$$f_A(\varepsilon,\mu^{\bullet}) = \frac{G(\varepsilon)\left(-\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\right)}{\int_0^{\infty} G(\varepsilon)\left(-\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\right)d\varepsilon} -$$

є функцією розподілу імовірності густини енерге–тичних станів в статистичній фізиці нерівноважних процесів, завдяки якій була обґрунтована дана робота.

[1]. Буджак Я.С. Исследование явлений переноса в полупроводниках со сложным зонным спектром. Авто–реферат докторсккой диссертации физико- математических наук. Ленинград . 1985.

[2]. Я.С. Буджак. Термодинамические методы в ис–следовании кинетических свойств полупроводников.// Тер-модинамика и материаловедение полупроводников. Четвер–тая всесоюзная конференция. (Тезисы докладов). Часть 1. С. 56-57, июнь 1989 г. Москва 1989 г.

[3]. Я.С. Буджак, Е.Н. Каретникова. Исследование кинетических свойств полупроводников с элементами про–граммирования на алгоритмическом языке «Бейсик». Киев УМК ВО 1988

[4]. Я.С. Буджак. Елементи теорії кінетичних влас–тивостей кристалів. Львів.Львівська політехніка 1996. 66.С.

[5]. Б.М. Аскеров. Кинетические эффекты в полу–проводниках. Изд. «Наука» Лнеинград 1970. 303. С.

[6]. Г. Пелиа, Г. Сеге. Задачи и теоремы из анализа. Ч.1. Изд. «Наука». Главная редакция физико-математи–ческой литературы. Москва. 1978.391.С. (стр.77. п.77)

[7]. А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. «Интегральные уравнения». Издательство Московского университета. 1989. С.158.

[8]. Я. Буджак. До питання про природу кінетичних властивостей провідних кристалів та їх діагностика. //Тех–нічні вісті 2014 / 1(39), 2(40). С. 36-42.

[9]. Я.С. Буджак, М.М, Ваків. Елементи статистичної теорії теплових і кінетичних властивостей кристалів. Львів. Ліга–Прес 2010. С.180.

[10]. Я.С. Буджак, О.В. Зуб. До питання про транс–порт носіїв струму в кристалах селенистого свинцю.// Віс–ник Національного університету «Львівська політехніка», Електроніка, №681,2010, С.173–177.

[11]. Я.С. Буджак, О.В. Зуб. Кінетичні властивості селенистого свинцю та їх аналіз в кмп'ютерному середовщі MathCAD. // Східно–Європейський журнал передових технологій 3 / 7 (45) 2010 . С. 4–7.

[12]. Я.С. Буджак, О.В. Зуб. Властивості PbSe зу–мовлені електронним транспортом та їх аналіз в сере–до–вищі MathCAD// VII міжнародна школа–конференція «Ак туальні проблеми фізики напівпровідників». Тези допові–дей. Прикарпаття, Дрогобич, Україна 28 вересня – 1 жовтня 2010 року. С. 91 – 92.

[13]. Я. С. Буджак, О. В. Зуб. До питання про доміш–кові атоми та деякі технологічні комплекси в селенистому свинці.// VII міжнародна школа–конференція «Актуальні проблеми фізики напівпровідників». Тези доповідей. Прикарпаття, Дрогобич, Україна 28 вересня – 1 жовтня 2010 року. С. 93– 94

Про функціонування лінійного нормованого простору для незалежних абсолютно неперервних випадкових величин

О. Гаврилів, к. ф.-м. н.

Національний університет «Львівська політехніка»

Abstract. In this paper constructed a variant rea–ding of the linear norm space under measure of the random space. The corresponding come running establi–shed. In corresponding with this result the possibility of worker on work with use the probable space are very increased. The analysis of physical picture is seriously become lighter.

Розглянемо ймовірностний простір $\{\Omega, \sigma(\Omega), P\}$ [1] і абсолютно неперервні випадкові величини ξ_i [1, 2], себто випадкові величини ξ_i, для функції розпо–ділу яких існує подання

$$F_{\xi}(x) = \int_{-\infty}^{x} f_{\xi}(t)dt,\ \ x \in R,\ t \in R\ , \qquad (1)$$

Щільності розподілу $f_{\xi}(x)$ задовольняють ξ_i [1, 2] канонічним властивостям

$$\text{а).}\ f_{\xi}(x) \geq 0 \text{ для майже всіх } x \in R\ ;\ \text{б).}\ \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\xi}(t)dt = 1. \qquad (2)$$

Щодо множення на $\lambda \geq 0$ добуток $(\lambda \cdot f_{\xi}(x))$ задовольняє умові а). Виходимо з базової множини A всіх $f_{\xi}(x)$ для абсолютно неперервних випадкових незалежних величин ξ.

Притримуємось ідеології [3], враховуючи го–ловні аспекти [4].

Лема. Для кожної множини ξ_i, $i = \overline{1,k}$, існує множина $\Lambda \in R$ така, що $\sum \lambda_i f_{\xi_i}(x) \geq 0$, $\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\sum \lambda_i f_{\xi_i}(t)\right)dt = 1$, $\lambda_i \in \Lambda$.

Доведення. Виберемо $\lambda_1 > 0$. Підібрати λ_i, $i = \ = \overline{2,k}$ нескладно на основі теореми Кронекера-Капеллі.

Лему доведено. Задача має реальний зміст у зв'язку з появою різноманітної блокової складності фізичних пристроїв.

Розіб'ємо множину A на найрізноманітніші підмножини, і з кожною підмножиною A_i пов'я–жемо множину $\Lambda_i \in R$. Сукупність множин Λ_i на–звемо зовнішньою фактор-множиною підмножин A_i множини A.

Таким чином запроваджуємо специфічне нор–мування множини A щодо класичного виконання операцій множення на скаляр та додавання абсолютно неперервних незалежних випадкових величин. При–родньо, сума чи різниця незалежних випадкових ве–личин є випадкова величина [1, 2]. Для формального запровадження норми скористаємося підходом [3], тобто

$$\rho\left(f_{\xi}(\cdot)\right)=\left\|f_{\xi}(\cdot)\right\|=\int_{-\infty}^{B_{\xi}} f_{\xi}(t)dt\,, \qquad (3)$$

де $f_{\xi}(x)=0$ при $x>B_{\xi}$ і із властивостей норми, таким чином запровадженої в множині абсолютно непе–рервних незалежних випадкових величин не вико–нується тільки умова $(\rho(x)=0)\Rightarrow(x=0)$.

Задля виконання цієї умови діємо в рамках ідеології [3], а саме – розглянемо відношення еквівалентності $\Re\left(f_{\xi_1},f_{\xi_2}\right):f_{\xi_1}=f_{\xi_2}$ майже скрізь. Тоб–то будемо користуватися множиною $L\left((-\infty,+\infty),f_{\xi}\right)$ класів еквівалентності відносно $\Re\left(f_{\xi_1},f_{\xi_2}\right)$. Таким чином можна говорити про деякі аспекти повноти $L_1\left((-\infty,+\infty),f_{\xi}\right)$ [3], $t\in(-\infty,+\infty)$.

За рахунок в рамках (3) означеної $\rho\left(f_{\xi}(\cdot)\right)$, можемо говорити про збіжність $\left\{f_{\xi_n}\right\}\to f_{\xi}$, якщо

$$\lim_{n\to\infty}\rho\left(f_{\xi_n},f_{\xi}\right)=0\,, \qquad (4)$$

де

$$\rho\left(f_{\xi_1},f_{\xi_2}\right)=\rho\left(f_{\xi_1}-f_{\xi_2}\right) \text{ для } B=\min\left(B_{\xi_1},B_{\xi_2}\right) \qquad (5)$$

виходячи з класичних аспектів [3, 4] розгляду метричного простору на базі нормованого. Для запису (5) при розумінні аргументу $f_{\xi}(t)$ як часу врахову–ється необхідність висновків на основі передісторії і малосут–тєвість висновків при близькості B до $(+\infty)$, тим паче – що B можемо в аспектах фіксу–вання майбутнього зазначити потрібним чином, що є важливим для фізиків. Оскільки задання норми є одним із способів запровадження топології, то деякий аспект системи околів нуля можна вважати за–провадженим в $L_1\left((-\infty,+\infty),f_{\xi}\right)$.

Природньо, обмеженою множиною в $L_1\left((-\infty,+\infty),f_{\xi}\right)$ буде множина, обмежена по нормі [4] і простір $L_1\left((-\infty,+\infty),f_{\xi}\right)$ буде локально випуклим.

Таким чином в $L_1\left((-\infty,+\infty),f_{\xi}\right)$ маємо право розглядати адитивний однорідний функціонал із врахуванням специфіки функціонування відношення еквівалентності $\Re\left(f_{\xi_1},f_{\xi_2}\right)$ та зовнішньої фактор-множини $\{\Lambda_i\}$. Адитивний однорідний функціонал запроваджуємо як визначений рівністю

$$(\varphi,f)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\varphi(x)\,dx\,, \qquad (6)$$

де $\varphi(x)$ – фінітна з неперервними похідними всіх порядків, і під збіжністю $\{\varphi_n\}\to\varphi$ при $n\to\infty$ розуміється виконання умов єдиного типу фінітності $\varphi(x)$, $\varphi_n(x)$, $n=\overline{1,\infty}$, та справджування $\forall k$, $k=\overline{1,\infty}$ границі $\lim\limits_{n\to\infty}\varphi_n^{(k)}(x)=\varphi^{(k)}(x)$.

Тут $\varphi^{(k)}(x)$ – похідна k-того порядку в точці x, причім про похідну в точці x говоримо лише су–купно при наявності відкритої множини $0\in R$, $x\in 0$, і без відкритої множини 0 жодної похідної $\varphi^{(k)}(x)$ не розглядаємо – себто вимагаємо присутності і рівності в точці x похідних зліва і справа.

Таким чином, регулярні [4] узагальнені функції є запроваджено в $L_1\left((-\infty,+\infty),f\right)$.

Під борелівськими множинами в $L_1\left((-\infty,+\infty),f\right)$ розумітимемо множини, для кожної з яких відразу всі диференційовні відображення $g(x)$ з $L_1\left((-\infty,+\infty),f\right)$ можна розбити на підмножини, на кожній з котрих $g(x)=const$. Тут виходимо з вимог зв'язності кожної з таких підмножин [3].

Лема. Для кожної щільності розподілу $f_{\xi}(x)$ диференційовність зліва $f_{\xi}(x)$ в $x=x_0$ означає ди–ференційовність зліва $\rho\left(f_{\xi}(x)\right)$ і виконання нерівності

$$\left|\rho'\left(f_{\xi}(x)\right)\right|\le\int_{-\infty}^{B_{\xi}} f'_{\xi}(x)dx\,. \qquad (7)$$

Доведення. Використовуємо неперервність $f_{\xi}(x)$ і повноту $L_1\left((-\infty,+\infty),f\right)$. З використанням [3] дальша частина доведення тривіальна, якщо врахо–вувати випуклість норми (3).

Легко перевірюваним є факт диференційова–ності $\rho\left(f_{\xi}(x)\right)$, означеного виразом (3), в межах кожного проміжку $\left(-\infty,B_{\xi}\right)$ згідно ідеології [3] – якщо в класі всіх $\rho\left(f_{\xi}(x)\right)$ для неперервних $\rho\left(f_{\xi}(x)\right)$ означити норму

$$\left\|\rho\left(f_{\xi}(x)\right)\right\|=\sup_{x\in\left(-\infty,B_{\xi}\right)}\left|\rho\left(f_{\xi}(x)\right)\right|=\sup_{x\in\left(-\infty,B_{\xi}\right)}\rho\left(f_{\xi}(x)\right). \qquad (8)$$

Диференційовність тут розуміємо в сенсі мате–матичного аналізу [5] як диференційованість функцій однієї змінної. Використання властивостей похідних передбачається, проте потрібне спочатку формулю–вання потреб прикладників – якими є найперш фізики.

В дуже широкому аспекті використання функ–ціонального аналізу надає можливостей прикладни–кам користуватися тими зручними математичними методами, які забезпечуються векторною алгеброю та аналітичною геометрією.

Висновок. Використання структур функціона–льного аналізу в теорії ймовірностей надає нових мо–жливостей. Першим це продемонстрував А. Колмо–горов. Все це запроваджується на мові теорії множин – що дає можливість ситуацію бачити об'ємніше.

[1]. Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф. Справочник по теории вероятностей и математической статистике.– М.: Наука, 1985. – 640 с.

[2]. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.

[3]. Картан А. Дифференциальное исчисление. Диф–ференциальные формы. – М.: Наука, 1971. – 392 с.

[4]. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.–М.:Наука, 1981.–544 с.

[5]. Функциональный анализ. СМБ. Под ред. С.Г. Крейна. – М.: Наука, 1972. – 544 с.