

## Особливості автоматизованої обробки даних для розподілу температури масивного твердого тіла

В. Дубук<sup>1</sup>, к.т.н., доц., Ю. Кривенчук<sup>2</sup>, м. н. с.

<sup>1</sup>Європейський університет, Львівська філія, <sup>2</sup>Національний університет "Львівська політехніка"

**Abstract.** Mathematical model of temperature field distribution in massive solid body of rod is built. The main system of mathematical model equations for temperature field calculation by means of explicit Euler's method is solved. The automated calculation data processing by means of spreadsheet processor OpenOffice.org Calc is elaborated. The results of investigations and conclusions are given.

**Key words:** mathematical model, thermal process, temperature field, massive solid body, automated data processing.

У роботі інформаційних систем та їх електронних компонентів, електротехнічних та радіотехнічних пристроїв урахування впливу температури на процеси їх функціонування відіграє надзвичайно важливу роль. Процеси нагріву і охолодження, які можуть описуватися визначенням просоторово-часових розподілів температури суттєво впливають на роботу відповідних пристроїв та систем [1,2,14-16,18]. Тому врахування температурних процесів є актуальною задачею, розв'язання якої є необхідним як при аналізі і дослідженні роботи розроблених, так і при проектуванні нових пристроїв та систем.

У загальному випадку нагрів твердих тіл, які можуть представляти компоненти та підсистеми у складі досліджуваних пристроїв та систем переважно визначається як наслідок дій електричного чи електромагнітного поля. Важливим є те, що всі впливи поля на властивості середовища, у кінцевому випадку, на коефіцієнти модельних рівнянь проявляються через зміни температури і є інерційними. При відомих джерелах теплоти розрахунок розподілу температури у пристрою чи системі зводиться до розв'язку теплової задачі [11].

Теплова задача може бути розділена на внутрішню і зовнішню. Зовнішня задача описує передачу теплової енергії зовні тіл, що нагріваються, за рахунок теплопровідності, конвекції та випромінювання. Внутрішня теплова задача описує процес теплопередачі всередині тіла, що нагрівається. Для розв'язання теплової задачі методом моделювання необхідно будувати модель розподілу температурного поля.

Побудова моделі розподілу температурного поля по товщині масивного твердого тіла, що нагрівається, ґрунтується на використанні фундаментальних фізичних законів збереження енергії, теплопровідності [11] та інш.

Процес нагріву масивного твердого тіла, що визначає розподіл температурного поля, може бути описаний диференціальним рівнянням у часткових похідних

другого порядку, яке ще називають рівнянням теплопровідності Ж.Б.Ж. Фур'є. Відповідне рівняння широко використовується також для опису процесів теплопереносу при моделюванні різних технологічних процесів.

Теплопровідність є нестационарною, якщо різниця температур, що її викликає, змінюється під час процесу передачі тепла [11]. Саме такий тип теплопровідності розглядається у даній праці. Тому вивід рівняння теплопровідності розглянемо у нестационарній постановці за вихідних умов випадку, для якого тепло поширюється по довжині однорідного ізотропного теплоізоляованого масивного твердого тіла стержня [15, 17] вздовж координати  $x$ .

Для цього розглянемо два перерізи стержня, що знаходяться на віддалі  $\Delta x$  один від одного.

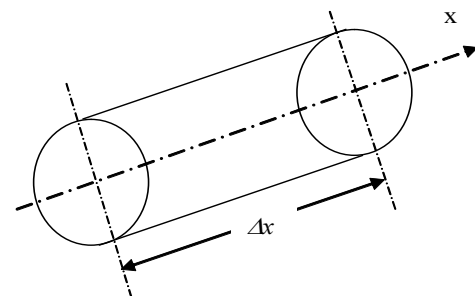


Рис.1. Схема масивного твердого тіла стержня, що розглядається при побудові моделі.

Позначимо значення координат першого перерізу через  $x$  та другого перерізу через  $x + \Delta x$ . Також позначимо як  $\Delta Q$  приріст кількості тепла у відповідному елементі твердого тіла стержня на протязі певного проміжку часу  $\Delta t$ .

$$\Delta Q = cm \Delta T, \quad (1)$$

де  $c$  – питома теплоємність матеріалу тіла стержня,  $m$  – маса елемента тіла стержня,  $\Delta T$  – зміна температури тіла стержня на протязі проміжку часу  $\Delta t$ .

Якщо далі як проміжок часу  $\Delta t$  розглянути одиничний проміжок часу, то відповідний приріст кількості тепла можна визначити за виразом

$$\Delta q = \Delta Q / \Delta t. \quad (2)$$

А, виходячи з (1), відповідне значення кількості тепла можна визначити

$$\Delta q = cm \Delta T / \Delta t. \quad (3)$$

Здійснюючи перехід до границі (3) при  $\Delta t \rightarrow 0$ , одержуємо

$$dq = c m dT/dt. \quad (4)$$

Вираз для визначення маси елемента масивного твердого тіла стержня має вигляд

$$m = \rho s \Delta x, \quad (5)$$

де  $\rho$  - густина матеріалу тіла стержня,  $s$  - площа поперечного перерізу тіла стержня,  $\Delta x$  - довжина масивного твердого тіла стержня.

Враховавши відповідні вирази (2)-(5), на основі (4) одержуємо

$$dq = c \rho s \Delta x (dT/dt). \quad (6)$$

Згідно з законом збереження енергії приріст  $dq$  визначається алгебричною сумою кількості тепла, що надійшло ззовні у елемент масивного твердого тіла за од. часу через перерізи з координатами  $x$  та  $x + \Delta x$ .

Позначимо відповідні кількості тепла як  $q_1$  та  $q_2$ . Тоді

$$dq = q_1 - q_2. \quad (7)$$

Вирази для  $q_1$  та  $q_2$  можна одержати згідно з законом внутрішньої теплопровідності у твердих тілах (закону Ж.Б.Ж. Фур'є).

Для одновимірної постановки задачі для кількості тепла, що проводиться через площу  $s$ , перпендикулярну до осі координат  $x$  справедливий вираз:

$$q = -s\alpha (\partial T/\partial x). \quad (8)$$

де  $\alpha$  - коефіцієнт теплопровідності.

Враховуючи (8), вираз (7) можна записати в іншому вигляді:

$$dq = -s\alpha (\partial T/\partial x)|_x + s\alpha (\partial T/\partial x)|_{x+\Delta x} \quad (9)$$

Якщо у виразі (9) обидві частини розділити на  $\Delta x$  та врахувати (6), одержимо новий вираз

$$\partial T/\partial t = (\lambda / c\rho) \cdot ((\partial T/\partial x)|_{x+\Delta x} - (\partial T/\partial x)|_x) / \Delta x. \quad (10)$$

Враховуючи визначення коефіцієнта теплопровідності матеріалу тіла стержня

$$a = \lambda / c\rho, \quad (11)$$

та здійснюючи перехід до границі (10) при  $\Delta x \rightarrow 0$ , одержуємо основне модельне рівняння теплопровідності:

$$\partial T/\partial t = a (\partial^2 T/\partial x^2). \quad (12)$$

Крайові умови для задачі, яка розв'язується, можемо прийняти, виходячи з припущень теплообмі-

ну твердого тіла стержня [11, 15] з зовнішнім середовищем за законом І. Ньютона:

$$-\partial T/\partial n = (\alpha/\lambda) \cdot (T_m - T_c), \quad (13)$$

де  $T_m$  - температура на межі розділу;  $T_c$  - температура оточуючого середовища;  $\alpha$  - коефіцієнт теплообміну.

Подальші розрахунки розподілу температури масивного твердого тіла стержня будемо здійснювати саме на основі рівняння (12). При цьому, для подальшої побудови комп'ютерно-орієнтованої моделі для відтворення розподілу температури у масивному твердому тілі стержня за умов задачі, що розглядається, рівняння (12) слід представити у дискретній формі, модифікувавши його на основі методу скінченних різниць [12,13]. Тоді у вузлах просторово-часової дискретизаційної сітки вираз (12) набуде деякої іншої алгебричної форми:

$$(T_{i,t+\Delta t} - T_{i,t})/\Delta t = a (T_{i+1,t} - 2T_{i,t} + T_{i-1,t})/(\Delta x)^2, \quad (14)$$

де  $i$  - номер вузла просторової дискретизаційної сітки,  $i = 1, n$ ;  $n$  - загальна кількість вузлів сітки;  $t$  - значення часу;  $\Delta t$  - крок часової дискретизації;  $\Delta x$  - крок просторової дискретизації.

Далі, з виразу (14) визначаємо значення температури у  $i$ -му вузлі просторової дискретизаційної сітки в черговий момент часу  $t + \Delta t$ , маючи значення температури у  $i$ -му вузлі просторової дискретизаційної сітки в попередній момент часу  $t$ , інтегруючи рівняння (14) за явним методом Л. Ейлера [13]:

$$T_{i,t+\Delta t} = a(T_{i+1,t} - 2T_{i,t} + T_{i-1,t})/(\Delta x)^2 \cdot \Delta t + T_{i,t} \quad (15)$$

Рівняння (15) вважаємо основним модельним рівнянням, повністю адаптованим до подальшої комп'ютерної реалізації.

Також, для повноти визначення моделі з метою її подальшої комп'ютерної реалізації, розрахункове рівняння (15) необхідно доповнити початковими та крайовими умовами.

Початкові умови для задачі, яка розв'язується, можемо прийняти [11,15,18]:

$$\begin{aligned} T_{i,0} &= 345 \text{ К, для } i = 1, i = n, \\ T_{i,t} &= T_{i,0} = 293 \text{ К, для } i = 2, n-1, t = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Загальна кількість вузлів просторової дискретизаційної сітки буде визначатися геометричними розмірами масивного твердого тіла стержня:

$$n = (x_2 - x_1)/\Delta x, \quad (17)$$

де  $x_2, x_1$  - відповідні координати початку і кінця масивного твердого тіла стержня.

Крайові умови для задачі, яка розв'язується, можемо прийняти, як крайові умови III роду [11, 15, 18]. Тоді, спираючись на вираз (13), одержуємо:

$$\begin{aligned} T_{n+1,t} &= T_{n-1,t} - (\lambda/c\rho) \cdot (T_{n-1,t} - T_{n,t}) \Delta x, \\ & i = 1, i = n. \end{aligned} \quad (18)$$

Для автоматизованого розв'язання задачі розрахунку розподілу температури масивного твердого тіла стержня необхідно здійснити відповідну комп'ютерну реалізацію. Вона може бути здійснена на основі методів прямого програмування на одній з алгоритмічних мов або використання вбудованих можливостей та інструментів, вбудованих у середовище табличного процесора.

З огляду можливостей подальшої автоматизованої обробки даних для прикладу моделі застосуємо метод, що ґрунтується на можливостях застосування вбудованих інструментів програмного забезпечення табличних процесорів [3-6].

Середовищем реалізації обраного методу автоматизованої обробки даних для розрахунку розподілу температури масивного твердого тіла стержня було вибрано табличний процесор OpenOffice.org Calc. Вибраний в якості платформи для реалізації програмний засіб OpenOffice.org Calc містить багато корисних для можливостей автоматизованої обробки даних інструментів та функцій, володіє зручними можливостями обробки таблично представлених даних і має ліцензію вільного програмного забезпечення [3-6].

Далі для успішного розв'язання задачі реалізації моделі, слід визначити її табличне представлення на основі модифікації виразів (15)–(18), для чого реалізуємо їх представлення на аркуші робочої книги засобами табличного процесора OpenOffice.org Calc.

Надалі, для кожного чергового значення часу  $t$  у моменти часу  $\Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, (n-1)\Delta t$  у відповідних комітках аркуша електронної таблиці одержуємо значення розв'язків модельних рівнянь, які можуть бути оброблені засобами вбудованих інструментів табличного процесора.

Результати розрахунків, здійснені на основі розробленої моделі, представлені графічними залежностями на рис.2 - рис.6.

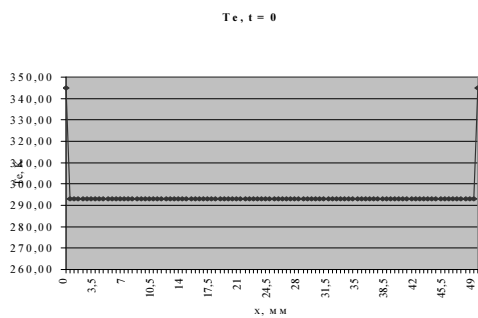


Рис. 2.

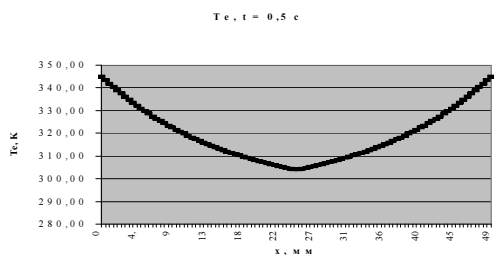


Рис. 3.

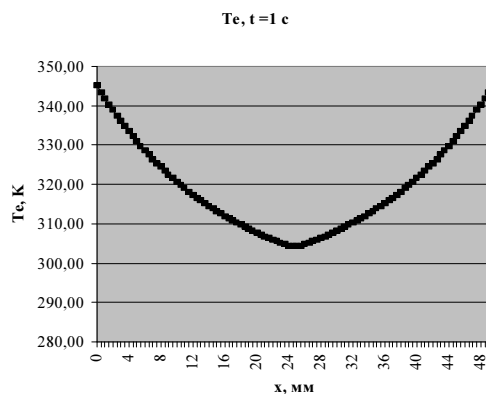


Рис. 4.

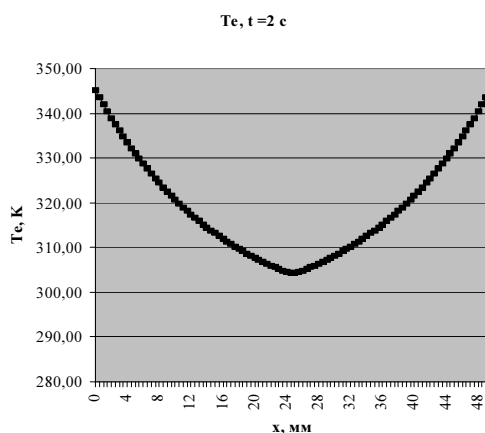


Рис. 5.

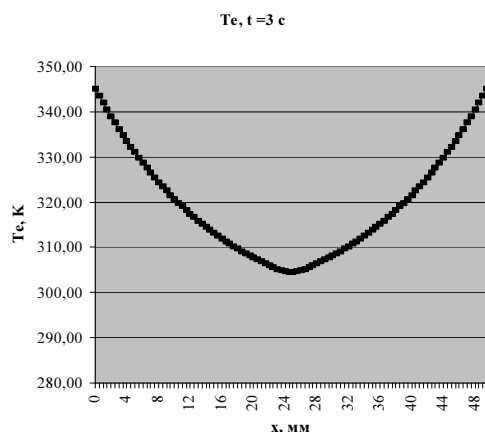


Рис.6.

На рис.2 – рис.6 представлені результати розрахунків у різні моменти часу перехідного процесу нагріву твердого тіла стержня, одержані на основі застосування розробленої моделі. Так, просторовий розподіл температури, представлений на рис.2 визначає температурне поле твердого тіла стержня в початковий момент часу, тобто при  $t = 0$ . З аналізу розподілу

температури на рис.2, можна побачити результати виконання початкових (16) та крайових (18) умов.

На рис. 3 – рис. 6 представлені результати розрахунків у інші моменти часу, а саме – у момент часу 0,5 с (рис. 3), у момент часу 1 с (рис. 4), у момент часу 2 с (рис. 5) та у момент часу 3 с (рис. 6). З результатів розрахунків, представлених графічно, можна спостерігати зміну з часом просторового розподілу температури у тілі стержня, зумовлену процесом його нагріву.

Як напрямки подальших наукових досліджень можуть бути визначені моделювання процесів нагріву твердих тіл іншої форми у двовимірній постановці та аналіз даних [7-10], що може здійснюватися на основі програмних засобів з елементами штучного інтелекту.

#### **Висновки.**

1. В результаті проведених наукових досліджень побудовано математичну та комп'ютерно-орієнтовану моделі розподілу температури масивного твердого тіла стержня, що нагрівається.

2. Для розглянутого прикладу моделі розподілу температури масивного твердого тіла стержня запропоновано використовувати метод автоматизованої обробки даних, що ґрунтується на можливостях застосування вбудованих інструментів програмного забезпечення табличних процесорів.

3. Запропоновано для комп'ютерної реалізації моделі розподілу температури масивного твердого тіла стержня як середовище реалізації та дослідження моделей використовувати табличний процесор OpenOffice.org Calc, що містить багато корисних інструментів та функцій, володіє зручними можливостями обробки табличних представлених даних і має ліцензію вільного програмного забезпечення.

4. Автоматизована обробка даних результатів моделювання розподілу температури масивного твердого тіла стержня може успішно здійснюватися вбудованими інструментами та функціональними засобами табличного процесора OpenOffice.org Calc.

5. Результати наукових експериментів, проведених для конкретних значень заданих електрофізичних параметрів для задачі моделювання розподілу температури масивного твердого тіла стержня підтверджують високу ефективність запропонованого методу автоматизованої обробки даних та можуть використовуватися для подальших наукових досліджень у відповідному напрямку.

[1]. Tchaban V., Peleshko D., Dubuk V. The computation temperature field of electric devices. [Text] // Технічні вісті (Technical news). – 1996/1(4), 1997/1(5). – С. 56-58.

[2]. Tchaban V., Kovivchak Y., Dubuk V. The computation of loss in massive turbogenerator rotor. [Text] // Proc. of the 2-nd Int. Sc. and Tech. Conf. on Unconventional Electromechanical and Electrotechnical Systems (UEES'96). - Szczecin and Miedzzyzdroje (Poland). – 1996. – Vol. 2. – P. 625–626.

[3]. Дубук В.І. Автоматизований аналіз даних на персональних комп'ютерах. [Текст] // Науково-технічна інформація, № 3(37), 2008 р., с. 44-45.

[4]. Дубук В.І., Цюра Т.З. Автоматизація аналізу даних засобами інформаційних систем під управлінням операційних систем Linux. [Текст] // Тези доповідей Міжвузівської науково-практичної конференції “Сучасні інформаційні технології в економіці, менеджменті та освіті”, Львів,

11 грудня 2009 р. – Львів: Львівська філія Європейського університету, 2009 р., с.27–29.

[5]. Дубук В.І., Цюра Т.З. Особливості функціонального аналізу даних під управлінням операційних систем Linux. [Текст] // Сучасні інформаційні технології в економіці, менеджменті та освіті (СІТЕМ'2010): Матеріали всеукраїнської науково-практичної конференції, Львів, 12 листопада 2010 р. – Львів: Львівська філія Європейського університету, 2010. – С. 67–69.

[6]. Дубук В.І. Особливості автоматизації аналізу даних засобами прикладного програмного забезпечення. [Текст] // Сучасні інформаційні технології в економіці, менеджменті та освіті (СІТЕМ): Матеріали II Всеукраїнської науково-практичної конференції, Львів, 18 листопада 2011 р. – Львів: Львівська філія Європейського університету, 2011. – С. 131–133.

[7]. Дубук В.І., Коцун В.І. Особливості прикладного застосування інформаційної технології інтелектуального аналізу даних. [Текст] // Сучасні інформаційні технології в економіці, менеджменті та освіті (СІТЕМ-2012): Матеріали III Всеукр. наук.-пр. конф., Львів, 21 листопада 2012 р. – Львів: Львівська філія Європейського університету, 2012. – С.214–215.

[8]. Дубук В.І. Особливості математичного моделювання процесів інтелектуальними засобами програмних систем // Інформаційні технології в економіці, менеджменті і бізнесі. Проблеми науки, практики і освіти: Матеріали XIX Міжн. наук.-прак. конф., Київ, 29 листопада 2013 р. [Електронний ресурс] / Європейський університет факультет інформаційних систем та технологій. – Режим доступу: [www.URL: http://conference.e-u.in.ua/conference.php](http://conference.e-u.in.ua/conference.php) – 26.10.2013 р.

[9]. Дубук В.І. Математичне моделювання процесів засобами програмних систем з елементами штучного інтелекту. [Текст] // Технічні вісті, 2013/1(37), 2(38), с. 48 – 49.

[10]. Дубук В.І. Особливості побудови математичних моделей процесів з використанням програмних систем з елементами штучного інтелекту. [Текст] // Сучасні інформаційні технології в економіці, менеджменті та освіті (СІТЕМ-2014): Матеріали IV Всеукраїнської науково-практичної конференції, Львів, 20 березня 2014 р. – Львів: Львівська філія Європейського університету, 2014. – С. 90 – 94.

[11]. Лыков А.В. Теория теплопроводности. [Текст]. – М.: Высш. школа, 1967.

[12]. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. [Текст]. – М.: Наука, 1989.

[13]. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. [Текст]. – М.: Наука, 1978.

[14]. Чабан В.И. Методы анализа электромеханических систем. [Текст]. – Львов: Вища школа, 1985.

[15]. Чабан В.И. Расчет переходных процессов в электрическом контуре с учетом скин-эффекта и нагрева проводника. [Текст]. – Изв. ВУЗов МВССО СССР – Энергетика, 1978, №9, с. 41-45.

[16]. Чабан В.И. Методы нелинейной электротехники. [Текст]. – Львів: Світ, 1990.

[17]. Bokota A., Iskierka S., Parkitny R., Raniecky B. Transient and residual stresses in progressive induction hardening of infinite solid cylinder. [Text] // Arch.Mech., №46, v.4, Warszawa, 1994, p.431–447.

[18]. Reichert von K. A numerical method to calculate induction heating installations. [Text] // Elektrowarme int., 1968, Bd.26, №4, p. 113–123.