Pamukkale Univ Muh Bilim Derg, 24(1), 124-129, 2018

Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi

Pamukkale University Journal of Engineering Sciences

Ortalama-Varyans portföy optimizasyonu için parçacık sürü optimizasyonu algoritması: Bir Borsa İstanbul uygulaması

Particle swarm optimization algorithm for mean-variance portfolio optimization: A case study of Istanbul Stock Exchange

Hasan AKYER[1], Can Berk KALAYCI[2*], Hakan AYGÖREN[3]

[1,2]Endüstri Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Pamukkale Üniversitesi, Denizli, Türkiye.
hakyer@pau.edu.tr, cbkalayci@pau.edu.tr
[3]İşletme Bölümü, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Pamukkale Üniversitesi, Denizli, Türkiye.
haygoren@pau.edu.tr

Geliş Tarihi/Received: 17.04.2017, Kabul Tarihi/Accepted: 29.04.2017 doi: 10.5505/pajes.2017.91145
* Yazışılan yazar/Corresponding author Araştırma Makalesi/Research Article

Öz

Geçmişte, yatırımcılar portföylerini geleneksel portföy teorisi yaklaşımına göre oluştururken, günümüzde, modern portföy teorisi yaklaşımı daha yaygın tercih edilmektedir. Modern portföy teorisinin temelleri, Harry Markowitz tarafından geliştirilen ortalama varyans modeli ile atılmıştır. Fazla sayıda menkul kıymetten oluşan bir portföyün işlem maliyeti artacak ve kontrolü zorlaşacaktır. Bu nedenle, ortalama-varyans modeline portföydeki menkul kıymet sayısı kısıtı eklenmelidir. Eleman sayısı kısıtlı portföy optimizasyonu problemi NP-Zor sınıfındadır. Bu sınıftaki problemlerin, kesin çözüm üreten algoritmalar ile kabul edilebilir zaman diliminde çözümü zor olduğundan sezgisel yöntemlere genellikle başvurulmaktadır. Bu çalışmada, portföy optimizasyonu problemi çözümü için bir parçacık sürü optimizasyonu algoritması uyarlanarak ve Borsa İstanbul endeksine uygulanmıştır. Elde edilen deneysel bulgular göstermektedir ki, kısıtsız etkin sınıra yaklaşabilmek için düşük risk seviyelerinde daha fazla hisseye yatırım yapılması gerekirken, risk seviyesi arttıkça elde tutulması gereken hisse senedi sayısı azalmaktadır.

Anahtar kelimeler: Portföy optimizasyonu, Ortalama-varyans modeli, Sezgisel metotlar, Parçacık sürü optimizasyonu.

Abstract

While investors used to create their portfolios according to traditional portfolio theory in the past, today modern portfolio approach is widely preferred. The basis of the modern portfolio theory was suggested by Harry Markowitz with the mean variance model. A greater number of securities in a portfolio is difficult to manage and has an increased transaction cost. Therefore, the number of securities in the portfolio should be restricted. The problem of portfolio optimization with cardinality constraints is NP-Hard. Meta-heuristic methods are generally preferred to solve since problems in this class are difficult to be solved with exact solution algorithms within acceptable times. In this study, a particle swarm optimization algorithm has been adapted to solve the portfolio optimization problem and applied to Istanbul Stock Exchange. The experiments show that while in low risk levels it is required to invest into more number of assets in order to converge unconstrained efficient frontier, as risk level increases the number of assets to be held is decreased.

Keywords: Portfolio optimization, Mean-variance model, Heuristic methods, Particle swarm optimization

1 Giriş

21. Yüzyılın ilk dönemlerinin yaşandığı günümüzde, özellikle bilişim alanındaki gelişmelerin etkisi ile yaşam ve bilimin pek çok alanındaki kişi ve kurumların anlayış biçimleri hızla değişmektedir. Bu gelişmelerden en hızlı etkilenen alanlardan bir tanesi de finanstır. Finans piyasaları özellikle gelişmiş ülkelerde 2. Dünya savaşı sonrası hızlı bir ilerleme kaydetmiştir [1]. Ülkemizde 1986 yılında İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB) şimdiki adı ile Borsa İstanbul (BİST) kurulmuştur [2].

Portföy, en az iki menkul kıymetten oluşan ve yatırımcının katlandığı riske göre en yüksek getiriyi elde etmek için oluşturulan menkul kıymetler kümesidir [3]. Bireysel ve kurumsal yatırımcıların portföyden bekledikleri en önemli amaç katlandıkları riske göre en yüksek getiriyi elde etmektir.

Portföy yönetiminde iki temel yaklaşım vardır. Bunlar; geleneksel portföy teorisi yaklaşımı ve modern portföy teorisi yaklaşımıdır. Geleneksel portföy teorisi yaklaşımı temel olarak basit çeşitlendirme esasına dayanmaktadır. İkinci yaklaşım, Harry M. Markowitz [4] tarafından öncülüğü yapılan, modern portföy teorisi yaklaşımıdır. Markowitz, 1952 yılında ilk defa portföyü oluşturan menkul kıymetler arasındaki matematiksel ilişkiyi analiz etmiştir [4]. Markowitz çalışmasında, sadece portföy içindeki menkul kıymet çeşitliliğinin arttırarak riskin azaltılamayacağını göstermiştir.

Yatırım olanaklarının genişlemesi ile birlikte portföye dahil edilebilecek menkul kıymet sayısı oldukça artmıştır. Bu durumda, yatırımcı, menkul kıymet olanakları kümesinden bütün menkul kıymetlere yatırım yapmak istese de, işlem maliyetleri oldukça artacak ve portföyün yönetilebilirliği zorlaşacaktır. Belirtilen bu dezavantajlardan kurtulmanın en temel yolu portföye dahil edilecek menkul kıymet sayısını sınırlandırmaktır. Bu şartlar altında, Harry M. Markowitz [4] tarafından geliştirilen ortalama varyans modeline portföyde yer alacak menkul kıymet sayısı kısıtı eklenmelidir. Yeni oluşturulan problemin literatürdeki adı elaman sayısı kısıtlı portföy optimizasyonu problemidir.

Eleman sayısı kısıtlı portföy optimizasyonu problemi bir kombinatorik optimizasyon problemidir ve literatürde NP-Zor sınıfına girmektedir. Bu problem modelleri standart kuadratik programlama ile çözülebilir iken, günümüzde problem boyutlarının büyümesi standart programların çözüm için yetersiz kalmasına sebep olmuştur. Bu nedenle, problemin çözümü için sürü tabanlı bir meta-sezgisel olan parçacık sürü optimizasyonu (PSO) tekniği uyarlanmış ve Borsa İstanbul endekslerine uygulanmıştır.

Kalayci et al. [5] ortalama-varyans modelli portföy optimizasyonu için uygulanan evrimsel algoritmaları sınıflayan bir inceleme çalışması yapmışlardır. Literatürde, Genetik Algoritmalar (GA) tekniğinden sonra portföy optimizasyonu problemi için en çok kullanılan tekniklerden birisi PSO metodudur. Bu teknik, ilk defa Cura [6] tarafından portföy optimizasyonu problemine uygulanarak Genetik Algoritma, Benzetilmiş Tavlama ve Yasaklı Arama teknikleri [7] ile karşılaştırılmıştır. Elde edilen bulgularda, hiçbir teknik diğerlerinden tam anlamıyla daha iyi performans veremezken PSO'nun, düşük riskli yatırımlar talep eden portföylerde daha başarılı olduğu gözlemlenmiştir. Zhu et al. [8] de geliştirdikleri PSO tekniğini GA ile karşılaştırmışlar ve daha iyi sonuçlar elde etmişlerdir. Ancak, PSO performansının geliştirilmesi için melez tekniklerin geliştirilmesini önermişlerdir. Sun et al. [9] kesikli yapıda bir parçacık sürüsü optimizasyonu (KPSO) metodu geliştirerek sürekli PSO, GA, klasik optimizasyon çözücüleri olan LOQO ve CPLEX ile karşılaştırmışlardır. Etkin sınır, uygunluk değerleri, yakınsama oranları ve hesaplama zamanları göz önüne alınarak yapılan bu karşılaştırmaya göre KPSO daha iyi performans göstermiştir. Golmakani and Fazel [10] de önerdikleri PSO algoritması ile GA algoritmasını karşılaştırmışlar ve daha iyi sonuç elde etmişlerdir. Deng et al. [11] PSO tekniğini geliştirerek önerdikleri algoritma ile literatürdeki PSO tekniklerinden daha iyi sonuçlar elde etmişlerdir. PSO tekniği, Corazza et al. [12] tarafından bir penaltı fonksiyonu eklenerek algoritma performansı geliştirilmiştir.

2 Optimal portföy yönetimi

Modern portföy teorisi yaklaşımında H. Markowitz, portföyü oluşturan finansal varlıkların getirileri arasındaki ilişkileri inceleyerek tam pozitif ilişki içinde olmayan varlıkların portföye dahil edilmesinin hedeflenen getirinin risk azaltılarak elde edilebileceğini göstermiştir [13].

Modern portföy teorisinin varsayımları aşağıda özetlenmiştir [3];

- Yatırımcıların amacı fayda fonksiyonunu maksimize etmektir,
- Yatırımcılar portföylerini hedefledikleri getiri ve katlanacakları risk olgularına göre oluştururlar. Getiri, portföydeki varlıkların ortalama getirilerinin bir fonksiyonudur. Risk ise, portföyün varyansıdır,
- Yatırımcılar, aynı risk düzeyindeki portföylerden getirisi en yüksek olanı ya da aynı getiriyi en az risk ile veren portföyü tercih ederler,
- Yatırımcılar portföye alacakları menkul kıymetler ve pazar hakkındaki bilgilere maliyetsiz ulaşabilmektedirler,
- Tüm yatırımcılar, portföylerine alacakları her bir menkul kıymetin aynı verisine sahiptirler.

Bu varsayımlar altında, bir portföy aynı risk düzeyinde diğer portföylerden daha yüksek beklenen getiri, ya da aynı beklenen getiri düzeyindeki diğer portföylerden daha düşük risk sunuyorsa söz konusu portföy etkin olarak kabul edilir [14]. Ortalama varyans modeli kullanılarak yapılan bir çeşitlendirmede portföy getirisinden ödün vermeksizin portföye kendi aralarında zıt yönlü hareket eden varlıklar alarak portföy riski minimize edilebilmektedir [15].

Portföy seçimi problemi matematiksel ifadeyle, ikinci dereceden amaç fonksiyonu ve lineer kısıtlarla gerçek değerli değişkenlerin optimizasyonu problemidir. Bu nedenle, portföy seçimi iki çakışan hedefin çok amaçlı bir optimizasyon görevidir: getiri maksimizasyonu ve risk minimizasyonu. Bu iki amaç aynı anda başarılamayacağı için bu problem pareto optimal çözümlerin kümesi olarak tanımlanan etkin sınırı belirlemek olarak karşımıza çıkar. Bir portföy, eğer verilen bir risk için yatırım ağırlıklarını ayarlayarak daha büyük bir getiri sağlayamıyorsa, o portföy etkin sınırdadır. O portföy aynı zamanda beklenen getirinin değeri için riski minimize edendir de denebilir.

Portföy optimizasyonu problemi en basit şekliyle standart sayısal teknikler ile kolayca çözülebilen bir problemdir. Ancak, çeşitlendirmenin avantajlarından yararlanmak ve toplam riski azaltmak için fazla sayıda varlıklara küçük miktarlarda yatırım yapma stratejisi, portföy oluşturmakta bir takım zorluklar getirmektedir. Bu tip yatırım stratejisi, yüksek işlem maliyetleri ve fazla sayıda varlığı yönetmenin zorluğundan dolayı pratikte çok zordur. Bu zorluğu aşmak için sermayenin varlıklara dağıtılması üzerine birçok kısıt getirilebilir. Portföydeki varlık sayısını sınırlanabilir ya da her varlığa yatırılan sermayenin oranlarına alt ve üst limitler koyulabilir. Bu kısıtlar, problemin standart optimizasyon teknikleriyle çözülmesini zorlaştırmakta ve nitekim, problemi NP-Zor haline getirmektedir.

Ortalama varyans modeli [4],[16] kullanılarak elde edilen portföy optimizasyonu probleminin matematiksel formülasyonu aşağıdaki doğrusal olmayan programlama modelinde (DOPM) verilmiştir:

2.1 Parametreler

N : Uygun varlıkların sayısı,

μ_i : i. varlığın beklenen getirisi,

σ_{ij} : i. ve j. varlıkların arasındaki kovaryans değeri

R^* : İstenen düzeydeki beklenen getiri,

2.2 Karar değişkenleri

w_i : i. varlığın oranı.

2.3 Amaç fonksiyonu

$$min \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_i w_j \, \sigma_{ij} \tag{1}$$

2.4 Kısıtlar

$$\sum_{i=1}^{N} w_i \mu_i = R^* \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \tag{3}$$

$$0 \leq w_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, N \tag{4}$$

Denklem (1), portföydeki toplam riski minimize ederken, denklem (2) ise portföyün R^* beklenen getirisini sağlamasını garanti eder. Denklem (3) ise portföyde kullanılan varlıkların oranlarının toplamının 1 olması kısıtını ifade eder. Bu formülasyon ile herhangi bir veri seti için optimal çözümün hesaplanması pratikte mümkün olabilmektedir. Bu modeli çözerek, R^* hedeflenen getirisinin değişen değerlerine göre kesiksiz artan bir eğri ile etkin sınır bulunabilir. Bu etkin sınır, elde edilmesi hedeflenen getiriye karşılık katlanılması gereken riskin en iyi dengesini ifade eder. Etkin sınırı bir λ ağırlıklandırma parametresi ile takip etmek mümkündür [7]. Denklem (5)'teki λ parametresi 0 olduğunda, riske bakılmaksızın beklenen getiri maksimum olmakta ve optimal çözüm en yüksek getiri veren bir adet varlıktan oluşmaktadır. λ parametresi 1 olduğunda ise, beklenen getiriye bakılmaksızın risk minimum olmakta ve optimal çözüm birden fazla varlıktan oluşabilmektedir. λ parametresinin $0 < \lambda < 1$ değerleri için, $\lambda = 0$ ve $\lambda = 1$ sınır değerleri arasında getiri ile risk arasında ödünleşerek etkin sınır üzerindeki noktaları oluşturur:

2.5 Amaç fonksiyonu

$$min \quad \lambda\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j \sigma_{ij}\right] - (1-\lambda)\left[\sum_{i=1}^{N} w_i \mu_i\right] \tag{5}$$

2.6 Kısıtlar

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \tag{6}$$

$$0 \le w_i \le 1, \quad i = 1, \dots, N \tag{7}$$

Denklem (5-7) ile verilen formülasyona portföye girmesi istenilen varlık sayısı kısıtı ile bir hissenin alması gereken minimum ve maksimum ağırlık kısıtları eklendiğinde eleman sayısı kısıtlı portföy optimizasyonu problemi elde edilmektedir. Eklenen kısıtlar ve karar değişkeni aşağıdaki karma tamsayılı doğrusal olmayan programlama modeline (KTDOPM) ilişkin formülasyonla gösterilmiştir:

2.7 Modele eklenen parametreler

K : Portföydeki istenen varlık sayısı,

ε_i : i. varlığın portföydeki minimum ağırlığı,

δ_i : i. varlığın portföydeki maksimum ağırlığı,

2.8 Modele eklenen karar değişkeni

$$z_i = \begin{cases} 1 & \text{Eğer } i\text{. varlık portföyde ise} \\ 0 & \text{Aksi halde} \end{cases}$$

2.9 Amaç fonksiyonu

$$min \quad \lambda\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j \sigma_{ij}\right] - (1-\lambda)\left[\sum_{i=1}^{N} w_i \mu_i\right] \tag{8}$$

2.10 Kısıtlar

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^{N} z_i = K \tag{10}$$

$$\varepsilon_i z_i \le w_i \le \delta_i z_i, \quad i = 1, \dots, N \quad _i \tag{11}$$

$$z_i \in (0,1) \qquad i = 1, \dots, N \tag{12}$$

$$0 \le w_i \le 1, \qquad i = 1, \dots, N \tag{13}$$

$$0 \le \varepsilon_i \le \delta_i \le 1, \quad i = 1, \dots, N \tag{14}$$

Denklem (8) ve Denklem (9) kısıtsız modelden eklenmiş olup, denklem (10), portföyde toplam K sayıda varlığın bulunmasını garanti ederken, denklem (11) ise portföye alınan varlığın ağırlığının belirlenen minimum ve maksimum değerler arasında olmasını sağlar. Denklem (12) de karar değişkenin 0 veya 1 olmasını sağlayan bütünlük kısıtıdır. Denklem (13) ile ifade edilen kısıt bir varlığın ağırlığının 0 ile 1 arasında olmasını sağlarken, Denklem (14) bir varlığın alabileceği minimum ve maksimum ağırlık kısıtlarını sağlamaktadır.

3 Parçacık sürü optimizasyonu

Bu çalışmada ele alınacak olan eleman sayısı kısıtlı portföy optimizasyonu probleminin NP-Zor olduğunu ispatlanmıştır [17],[19]. NP-Zor bir problemin boyutu arttıkça kesin çözüm veren matematiksel programlama teknikleri ile optimal çözümler elde etmek mümkün olamamaktadır. Bu nedenle çalışmada, hızlı bir şekilde optimale yakın çözüm elde etmek amacıyla PSO tekniği uygulanmıştır.

İlk defa Kennedy and Eberhart [20] tarafından ortaya atılan PSO tekniği, sürü halinde hareket eden kuş ve balıkların yiyecek bulmak için birbirleri arasındaki bilgi paylaşımını modelleyen, sürü zekâsı konseptini temel alan bir metasezgiseldir. Bilim insanları kuşların ve balıkların yiyeceğe ulaşmak için gösterdikleri sosyal davranışları gözlemlemiş ve simüle etmişlerdir. Bilim insanlarının bulgularına göre, yiyecek ararken her parçacık hem kendi tecrübesine, hem de sürüdeki diğer parçacıkların tecrübelerini değerlendirerek konumunu ve hızını ayarlar. PSO tekniğinde, bir parçacık olarak adlandırılan her kuş ya da her balık, çok boyutlu çözüm uzayında bir pozisyondan başka bir pozisyona bir hızla hareket ederek optimal çözüme yakınsamaya çalışır. Çözüm uzayındaki pozisyonu üzerinde çalışılan problemin bir çözümüne karşılık gelir. PSO terminolojisinde, her iterasyondaki uygun çözümler topluluğuna sürü adı verilir. PSO ise parçacıkların her iterasyonda hesaplanan bir hız ile pozisyonunu belirlediği popülasyon temelli bir arama prosedürüdür. Bu sebepten dolayı, hız, optimal uzaklığa ulaşmak için pozisyonu ayarlamada önemli bir rol oynar. PSO algoritmasında popülasyon filtrelenerek evrimleşmek yerine korunarak ilerler. Genel olarak, her parçacığın davranışı grup hafızası ile bireysel hafızanın bir uzlaşmaya varmasıdır denebilir. PSO algoritmasının en temel adımları Şekil 1'de verilmiştir.

Adım	Açıklama
1	Başlangıç popülasyonunu rasgele yarat.
2	Popülasyondaki her bireyin uygunluk değerini hesapla.
3	Her birey için bireysel en iyi pozisyonu belirle
4	Popülasyondaki en iyi bireyin global en iyi pozisyonunu belirle.
5	Her bireyin hızını güncelle.
6	Her bireyin pozisyonunu güncelle.
7	Durdurma ölçütü sağlanmadıysa adım 2'ye git.
8	Algoritmayı bitir ve sonuçları raporla.

Şekil 1: PSO algoritmasının temel adımları.

Bu çalışmada uyarlanan PSO algoritması [11] çalışmasından esinlenerek hazırlanmıştır. Bu algoritma da diğer algoritmalar gibi ortak prosedürleri kullanmaktadır. Geliştirilen PSO algoritması Şekil 2'de verilmiştir.

Denklem (10) ve (11)'de verilen eleman sayısı kısıtı ve yatırım yapılabilecek alt ve üst sınır kısıtı, sağlanabilmesi için kısıtlama prosedürüne ihtiyaç duyulmaktadır. Geliştirilen PSO algoritmasında kısıtlama prosedürü için [7] tarafından önerilen Tamir prosedürü kullanılmıştır.

PSO algoritmasın ilk aşamasında rasgele bir popülasyon oluşturulur (Şekil 2, Adım 18-20). Oluşturulan popülasyondaki her parçacığın yeni konumları, global en iyi (GBEST) ve bireysel en iyi (PBEST) çözümler dikkate alınarak belirlenir (Şekil 2, Adım 25-29). Yeni konumdaki çözüm *Tamir Prosedürü* kullanılarak uygun hale getirilir (Şekil 2, Adım 30) ve uygunluk değeri hesaplanır (Şekil 2, Adım 31). Eğer yeni çözümün uygunluk değeri o parçacığın en iyi çözümünden daha iyi ise bireysel en iyi güncellenir (Şekil 2, Adım 32,33). Eğer yeni popülasyondaki en iyi çözümün uygunluk değeri global en iyi den daha iyi ise global en iyi çözüm güncellenir (Şekil 2, Adım 34,35). Maksimum iterasyon sayısına ulaşılıncaya kadar bu döngü tekrarlanır.

4 Deneysel sonuçlar

Geliştirilen POS algoritması, BİST 30 ve BİST 100 endekslerine ait verilere uygulanmış ve bulgular sunulmuştur. Borsa İstanbul (BİST)'e ait veriler 23.05.2013 ve 18.04.2016 tarih aralığındaki hisse senedi günlük kapanış fiyatlarıdır. BİST30 endeksi 30 ve BİST100 endeksi 99 adet hisseden oluşmaktadır. BİST100 endeksinde yer alan Carrefoursa hissesinde A ve B grubu paylarının birleşmesi nedeniyle 07.08.2015 tarihinde kod değişikliği yapılmış ve serbest marj ile işlem görmeye başlamıştır. CARFA ve CARFB işlem kodları sistemden kaldırılmış, yeni işlem kodu CRFSA.E ile borsa endeksinde yer almıştır [21]. Bu durumda, Carrefoursa hissesi portföy kümesine dahil edilecek olsa veri derinliği açısından sadece bir yıllık veri olacağından dolayı çalışmada bu hisse BİST100 endeksi dışında tutulmuştur. Her bir endeks veri seti üzerinde elde edilen sonuçlar farklı K değerleri için tablolarda sunulmuş ve elde edilen etkin sınırlar ise şekiller üzerinde gösterilmiştir. K portföyde bulunan hisse sayısını ifade etmektedir.

1: **Algoritma:** Parçacık Sürü Optimizasyonu
2: **Girdi:** Veri (R_i, VC_{ij}) ve parametreler $(R_i, VC_{ij}, K, \varepsilon, E, ps, c_1^{min}, c_1^{maks}, c_2^{min}, c_2^{maks}, Iw_{min}, Iw_{maks}, IT)$
3: **Çıktı:** H
4: S: İndeksteki varlıklar kümesi
5: N: İndeksteki toplam varlık sayısı
6: ps: Popülasyon büyüklüğü
7: W: Portföyün ağırlıkları kümesi
8: POP: Popülasyon matrisi
9: VEL: Parçacık hızları matrisi
10: E: tanımlanan λ sayısı
11: IT: iterasyon sayısı
12: H: Pareto optimal çözümler
13: **Başla**
14: $H = \emptyset$
15: $e = 1$
16: **Tekrar Et**
17: $\lambda = (e-1)/(E-1)$
18: $W_i = \varepsilon + r(1-\varepsilon), \quad i = 1, \dots, ps \quad \forall W_i \in POP$
19: $W_i^{rep} \leftarrow Tamir(N, K, S, W_i) \;\; i = 1, \dots, ps \quad \forall W_i \in POP$
20: $POP = \{W_1^{rep}, \dots, W_i^{rep} \dots, W_{ps}^{rep}\}$ /*Rasgele bir başlangıç popülasyonu oluştur*/
21: $PBEST \leftarrow POP$ /*Popülasyondaki parçacıkların pozisyonlarını kaydet*/
22: $PBEST \leftarrow POP_{en\_iyi}$ /*Popülasyondaki parçacıkların arasındaki en iyi pozisyonu kaydet*/
23: $iterasyon = 1$
24: **Tekrar Et**
25: $c_1 = (c_1^{min} - c_1^{maks}) iterasyon/IT + c_1^{maks}$
26: $c_2 = (c_2^{maks} - c_2^{min}) iterasyon/IT + c_2^{min}$
27: $Iw_{iterasyon} = (Iw_{maks} - Iw_{min})(IT - iterasyon)/IT + Iw_{maks}$
28: $VEL_{sj} = VEL_{sj} Iw_{iterasyon} + c_1 r(PBEST_{sj} - POP_{sj}) + c_2 r(GBEST_{sj} - POP_{sj}), \quad s = 1, \dots, ps \;\; j = 1, \dots, N$
29: $POP_{sj} = POP_{sj} + VEL_{sj} \;\; s = 1, \dots, ps \;\; j = 1, \dots, N$
30: $POP_s \leftarrow Tamir(N, K, S, POP_s)$
31: $\{R^*, V^*, f_s\} \leftarrow$ Uygunluk hesapla(POP_s)
32: **Eğer** $f_s < f_{PBEST_s}$ **ise**
33: $PBEST \leftarrow POP_s$
34: **Eğer** $f_{POP_{en\_iyi}} < f_{GBEST}$ **ise**
35: $GBEST = f_{POP_{en\_iyi}}$
36: $iterasyon = iterasyon + 1$
37: $iterasyon = IT$ **oluncaya kadar**
38: $H_e \leftarrow GBEST, \;\; e = 1, \dots, E$
39: $e = e + 1$
40: $e = E$ **oluncaya kadar**
41: **Bitir**

Şekil 2: PSO algoritması.

Literatürde [6] ve [22] gibi çalışmalarda yaygın olarak kullanılan, algoritmaların oluşturduğu etkin sınır ile standart kısıtsız etkin sınır arasındaki hataları hesaplamak için üç farklı performans ölçütü bu çalışmada da kullanılmıştır. Ortalama Öklid Uzaklığı (OÖU), Getirinin Varyans Hatası (GVH) ve Ortalama Getiri Hatasını (OGH) formülasyonları sırası ile denklem (16), denklem (17) ve denklem (18)'de verilmiştir.

$(v_i^s, r_i^s \quad i = 1, \dots, 2000)$, standart etkin sınır üzerindeki risk ve getiri değerlerini temsil etmekte ve $(v_j^h, r_j^h \quad j = 1, \dots, E)$, algoritmalar tarafından üretilen etkin sınır üzerindeki risk ve getiri değerlerini temsil etmektedir. $\left(v_{i_j}^s, r_{i_j}^s\right)$ ise standart etkin sınır üzerindeki noktalardan, algoritmalar tarafından çizilen etkin sınır üzerindeki noktalara (v_j^h, r_j^h) en yakın olanlarını temsil etmektedir;

$$i_j = \underset{i=1,\dots,2000}{argmin} \left(\sqrt{\left(v_i^s - v_j^h\right)^2 - \left(r_i^s - r_j^h\right)^2} \right) \quad j = 1, \dots, E \qquad (15)$$

$$\text{Ortalama Öklid Uzaklık} = \left(\sum_{j=1}^{E} \sqrt{\left(v_{i_j}^s - v_j^h\right)^2 - \left(r_{i_j}^s - r_j^h\right)^2} \right) * \frac{1}{E} \qquad (16)$$

$$\text{Getirinin Varyans Hatası} = \left(\sum_{j=1}^{E} 100 \left| v_{i_j}^s - v_j^h \right| / v_j^h \right) * \frac{1}{E} \qquad (17)$$

$$\text{Ortalama Getiri Hatası} = \left(\sum_{j=1}^{E} 100 \left| r_{i_j}^s - r_j^h \right| / r_j^h \right) * \frac{1}{E} \qquad (18)$$

Şekiller üzerindeki kesiksiz düz çizgi etkin sınır grafiğini göstermektedir. Etkin sınır üzerindeki yada etkin sınıra en yakın uzaklıktaki en iyi portföyler optimal portföy olarak değerlendirilmektedir. Çalışmada, portföyde yer alan hisse senedi sayısının (5), (10) ve (20) olması durumları incelenmiştir.

PSO testlerinde kullanılan parametreler ve değerleri aşağıda verilmiştir.

$$ps = 100, \quad c_1^{min} = 0.5, c_1^{max} = 2.5, c_2^{min} = 0.5, c_2^{max} = 2.5,$$
$$Iw_{max} = 0.9,\ Iw_{min} = 0.4, \quad IT = 1000, E = 51$$
$$\varepsilon = 0.01, \delta = 1$$

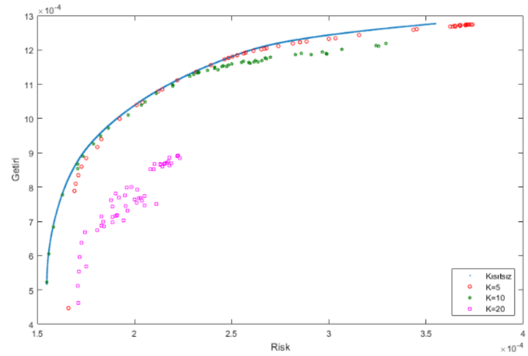
BİST 30 veri seti üzerinde PSO ile elde edilen sonuçlar Tablo 1'de ve farklı K değerleri için PSO ile elde edilen etkin sınırlar ise Şekil 3'te verilmiştir.

Tablo 1: BİST30 veri seti üzerinde PSO ile elde edilen sonuçlar.

K	OÖU	GVH	OGH
5	0.0000	2,1052	0.5367
10	0.0000	3.7096	0.5785
20	0.0000	17.2629	0.5693

Tablo 1 incelendiğinde, risk düzeyleri bütün olarak ele alındığında portföydeki elaman sayısının 5 olması diğer durumlara göre daha iyi sonuçlar sunmaktadır.

Şekil 3'te görüldüğü gibi BİST30 endeksi için minimum risk düzeyinde portföydeki hisse senedinin 10 olması en optimal sonuçtur. Ayrıca, orta seviye risk düzeylerine kadar bu sayı korunmuştur. Yüksek risk seviyeleri için portföydeki optimal hisse senedi sayısının 5 olması gerektiği gözlemlenmiştir. Hiçbir risk düzeyinde portföyde 20 adet hisse bulundurulması önerilmemektedir.



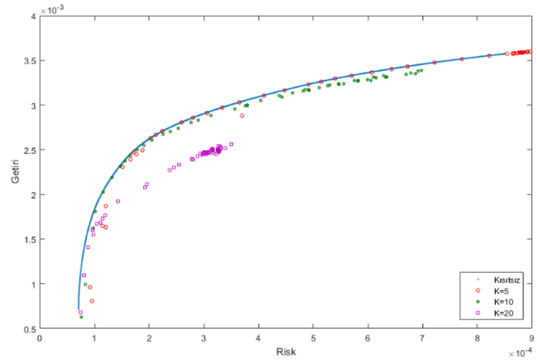
Şekil 3: BİST30 veri seti üzerinde farklı K değerleri için PSO ile elde edilen etkin sınırlar.

BİST 100 veri seti üzerinde PSO ile elde edilen sonuçlar Tablo 2'de ve farklı K değerleri için PSO ile elde edilen etkin sınırlar ise Şekil 4'te verilmiştir.

Tablo 2: BİST100 veri seti üzerinde PSO ile elde edilen sonuçlar.

K	OÖU	GVH	OGH
5	0.0000	4.2769	0.1956
10	0.0000	5.5043	0.8489
20	0.0001	37.6114	0.9373

Tablo 2 incelendiğinde, tüm risk düzeyleri bütün olarak değerlendirildiğinde portföydeki elaman sayısının 10 olması diğer durumlara göre daha iyi sonuçlar sunmaktadır.



Şekil 4: BİST100 veri seti üzerinde farklı K değerleri için PSO ile elde edilen etkin sınırlar.

Şekil 4'te görüldüğü gibi BİST100 endeksi için minimum risk düzeyinde portföydeki hisse senedi sayısının 20 olması kısıtsız etkin sınıra daha yakın sonuçlar vermiştir. Orta seviye risk değerlerinde ise portföydeki optimal hisse senedi sayısının 10 olması gerektiği bulunmuştur. Yüksek risk düzeyi için portföyde 5 adet hisse senedi bulundurulması optimal sonuçlar vermektedir.

5 Sonuç

Sermaye varlıkların en iyi değerlendirme yöntemlerinden bir tanesi finans alanının bir alt dalı olan portföy yönetimidir. Portföy yöneticisinin en temel amacı portföydeki varlık kümesini daha değerli hale getirmektir. Portföyün en iyi şekilde oluşturulup değerlendirmesi geçmişte olduğu gibi günümüzde de finans alanındaki önemli konulardan bir tanesidir.

PO problemi devamlı düzlemde ve reel kodlama gerektiren bir problemdir. PSO algoritmasının bu tür problemlerde başarı ile uygulandığı bilinmektedir. Dolayısıyla, bu çalışmada portföy optimizasyonu problemi için bir PSO algoritması uyarlanmıştır. Türkiye'ye ait Borsa İstanbul (BİST) BİST30 ve BİST100 endekslerine uygulanmış ve sonuçlar analiz edilmiştir. Çeşitlendirme tanımına göre portföyü oluşturan menkul kıymet sayısı arttıkça riskin azalacağı varsayılmaktadır. Ancak elde edilen bulgulara göre, yüksek risk düzeylerinde daha az sayıda, orta ve düşük risk düzeylerinde ise sınırlı optimal sayıda portföye yatırım yapılması gerektiği bulunmuştur. Bunlara ilave olarak, portföydeki menkul kıymet sayısı arttıkça optimal getiriden uzaklaşılıp portföy riski artmaktadır. Özetle, portföy oluşturmada basit çeşitlendirme tek başına yeterli olmayıp, menkul kıymetler arasındaki matematiksel ilişkiyi göz önünde tutan ve yatırımcının aldığı risk düzeylerine göre belirlenen sayıda menkul kıymete yatırım yapmak daha optimal sonuçlar üretmektedir. Sonuç olarak, çalışma içeriği itibarı ile yatırımcıya karar verme sürecinde yardımcı olacaktır.

6 Teşekkür

Bu çalışma, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TUBİTAK) tarafından 214M224 No.lu ve Pamukkale Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi (PAUBAP) tarafından 2014SOBE013 No.lu proje ile desteklenmiştir.

7 Kaynaklar

[1] Bayar F. "Küreselleşme kavramı ve küreselleşme sürecinde Türkiye". *Uluslararası Ekonomik Sorunlar Dergisi,* 32, 25-34, 2008.

[2] TCMB. Kaplan C. "Finansal Yenilikler ve Piyasalar Üzerine Etkileri: Türkiye Örneği". TCMB Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası Araştırma Genel Müdürlüğü, Ankara, Türkiye, 9910, 1999.

[3] Ercan MK, Ban, Ü. *Değere Dayalı İşletme Finansı: Finansal Yönetim*. Ankara, Türkiye, Gazi Kitabevi, 2010.

[4] Markowitz HM. "Portfolio selection". *The Journal of Finance,* 7(1), 77-91, 1952.

[5] Kalayci CB, Ertenlice, O, Akyer, H, Aygoren, H. "A review on the current applications of genetic algorithms in mean-variance portfolio optimization". *Pamukkale University Journel of Engineering Science*, 23(4), 470-476, 2017.

[6] Cura T. "Particle swarm optimization approach to portfolio optimization". *Nonlinear Analysis: Real World Applications,* 10(4), 2396-2406, 2009.

[7] Chang TJ, Meade, N, Beasley, JE, Sharaiha, YM. "Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation". *Computers & Operations Research,* 27(13), 1271-1302, 2000.

[8] Zhu H, Wang, Y, Wang, K, Chen, Y. "Particle swarm optimization (pso) for the constrained portfolio optimization problem". *Expert Systems with Applications,* 38(8), 10161-10169, 2011.

[9] Sun J, Fang W, Wu X, Lai CH, Xu, W. "Solving the multi-stage portfolio optimization problem with a novel particle swarm optimization". *Expert Systems with Applications,* 38(6), 6727-6735, 2011.

[10] Golmakani HR, Fazel, M. "Constrained portfolio selection using particle swarm optimization". *Expert Systems with Applications,* 38(7), 8327-8335, 2011.

[11] Deng GF, Lin, WT, Lo CC. "Markowitz-based portfolio selection with cardinality constraints using improved particle swarm optimization". *Expert Systems with Applications,* 39(4), 4558-4566, 2012.

[12] Corazza M, Fasano, G, Gusso, R. "Particle swarm optimization with non-smooth penalty reformulation, for a complex portfolio selection problem". *Applied Mathematics and Computation,* 224, 611-624, 2013.

[13] Markowitz HM. Portfolio selection: Efficient diversification of investments. 1959.

[14] Reilly F, Brown, K. *Investment Analysis and Portfolio Management,* 10th ed. Mason, US, South Western Cengage Learning, 2012.

[15] Fischer DE, Jordan, RJ. *Security Analysis and Portfolio Management.* 6th ed. New Jersey, US, Prentice Hall, 1995.

[16] Markowitz HM. *Portfolio Selection. Efficient Diversification of Investments.* New York, USA, Yale University Press, 1959.

[17] Tabata Y, Takeda, E. "Bicriteria optimization problem of designing an index fund". *The Journal of the Operational Research Society,* 46(8), 1023-1032, 1995.

[18] Moral-Escudero R, Ruiz-Torrubiano, R, Suarez, A. "Selection of optimal investment portfolios with cardinality constraints". *IEEE Congress on Evolutionary Computation,* Vancouver, BC, Canada, 16-21 July 2006.

[19] Shaw DX, Liu, S, Kopman, L. "Lagrangian relaxation procedure for cardinality-constrained portfolio optimization". *Optimization Methods and Software,* 23(3), 411-420, 2008.

[20] Kennedy J, Eberhart, R. "Particle swarm optimization". *IEEE International Conferenceon Neural Networks*". Perth, WA, Australia, 27 November, 1 December 1995.

[21] Borsagundem. "Carrefoursa'da kod değişikliği ve referans fiyat". http://www.borsagundem.com/haber/carrefoursada-kod-degisikligi-ve-referans/230756 20.05.2016.

[22] Sadigh AN, Mokhtari, H, Iranpoor, M, Fatemi Ghomi, SMT. "Cardinality constrained portfolio optimization using a hybrid approach based on particle swarm optimization and hopfield neural network". *Advanced Science Letters,* 17(1), 11-20, 2012.