mail kuzyshyn1993@gmail.com, ORCID 0000-0002-3012-5395

DETERMINATION OF FRAME FORCE FOR ELECTRIC LOCOMOTIVE VL80 WHEN MOVING IN THE CURVED TRACK SECTIONS

Purpose. When locomotives move in curved sections of the railway track, horizontal forces arise, which lead to pressing the ridge of the wheel pair to the railway track. The article is aimed to develop a method for determining the frame force acting on the bogie from the side of body of the locomotive section using the current methodology of calculating the lateral force. It is also aimed to determine the basic parameters that influence the value of the frame force. It is necessary to construct the dependencies of the frame force on the travel time of electric locomotive in the corresponding curve changing these parameters. **Methodology.** As is known, the electric locomotive is a multimass mechanical system. We will assume that this system consists of seven bodies: a body, two frames of carriages and four wheel sets. To determine the lateral force acting on the rail from the wheelset one need to solve differential equations of motion of locomotive bogie in curves of small radius. Using the equations of kinestatics for wheelset one should come to determining the frame force acting on the car bogie from the side of body of the locomotive section. The nominal geometric and mass parameters of parts and components of electric locomotive are taken in the calculations. The curve radius, the length of transition curve, the length of circular curve, the longitudinal slope of railway track and other parameters are fixed values. **Findings.** There were obtained calculated values of the frame force of electric locomotive VL80 acting on the bogie from the side of body of the locomotive section. Based on the obtained results there were built the dependencies of frame force on the travel time of electric locomotive on the corresponding curve when changing the speed and corresponding elevation of the outer rail. **Originality.** On the basis of the existing methodology for calculating the lateral force it was developed the method for determining the frame force acting on the car bogie from the side of body of the locomotive section. **Practical value.** Improving the method for determining the frame force improves the accuracy of calculations when analyzing the traffic safety and when conducting the forensic rail-transport examinations.

Keywords: frame force; wheel set; electric locomotive; railway track; circular curve; transition curve; bogie; elevation of outer rail

REFERENCES

1. Blokhin, Y. P., Korotenko, M. L., & Klimentko, I. V. (2013). Ob otsenke bezopasnosti ot skhoda kolosa s relsov pri ispolzovanii napravlyayushchey libo bokovoy sily. *Proceedings of the 73 International Scientific & Practical Conference «Problems and Prospects of Railway Transport Development», May 23-24, 2013, Dnipropetrovsk.* 81-82.

ЕКСПЛУАТАЦІЯ ТА РЕМОНТ ЗАСОБІВ ТРАНСПОРТУ

2. Blokhin, Y. P., Korotenko, M. L., & Klimenko, I. V. (2013). On the equivalence of safety criteria of the wheels derailment from the rails when using the directing or lateral force. *Science and Transport Progress*, 3(45), 74-81. doi: 10.15802/stp2013/14538
3. Bodnar, B. Y., Nechaiev, Y. H., & Bobyr, D. V. (2009). *Teoriia ta konstruktsiia lokomotyviv. Ekipazhna chastyna*. Dnipropetrovsk: Lira LTD.
4. Bolzhelarskyi, Y. V., Dovhaniuk, S. S., & Kuzyshyn, A. Y. (2016). Ohliad metodiv dynamicnoho vpysuvannia lokomotyviv u perekhidni ta kruhovi kryvi. *Railway Transport of Ukraine*, 5/6, 23-29.
5. Bolzhelarskyi, Y. V., & Kuzyshyn, A. Y. (2016). Comparison of the methods for calculating the lateral force from the influence of the locomotive wheel on the rail head. *Electromagnetic Compatibility and Safety on railway transport*, 11, 55-64.
6. Verigo, M. F., & Kogan, A. Y. (1986). *Vzaimodeystviye puti i podvizhnogo sostava*. Moscow: Transport.
7. Doronin, S. V. (2009). *Dvizheniye mnogosektsionnykh lokomotivov v krivykh malogo radiusa*. Khabarovsk: DVGUPS.
8. Yershkov, O. P. (1966). Raschety poperechnykh gorizontalnykh sil v krivykh. *Nauchnyye trudy Vserossiyskogo nauchno-issledovatel'skogo instituta zheleznodorozhnogo transporta*, 301, 236.
9. Kutsenko, S. M. (Ed.). (1975). *Dinamika ustanovivshegosya dvizheniya lokomotivov v krivykh*. Kharkov: Vysshaya shkola.
10. Bocharov, V. I., Kodintsev, I. F., & Kravchenko, A. I. (1991). *Magistralnyye elektrovozy. Obshchiye kharakteristiki: Mekhanicheskaya chast*. Moscow: Mashinostroyeniye.
11. Sokol, E. N. (2004). *Skhody s relsov i stolknoveniya podvizhnogo sostava. Sudebnaya ekspertiza. Elementy teorii i praktiki*. Kyiv: Transport Ukrainy.
12. Chernyshev, M. A., & Kreynis, Z. M. (1985). *Zheleznodorozhnyy put*. Moscow: Transport.
13. Shakhunyants, G. M. (1987). *Zheleznodorozhnyy put*. Moscow: Transport.
14. Martínez-Casas, J., Di Gialleonardo, E., Bruni, S., & Baeza, L. (2014). A comprehensive model of the railway wheelset-track interaction in curves. *Journal of Sound and Vibration*, 333(18), 4152-4169. doi: 10.1016/j.jsv.2014.03.032
15. Zhou, G., He, C., Wen, G., & Liu, Q. (2015). Fatigue damage mechanism of railway wheels under lateral forces. *Tribology International*, 91, 160-169. doi: 10.1016/j.triboint.2015.07.008
16. Kalker, J. J. (1967). *On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction*. (PhD thesis). Available from Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.

*Стаття рекомендована до публікації д.т.н., проф. М. І. Капіцею (Україна);
д.т.н., проф. В. Л. Горобцем (Україна)*

Надійшла до редколегії: 22.02.2017

Прийнята до друку: 18.05.2017