

Перспективи розвитку математичних моделей електромеханічних систем з перемінною структурою

В. Лишук, к.т.н, доц., Д. Захарчук к.ф.-м.н, доц.

Луцький національний технічний університет,
кафедра фізики і електротехніки, 43018, м. Луцьк, вул. Львівська, 75, e-mail: fe@lntu.edu.ua

Abstract. The combining the theory of electromagnetic circuits and the theory of electromagnetic field gives sufficient advantages in solution of complicated problems of theoretical electrical engineering. Unlike traditional models, they represent the system of differential equations in the normal Cauchy's form which eliminates the operation of numerical rotation of matrix of coefficients at each step of integration.

Problem of transient regimes of electromechanical systems at disconnection of its elements accompanied by amperage steps in their windings is solved on the ground of generalized laws of commutation for electric circuits. It is owing to this the problem of stiffness of differential equations had been eliminated. The application of explicit numerical methods simplified their integration to sufficient extent.

Key words: mathematical modeling, electromechanical system, differential equations, transient process, commutation, numerical methods, electromagnetic field, integration.

Задачі вдосконалення методів математичного моделювання складних динамічних систем зі змінною структурою технічного призначення є актуальними і водночас складними в загальній теорії математичного моделювання. Актуальність зумовлена широким застосуванням таких систем в індустрії, зокрема в системах електропостачання металургійних, хімічних, машинобудівних та інших підприємств. Тут необхідно врахувати складні фізичні процеси з одного боку і вдало сформулювати повну систему нелінійних диференціальних рівнянь стану, оптимальну з точки зору використання числових методів у процесі комп'ютерного інтегрування [1].

Стрімкий розвиток сучасних технологій неминує призводить до морального старіння різноманітних електромеханічних пристроїв і систем. Очевидно, що розробка новітніх технологій є невід'ємною задачею спеціалістів в області математичного моделювання. Якщо теоретична база, яка заснована на засадах електродинаміки є достатньо розроблена, то методи розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь вимагають все нових і нових підходів у залежності від комп'ютерної техніки. Тому теоретичний підхід до розв'язання задач математичного моделювання електромеханічних систем є об'єктивною реальністю.

Основними елементами таких систем зазвичай є силові трифазні трансформатори й асинхронні мотори як у звичайному виконанні так і з підвищеним пусковим моментом. У залежності від умов задачі та використання математичного апарата (звичайні диференціальні рівняння чи рівняння з частинними похідними) математичні моделі в математичному аспекті можна розглядати як задачу Коші або мішану задачу.

Оскільки реальні електромеханічні системи мі-

стять значну кількість таких елементів, то їх математична модель описується нелінійними диференціальними рівняннями дуже високого порядку. Тому виникає практична проблема комп'ютерного інтегрування таких систем, аби модель була працездатною. Математичний апарат відомих традиційних моделей не завжди достатньо точно описує фізичні процеси в електромеханічних пристроях і ускладнює їх подальшу комп'ютерну реалізацію.

Аналіз досліджень показує, що вдосконалити методи математичного моделювання можна шляхом їх орієнтації на використання прийнятних числових методів, зокрема явного інтегрування. А це можна зробити лише за відмови від традиційних підходів. Це перш за все стосується переходу від використання методів теорії електричних кіл до методів електромагнітних кіл і методів електромагнітного поля в їх тісному поєднанні.

Методи математичного моделювання найчастіше застосовуються в тих випадках, де фізичні процеси мають найскладніший характер. Одним з таких випадків є саме задачі електромеханіки. Їх складність зумовлена тісною взаємодією електричних і механічних процесів, насиченням сталей магнітопроводів, врахуванням скін-ефекту, температурними явищами тощо.

Математичне моделювання передбачає побудову моделі реального об'єкта, що з певними допущеннями відображає його властивості. Зрозуміло, що математичне моделювання є важливим доповненням до фізичного експерименту, а в деяких випадках – єдиноможливим.

Донедавна в науці переважали математичні моделі, диференціальні рівняння стану яких були низького порядку. Це було продиктовано тодішніми реальними можливостями інтегрування таких рівнянь. Саме такі рівняння на сьогодні є теоретичною основою багатьох інженерних та природничих дисциплін. Це дає змогу під час проектування проводити наближені розрахунки з подальшим обов'язковим макетуванням проєктованого об'єкта та його експериментальним доведенням до потрібних параметрів.

Сучасні комп'ютери дають змогу у багатьох випадках відмовитися від натурного макетування проєктованих виробів, замінивши його математичним моделюванням, що дуже важливо, коли таке макетування надто коштовне і практично неможливе. Але при цьому повинна бути істотно підвищена точність математичних моделей об'єктів і систем, що враховують багато фізичних ефектів та дестабілізуючих чинників, якими раніше нехтували. У результаті порядок диференціальних рівнянь і складність математичних моделей істотно зростають, а їх розв'язання в аналітичному вигляді стає неможливим [2, 3].

Розробка методів математичного моделювання, а заодно й математичних моделей складних електромеханічних систем є визначальним в технічному поступі і належить до пріоритетних задач загальної теорії математичного моделювання. Аналіз таких систем немислимий без створення сучасних математичних моделей їхніх окремих пристроїв.

Накопичений досвід показує, що в поєднанні методів теорії електромагнітних кіл і електромагнітного поля – шлях до успішного розв'язання даних задач.

На сьогодні математичні моделі асинхронних моторів доцільно будувати у косокутних координатах. Побудова згаданих моделей здійснюється шляхом координатних перетворень у теорії асинхронних машин. Такі моделі дають змогу автоматично подати систему диференціальних рівнянь пристроїв у нормальній формі Коші. При цьому зменшується жорсткість цих рівнянь та значно спрощується використання математичних моделей електромеханічних пристроїв як повноцінних елементів електромеханічної системи. Тобто, таке подання математичної моделі спрощує знаходження напруги вузла електричного навантаження.

Основними недоліками традиційних моделей, що ускладнюють процес інтегрування диференціальних рівнянь є:

1. Для розв'язання системи рівнянь електричної рівноваги відносно похідних струмів необхідно знаходити обернену матрицю індуктивностей трансформатора і множити коефіцієнти цієї матриці на відповідні праві частини рівнянь. Аж тоді ці рівняння будуть приведені до нормальної форми Коші і їх можна буде розв'язувати відомими числовими методами. Отже, для врахування насичення магнітопроводів ці моделі оперують поняттями диференціальних індуктивностей контурів, тому їх рівняння не можуть бути аналітично представлені у нормальній формі Коші.

2. Врахування скін-ефекту у струмопроводах машин потрібно здійснювати на основі теорії електричних кіл. Тут використавується багатоконтурна схема заміщення, визначення параметрів якої ускладнене за рахунок зростання кількості ланок. Це збільшує порядок диференціальних рівнянь та їх жорсткість, що приводить до втрати точності.

Аналіз окремих електромеханічних пристроїв не задовільняє теперішнім вимогам практики. Зараз все ширше й ширше аналізуються складні електромеханічні системи, до складу яких входять ці пристрої. Диференціальні рівняння математичних моделей таких систем також повинні бути записані у нормальній формі Коші. Тут слід використати метод вузлових напруг, який можна адаптувати до часових областей.

Фундаментальну роль в теорії електромеханічних систем відіграє аналіз перехідних станів. Сучасний технологічний процес підприємств зазвичай пов'язаний з частими комутаціями в електричних колах таких систем, тому більшість експлуатаційних станів є перехідними. Тобто, математичні моделі повинні враховувати змінну структуру таких систем.

Традиційно імітацію комутаційних станів, а саме розриви (вимкнення) пристроїв у системах зі

змінною структурою виконують введенням великого опору. Це приводить до того, що диференціальні рівняння системи стають жорсткими потребують застосування складних неявних числових методів, внаслідок чого задача суттєво ускладнюється. У нашому підході слід використати узагальнені закони комутації для електричних кіл, які усунуть жорсткість диференціальних рівнянь, що дасть змогу проінтегрувати їх явними методами.

Застарілі інженерні методи, побудовані на основі заступних схем електромеханічних пристроїв, на сьогоднішній час, не дають змоги отримати з достатньою точністю інформацію про струми та напруги вузла навантаження. Для реальної фізичної картини необхідно будувати моделі елементів на основі фундаментальних законів електродинаміки та об'єднувати ці моделі в єдину математичну модель системи, сумісно інтегруючи рівняння електромеханічного стану.

Ці вимоги будуть виконані тоді, коли фізичні процеси будуть описуватись мінімальною зв'язною системою нелінійних диференціальних рівнянь, представлених у вигляді, розв'язаному відносно перших похідних шуканих функцій за часом, тобто представлених у нормальній формі Коші. Основи такого підходу викладені в праці [2] і по сьогоднішній день не втратили своєї актуальності.

Отже, поєднання методів теорії кіл та теорії електромагнітного поля, покладена в основу наших досліджень, на практиці показує суттєві переваги даного способу розв'язання ряду складних задач електромеханіки. У запропонованому підході рівняння обмоток статора асинхронної машини описуються методами теорії нелінійних електромагнітних кіл (рівняння із звичайними похідними), а рівняння ротора – методами теорії електромагнітного поля (рівняння з частинними похідними).

Висновки.

1. За рахунок поєднання методів теорій електромагнітних кіл та електромагнітного поля вдалось представити систему диференціальних рівнянь електромеханічного стану в нормальній формі Коші. Це усуває проблему обертання будь-яких матриць коефіцієнтів на кожному часовому кроці інтегрування.

2. Явище скін-ефекту у масивних струмопроводах асинхронних машин машин, що описуються мішаною системою диференціальних рівнянь, потрібно враховувати з використанням методів електромагнітного поля.

3. Імітацію вимкнення пристроїв у колах електромеханічних систем зі змінною структурою слід проводити на підставі узагальнених законів комутації для електричних кіл, що дасть змогу усунути жорсткість системи диференціальних рівнянь і застосувати для їх розв'язання явні методи інтегрування.

[1]. Чабан В. Й. Математичне моделювання електромеханічних процесів / В. Й. Чабан. – Львів : В-во Держуніверситету „Львівська політехніка”, 1997. – 342 с.

[2]. Чабан В. Математична модель вузла живлення асинхронних машин [Монографія] / В. Чабан, В. Лишук. Луцьк : РВВ ЛНТУ, 2011. – 116 с.

[3]. Чабан В. Чисельні методи / В. Чабан. Львів: В-во Нац. у-ту „Львівська політехніка”, 2001. – 186 с.