

Инна Владимировна Ковригина¹,
кандидат технических наук, доцент,
Забайкальский институт железнодорожного транспорта (филиал ИрГУПС)
(672040, Россия, г. Чита, ул. Магистральная, 11),
e-mail: fominainna@rambler.ru

Валерий Викторович Степанов,
кандидат технических наук, доцент,
Забайкальский институт железнодорожного транспорта (филиал ИрГУПС)
(672040, Россия, г. Чита, ул. Магистральная, 11),
e-mail: stepv_angoo@mail.ru

Построение математических моделей цепных механических систем с сочленениями твердых тел

В статье рассмотрено влияние на динамические свойства механических систем наличие сочленения твердых тел. Предложена научно-обоснованная методика построения математических моделей виброзащитных систем транспортных средств, расчетные схемы которых содержат сочленения твердых тел. Получение математических моделей систем с сочленениями возможно, если параметры элементов, соединяющих определенные точки системы (упругие элементы и любые другие из расширенного набора типовых звеньев) будут принимать предельные значения (или очень большие по сравнению с другими).

Ключевые слова: математические модели, сочленения, механические системы

Inna V. Kovrigina²,
Candidate of Engineering Science, Associate Professor,
Transbaikal Institute of Railway Transport
(Branch of Irkutsk State University of Railway Engineering)
(11 Magistral'naya st., Chita, 672040, Russia),
e-mail: fominainna@rambler.ru

Valeriy V. Stepanov,
Candidate of Engineering Science, Associate Professor,
Transbaikal Institute of Railway Transport
(Branch of Irkutsk State University of Railway Engineering)
(11 Magistral'naya st., Chita, 672040, Russia),
e-mail: stepv_angoo@mail.ru

Construction of Mathematical Models of Mechanical Systems with Chain Joints Solids

The article considers the impact of the presence of junction solids on the dynamic properties of mechanical systems. A science-based method of constructing mathematical models of vehicle vibration isolation systems, settlement schemes of which include joint solids is suggested.

¹И. В. Ковригина — основной автор, является организатором исследования, формулирует выводы и обобщает итоги реализации коллективного проекта.

²I. V. Kovrigina is the main author who has organized the study, formulated the conclusions and findings in realization of the group project.

Preparation of mathematical models of systems with joints is possible if certain parameters of the elements connecting the points system (elastic elements and any other of the extended set of standard units) will accept the limit values or are very large compared to others.

Keywords: mathematical models, joints, mechanical systems

В исследованиях динамических свойств виброзащитных систем, расчетная схема которых представляет собой цепную механическую систему, отмечались возможности изменения движения путем «включения» и «выключения» сочленений твердых тел. Например, некоторые результаты в том направлении приведены в [3]. Рассмотрим этот вопрос с более общих позиций. Расчетная схема системы представлена на рис. 1. Ее выражения для кинетической энергии и потенциальной имеют вид

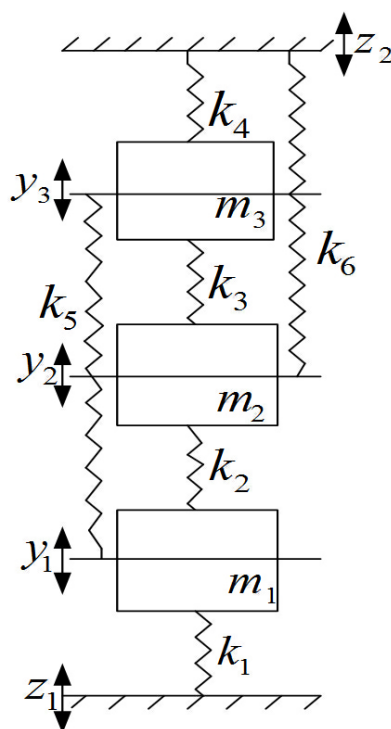


Рис. 1. Расчетная схема виброзащитной системы с тремя степенями свободы

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{y}_3^2, \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_3 - y_2)^2 + \frac{1}{2}k_4(y_3 - z_2)^2 + \frac{1}{2}k_5(y_3 - y_1)^2 + \frac{1}{2}(y_2 - z_2)^2, \quad (2)$$

где $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6$ — соответствующие коэффициенты жесткости пружин, соединяющих массы $m_1 \div m_2$, каждая из которых может представлять собой объект защиты. В системе (рис. 2) рассматриваются кинематические возмущения z_1 и z_2 . При заданной схеме расположения упругих элементов система не может быть отнесена к непланарным системам [2]. Используя формализм Лагранжа, получим систему дифференциальных уравнений движения в системе координат y_1, y_2, y_3 . В этом случае уравнения (1) и (2) движения системы (рис. 1) примут вид

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{y}_1 + y_1(k_1 + k_2 + k_3) - k_2 y_2 - k_3 y_3 &= k_1 z_1, \\ m_2 \ddot{y}_2 + y_2(k_2 + k_3 + k_6) - k_2 y_1 - k_3 y_3 &= k_6 z_2, \\ m_3 \ddot{y}_3 + y_3(k_3 + k_4 + k_5) - k_3 y_2 - k_3 y_1 &= k_4 z_2, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В табл. 1 представлены коэффициенты уравнения (3), приведены к унифицированному виду.

Таблица 1

Значения коэффициентов уравнений (3) для системы координат y_1, y_2, y_3

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$m_1 p^2 + k_1 + k_2 + k_3$	$-k_2$	$-k_3$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$-k_2$	$m_2 P^2 + k_2 + k_3 + k_6$	$-k_3$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-k_3$	$-k_3$	$m_3 p^2 + k_3 + k_4 + k_5$

Обозначим правые части уравнений (3) соответственно

$$b_1 = k_1 z_1, b_2 = k_6 z_2, b_3 = k_4 z_2. \quad (4)$$

Полагая, что свойства сочленения масс m_1 и m_2 будут связаны с другой системой координат, введем

$$y_0 = y_2 - y_1, \quad (5)$$

перейдем к системе y_0, y_1, y_2 . В этом случае выражения (1) и (2) преобразуются к виду

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{y}_0 + \dot{y}_1)^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{y}_3^2, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \Pi = \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_0 + y_1 - y_1)^2 + \frac{1}{2} k_3 (y_3 - y_0 - y_1)^2 + \frac{1}{2} k_4 (y_3 - z_2)^2 + \\ + \frac{1}{2} k_5 (y_3 - y_1)^2 + \frac{1}{2} k_6 (y_0 + y_1 - z_2)^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Используя выражения (4) и (5), можно аналогичным образом записать соответствующую систему уравнений движения в координатах y_0, y_1, y_2 .

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2) \ddot{y}_1 + y_1(k_1 + k_3 + k_5 + k_6) + m_2 \ddot{y}_0 + (k_3 + k_6) y_0 + \\ + y_3(-k_3 - k_5) = k_1 z_1 + k_6 z_2; \\ m_2 \ddot{y}_2 + y_1(k_3 + k_6) + m_2 y_0 + y_0(k_2 + k_3 + k_6) + \\ + y_3(-k_3) = k_6 z_2; \\ m_3 \ddot{y}_3 + y_3(k_3 + k_4 + k_5) + y_1(-k_3 - k_5) + y_0(-k_3) = k_4 z_2. \end{aligned} \quad (8)$$

В табл. 2 приведены коэффициенты уравнения (8) в унифицированной форме.

Значения коэффициентов уравнений (8) для системы координат y_0, y_1, y_3

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$(m_1 + m_2)p^2 + k_1 + k_3 + k_5 + k_6$	$m_2p^2 + k_3 + k_6$	$-k_3 - k_5$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$m_2p^2 + k_3 + k_6$	$m_2P^2 + k_2 + k_3 + k_6$	$-k_3$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-k_3 - k_5$	$-k_3$	$m_3p^2 + k_3 + k_4 + k_5$

Для соответствующей системы координат y_0, y_2, y_3 обобщенные силы имеют вид

$$b_1 = K_1z_1 + k_6z_2, b_2 = k_6z_2, b_3 = k_4z_2. \quad (9)$$

При переходе от одной системы координат к другой обобщенные силы обычно определяются через соответствующее равенство работ на виртуальных перемещениях в двух сопоставимых системах координат [1]. В данном случае, когда возмущение носит кинематический характер, обобщенные силы получаются в процессе вывода уравнений. Их проверка по правилу, упомянутому выше, дает такие же результаты.

Рассмотрим систему координат вида y_1, y_2, y_{00} : при этом

$$y_{00} = y_3 - y_2. \quad (10)$$

Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий системы, преобразуя соответствующим образом (1) и (2)

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{y}^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}^2 + \frac{1}{2}(\dot{y}_{00} + \dot{y}_2)^2, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_{00})^2 \\ & \frac{1}{2}k_4(y_{00} + y_2 - z_2)^2 + \frac{1}{2}k_5(y_{00} + y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_6(y_2 - z_2)^2, \end{aligned} \quad (12)$$

откуда могут быть получены уравнения движения системы (рис. 1) в системе координат y_1, y_2, y_{00} . Соответствующие значения коэффициентов унифицированной системы уравнений приведены в табл. 3.

Значения коэффициентов системы уравнений в системе координат y_1, y_2, y_{00}

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$m_1p^2 + k_1 + k_2 + k_5$	$-k_2 + k_5$	$-k_5$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$-k_2 + k_5$	$(m_2 + m_3)p^2 + k_2 + k_4 + k_5 + k_6$	$k_4 + k_5 + m_3p^2$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-k_5$	$m_3p^2 + k_4 + k_5$	$m_3p^2 + k_3 + k_4 + k_5$

Обобщенные силы системы с координатами y_1, y_2, y_{00} имеют вид

$$b_1 = k_1z_1, b_2 = k_6x_2 + k_4z_2, b_3 = k_4z_2. \quad (13)$$

Для рассмотрения случая сочленения трех тел введем в рассмотрение систему обобщенных координат y_1, y_2, y_{000} , где

$$y_{000} = y_3 - y_1. \quad (14)$$

В этом случае выражения для кинетической и потенциальной энергий (1) и (2) преобразуются к виду

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}m_3(\dot{y}_1 + \dot{y}_{000})^2, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}(y_1 + y_{000} - y_2)^2 + \\ & + \frac{1}{2}k_4(y_1 + y_{000} - z_2)^2 + \frac{1}{2}k_5(y_{000})^2 + \frac{1}{2}k_6(y_2 - z_2)^2. \end{aligned} \quad (16)$$

Представим в табл. 4 значения коэффициентов унифицированной системы уравнений, которые могут быть получены способом, аналогичным вышеприведенным.

Таблица 4

Значения коэффициентов уравнения движения в координат y_1, y_2, y_{000}

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$(m_1 + m_3)p^2 + k_1 + k_2 + k_3 + k_4$	$-k_2 - k_3$	$m_3p^2 + k_3 + k_4$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$-k_2 - k_3$	$m_2p^2 + k_2 + k_3 + k_6$	k_3
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$m_3p^2 + k_3 + k_4$	$-k_3$	$m_3p^2 + k_3 + k_4 + k_5$

Обобщенные силы для системы с координатами y_1, y_2, y_{000} имеют вид

$$b_1 = k_1z_1 + k_4z_2, b_2 = k_4z_2, b_3 = k_4z_2. \quad (17)$$

Введение относительных координат y_1, y_2, y_{000} позволяет получить соответствующие частные виды расчетных схем по отношению к исходной системе, приведенной на рис. 1. На рис. 2 (а, б, в) приведены соответствующие расчетные схемы. При этом при «обнулении» y_0, y_{00}, y_{000} соответствующим образом «обнуляются» соответствующие столбцы и строки матрицы коэффициентов, что упрощает построение.

Структурные схемы эквивалентных в динамическом отношении САУ приведены на рис. 3 (а, б, в). Исходные данные для построения соответствующих структурных схем могут быть взяты из табл. 2–4.

Сочленение изменяет структуру системы; при этом каждое сочленение устраняет одну степень свободы. Остающиеся динамические связи определяются матрицей коэффициентов после исключения соответствующих строки и столбца. Рассматривая «обнуление» движения ($y_i = 0 (i = \overline{1, 3})$) как сочленение, можно упростить расчетные схемы, представленные на рис. 3 (а, б, в, г), до системы с одной степенью свободы.

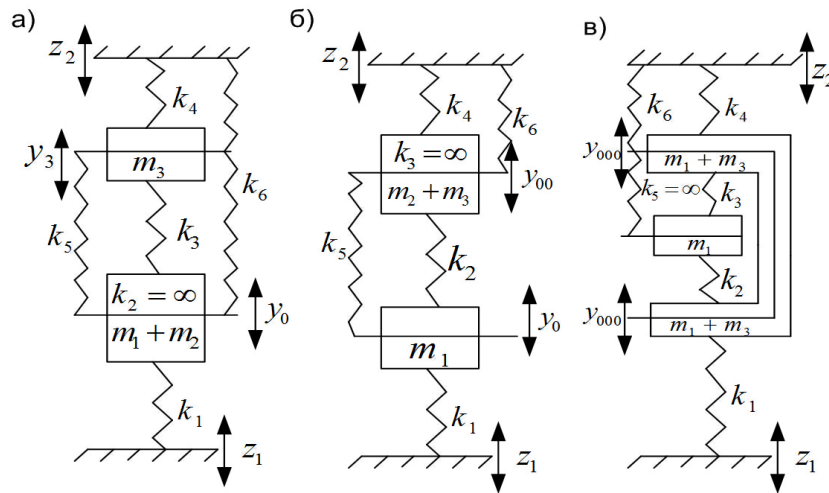


Рис. 2. Расчетные схемы для ВЗС с сочленениями:
 а) $y_2 - y_1 = 0 (y_0 = 0)$; б) $y_2 - y_3 = 0 (y_{00} = 0)$; в) $y_1 - y_2 = 0 (y_{000} = 0)$

Развивая способ упрощения (или синтеза) систем, представляет интерес рассмотрение движения в системе координат $y_1, y_0, y_{000} (y_0 = y_2 - y_1, y_{00} = y_2 - y_3)$.

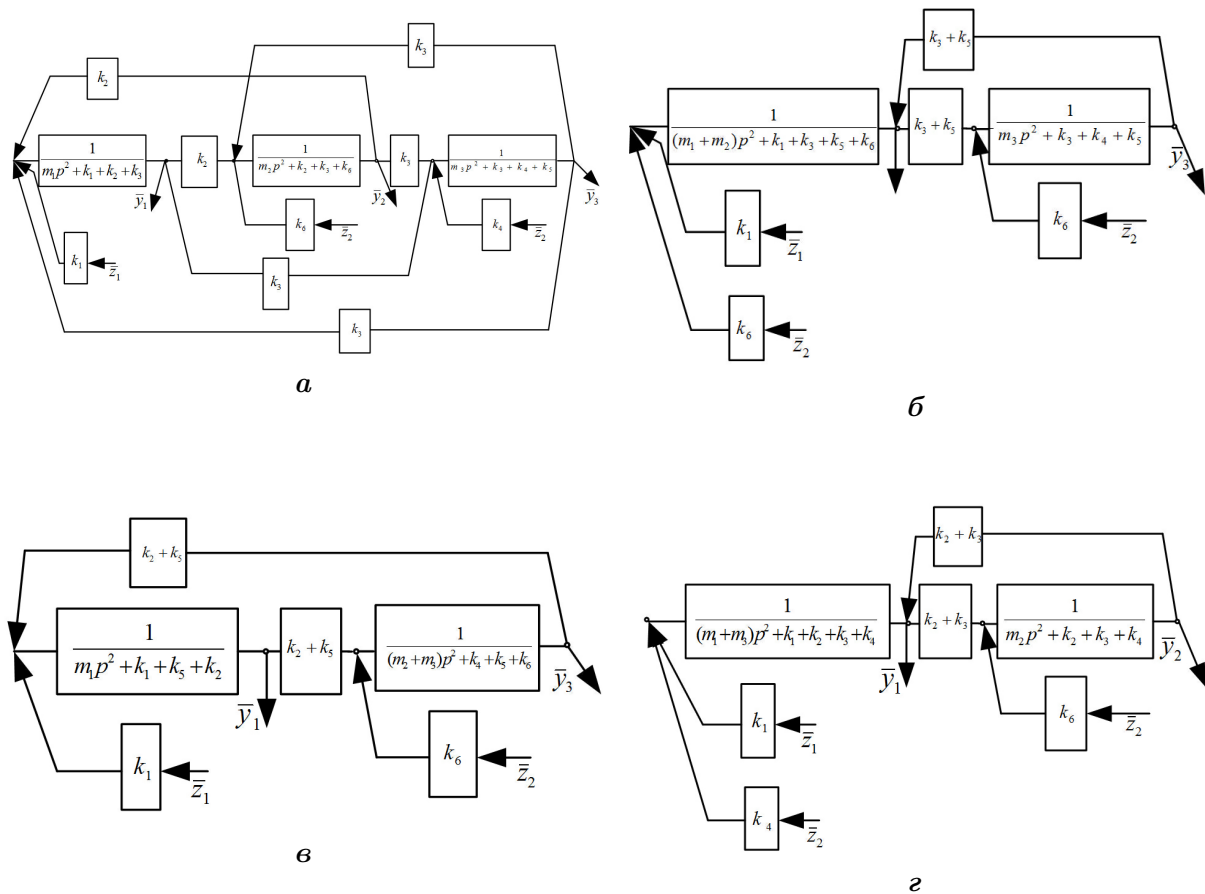


Рис. 3. Структурные схема ВЗС для различных случаев сочленения при системе координат:
 а) y_1, y_2, y_3 (сочленений нет); б) $y_1, y_2, y_3 (y_0 = y_2 - y_1 = 0)$;
 в) $y_1, y_2, y_{00} (y_{00} = y_2 - y_3 = 0)$; г) $y_1, y_2, y_{000} (y_{000} = y_1 - y_3 = 0)$

В этом случае выражения для кинетической и потенциальной энергий (1) и (2) преобразуются к виду

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}(\dot{y}_0 + \dot{y}_1)^2 + \frac{1}{2}m_3(\dot{y}_{00} + \dot{y}_0 + \dot{y}_1)^2 \quad (18)$$

$$= \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_3 - y_2)^2 + \frac{1}{2}(y_3 - z_2)^2 + \frac{1}{2}k_5(y_3 - y_1)^2 + \frac{1}{2}(y_2 - z_2)^2. \quad (19)$$

Делая ряд преобразований, аналогичных вышеприведенным, получим систему дифференциальных уравнений движения

$$\left. \begin{aligned} (m_1 + m_2 + m_3)\ddot{y}_1 + y_1(k_1 + k_4 + k_6) + (m_2 + m_3)\ddot{y}_0 + (-k_4)y_0 + \ddot{y}_{00}m_3 + y_{00}(k_6 + k_4) &= k_1z_1 + k_4z_2 + k_6z_2; \\ (m_2 + m_3)\ddot{y}_0 + y_0(k_1 + k_5) + m_3\ddot{y}_{00} + y_{00}(k_4 + k_5) + \ddot{y}_1(m_2 + m_3) + y_1(-k_4) &= k_4z_2; \\ m_3\ddot{y}_{00} + y_{00}(k_3 + k_4 + k_5 + k_6) + \ddot{y}_0(m_3) + y_0(k_4 + k_5) + m_3\ddot{y}_1 + (k_4 + k_6)y_1 &= k_4z_2 + k_6z_2. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Значения коэффициентов уравнения (20), приведенного к унифицированной форме, представлены в табл. 5.

Таблица 5

Значения коэффициентов уравнения движения (20) в координат y_1, y_0, y_{00}

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$(m_1 + m_2 + m_3)p^2 + k_1 + k_4 + k_6$	$-(m_2 + m_3)^2 - k_4$	$m_3p^2 + k_6 + k_4$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$(m_2 + m_3)p^2 - k_4$	$(m_2 + m_3)p^2 + k_2 + k_5$	$m_3p^2 + k_4 + k_5 + k_6$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$m_3p^2 - k_4 + k_6$	$M_3p^2 + k_4 + k_5 + k_6$	$m_3p^2 + k_3 + k_4 + k_5 + k_6$

Обобщенные силы системы с координатами y_1, y_0, y_{00} имеют вид

$$b_1 = k_1z_1 + k_4z_2 + k_6z_2, b_2 = k_4z_2, b_3 = k_4z_2 + k_6z_2. \quad (21)$$

Если полагать, что $y_0 = 0$ и $y_{00} = 0$, то есть $y_1 = y_2 = y_3$, то система примет вид, как показано на рис. 4 а, б.

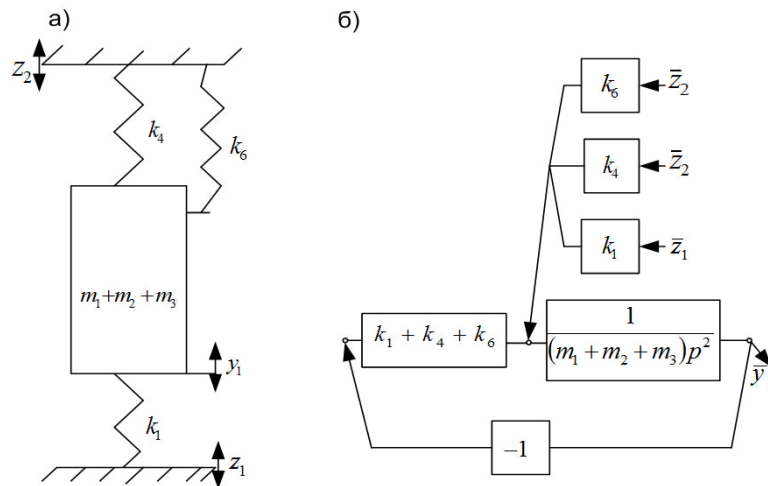


Рис. 4. Расчетная схема исходной системы (рис. 1) для случая сочленения трех тел (а), структурная схема, с тремя сочленениями (б)

При двух сочленениях исходная система превращается в систему с одной степенью свободы, частота собственных колебаний которой определяется выражением

$$\omega_{cod}^2 = \frac{k_1 + k_4 + k_6}{m_1 + m_2 + m_3}. \quad (22)$$

Для оценки возможностей использования сочленений, как способа изменения структуры и ее последующего упрощения, рассмотрим структурную схему эквивалентной в динамическом отношении САУ (рис. 5) в системе координат y_1, y_2, y_3 , что соответствует математической модели в виде системы уравнений (20).

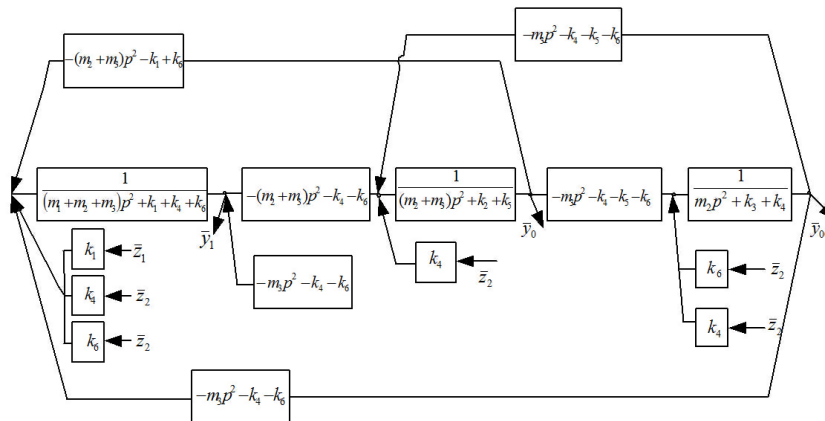


Рис. 5. Структурная схема эквивалентной САУ в системе координат y_1, y_0, y_{00}

Для сравнения приведены структурные схемы эквивалентных САУ для виброзащитных систем в координатах y_1, y_0, y_3 , (рис. 6а), координатах y_1, y_2, y_{00} , (рис. 6б), координатах y_1, y_2, y_{000} , (рис. 6в).

Отметим, что выбор системы обобщенных координат изменяет не только вид парциальных систем, но изменяет и перекрестные связи. В системе координат y_1, y_0, y_3 (рис. 6а) между движениями по y_1, y_0 возникает инерционно-упругая связь, что предполагает возможность возникновения режимов динамического гашения: это зависит от того, каковой,

в конечном итоге, будет выбранная система внешних кинематических воздействий z_1, z_0 . Между координатами y_0, y_3 существует упругая связь, определена упругим звеном k_3 .

В системе координат y_1, y_2, y_{00} (рис. 6б) при тех же внешних кинематических воздействиях между координатами y_1, y_0 существует упругая связь, а между y_2, y_{00} – инерционно-упругая связь, которая при определенной частоте «обнуляется», что исключает прямую связь движений между парциальными системами.

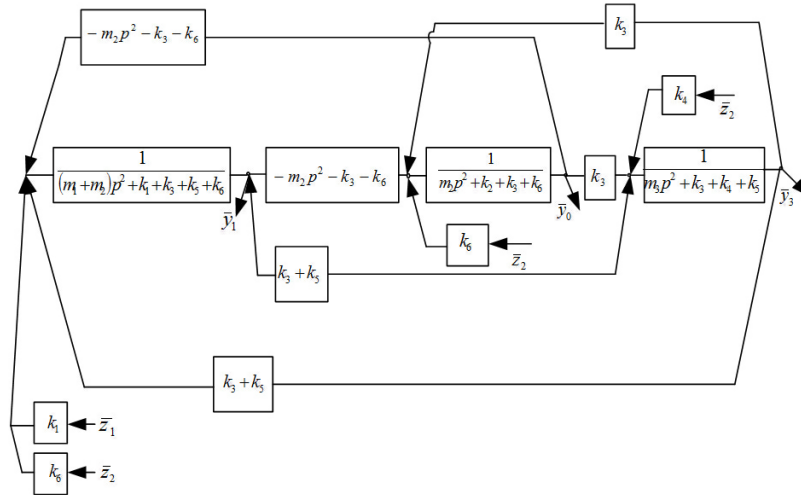


Рис. 6а. Структурные схемы для ВЗС (рис. 3, 4) в системах координат: $y_1, y_0, y_3 (y_0 \neq 0)$

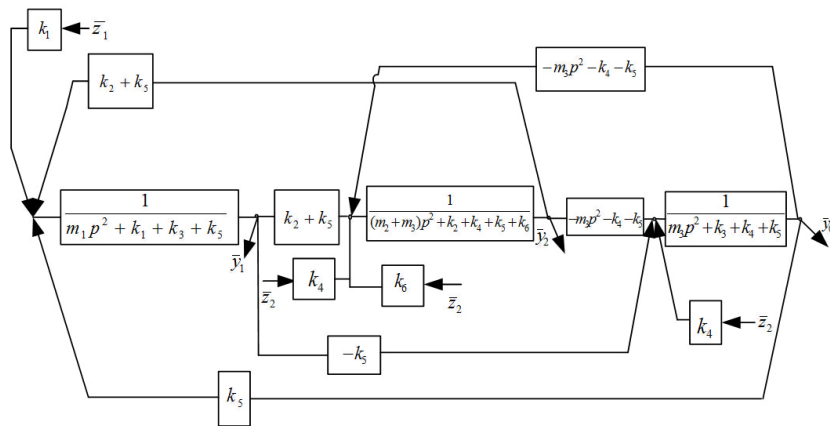


Рис. 6б. Структурные схемы для ВЗС (рис. 3, 4) в системах координат: $y_1, y_2, y_{00} (y_{00} \neq 0)$

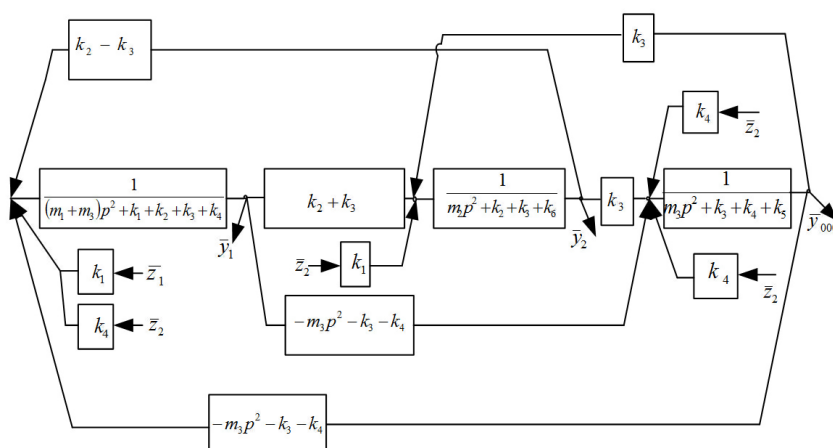


Рис. 6в. Структурные схемы для ВЗС (рис. 3, 4) в системах координат: $y_1, y_2, y_{000} (y_{000} \neq 0)$

Между координатами y_1, y_{00}, y_{000} (рис. 6в) возникает система упругих перекрестных связей, что исключает появление режимов развязки колебаний между парциальными системами.

Приведенное выше представляет собой, по существу, доказательство возможности формирования сочленения, путем соответствующего выбора системы координат. Последующие процедуры проводятся в формализованном порядке и обеспечивают получение соответствующей модели. Доказательная основа подхода связана с переходом системы с большим числом степеней свободы к системе с меньшим числом степеней, что не затрагивает условия разрешимости уравнений. Получение математических моделей систем с сочленениями может быть получено и физически это объяснимо, если параметры элементов, соединяющих определенные точки системы (упругие элементы и любые другие из расширенного набора типовых ВЗС) будут принимать предельные значения (или очень большие по сравнению с другими).

Таким образом, сочленения в механических колебательных системах могут выступать как корректоры структуры и динамических связей в исходной системе. В этом плане заслуживают внимания два подхода. Первый заключается в том, чтобы «обнулить» разность координат, видя в этом перспективы упрощения схем. Вторая особенность связана с тем, что сочленения можно рассматривать как упругую связь, жесткость которой стремится к бесконечности. Отметим, что сочленения можно рассматривать как «потерянную» степень или несколько степеней свободы, что зависит от конфигурации механической системы и выбора системы координат.

Список литературы

1. Беккер М. М. Введение в теорию систем «местность – машина». М.: Машиностроение, 1973. С. 355.
2. Дружинский И. А. Механические цепи. М.: Машиностроение, 1977. 224 с.
3. Елисеев С. В, Ермошенко Ю. В., Фомина И. В. Возможности сочленения твердых тел в цепных механических системах // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. Иркутск: ИрГУПС, 2010. № 3. С. 23–28.

4. Елисеев С. В., Упырь Р. Ю. Особенности динамики трехмассовых виброзащитных систем. Формы самоорганизации движения // Вестн. ИрГТУ. Иркутск, 2009. № 40. С. 62–67.
5. Елисеев С. В. Мехатроника виброзащитных систем. Элементы теории. Иркутск: ИрГУПС, 2009. 128 с. Деп. в ВИНТИ 27.11.09, № 738-В 2009.
6. Елисеев С. В. Новые подходы в теории колебаний. Задачи управления динамическим состоянием колебательных систем на основе введения дополнительных связей // Винеровские чтения: материалы IV Всерос. науч.-практ. конф. Иркутск: ИрГТУ, 2009. С. 46–60.
7. Иващенко И. И. Автоматическое регулирование. Теория и элементы системы. М.: Машиностроение, 1993. 632 с.
8. Ким П. Д. Теория автоматического управления: в 2 т. Т. 1. Линейные системы. М.: Физматгиз, 2003. 288 с.
9. Хоменко А. П., Елисеев С. В. Сочленения в виброзащитных системах как процесс уменьшения числа степеней свободы системы // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. Иркутск: ИрГУПС, 2011. Вып. № 4. С. 8–14.

References

1. Bekker M. M. Vvedenie v teoriyu sistem «mestnost' – mashina». М.: Mashinostroenie, 1973. S. 355.
2. Druzhinskii I. A. Mekhanicheskie tsepi. М.: Mashinostroenie, 1977. 224 s.
3. Eliseev S. V, Ermoshenko Yu. V., Fomina I. V. Vozmozhnosti sochleneniya tverdykh tel v tsepykh mekhanicheskikh sistemakh // Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie. Irkutsk: IrGUPS, 2010. № 3. S. 23–28.
4. Eliseev S. V., Upyr' R. Yu. Osobennosti dinamiki trekhmassovykh vibrozashchitnykh sistem. Formy samoorganizatsii dvizheniya // Vestn. IrGTU. Irkutsk, 2009. № 40. S. 62–67.
5. Eliseev S. V. Mekhatronika vibrozashchitnykh sistem. Elementy teorii. Irkutsk: IrGUPS, 2009. 128 s. Dep. v VINITI 27.11.09, №738-V 2009.
6. Eliseev S. V. Novye podkhody v teorii kolebaniy. Zadachi upravleniya dinamicheskim sostoyaniem kolebatel'nykh sistem na osnove vvedeniya dopolnitel'nykh svyazei // Vinerovskie chteniya: materialy IV Vseros. nauch.-prakt. konf. Irkutsk: IrGTU, 2009. S. 46–60.
7. Ivashchenko I. I. Avtomaticheskoe regulirovanie. Teoriya i elementy sistemy. М.: Mashinostroenie, 1993. 632 s.
8. Kim P. D. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya: v 2 t. Т. 1. Lineinye sistemy. М.: Fizmatgiz, 2003. 288 s.
9. Khomenko A. P., Eliseev S. V. Sochleneniya v vibrozashchitnykh sistemakh kak protsess umen'sheniya chisla stepeni svobody sistemy // Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie. Irkutsk: IrGUPS, 2011. Вып. № 4. S. 8–14.

Библиографическое описание статьи

Ковригина И. В., Степанов В. В. Построение математических моделей цепных механических систем с сочленениями твёрдых тел // Ученые записки Забайкальского государственного университета. Сер. Физика, математика, техника, технология. 2016. Т. 11, № 4. С. 33–44.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-33-44.

Reference to article

Kovrigina I. V., Stepanov V. V. Construction of Mathematical Models of Mechanical Systems with Chain Joints Solids// Scholarly Notes Of Transbaikal State University. Series Physics, Mathematics, Engineering, Technology. 2016. Vol. 11, No 4. P. 33–44.
DOI:10.21209/2308-8761-2016-11-4-33-44.

Статья поступила в редакцию 20.04.2016