



Yığın üretim yapan fırınlara işlerin yüklenmesi ve çizelgelenmesi: Tamsayı programlama modeli

Job allocation and scheduling of batch processing ovens: An integer programming model

Emrah B. EDİS^{1*}, Buse KURU¹

¹Endüstri Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Manisa, Türkiye.
emrah.edis@cbu.edu.tr, busekuru93@gmail.com

Geliş Tarihi/Received: 05.11.2015, Kabul Tarihi/Accepted: 15.06.2016
* Yazışılan yazar/Corresponding author

doi: 10.5505/pajes.2016.53315
Araştırma Makalesi/Research Article

Öz

Bu çalışma, elektrot imal eden bir işletmede fırınlara ait iş emri atama ve çizelgeleme problemi ile ilgilenmektedir. İmalatı yapılan her elektrot çeşidi her fırına atanmamaktadır. Ayrıca her bir elektrot tipinin, işlem görebileceği fırınlara ait bir öncelik sırası bulunmaktadır. Problemin diğer parametreleri olarak, elektrotlara ait iş emri büyüklükleri, fırına girmeye hazır olma zamanları, fırında pişme süreleri, soğuma süreleri, fırınların elektrot tipi temelindeki kapasite büyüklükleri göz önüne alınmıştır. Pişme süreleri aynı olan elektrot tiplerine ait iş emirleri, fırın kapasitesinin üzerine çıkmayacak şekilde, eş zamanlı olarak fırına girip pişebilmektedir. Bu problem için bir tamsayı programlama modeli geliştirilmiştir. Modelin amacı, işleri elektrot tiplerine göre öncelikli fırınlara atamak ve fırınların faydalı kullanım oranlarını en büyükmektir. Model çıktısı olarak, iş emirlerinin hangi fırına hangi zaman aralığında atanacağına karar verilmektedir. Oluşturulan iki farklı iş emri kümesi için model çalıştırılmış ve sonuçlar tartışılarak modelin uygulanabilirliği ortaya konmuştur.

Anahtar kelimeler: Yığın üretim yapan makineler, Çizelgeleme, Tamsayı programlama

Abstract

This study deals with a job allocation and scheduling problem of batch processing ovens belonging to a factory that manufactures welding electrodes. Each electrode type may not be heated on all of the ovens. Besides, there exists a priority order of ovens for each electrode type. The other inputs are; work order amounts of electrodes, the ready times, heating times, cooling down times, and the capacity of each oven with respect to the electrode types. The work orders with the same heating time may be heated simultaneously without exceeding the oven capacity. For the defined problem, an integer programming model is developed. The objective function is to assign the work orders to the preferred ovens as possible and to maximize the utilization rates of ovens. The model determines which work order will be heated on which machine and in which time interval. The model results are launched for two different work order sets. Finally, by discussing the results, the applicability of the model is demonstrated.

Keywords: Batch processing machines, Scheduling, Integer programming

1 Giriş

Bu çalışma kaynak elektrotu üreten bir işletmeye ait iş emirlerinin fırınlara atanması ve sıralanması problemini ele almaktadır. İşletmede imalatı yapılan her elektrot her tip fırına yüklenmemektedir. Ayrıca her elektrot tipinin, işlem görebileceği fırınlara ait bir öncelik sırası mevcuttur. Problemin diğer parametreleri olarak, elektrot iş emri büyüklükleri, fırına girmeye hazır olma zamanları, pişme süreleri, soğuma süreleri, fırınların elektrot tipi bazında kapasiteleri dikkate alınmıştır. Pişme süreleri aynı olan elektrot tiplerine ait iş emirleri, fırın kapasitesinin üzerine çıkmayacak şekilde, eş zamanlı olarak fırına atanabilmektedir. [1],[2].

Problem, yazında, birden fazla işin bir arada işlenebildiği yığın üretim yapan makinelerin (batch processing machines) çizelgelenmesi problemi olarak yer almaktadır. Bu problem için bir tamsayı programlama modeli geliştirilmiştir. Modelin amacı, işleri elektrot tiplerine göre öncelikli fırınlara atamak ve fırınların faydalı kullanım oranlarını en büyükmektir [2]. Modelin çözümü ile iş emirlerinin hangi fırına hangi zaman aralığında atanacağına karar verilmektedir. Bu çalışmanın ilk hali, 35.Yöneylem Araştırması ve Endüstri Mühendisliği Ulusal Kongresi'nde sunulmuştur [2].

Çalışmanın ikinci bölümünde; bu çalışmadaki probleme benzer problemlerin ele alındığı çalışmalara ait bir yazın taraması verilmiştir. Üçüncü bölümde problem tanımı verilmiş ve

problem için geliştirilen tamsayı programlama modeli sunulmuştur. Dördüncü bölümde ise işletmeye ait veriler kullanılarak oluşturulan iki farklı iş emri kümesi için model sonuçları alınmış ve bu sonuçların uygulanabilirliği ortaya konmuştur. Son bölümde çalışmanın yazına katkıları özetlenmiş ve çalışmaya gelecekte ne gibi geliştirmeler yapılabileceğine değinilmiştir.

2 Yazın taraması

Mathirajan ve Sivakumar [3] yığın üretim yapan makinelerin çizelgelenmesi konusunda 1986-2004 arası çalışmalarını içeren bir yazın tarama çalışması yapmıştır. Mönch ve diğ. [4] yığın üretimi yapan makinelerin çizelgelenmesi problemini içerecek şekilde yarı iletkenlerin çizelgelenmesi problemi üzerinde bir yazın taraması yapmıştır.

Bu çalışmada ele alınan probleme benzer problemleri içeren çalışmalara ait özet bilgiler Tablo 1'de sunulmuştur.

Azizoglu ve Webster [5], sadece aynı iş ailesine sahip işlerin aynı yığında üretilebileceği tek makineli bir çizelgeleme problemi ile ilgilenmiş, işlerin toplam ağırlıklı bitiş zamanlarını ($\sum w_i c_i$) en küçükleyen bir dal-sınır algoritması önermiştir. Algoritma, 25-iş problem büyüklüğüne kadar, kabul edilebilir sürelerde çözüm sunabilmiştir.

Koh ve diğ. [6], eşit işlem süresine sahip işlerin bir iş ailesi oluşturduğu farklı büyüklükteki işlerin yığın üretim yapan birden çok makinede çizelgeleme problemi ile ilgilenmiştir.

Tüm işlerin tamamlanma zamanı (C_{max}), işlerin tamamlanma sürelerinin toplamı ($\sum c_i$), işlerin tamamlanma sürelerinin ağırlıklı toplamı amaç fonksiyonlarını dikkate alarak basit sıralama algoritmaları ve genetik algoritma tabanlı sezgisel çözüm yaklaşımları önermişlerdir.

Tablo 1: Benzer çalışmalara ait özet bilgiler.

Çalışma	Makine Sayısı	Amaç Fonks.	Çözüm Yöntemi
Azizoglu ve Webster [5].	Tek	$\sum w_i c_i$	Dal-sınır algoritması
Koh ve diğ. [6].	Çok	C_{max} $\sum w_i c_i$ $\sum c_i$	Basit sıralama algoritmaları, Genetik algoritma tabanlı sezgisel çözüm yaklaşımları
Melouk ve diğ. [7].	Tek	C_{max}	Benzetim tavlama algoritması
Chang ve diğ. [8].	Çok	C_{max}	Benzetim tavlama algoritması
Mönch ve diğ. [9].	Çok	$\sum w_i T_i$	Genetik algoritma tabanlı ayırıştırma algoritmaları
Chou [10].	Tek	C_{max}	Genetik algoritma - Dinamik programlama bütünlük çözüm yaklaşımı
Xu ve Bean [11].	Çok	C_{max}	Tamsayılı programlama modeli ve genetik algoritma tabanlı çözüm yaklaşımı
Kashan ve diğ. [12].	Çok	C_{max}	Melez genetik algoritma
Mazumdar ve diğ. [13].	Tek	C_{max}	Tabu arama algoritmaları
Chung ve diğ. [14].	Çok	$\sum c_i$	Tamsayılı programlama modeli ve bu modeli temel alan bir çözüm algoritması
Wang ve Chou [15].	Tek	C_{max}	Tamsayılı programlama, tavlama benzetimi ve genetik algoritma tabanlı çözüm yaklaşımı

Süre ve büyüklükleri farklı olan işlerin, Melouk ve diğ. [7] tek makinede, Chang ve diğ. [8] ise eş özellikteki birden çok makinede çizelgelenmesi ile ilgilenmişlerdir. Amaç, en son işin tamamlanma zamanını en küçükmektir. Her iki çalışmada da benzetim tavlama yaklaşımı geliştirilmiş, önerilen yaklaşımın tamsayılı programlamaya karşı üstünlüğü sayısal sonuçlar üzerinden gösterilmiştir.

Mönch ve diğ. [9], eşit işlem süresine sahip işlerin bir iş ailesi oluşturduğu farklı büyüklükteki ve farklı hazırlık zamanlarına sahip işlerin yığın üretim yapan eş özellikteki birden çok makinede çizelgeleme problemi ile ilgilenmiştir. Amaç, işlere ait gecikmelerin ağırlıklı toplamını ($\sum w_i T_i$) en küçükmektir. Genetik algoritma kullanarak, üç aşamalı (yığın oluşturma-yığınları makinelere atama-yığınları sıralama) ve iki aşamalı (işleri makinelere atama-makinelerde yığın oluşturma ve yığınları sıralama) ayırıştırma yaklaşımları geliştirmişlerdir.

Chou [10]; süreleri, büyüklükleri ve hazır olma zamanları farklı olan işlerin tek bir fırında çizelgelenmesi problemi üzerinde tüm işlerin tamamlanma zamanını en küçükleme amaçlı çalışmıştır. İş sıralamasının genetik algoritmayla, işlenecek yığın birleşimlerinin ise dinamik programlama ile belirlendiği bütünlük bir çözüm yaklaşımı önermiş ve bu yaklaşımın etkinliğini ortaya koymuştur.

Xu ve Bean [11], süre ve büyüklükleri farklı olan işlerin, yığın üretim yapan birden çok makinede çizelgelenmesi problemi ile ilgilenmiştir. Amaç en son işin tamamlanma zamanını en küçükmektir. Problem için öncelikle bir tamsayılı programlama modeli verilmiş, sonrasında da genetik algoritma tabanlı bir çözüm yaklaşımı önerilmiştir.

Kashan ve diğ. [12], süre ve büyüklükleri farklı olan işlerin eş özellikteki birden çok makinede çizelgelenmesi ile ilgilenmişlerdir. Amaç en son işin tamamlanma zamanını en küçükmektir. Problem için öncelikle alt sınır değerleri tartışılmış, sonrasında da melez genetik algoritma tabanlı bir çözüm yaklaşımı önerilmiştir. Önerilen yaklaşımın, Chang ve diğ. [8]'de yer alan benzetim tavlama algoritmasına karşı üstünlüğü sayısal sonuçlar üzerinden gösterilmiştir.

Mazumdar ve diğ. [13], farklı yığın büyüklüğünde ancak eşit işlem süresine sahip işlerin, özel tepsi bulunabilirlik kısıtları ve fırın kapasite kısıtları altında toplam tamamlanma sürelerini en küçükmek üzere tek bir fırında çizelgelenmesi problemini ele almışlardır. Problem için iki tabu arama algoritması geliştirmişler ve etkinliğini test etmişlerdir.

Chung ve diğ. [14], büyüklükleri ve hazır olma zamanları farklı olan işlerin, yığın üretimi yapan eş özellikteki birden fazla makineye çizelgelenmesi problemi ile ilgilenmiştir. Amaç, işlerin tamamlanma sürelerinin toplamını en küçükmektir. Bir karışık tamsayılı programlama modeli geliştirmişler ve bu modeli temel alan bir çözüm algoritması önermişlerdir.

Wang ve Chou [15], büyüklükleri ve hazır olma zamanları farklı olan işlerin tek bir fırında çizelgelenmesi problemi üzerinde tüm işlerin tamamlanma zamanını en küçükleme amaçlı çalışmışlardır. Öncelikle problemin tamsayılı programlama modeli verilmiş, sonrasında da tavlama benzetimi ve genetik algoritma tabanlı çözüm yaklaşımları önerilmiştir.

Bu çalışmada ise, önceki çalışmalardan farklı olarak, ürün-fırın öncelikleri, fırın kapasitelerinin farklı ürün tipleri için farklı değerler alması, iş emirlerinin farklı hazır olma zamanlarının varlığı durumlarının bir arada dikkate alındığı bir gerçek yaşam problemi tanımlanmış ve geliştirilen tamsayılı programlama modeli ile çözüme kavuşturulmuştur.

3 Problem tanımı ve tamsayılı programlama modeli

Bu çalışmada kaynak elektrotu üreten bir işletmeye ait iş emirlerinin fırınlara atanması ve sıralanması problemi ele alınmaktadır. İşletmede imalatı yapılan her elektrot her tip fırına yüklenmemektedir. Ayrıca her bir elektrot tipinin, işlem görebileceği fırınlara ait bir öncelik sırası bulunmaktadır. Problemin diğer parametreleri olarak [2]:

- elektrot iş emri büyüklükleri,
- fırına girmeye hazır olma zamanları,
- fırında pişme süreleri,
- soğuma süreleri,
- fırınların elektrot tipi bazında kapasiteleri,

göz önüne alınmıştır.

Fırında pişme süreleri aynı olan elektrot (ürün) tiplerine ait iş emirleri, fırın kapasitesini aşmayacak şekilde, eş zamanlı olarak (aynı yığında) fırına girip pişebilmektedir.

Problem ele alınırken ve tamsayılı programlama modeli oluşturulurken aşağıdaki varsayımlar göz önüne alınmıştır [1]:

1. Ürünlerin pişmeye hazır duruma gelmesi için kullanılan harman ve telin her zaman elde bulunduğu varsayılmıştır,
2. Her ürün fırınlama işleminden bir kez geçmektedir,
3. Verilen tüm sürelerin tam ve kesin olduğu varsayılmıştır,
4. İş emri miktarları fırınların kapasitesinden küçüktür ve bir iş emri birden fazla fırına yüklenecek şekilde bölünemez,
5. Ürünlerin fırınlara yüklenmesi sırasındaki hazırlık süreleri, ürünlerin pişme/soğuma sürelerinin yanında ihmal edilebilir.

Bu problemi ifade etmek ve çözmek üzere geliştirilen tamsayılı programlama modeli aşağıda verilmiştir.

3.1 İndisler

u	ürün tipi indisi	$u = 1, 2, \dots, U$
i	iş emri indisi	$i = 1, 2, \dots, I$
b	yığın indisi	$b = 1, 2, \dots, B$
f	fırın indisi	$f = 1, 2, \dots, F$

3.2 Parametreler

r_i	: i . iş emrinin fırına girmeye hazır olma zamanı,
p_u	: u . ürün tipinin fırında pişme süresi,
s_u	: u . ürün tipinin fırında soğuma süresi,
$onc_{u,f}$: u . ürün tipinin f . fırındaki öncelik numarası,
$cap_{u,f}$: u . ürün tipinin f . fırında işlenebileceği maksimum kapasite,
tip_i	: i . iş emrinin ürün tipi $tip_i \in \{1, 2, \dots, U\}$,
Q_i	: i . iş emrinin miktarı,
M	: çok büyük bir sayı.

3.3 Karar değişkenleri

$X_{i,b,f}$: i . iş emri b . yığına ve f . fırına atanıyorsa 1, aksi halde 0,
rt_b	: b . yığının fırında işlenmeye hazır olma zamanı,
pb_b	: b . yığının fırını meşgul ettiği (pişme ve soğuma) süre,
$Z_{b,f}$: b . yığın f . fırına atanıyorsa 1, aksi halde 0,
c_b	: b . yığının fırından çıkış zamanı,
$Y_{b,b'}$: b' yığını b yığınına takip ediyorsa 1, aksi halde 0.

3.4 Amaç fonksiyonu

En Küçükke

$$\mu_1 \sum_{b=1}^B c_b + \mu_2 \sum_{i=1}^I \sum_{b=1}^B \sum_{f=1}^F X_{i,b,f} \cdot onc_{tip_i,f} + \mu_3 \sum_{b=1}^B \sum_{f=1}^F Z_{b,f} \quad (1)$$

Amaç fonksiyonu, üç ifadenin ağırlıklı toplamını en küçüklemektedir: yığınların bitiş zamanlarının toplamı, iş emirlerinin atandıkları fırınların öncelik değerlerinin toplamı ve oluşturulan yığın sayılarının toplamı. Birinci ve üçüncü ifadeler, yığınların bitiş zamanlarını öne çekmeyi ve yığınların olabildiğince fazla sayıda iş emri içermesini sağlayarak, fırınlarda boşa geçen süreleri ve kullanılmayan kapasite oranını azaltmakta, dolayısıyla fırınların faydalı kullanım

oranlarını arttırmayı amaçlamaktadır. (1) No.lu gösterimde; μ_1, μ_2 ve μ_3 verilen ifadeler için amaç fonksiyonu ağırlıklıdır.

3.5 Kısıtlar

(2) No.lu kısıt kümesi, her bir iş emrinin elverişli fırınlardan birine ait bir yığına kesinlikle atanmasını sağlar.

$$\sum_{b=1}^B \sum_{\substack{f=1 \\ onc_{tip_i,f} \neq 0}}^F X_{i,b,f} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, I \quad (2)$$

(3) No.lu kısıt kümesi, iş emirlerinin uygun olmayan fırınlara atanmasını yasaklamaktadır.

$$\sum_{b=1}^B \sum_{\substack{f=1 \\ onc_{tip_i,f} = 0}}^F X_{i,b,f} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, I \quad (3)$$

(4) ve (5) No.lu kısıt kümeleri Chung ve diğ. [14]'nin çalışmasında verilen kısıtlara benzer olarak oluşturulmuştur.

(4) No.lu kısıt kümesi her bir yığının fırınlardan en fazla bir tanesine atanabileceğini belirtmektedir. (5) No.lu kısıt kümesi ise herhangi bir fırının herhangi bir yığına en az bir iş emri atanırsa $Z_{b,f}$ 0-1 değişkeninin 1 değerini almasını sağlar. Diğer yandan, bir fırına bir yığın atanmamışsa ($Z_{b,f} = 0$), bu fırın-yığın ikilisine hiçbir iş emrinin de atanamayacağını garanti altına alır.

$$\sum_{f=1}^F Z_{b,f} \leq 1 \quad b = 1, 2, \dots, B \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^I X_{i,b,f} \leq M \cdot Z_{b,f} \quad b = 1, 2, \dots, B, f = 1, 2, \dots, F \quad (5)$$

(6) No.lu kısıt kümesi, herhangi bir fırının herhangi bir yığına atanan iş emirlerinin fırından aldıkları kapasite paylarının toplamının fırın kapasitesini aşmayacağını belirtir.

$$\sum_{i=1}^I (X_{i,b,f} \cdot Q_i / cap_{tip_i,f}) \leq 1 \quad b = 1, 2, \dots, B, f = 1, 2, \dots, F \quad (6)$$

(7) No.lu kısıt kümesi, pişme süreleri birbirinden farklı olan herhangi iki iş emrinin herhangi bir fırındaki aynı yığına atanamayacağını vurgulamaktadır.

$$X_{i,b,f} + X_{i',b,f} \leq 1 \quad i, i' = 1, 2, \dots, I \mid i < i' \ \& \ p_{tip_i} \neq p_{tip_{i'}} \quad b = 1, 2, \dots, B, f = 1, 2, \dots, F \quad (7)$$

(8) No.lu kısıt kümesi, bir yığının fırında kalacağı süreyi, o yığına atanan iş emirlerinden pişme süresi ve soğuma süresi toplamı en yüksek olan iş emrinin belirleyeceğini ifade etmektedir. Buna benzer olarak (9) No.lu kısıt kümesi bir yığının fırında işlenmeye hazır olacağı zamanı, o yığına atanan iş emirlerinden hazır olma zamanı en yüksek olan iş emrinin belirleyeceğini ifade etmektedir.

$$pb_b \geq X_{i,b,f} \cdot (p_{tip_i} + s_{tip_i}) \quad i = 1, 2, \dots, I \quad b = 1, 2, \dots, B, f = 1, 2, \dots, F \quad (8)$$

$$rt_b \geq X_{i,b,f} \cdot r_i \quad i = 1, 2, \dots, I \quad b = 1, 2, \dots, B, f = 1, 2, \dots, F \quad (9)$$

(10) ve (11) No.lu kısıt kümeleri Zhu ve Heady [16]'nin klasik paralel makine çizelgeleme problemi için geliştirdiği ve makine (fırın) indisini elimine eden kısıtlardan adapte edilmiştir. Kısıt kümesi (10); her (b, b') farklı yığın ikilileri ve her f fırını için; b

ve b' yığınları fırınına atanmışsa ($Z_{b,f} = 1$ ve $Z_{b',f} = 1$) ve b' yığını b yığını takip ediyorsa ($Y_{b,b'} = 1$) aktif hale gelmekte ve b' yığınının fırından çıkış zamanının; b yığınının fırından çıkış zamanı ile b' yığınının bütünsel işlem süresinin toplamına eşit veya bundan büyük olması gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt kümesi (11), benzer bir şartı, aynı fırında b yığınının b' yığını takip ettiği durumlar için sağlamaktadır. Bu kısıtlar, bir fırına atanan iki farklı yığının birbirleriyle çakışmadan çizelgelenmesini garanti altına alır. (12) No.lu kısıt kümesi ise yığınların yalnızca birinin diğerini takip edebileceğini ifade etmektedir.

$$c_b - c_{b'} - M \cdot Y_{b,b'} - M \cdot Z_{b,f} - M \cdot Z_{b',f} \geq pb_{b'} - 3M \quad (10)$$

$$b = 1, 2, \dots, B, b' = 1, 2, \dots, B, b' \neq b \quad f = 1, 2, \dots, F$$

$$c_b - c_{b'} + M \cdot Y_{b,b'} - M \cdot Z_{b,f} - M \cdot Z_{b',f} \geq pb_b - 2M \quad (11)$$

$$b = 1, 2, \dots, B, b' = 1, 2, \dots, B, b' \neq b \quad f = 1, 2, \dots, F$$

$$Y_{b,b'} + Y_{b',b} = 1 \quad (12)$$

$$b = 1, 2, \dots, B, b' = 1, 2, \dots, B, b' < b$$

(13) No.lu kısıt kümesi, herhangi bir fırına atanan her bir yığının bitiş zamanının, hazır olma zamanı ve bütünsel işlem süresinin toplamından büyük olması gerektiğini belirtmektedir.

$$c_b \geq rt_b + pb_b - M \cdot (1 - Z_{b,f}) \quad b = 1, 2, \dots, B, \quad (13)$$

$$f = 1, 2, \dots, F$$

(14)-(17) No.lu kısıt kümeleri, karar değişkenlerinin alabileceği değerler kümesini belirtmektedir.

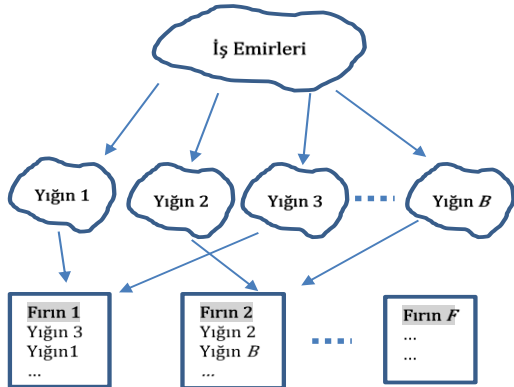
$$X_{i,b,f} \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, I \quad b = 1, 2, \dots, B, f = 1, 2, \dots, F \quad (14)$$

$$Y_{b,b'} \in \{0, 1\} \quad b = 1, 2, \dots, B, b' = 1, 2, \dots, B, b' \neq b \quad (15)$$

$$Z_{b,f} \in \{0, 1\} \quad b = 1, 2, \dots, B, f = 1, 2, \dots, F \quad (16)$$

$$rt_b \geq 0, pb_b \geq 0, c_b \geq 0, \quad b = 1, 2, \dots, B \quad (17)$$

Geliştirilen tamsayı programlama modelinin daha iyi anlaşılması için görselleştirilmiş temel işleyiş planı Şekil 1'de verilmiştir. Pişme süreleri aynı olan elektrot (ürün) tiplerine ait iş emirleri, atanacağı fırının kapasitesini aşmayacak şekilde aynı yığına girebilmektedir. Bu yığınlar, iş emri ürün tipi-fırın öncelikleri matrisine göre elverişli fırınlara atanmaktadır. İlgili yığındaki iş emirlerinin hazır olma zamanları da dikkate alınarak fırınlarda aynı anda yalnızca bir yığın işlem görecektir şekilde sıralanmaktadır.



Şekil 1: Tamsayı programlama modelinin işleyiş planı.

4 Sayısal sonuçlar ve tartışma

İşletmede en çok üretilen 10 farklı ürün (elektrot) tipi esas alınmıştır. Bu ürün tiplerine ait pişme ve soğuma süreleri ile hazır olma zamanları, hesaplama ve yorumlama kolaylığı olması açısından 30 dk. ve katlarına yuvarlanmıştır.

Yukarıda verilen tamsayı programlama modeli, 20 iş-4 fırın ve 30 iş-6 fırın olmak üzere iki farklı veri seti üzerinden çalıştırılmıştır. 20-iş problemine ait sayısal girdiler Tablo 2 ve Tablo 3'te; 30-iş problemine ait sayısal girdiler ise Tablo 4 ve Tablo 5'te verilmiştir. Fırın önceliği (1-en öncelikli fırın) sıfır (0) olarak verilen ürünler ilgili fırında pişmemektedir. Yine bu ürün-fırın ikilileri için fırın kapasiteleri sıfır (0) olarak verilmiştir. Tablo 2 ve Tablo 4'ten görülebileceği üzere aynı elektrot (ürün) tipine ait birden fazla iş emri, fırınlara atanmak ve çizelgelenmek üzere iş emri listesinde yer almaktadır.

Amaç fonksiyonunda üç sayısal ifadeye de benzer öncelik düzeyi sağlamak üzere, ağırlık değerleri sırasıyla $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 10$ ve $\mu_3 = 50$ olarak belirlenmiştir. Bu ağırlıklar, karar vericinin öncelikleri doğrultusunda farklı değerlerle de ifade edilebilir.

Her bir senaryo, IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.6.2 eniyileme yazılımında [17] 3 saatlik süre limiti verilerek çözülmüştür. 20 İş-4 Fırın senaryosu için en iyileme yazılımının bulunduğu en iyi alt sınırdan sapma oranı %24.55 iken; 30 İş-6 Fırın senaryosu için en iyi alt sınırdan sapma oranı %41.62 olarak gerçekleşmiştir. En iyileme yazılımının iki senaryo için de alt sınır değerlerini uzun süre geliştiremediği (arttıramadığı) gözlenmiştir. Daha iyi alt sınır değerleri bulunabileceği düşünüldüğünde, bulunan sonuçların hem uygulanabilir hem de en iyi (optimum) sonuca yakın değerler olduğu öngörülebilir.

20 İş-4 Fırın ve 30 İş-6 Fırın senaryoları için sayısal sonuçlar, sırasıyla Tablo 6 ve Tablo 7'de özetlenmiştir. Bu iki tablo, iş emirlerinin hangi yığınlara atandığına, yığınların hangi fırınlarda hangi sırada ve hangi zaman aralığında işlendiğine ait model çıktılarını listelemektedir.

Tablo 2: 20-iş problemine ait iş emri verileri.

İş Emri No	İş Emri Ürün Tipi	Miktar (adet)	Hazır Olma Zamanı (× 30 dk.)
1	1	5000	6
2	1	10000	18
3	2	10000	0
4	2	20000	18
5	3	30000	0
6	4	20000	6
7	4	10000	8
8	4	20000	4
9	5	25000	11
10	5	15000	11
11	6	10000	0
12	7	20000	4
13	7	25000	8
14	7	5000	7
15	8	15000	9
16	8	20000	12
17	9	20000	0
18	10	10000	5
19	10	10000	5
20	10	20000	8

Tablo 3: 20-iş problemine ait genel parametre değerleri.

Ürün Tipi	Pişme Süresi (× 30 dk.)	Soğuma Süresi (× 30 dk.)	Fırın Önceliği				Fırın Kapasitesi (adet)			
			1	2	3	4	1	2	3	4
1	6	4	1	2	3	4	25000	20000	45000	45000
2	11	10	2	1	4	3	50000	45000	45000	45000
3	4	6	0	0	1	2	0	0	45000	45000
4	6	4	1	2	3	4	25000	30000	45000	45000
5	4	6	1	2	3	4	40000	45000	45000	45000
6	16	8	1	2	3	4	30000	30000	45000	45000
7	11	5	2	1	4	3	30000	30000	45000	45000
8	9	6	2	1	3	4	40000	25000	45000	45000
9	10	4	0	0	1	2	0	0	45000	45000
10	7	8	1	2	3	4	35000	30000	45000	45000

Tablo 4: 30-iş problemine ait iş emri verileri.

İş Emri No	İş Emri Ürün Tipi	Miktar (adet)	Hazır Olma Zamanı (× 30 dk.)	İş Emri No	İş Emri Ürün Tipi	Miktar (adet)	Hazır Olma Zamanı (× 30 dk.)
1	1	5000	6	16	5	10000	12
2	1	10000	18	17	6	20000	0
3	1	10000	0	18	6	5000	5
4	2	20000	18	19	6	15000	5
5	2	25000	0	20	6	10000	8
6	2	20000	6	21	7	10000	4
7	2	10000	8	22	7	20000	11
8	3	20000	4	23	8	25000	8
9	3	25000	11	24	8	5000	0
10	4	15000	11	25	9	15000	4
11	4	10000	0	26	9	20000	18
12	4	5000	4	27	9	20000	7
13	4	20000	8	28	10	10000	9
14	4	25000	7	29	10	10000	12
15	5	20000	9	30	10	20000	0

Tablo 5: 30-iş problemine ait genel parametre değerleri.

Ürün Tipi	Pişme Süresi (× 30 dk.)	Soğuma Süresi (× 30 dk.)	Fırın Önceliği						Fırın Kapasitesi (adet)					
			1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
1	6	4	2	4	1	3	5	6	20000	20000	25000	20000	45000	45000
2	11	10	3	4	2	1	6	5	40000	35000	50000	45000	45000	45000
3	4	6	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	45000	45000
4	6	4	1	3	2	4	5	6	38000	25000	25000	30000	45000	45000
5	4	6	3	2	4	1	5	6	45000	40000	40000	45000	45000	45000
6	16	8	2	5	1	3	6	4	20000	20000	30000	30000	45000	45000
7	11	5	2	1	3	4	6	5	20000	25000	30000	30000	45000	45000
8	9	6	2	3	4	1	5	6	25000	25000	28000	25000	45000	45000
9	10	4	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	45000	45000
10	7	8	3	2	1	4	5	6	25000	25000	35000	30000	45000	45000

Örneğin Tablo 6'da, üçüncü fırına sırasıyla 3, 6 ve 1 No.lu yığınlar atanmıştır. 1 No.lu yığın, 18, 19 ve 20 No.lu iş emirlerinden oluşmaktadır ve üçüncü fırını 20. zaman periyodundan 35. periyoda kadar meşgul etmiştir.

Tablo 6 detaylı olarak incelendiğinde, 20 iş emrinin değişik fırınlarda toplam 10 yığın halinde işlendiği görülmektedir. Tabloda ardışık olarak aynı renkle ifade edilen satırlar ilgili fırında aynı yığına işlem gören iş emirlerini belirtmektedir. Görüldüğü üzere, yığınların bitiş zamanlarının ve oluşturulan yığın sayısının ağırlıklı toplamını en küçüklemek, dolayısıyla fırınların faydalı kullanımlarını arttırmak üzere, birbirinden farklı ürün tiplerine ait iş emirleri fırın kapasitesini aşmayacak

şekilde aynı yığına işlem görebilmektedir. Yine iş emirlerinden hiçbirini hazır olma zamanlarından önce herhangi bir fırına ve yığına atanmamıştır. Ayrıca, her bir yığının bütünsel süresini, pişme süresi ve soğuma süresi toplamı en yüksek olan iş emri belirlemiştir. Son olarak, amaç fonksiyonunda belirtildiği gibi, iş emirleri olabildiğince önceliği yüksek olan fırınlara atanmıştır, iş emirlerinin atandığı fırınların öncelik ortalaması 1.90 değerini almıştır.

Tablo 7 incelendiğinde, 30 adet iş emrinin değişik fırınlarda toplam 16 yığın halinde işlendiği görülmektedir. Tablo 6'da olduğu gibi ardışık satırlarda (beyaz renk dışında) aynı renkle ifade edilen satırlar ilgili fırında aynı yığına işlem gören iş

emirlerini belirtmektedir. Yine iş emirlerinden hiç biri hazır olma zamanlarından önce herhangi bir fırına ve yığına atanmamıştır. İş emirleri genelde önceliği yüksek olan fırınlara

atanmıştır, iş emirlerinin atandığı fırınların öncelik ortalaması 1.43 değerini almıştır.

Tablo 6: 20 iş-4 fırın Senaryosuna ait sayısal sonuçlar.

İş Emri (i)	İş Emri Tipi (u)	Miktar (Q)	Hazır Olma Zamanı (r)	Pişme Süresi (p)	Soğuma Süresi (s)	Yığın (b)	Fırın (f)	Öncelik (onc _{i,j})	Bütünsel Süre (pb _b)	Yığın Bitiş Zamanı (c _b)
9	5	25000	11	4	6	5	1	1	10	21
10	5	15000	11	4	6	5	1	1	10	21
1	1	5000	6	6	4	19	1	1	10	31
2	1	10000	18	6	4	19	1	1	10	31
7	4	10000	8	6	4	19	1	1	10	31
15	8	15000	9	9	6	2	1	2	15	46
16	8	20000	12	9	6	2	1	2	15	46
11	6	10000	0	16	8	7	2	2	24	24
3	2	10000	0	11	10	20	2	1	21	45
4	2	20000	18	11	10	20	2	1	21	45
14	7	5000	7	11	5	20	2	1	21	45
5	3	30000	0	4	6	3	3	1	10	10
6	4	20000	6	6	4	6	3	3	10	20
8	4	20000	4	6	4	6	3	3	10	20
18	10	10000	5	7	8	1	3	3	15	35
19	10	10000	5	7	8	1	3	3	15	35
20	10	20000	8	7	8	1	3	3	15	35
17	9	20000	0	10	4	12	4	2	14	14
12	7	20000	4	11	5	16	4	3	16	30
13	7	25000	8	11	5	16	4	3	16	30
Ort.								1.90	Toplam	615

Tablo 7: 30 iş-6 fırın senaryosuna ait sayısal sonuçlar.

İş Emri (i)	İş Emri Tipi (u)	Miktar (Q)	Hazır Olma Zamanı (r)	Pişme Süresi (p)	Soğuma Süresi (s)	Yığın (b)	Fırın (f)	Öncelik (onc _{i,j})	Bütünsel Süre (pb _b)	Yığın Bitiş Zamanı (c _b)
11	4	10000	0	6	4	6	1	1	10	10
12	4	5000	4	6	4	7	1	1	10	20
14	4	25000	7	6	4	7	1	1	10	20
10	4	15000	11	6	4	23	1	1	10	30
13	4	20000	8	6	4	23	1	1	10	30
30	10	20000	0	7	8	17	2	2	15	15
22	7	20000	11	11	5	22	2	1	16	31
17	6	20000	0	16	8	2	3	1	24	24
1	1	5000	6	6	4	14	3	1	10	34
2	1	10000	18	6	4	14	3	1	10	34
3	1	10000	0	6	4	14	3	1	10	34
28	10	10000	9	7	8	29	3	1	15	49
29	10	10000	12	7	8	29	3	1	15	49
18	6	5000	5	16	8	19	3	1	24	73
19	6	15000	5	16	8	19	3	1	24	73
20	6	10000	8	16	8	19	3	1	24	73
5	2	25000	0	11	10	26	4	1	21	27
6	2	20000	6	11	10	26	4	1	21	27
15	5	20000	9	4	6	10	4	1	10	37
16	5	10000	12	4	6	10	4	1	10	37
4	2	20000	18	11	10	20	4	1	21	58
7	2	10000	8	11	10	20	4	1	21	58
21	7	10000	4	11	5	20	4	4	21	58
23	8	25000	8	9	6	21	5	5	15	23
24	8	5000	0	9	6	21	5	5	15	23
8	3	20000	4	4	6	1	5	1	10	33
9	3	25000	11	4	6	1	5	1	10	33
26	9	20000	18	10	4	24	5	1	14	47
27	9	20000	7	10	4	24	5	1	14	47
25	9	15000	4	10	4	5	6	2	14	18
Ort.								1.43	Toplam	1125

5 Sonuç ve gelecek çalışmalar

Bu çalışmada, kaynak elektrotu üreten bir işletmenin kullandığı yığın üretim yapan bir dizi fırına ait iş emri yükleme ve çizelgeleme problemi için bir tamsayılı programlama modeli geliştirilmiştir. İki farklı veri kümesi üzerinden modelin uygulanabilirliği ortaya konmuştur.

Bu çalışmanın yazına katkıları aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Ürün-fırın öncelikleri dikkate alınmıştır,
- Fırın kapasiteleri, farklı ürün tipleri için farklı değerler almaktadır,
- İş emirlerinin hazır olma zamanları dikkate alınmıştır,
- Amaç fonksiyonu üç farklı ifadenin ağırlıklı toplamını en küçükmektedir,
- Yeni ve etkin bir tamsayılı programlama modeli geliştirilmiştir.

Gelecek çalışmalarda, iş emri-yığın ve yığın-fırın atamasının tamsayılı programlama ile yapıldığı, çizelgelemenin ise sezgisel yöntemlerle gerçekleştirildiği bir çözüm metodu geliştirilebilir. Ayrıca çözüm performansını daha gerçekçi olarak değerlendirmek için daha etkin alt sınır değerleri araştırılabilir.

6 Kaynaklar

- [1] Kuru B. Fırın Çizelgeleme Problemi için Tamsayılı Programlama Yaklaşımı. Lisans Tezi, Celal Bayar Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Manisa, Türkiye, 2015.
- [2] Edis EB, Kuru B. "Özel karakteristiklere sahip fırınlara iş yükleme ve çizelgeleme problemine tamsayılı programlama yaklaşımı". 35. Yöneyem Araştırması ve Endüstri Mühendisliği Ulusal Kongresi, Ankara, Türkiye, 9-11 Eylül 2015.
- [3] Mathirajan M, Sivakumar AI. "A literature review, classification and simple meta-analysis on scheduling of batch processors in semiconductor". *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 29(9-10) 990-1001, 2006.
- [4] Mönch L, Fowler JW, Dauzère-Pérès S, Mason SJ, Rose O. "A survey of problems, solution techniques and future challenges in scheduling semiconductor manufacturing operations". *Journal of Scheduling*, 14(6), 583-599, 2011.
- [5] Azizoglu M, Scott W. "Scheduling a batch processing machine with incompatible job families". *Computers & Industrial Engineering*, 39(3), 325-335, 2001.
- [6] Koh SG, Koo PH, Ha JW, Lee WS. "Scheduling parallel batch processing machines with arbitrary job sizes and incompatible job families". *International Journal of Production Research*, 42(19), 4091-4107, 2004.
- [7] Melouk S, Damodaran P, Chang PY. "Minimizing makespan for single machine batch processing with non-identical job sizes using simulated annealing". *International Journal of Production Economics*, 87(2), 141-147, 2004.
- [8] Chang PY, Damodaran P, Melouk S. "Minimizing makespan on parallel batch processing machines". *International Journal of Production Research*, 42(19), 4211-4220, 2004.
- [9] Mönch L, Balasubramanian H, Fowler JW, Pfund ME. "Heuristic scheduling of jobs on parallel batch machines with incompatible job families and unequal ready times". *Computers & Operations Research*, 32(11), 2731-2750, 2005.
- [10] Chou FD. "A joint GA+ DP approach for single burn-in oven scheduling problems with makespan criterion". *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 35(5-6), 587-595, 2007.
- [11] Xu S, Bean JC. "A genetic algorithm for scheduling parallel non-identical batch processing machines". *IEEE Symposium Computational Intelligence in Scheduling*, Hawaii, USA, 1-5 April 2007.
- [12] Kashan AH, Karimi B, Jenabi M. "A hybrid genetic heuristic for scheduling parallel batch processing machines with arbitrary job sizes". *Computers and Operations Research* 35(4), 1084-1098, 2008.
- [13] Mazumdar CS, Mathirajan M, Gopinath R, Sivakumar AI. "Tabu Search methods for scheduling a burn-in oven with non-identical job sizes and secondary resource constraints". *International Journal of Operational Research*, 3(1-2), 119-139, 2008.
- [14] Chung SH, Tai YT, Pearn WL. "Minimising makespan on parallel batch processing machines with non-identical ready time and arbitrary job sizes". *International Journal of Production Research*, 47(18), 5109-5128, 2009.
- [15] Wang HM, Chou FD. "Solving the parallel batch-processing machines with different release times, job sizes, and capacity limits by metaheuristics". *Expert Systems with Applications*, 37(2), 1510-1521, 2010.
- [16] Zhu Z, Heady RB. "Minimizing the sum of earliness/tardiness in multi-machine scheduling: a mixed integer programming approach". *Computers and Industrial Engineering*, 38(2), 297-305, 2000.
- [17] IBM Corp. IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.6.2, 2013.