

Синтез та оптимізація завадостійких кодів на базі ідеальних кільцевих в'язанок

Д. Скрибайло-Леськів, асист.

Національний університет «Львівська політехніка»

Abstract. This article deals with the recovery of corrupted data with error correcting codes.

Key words: error correcting code, gold rings, combinatorics.

З давніх часів інформація була безцінним подарком богів для людства. Її переказували, зберігали а також втрачали через людські або природні фактори. В сучасному суспільстві, з бурхливим розвитком інформаційних технологій, з'явилися нові методи та засоби збереження інформації, але проблеми залишилися ті ж самі. Носії зношуються, а канали зв'язку, на які впливають різного роду фактори, не є досконалими. Проблему вдалося частково побороти за допомогою завадостійкого кодування. Основною ідеєю є додання до корисної інформації (або повна її заміна), спеціально підготовленої, контрольної, надлишкової сукупності даних, які у свою чергу зможуть частково або повністю відновити пошкоджені дані. На сьогоднішній день є багато різних методів синтезу завадостійких кодових послідовностей, як і методів кодування та декодування, але всіх їх об'єднує одна дилема: "чим кращий завадостійкий код тим складніше його опрацювати". В задачах збереження інформації на носії даних, час не є критичним показником, а ось для передачі по каналам зв'язку є життєвонеобхідним. Тому актуальним слід вважати задачу синтезу простих і водночас потужних завадостійких кодових послідовностей, одна з яких будується на ідеальних багатовимірних кільцевих послідовностях.

Простою ідеальною числовою кільцевою в'язанкою[1] (ЧКВ), або просто ідеальною кільцевою в'язанкою (ІКВ) називається послідовність $K_n = (k_1, k_2, \dots, k_n)$ чисел, на якій всі можливі кільцеві суми вичерпують значення чисел натурального ряду $k_1, 2, \dots, S_n$, де :

$$S_n = n(n-1) + 1 \quad (1)$$

На рис.1 наведений приклад ІКВ з параметрами, $n=4$; $S_n = 13$;

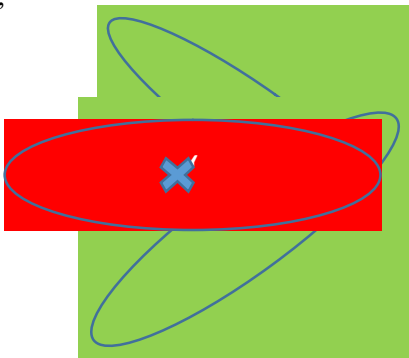


Рис 1. Взаємозв'язок позицій елементів в'язанки.

Багатократною ідеальною кільцевою в'язанкою[1] (ІКВ) називається послідовність $K_n = (k_1, k_2, \dots, k_n)$ чисел, на якій всі можливі кільцеві суми вичерпують значення чисел натурального ряду $1, 2, \dots, S_n$ рівно R разів, де

$$S_n = \frac{n(n-1)}{R} + 1; \quad (2)$$

З теорії кодування відомо, що для виправлення помилок завадостійкий код має володіти мінімальною кодовою відстанню (d_m) а також має виконуватися наступне співвідношення $d_m > 3$. [2]

Для ІКВ d_m має наступну залежність:

$$d_m = 2 * (n - R); \quad (3)$$

З яких впливають залежності кількості виявлених помилок (t_1) та виправлених (t_2).

$$t_1 = d_m - 1 = 2(n - R) - 1; \quad (4)$$

$$t_2 = \frac{t_1}{2} = n - R - 1; \quad (5)$$

Для побудови завадостійкого коду з довжиною кодових комбінацій S_n за допомогою ІКВ достатньо виділити рядок із S_n пронумерованих позицій одновимірного масиву та заповнити інформаційними одиницями ті позиції коду, номери яких збігаються з числом x_j , що знаходять із залежності[1]:

$$x_j - 1 \equiv \sum_{i=0}^j k_i \pmod{S_n}, j = 1, 2, \dots, n; \quad (6)$$

Для побудови всіх дозволених комбінацій потрібно циклічно змістити утворену послідовність S_n разів.

Для наочності і демонстрації простоти синтезу, кодування та декодування завадостійкого коду розглянемо приклад ІКВ = 1, 4, 6, 2 зображений на рис 2.

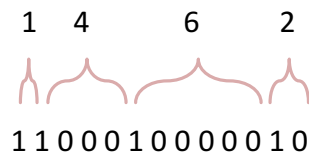


Рис. 2. Перший етап синтезу завадостійкого коду на основі ІКВ.

Таблиця дозволених кодових послідовностей відтворена на рис 3.

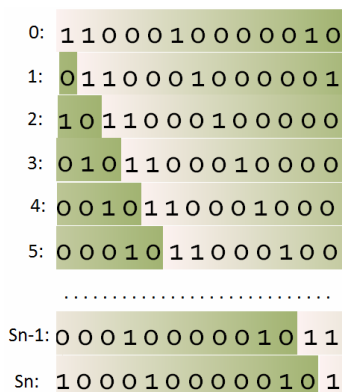


Рис. 3. Таблиця дозволених кодових комбінацій.

Для здійснення процесу кодування, вхідне повідомлення представимо як одну з дозволених комбінацій коду (рис 4).

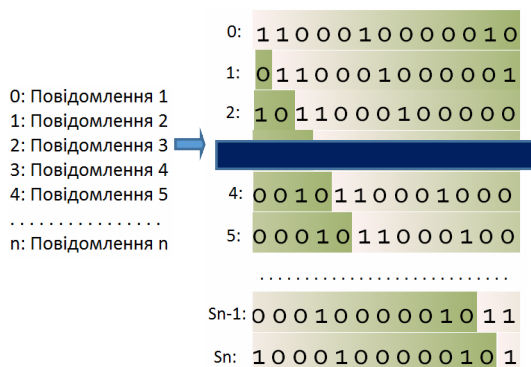


Рис. 4. Принцип табличного кодування.

Розглянемо найпростіший метод пошуку та виправлення помилок. Нехай на вхід декодера прийшло повідомлення з одниничною помилкою.

Шукаємо найбільш “подібну” послідовність, знаходячи кодові відстані між вхідною та дозвленими послідовностями. Мінімальна кодова відстань буде вказувати на номер правильної комбінації. Схематично це демонструється на рис5.

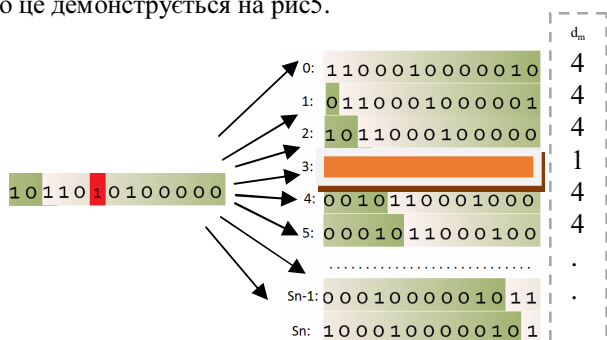


Рис. 5. Процес пошуку помилки та виправлення її.

Хоча все це виглядає доволі просто, є одна проблема. Припустимо, що для якихось дій, нам потрібно знайти ІКВ послідовність довжина якої становить 31 елементів (біт) ($S_n=31$).

З’являється питання: чи існує тільки одна комбі-

нація ІКВ для $S_n=31$? А якщо ж ні, то чи всі вони будуть оптимальні у співвідношенні довжина коду та коригуючої здатності?

$$K_e = \frac{t_2}{S_n} \quad (7)$$

ІКВ	Таблиця №1
10,1,3,2,7,8	Властивості
6,3,1,4,1,1,1,3,2,2,1,2,1,1,2	n=6; R=1; t2=4; k ≈ 13%
5,3,3,1,1,2,1,2,1,1,1,4,2,2,1,1	n=15; R=7; t2=7; k ≈ 23%
3,2,1,1,1,2,1,1,2,1,1,1,1,2,1,1,1,1,1,1,1,1	n=16; R=8; t2=7; k ≈ 23%
	n=25; R=20; t2=4; k ≈ 13%

де $k=K_e*100\%$

З наведених вище прикладів (таблиця №1), видно що не всі варіанти ІКВ будуть оптимальні. Для дослідження було взято відомі ІКВ послідовності, та здійснено графічне дослідження, яке показало, що максимального значення коефіцієнту оптимальності K_e (7) можна досягнути при співвідношенні (8). Дослідження зображено на рис 6.

$$n/R \approx 2 \quad (8)$$

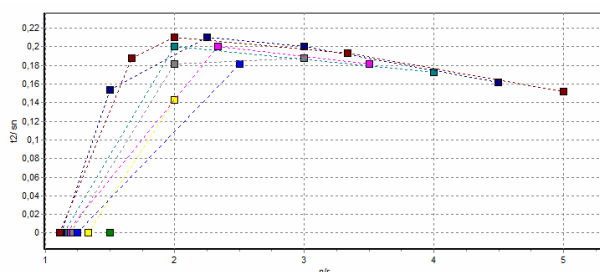


Рис. 6. Графік залежності коефіцієнту оптимальності від характеристик ІКВ послідовності.

Отже було визначено що максимальне коригуюче значення досягається коли справджується співвідношення (8), але якого максимуму можна досягнути якщо $S_n \rightarrow \infty$? Дослідження зображено на рис 7.

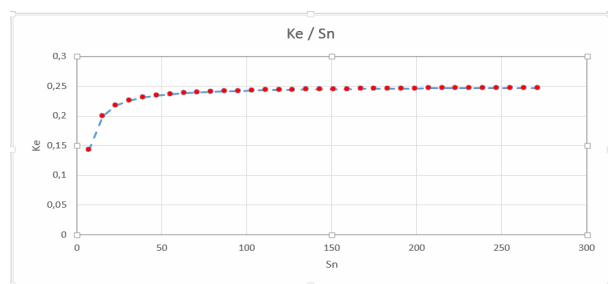


Рис. 7. Графік залежності коефіцієнту оптимальності від довжини коригуючого завадостійкого коду

Отже підсумовуючи результати досліджень можна сказати, що завадостійкий код на основі ІКВ є простим, швидким у кодуванні та декодуванні, може бути оптимізованим може виправити до 25% помилок у кодовому блоці. Може бути використане у каналах зв’язку з високим рівнем шуму.

[1]. Різник В.В. Синтез оптимальних комбінаторних систем. – Львів: Вища школа, 1989. – 168 с.

[2]. Цымбал В.П. Теория информации и кодирование. – К.: Вища школа, 1982. – 304 с