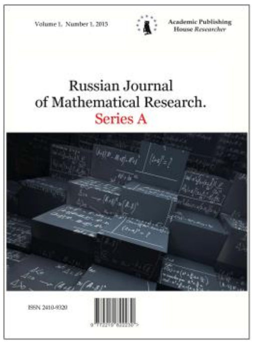
Published in the Russian Federation
Russian Journal of Mathematical Research. Series A
Has been issued since 2015.
ISSN: 2410-9320
E-ISSN: 2413-7529
Vol. 4, Is. 2, pp. 56-63, 2016

DOI: 10.13187/rjmr.a.2016.4.56
www.ejournal30.com



UDC 51

Linear Programming in a Closed Loop Queuing System

Victor I. Samarin

Sochi state university, Russian Federation
Doctor in physics and mathematics, associate professor
Sovetskaya Str., 26a, Sochi 354000
E-mail: visamarin@mail.ru

Abstract

Optimal planning of a production stochastic output in condition of the realization of Markov process in a closed loop queuing system is considered. It is performed calculations of the probability distribution of production output optimized by prices of its implementation, when the completeness of the products and time constraints for each production equipment are given. The composite principal-dual simplex for linear programming solving is demonstrated.

Keywords: economics, operation research, optimizing linear programming, composite principal-dual simplex method, probability distribution of the production output, optimized by its sale prices, probability of a variable profit, failure of the machine, closed loop queuing system, the simplest flow of service requirements.

Введение

Современная экономическая система складывается в условиях жесткой глобализированной конкурентной среды и необоснованно политизирована, а в силу открытости мультифакторно противоречива и ей присущи характерные свойства синергетического процесса самоорганизации, которой способствует, в первую очередь, использование собственного потенциала для модернизации технического обеспечения и технологий, реструктуризации управления, обучения, переобучения и повышения квалификации кадрового персонала, а также диверсификации сферы деятельности, гарантирующей инвестиционную привлекательность. Поэтому экономическая система функционирует в условиях нечетких параметров и состояний, в условиях риска и неопределенности. По этой причине прогнозирование в экономике возможно с низкой доверительной вероятностью при большой абсолютной ошибке прогноза, а при оптимизации выходных показателей экономической системы следует использовать вероятностное и нечеткое моделирование. В [1, 2] рассмотрены методы решения задач стохастического моделирования, в [3-6] – задачи исследования операций в условиях нечетких данных, в [7, 8] продемонстрировано, что сама вероятность события или состояния системы может быть нечеткой величиной.

Для моделирования стохастичности в технологических процессах производства продукции часто используются непрерывные марковские цепи и, в частности, модели систем массового обслуживания [9-12, 19, 20].

Сопряжение практически значимых направлений научных исследований – теории систем массового обслуживания и исследования операций позволяет определить вероятностное распределение выпуска продукции, оптимизируемое по ценам ее реализации.

Постановка и решение задачи

Замкнутая СМО – система массового обслуживания с ожиданием при возможной очереди из конечного множества, содержащего N_0 объектов, формирующих заявки. В качестве объектов будем рассматривать оборудование, представляющее станки-автоматы с разной производительностью, программируемые на изготовление продукции. Задачу решим в предположении простейших потоков прохождения заявок в СМО. Тогда каждый работающий станок формирует пуассоновский поток заявок (отказов в работе) с интенсивностью λ, т.е. средняя частота отказа каждого образца оборудования в единицу времени равна λ. Время ремонта станка распределено по экспоненциальному закону. Специалист в среднем ремонтирует μ станков в единицу времени, т.е. среднее время ремонта каждого вышедшего из строя станка 1/μ. Каждое выходящее из строя оборудование подлежит ремонту. Оборудование после устранения в нем неисправности снова инициирует поток заявок. Если каждый неисправный станок ремонтирует один специалист, а всего таких специалистов n, и они работают с одинаковой производительностью, то имеем n-канальную систему обслуживания.

В общем случае N_0 единиц оборудования и n каналов обслуживания вероятность того, что в установившемся режиме в замкнутой СМО имеется k заявок (т.е. k станков требуют ремонта):

$$p_0=\left(N_0!\cdot\sum_{k=0}^{n}\frac{\theta^k}{k!\cdot(N_0-k)!}+\frac{N_0!}{n!}\cdot\sum_{k=n+1}^{N_0}\frac{\theta^k}{(N_0-k)!\cdot n^{k-n}}\right)^{-1}, \text{ где } \theta=\lambda/\mu;$$

$$p_k=\begin{cases}\dfrac{N_0!\cdot\theta^k}{k!\cdot(N_0-k)!}\cdot p_0, & 1\le k\le n;\\[2mm] \dfrac{N_0!\,\theta^k}{n!\cdot(N_0-k)!\cdot n^{k-n}}\cdot p_0, & 1+n\le k\le N_0.\end{cases}$$

При небольшом числе каналов n и числе единиц оборудования N_0 можно использовать рекуррентные формулы:

$$p_k=\begin{cases}\dfrac{(N_0-k+1)\cdot\theta}{k}\cdot p_{k-1}, & 1\le k\le n;\\[2mm] \dfrac{(N_0-k+1)\cdot\theta}{n}\cdot p_{k-1}, & 1+n\le k\le N_0.\end{cases}$$

После выражения по этим формулам через p_0 всех p_k для $k=\overline{1,\ N_0}$, вероятность p_0 находится из нормировочного равенства $p_0 + p_1 + p_2 + \ldots + p_{N_0} = 1$, а затем вычисляются остальные p_k.

Усредненные параметры функционирования замкнутой СМО рассчитываются по следующим формулам:

- среднее число заявок в очереди $\overline{L}=\sum_{k=n+1}^{N_0}(k-n)\cdot p_k$;
- среднее число заявок в СМО (среднее число единиц неработающего оборудования) $\overline{N}=\sum_{k=1}^{N_0}k\cdot p_k$;

- среднее число свободных каналов обслуживания $\overline{n}_{св} = \sum_{k=0}^{n-1}(n-k)\cdot p_k$;
- среднее число занятых каналов обслуживания $\overline{n}_{зан} = n - \overline{n}_{св}$;
- доля простаивающих каналов обслуживания $\overline{n}_{св}/n$;
- доля неработающих единиц оборудования $\beta = \overline{N}/N_0$;
- доля работающих единиц оборудования $\gamma = 1 - \beta = 1 - \overline{N}/N_0$;
- среднее время нерабочего состояния конкретного образца оборудования (среднее время пребывания заявки в СМО) $\overline{T}_{н/р} = \overline{T}_{преб} = \dfrac{\beta}{\lambda\cdot\gamma}$.

Пусть в цехе предприятия имеется три станка-автомата, запрограммированных на производимую продукцию. Станки при возникновении в них неисправностей или сбоев в программе обслуживают 2 специалиста, т.е. при отказе станка его наладку выполняет один из свободных специалистов. Среднее время устранения неисправности в станке составляет 0,05 рабочего дня (т.е. среднее время занятости специалиста при устранении возникшей неисправности $\overline{T}_{зан.} = 0{,}05$ рабочего дня). Средняя интенсивность потока требований необходимости устранения неисправности от каждого станка в течение рабочего дня составляет $\lambda = 2$. Следовательно, поскольку $\mu = 1/\overline{T}_{зан.} = 20$, то параметр $\theta = \lambda/\mu = 2/20 = 0{,}1$.

Имеем следующие состояния замкнутой СМО:

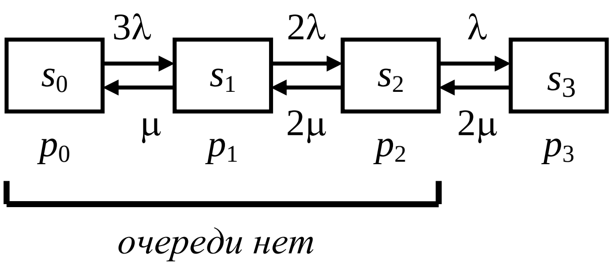
s_0 – неисправного оборудования нет; вероятность p_0;

s_1 –неисправность возникла в одном из станков, очереди нет; вероятность p_1;

s_2 –неисправность возникла в двух станках из трех, очереди нет; вероятность p_2;

s_3 –неисправность возникла во всех трех станках, в очереди один станок; вероятность p_3.

Строим диаграмму смены состояний СМО:



Состояние s_k определяется числом k неработающих единиц оборудования, $k = \overline{0,\ 3}$. Интенсивность потоков рассчитывается с учетом того, что если k станков неисправно, то эксплуатируется $3 - k$ станков:

$$\lambda_k = (3-k)\cdot\lambda,\ 0 \le k \le 2; \qquad \mu_k = \begin{cases} k\cdot\mu, & 1 \le k \le 2; \\ 2\cdot\mu, & k = 3. \end{cases}$$

Балансные уравнения для соответствующих состояний в установившемся режиме работы замкнутой СМО при простейших потоках заявок имеют вид:

s_0: $3\lambda\cdot p_0 = \mu\cdot p_1$;

s_1: $3\lambda\cdot p_0 + 2\mu\cdot p_2 = (2\lambda + \mu)\cdot p_1$;

s_2: $2\lambda\cdot p_1 + 2\mu\cdot p_3 = (\lambda + 2\mu)\cdot p_2$;

s_3: $\lambda\cdot p_2 = 2\mu\cdot p_3$.

С учетом нормировочного равенства $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1$ имеем: вероятность того, что все 3 станка работают, $p_0 \approx 0{,}751$; вероятность того, что работают 2 станка, $p_1 \approx 0{,}225$;

вероятность того, что работает один станок из трех $p_2 \approx 0{,}023$, вероятность того, что все 3 станка не работают, $p_3 \approx 0{,}001$.

Пусть среди всей производимой на имеющихся трех станках выпускаются, в первую очередь, три изделия с наибольшей добавочной стоимостью.

В силу особенностей станков каждый из них может выпускать указанные три высокорентабельных изделия в различной комплектности. Для 1-го станка выполняется соотношение объемов производимых изделий: $x_{11} + x_{12} \le x_{13} - 20$; для 2-го станка: $x_{21} - 30 \ge x_{22} + x_{23}$; для 3-го станка: $2x_{31} + x_{32} + 30 \le 3x_{33}$, где x_{i1}, x_{i2}, x_{i3} – количество единиц изделий 1-го, 2-го и 3-го вида соответственно, которое будет производиться на i-м станке ($i = \overline{1,3}$) в течение планового периода (100 рабочих дней). Согласно определению $x_{i1}, x_{i2}, x_{i3} \ge 0$. Задана прибыль от реализации каждого изделия 1-го, 2-го и 3-го вида в размере 8, 10 и 7 ден. ед. Помимо этого, имеется ограничение на время непрерывной работы каждого станка с учетом временных затрат на изготовление каждого изделия: для 1-го станка: $2x_{11} + x_{12} + 4x_{13} \le 100$; для 2-го станка: $2x_{21} + 2x_{22} + 5x_{23} \le 100$; для 3-го станка: $2x_{31} + 2x_{32} + 4x_{33} \le 100$. Рассмотрим случай, когда для производства изделий используется 3 ресурса. Если их объемы ограничены значениями R_1, R_2, R_3 соответственно, то с учетом заданных технологических коэффициентов расхода этих ресурсов на каждое изделие получаем дополнительную систему ограничений: $\begin{cases} 2(x_{11}+x_{21}+x_{31})+(x_{12}+x_{22}+x_{32})+3(x_{13}+x_{23}+x_{33}) \le R_1; \\ (x_{11}+x_{21}+x_{31})+5(x_{12}+x_{22}+x_{32})+2(x_{13}+x_{23}+x_{33}) \le R_2; \\ 4(x_{11}+x_{21}+x_{31})+2(x_{12}+x_{22}+x_{32})+(x_{13}+x_{23}+x_{33}) \le R_3. \end{cases}$

Средние издержки на ремонт каждого из трех станков – 0,025 ден. ед. Целевая функция задачи согласно данным условия $\overline{F} = 8(x_{11} + x_{21} + x_{31}) + 10(x_{12} + x_{22} + x_{32}) + 7(x_{13} + x_{23} + x_{33}) \to \max$.

Получаем оптимизационную задачу линейного программирования [13-15].

Определим необходимый минимальный запас ресурсов, обеспечивающий выпуск, в первую очередь, наиболее прибыльной продукции для случая работы всех трех станков в течение планового периода. Для этого воспользуемся ограничениями на возможный ассортимент производимой продукции для каждого станка и временными затратами на ее производство.

Для 1-го станка математическая модель линейного программирования имеет вид:

$$\begin{cases} 2x_{11}+x_{12}+4x_{13} \le 100; \\ x_{11}+x_{12}-x_{13} \le -20; \end{cases}$$
$$8x_{11}+10x_{12}+7x_{13} = \overline{F} \to \max;$$

или в канонической форме с балансными переменными:

$$\begin{cases} 2x_{11}+x_{12}+4x_{13}+x_{14} = 100; \\ x_{11}+x_{12}-x_{13}+x_{15} = -20; \end{cases}$$
$$-8x_{11}-10x_{12}-7x_{13} = F \to \min.$$

Для 2-го станка соответственно:

$$\begin{cases} 2x_{21}+2x_{22}+5x_{23} \le 100; \\ -x_{21}+x_{22}+x_{23} \le -30; \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 2x_{21}+2x_{22}+5x_{23}+x_{24} = 100; \\ -x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{25} = -30; \end{cases}$$
$$8x_{21}+10x_{22}+7x_{23} = \overline{F} \to \max; \qquad 8x_{21}+10x_{22}+7x_{23} = \overline{F} \to \max.$$

Для 3-го станка соответственно:

$$\begin{cases} 2x_{31}+2x_{32}+4x_{33} \le 100; \\ 2x_{31}+x_{32}-3x_{33} \le -30; \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 2x_{31}+2x_{32}+4x_{33}+x_{34} = 100; \\ 2x_{31}+x_{32}-3x_{33}+x_{35} = -30; \end{cases}$$
$$8x_{31}+10x_{32}+7x_{33} = \overline{F} \to \max; \qquad 8x_{31}+10x_{32}+7x_{33} = \overline{F} \to \max.$$

Наиболее просто решить приведенные 3 задачи линейного программирования смешанным симплекс-методом [16, 17].

Для 1-го станка:

№	базис	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	b_1
0	x_{14}*	2	1	4	1	0	100
	x_{15}	1	1	– 1	0	1	– 20
	F	– 8	– 10*	– 7	0	0	0
1	x_{12}	2	1	4	1	0	100 •
	x_{15}*	– 1	0	– 5	– 1	1	– 120
	F	12	0	33*	10	0	– 1000
2	x_{12}	6/5	1	0	1/5	4/5	4
	x_{13}	1/5	0	1	1/5	– 1/5	24 •
	F	27/5	0	0	17/5	33/5	– 208

Т.о., получен оптимальный план для 1-го станка $x_1^* = (x_{11}; x_{12}; x_{13})^* = (0; 4; 24)$, который обеспечивает максимальное значение целевой функции $\overline{F}_1{}^*_{\max} = 208$ ден. ед.

Для 2-го станка:

№	базис	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	b_2
0	x_{24}*	2	2	5	1	0	100
	x_{25}	– 1	1	1	0	1	– 30
	F	– 8	– 10*	– 7	0	0	0
1	x_{22}	1	1	5/2	1/2	0	50 •
	x_{25}*	– 2	0	– 3/2	– 1/2	1	– 80
	F	2	0	18	5	0	– 500
2	x_{22}	0	1	7/4	1/4	1/2	10
	x_{21}	1	0	3/4	1/4	– 1/2	40 •
	F	0	0	33/2	9/2	1	– 420

Т.о., получен оптимальный план для 2-го станка $x_2^* = (x_{21}; x_{22}; x_{23})^* = (40; 10; 0)$, который обеспечивает максимальное значение целевой функции $\overline{F}_2{}^*_{\max} = 420$ ден. ед.

Для 3-го станка:

№	базис	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	b_3
0	x_{34}*	2	2	4	1	0	100
	x_{35}	2	1	– 3	0	1	– 30
	F	– 8	– 10	– 7	0	0	0
1	x_{32}	1	1	2	1/2	0	50 •
	x_{35}*	1	0	– 5	– 1/2	1	– 80
	F	2	0	13	5	0	– 500
2	x_{32}	7/5	1	0	3/10	2/5	18
	x_{33}	– 1/5	0	1	1/10	– 1/5	16
	F	23/5	0	0	37/10	13/5	– 292

Т.о., получен оптимальный план для 3-го станка $x_3^* = (x_{31}; x_{32}; x_{33})^* = (0; 18; 16)$, который обеспечивает максимальное значение целевой функции $\overline{F}_3{}^*_{\max} = 292$ ден. ед.

В табл. 1 приведен расход ресурсов при работе всех трех станков в течение всего планового периода:

Таблица 1.

Вид продукции	Объем производимой продукции на станках			Общий объем производимой продукции	Технологические коэффициенты расхода ресурсов на единицу продукции			Общий расход видов ресурсов за плановый период при работе всех трех станков		
	1-м	2-м	3-м		1-го ресурса	2-го ресурса	3-го ресурса	1-го вида	2-го вида	3-го вида
1	0	40	0	40	2	1	4	80	40	160
2	4	10	18	32	1	5	2	32	160	64
3	24	0	16	40	3	2	1	120	80	40
Итого требуемый минимальный объем ресурсов:								232	280	264

Согласно приведенным расчетам для производства приоритетной продукции на трех станках в течение планового периода (100 рабочих дней) необходимо предприятию иметь в резерве ресурсы 1-го, 2-го и 3-го вида в объеме 232, 280 и 264 ед. соответственно. С учетом использованных технологических коэффициентов расхода этих ресурсов на каждое из этих изделий получаем следующую линейную систему равенств при работе всех трех станков:

$$\begin{cases} 2\cdot(x_{11}+x_{21}+x_{31})+(x_{12}+x_{22}+x_{32})+3\cdot(x_{13}+x_{23}+x_{33})=232; \\ (x_{11}+x_{21}+x_{31})+5\cdot(x_{12}+x_{22}+x_{32})+2\cdot(x_{13}+x_{23}+x_{33})=280; \\ 4\cdot(x_{11}+x_{21}+x_{31})+2\cdot(x_{12}+x_{22}+x_{32})+(x_{13}+x_{23}+x_{33})=264. \end{cases}$$

В табл. 2 приведены вероятности вариативной прибыли при производстве приоритетной продукции. Однако при расчете итоговой прибыли необходимо учесть расходы на ремонт выбывшей из строя техники. Средние затраты на ремонт каждого станка в течение планового периода с учетом частоты выхода его из строя ($\lambda = 2$ в течение рабочего дня) и стоимости наладки (0,025 ден. ед.) составляют 5 ден. ед. При этом следует иметь в виду, что уменьшение прибыли может быть частично компенсировано при перераспределении возникающего излишка лимитированных ресурсов на производство менее прибыльной продукции на дополнительном станочном ресурсе.

Таблица 2.

	Прибыль от реализации изготовленной продукции 1-го, 2-го и 3-го вида	Усредненная прибыль	Вероятность усредненной прибыли
Работают все три станка	208 + 420 + 292 = 920	920	0,751
Работают 1-й и 2-й станки	208 + 420 = 628	≈ 613,33	0,225
Работают 1-й и 3-й станки	208 + 292 = 500		
Работают 2-й и 3-станки	420 + 292 = 712		
Работает только 1-й станок	208	≈ 306,67	0,023
Работает только 2-й станок	420		
Работает только 3-й станок	292		
Все три станка не работают	0	0	0,001

Т.о., итоговая средняя величина ожидаемой прибыли за плановый период (математическое ожидание прибыли) при производстве и реализации только наиболее высокорентабельной продукции составит $920\cdot0{,}751 + 613{,}33\cdot0{,}225 + 306{,}67\cdot0{,}023 - 15 \approx 821$ ден. ед.

Результаты и выводы

Таким образом, результатом решения сформулированной задачи является сценарное прогнозирование оптимального использования станочного потенциала для выпуска высокорентабельной продукции с учетом вероятностных сбоев в работе производственных единиц.

Вероятность случайных параметров процесса позволяет определять их усредненные значения, и этим обусловлены риски неопределенности их конкретных значений в непосредственно реализуемый интервал времени. Так, ожидаемое суммарное время одновременной работы всех трех станков в решенной задаче t_0 = 75,1 рабочего дня из 100. При этом погрешность с доверительной вероятностью 0,95 определяет возможные значения этого времени в интервале: $t_0 \in$ (11; 100] рабочих дней, который получен при расчете дисперсии доли как альтернативного признака. Поэтому важно в реальном производстве предусматривать мобильную переориентацию выпускаемой продукции при тех или иных возможных сбоях в технологических цепочках реализуемых процессов.

Заключение

Вероятностное распределение выпуска продукции, оптимизируемое по ценам ее реализации, получено при совместном использовании модели замкнутой СМО и методов решения задач линейного программирования. Полученные результаты могут быть применены для анализа влияния стохастичности сбоев используемого оборудования на доходность производства.

Примечания:

1. Волков И.К., Загоруйко Е.А. Исследование операций: Учебник. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. 436 с.
2. Samarin V.I. Transportation Model with Stochastic Restrictions on Cargo Supply Solution // Modeling of Artificial Intelligence. 2014, Vol. (1), № 1. P. 22-28.
3. Саати Т.Л. Элементы теории массового обслуживания и ее применения. М.: Советское радио, 1965. 520 с.
4. Зайченко Ю.П. Исследование операций. Нечеткая оптимизация: Учебное пособие. Киев: Выща школа, 1991. 191 с.
5. Яхъяева Г.Э. Нечеткие множества и нейронные сети: Учебное пособие. М.: ИНТУИТ; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. 316 с.
6. Мелькумова Е.М. О решении некоторых задач нечеткого математического программирования // Вестник ВГУ, Серия: Системный анализ и информационные технологии. 2009, № 2. С. 19-24.
7. Макарова И.Л., Самарин В.И., Симонян А.Р., Улитина Е.И., Якунина Н.Ф. Специальные методы исследования операций в условиях нечетких данных: Учебное пособие. Сочи: РИЦ ФГБОУ ВПО «СГУ», 2014. 70 с.
8. Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976. 165 с.
9. Самарин В.И. Нечеткая комбинаторика / Samarin V.I. Fuzzy Combinatorics // Russian Journal of Mathematical Research. Series A. 2015. Vol.(2). Is. 2. P. 45-57.
10. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. М.: Наука, 1987. 336 с.
11. Гнеденко Б.В., Даниелян Э.А., Димитров Б.Н., Климов Г.П., Матвеев В.Ф. Приоритетные системы обслуживания. М.: МГУ, 1973. 448 с.
12. Simonyan A.R., Simonyan R.A., Ulitina E.I. Waiting time in the elementary multichannel queue system with different intensity service of calls and with expectation // European Researcher. 2011. № 5-1 (7). P. 533-536.
13. Самарин В.И. Простейшие модели СМО с приоритетом // Актуальные задачи математического моделирования и информационных технологий: материалы IV Всеросс. научн. - практ. конф./ Сочи: СГУТиКД, 2008. С. 106-110.
14. Данциг Дж. Линейное программирование, его обобщения и применения. М.: Изд-во «Прогресс», 1966. 600 с.
15. Калихман И.Л. Линейная алгебра и программирование: Учебное пособие. М.: Высшая школа, 1967. 428 с.
16. Таха Хэмди А. Введение в исследование операций. М.: Издательский дом

«Вильямс», 2005. 912 с.
17. Samarin V.I. Composite Principal-Dual Simplex Method for Linear Programming Solving // Modeling of Artificial Intelligence. 2014. Vol. (3). № 3. P. 126-132.
18. Самарин В.И., Игнатенко А.М., Макарова И.Л., Якунина Н.Ф. Технология раскрытия темы «Симплекс-метод решения задачи линейного программирования» // Вопросы гуманитарных наук, 2016. № 2 (83). С. 118-126.
19. Simonyan A.R., Ulitina E.I. A Theorem on the convergence to a stable law in the M|G|1|∞ model// Russian Mathematical Surveys. 2004. Т. 59. № 3. С. 589-590.
20. Симонян А.Р., Улитина Е.И. О параметрических моделях массового обслуживания// Обозрение прикладной и промышленной математики. 2005. Т. 12. С. 184.

УДК 51

Линейное программирование в условиях замкнутой системы массового обслуживания

Виктор Иванович Самарин

Сочинский государственный университет, Российская Федерация
Кандидат физико-математических наук, доцент
354000 г. Сочи, ул. Советская, 26а
E-mail: visamarin@mail.ru

Аннотация. Рассмотрено оптимальное планирование стохастичного производства продукции в условиях реализации марковских процессов в замкнутой системе массового обслуживания. Выполнен расчет вероятностного распределения выпуска продукции, оптимизируемого по ценам ее реализации, в случае, когда заданы комплектность выпускаемой продукции на каждом производственном оборудовании и временные ограничения работы этого оборудования. Продемонстрировано применение смешанного симплекс-метода при решении задач линейного программирования.

Ключевые слова: экономика, исследование операций, оптимизационная задача линейного программирования, смешанный симплекс-метод, вероятностное распределение выпуска продукции, оптимизируемое по ценам ее реализации, вероятности вариативной прибыли, отказ оборудования, замкнутая система массового обслуживания, простейший поток заявок.