

## VARIATIONS OF KINEMATIC PARAMETERS OF THE CARDANIC JOINTS ACCORDING TO TECHNOLOGICAL DEVIATIONS

### VARIAȚIILE PARAMETRILOR CINEMATICI AI ARTICULAȚIEI CARDANICE ÎN FUNCȚIE DE ABATERILE TEHNOLOGICE

PhD. Eng. Stud. Bulac I., Prof. PhD. Eng. Pandrea N.

University of Pitești / Romania

E-mail: ionbulac57@yahoo.com

**Abstract:** Technological deviations determine in the intermediate couples of the cardan joint supplementary efforts due to restrained movement. This paper sets as goal the determination of dependency between the technological deviations and the size of these movements.

**Key words:** deviations, cardan, kinematics.

#### INTRODUCTION

##### Spatial RCCC mechanism

The mechanism with one cardanic joint [3], [4], [8] is a RRRR mechanism and a particular case of a spatial RCCC mechanism, where by C, R [9] was noted the cylindrical kinematic rotation couple.

The technological deviations determine the apparition of some efforts in the intermediary couple of the cardanic joint.

In order for one to have a measure for these displacement it is first necessary to study the RCCC spatial mechanism kinematics.

##### The positional analysis of the RCCC mechanism

The RCCC mechanism (fig. 1) is made of four elements noted with 1, 2, 3 and 4, the fourth element (the base) being fixed and the elements being connected through the kinematic couples  $O_1, O_2, O_3$  and  $O_4$ , the  $O_1$  being the rotation couple and  $O_2, O_3$  and  $O_4$  being the cylindrical kinematic couples.

**Rezumat:** Abaterile tehnologice fac ca in cuplele intermediare ale articulației cardanice să apară eforturi datorită unor deplasări împiedicate.

Această lucrare își propune determinarea dependenței între abaterile tehnologice și mărimea acestor deplasări.

**Cuvinte cheie:** abateri, cardan, cinematică.

#### INTRODUCERE

##### Mecanismul spațial RCCC

Mecanismul cu o articulație cardanică [3], [4], [8] este un mecanism RRRR și un caz particular al mecanismului spațial RCCC, unde prin C, R, [9] s-a notat cupla cinematică cilindrică, respectiv cupla cinematică de rotație.

Abaterile tehnologice fac ca în cuplele intermediare ale articulației cardanice să apară eforturi datorită unor deplasări împiedicate.

Pentru a avea o măsură a acestei deplasări este necesar a studia mai întâi cinematica mecanismului spațial RCCC.

##### Analiza pozițională a mecanismului RCCC

Mecanismul RCCC (fig.1) este format din patru elemente, notate cu 1, 2, 3, 4, elementul 4 (baza) fiind fix, elementele fiind legate între ele prin cuplele cinematice  $O_1, O_2, O_3, O_4$ , cupla cinematică  $O_1$  fiind de rotație iar cuplele,  $O_2, O_3, O_4$  fiind cuple cinematice cilindrice.

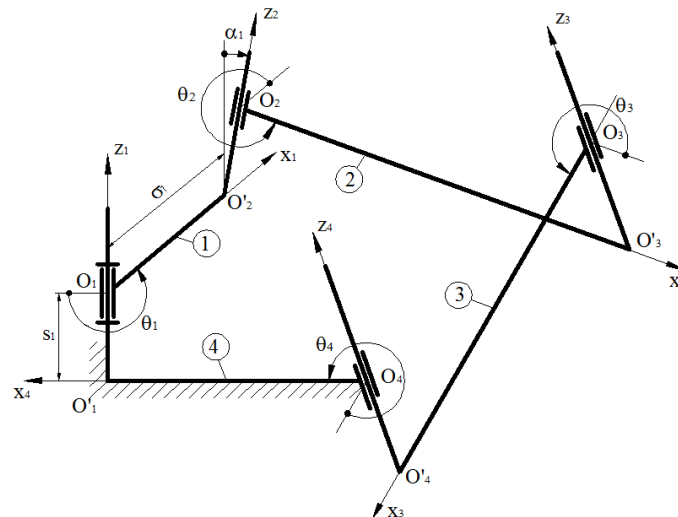


Fig. 1 – RCCC Spatial Mechanism / Mecanismul spațial RCCC

The axes of the kinematic couples are noted with  $O'_i z_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , and the following perpendiculars are noted with  $O'_i O'_{i+1}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , point  $O_5$  being identical with point  $O_1$ .

One notes with  $\sigma_i, \alpha_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  the length of the axes and the angle between them.

Axele cuplelor cinematice sunt notate cu  $O'_i z_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , iar perpendicularele comune succesive sunt notate cu  $O'_i O'_{i+1}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , punctul  $O_5$  fiind identic cu punctul  $O_1$ .

Se notează cu  $\sigma_i, \alpha_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  lungimile distanțelor dintre axe respectiv unghiurile dintre axe.

So it is chosen a local reference system  $O_i x_i y_i z_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  so that the axes  $O_i x_i$  to be situated on the shared perpendiculars of the axes  $O'_i z_i$ ,  $O'_{i+1} z_{i+1}$ . It is noted with  $s_i$  the distances  $O'_i O_i$  and with  $\theta_i$  the angle between the axes  $O_{i-1} x_{i-1}$ ,  $O_i x_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ .

In these conditions, the geometrical parameters  $s_i$ ,  $\sigma_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  being known, the positional analysis for determining  $\theta_2, \theta_3, \theta_4, s_2, s_3, s_4$  is based on the angle  $\theta_1$ .

From the equation of rotations closing, using the diagram „ $\theta\alpha$ ” [9] and the order 3, 4, 1 and 2 is obtained the following equation, where:

$$A_3(\theta_1)s\theta_4 - B_3(\theta_1)c\theta_4 + C_3(\theta_1) = 0 \quad (1.1)$$

$$A_3(\theta_1) = s\alpha_3 s\theta_1 s\alpha_1 \quad (1.2)$$

$$B_3(\theta_1) = s\alpha_3 (c\alpha_4 c\theta_1 s\alpha_1 + s\alpha_4 c\alpha_1)$$

$$C_3(\theta_1) = -c\alpha_3 s\alpha_4 c\theta_1 s\alpha_1 + c\alpha_3 c\alpha_4 c\alpha_1 - c\alpha_2$$

The trigonometrical functions cos, sin being noted with c, s. Through the conventional derivate of the relations (1.1), (1. 2) having as basis [9] the relations:

$$D(c\theta_i) = -s_i s\theta_i; \quad D(s\theta_i) = s_i c\theta_i \quad (1.3)$$

$$D(c\alpha_i) = -\sigma_i s\alpha_i; \quad D(s\alpha_i) = \sigma_i c\alpha_i \quad (1.4)$$

Is obtained the equation:

$$D_3 s_4 + F_3 s_1 + F_3 \sigma_1 + G_3 \sigma_2 + H_3 \sigma_3 + K_3 \sigma_4 = 0 \quad (1.5)$$

where:

$$D_3 = s\alpha_3 c\theta_4 s\theta_1 s\alpha_1 + s\alpha_3 s\theta_4 c\alpha_4 c\theta_1 s\alpha_1 + s\alpha_3 s\theta_4 s\alpha_4 c\alpha_1 \quad (1.6)$$

$$E_3 = s\alpha_3 s\theta_4 c\theta_1 s\alpha_1 + s\alpha_3 c\theta_4 c\alpha_4 s\theta_1 s\alpha_1 + c\alpha_3 s\alpha_4 s\theta_1 c\alpha_1$$

$$F_3 = s\alpha_3 s\theta_4 s\theta_1 c\alpha_1 - s\alpha_3 c\theta_4 c\alpha_4 c\theta_1 c\alpha_1 - c\alpha_3 s\alpha_4 c\theta_1 c\alpha_1 + s\alpha_3 c\theta_4 s\alpha_4 s\alpha_1 - c\alpha_3 c\alpha_2 s\alpha_1$$

$$G_3 = s\alpha_2$$

$$H_3 = c\alpha_3 s\theta_4 s\theta_1 s\alpha_1 - c\alpha_3 c\alpha_4 c\theta_1 s\alpha_1 + s\alpha_3 s\alpha_4 c\theta_1 s\alpha_1 - c\alpha_3 c\theta_4 s\alpha_4 c\alpha_1 - s\alpha_3 c\alpha_4 c\alpha_1$$

$$K_3 = s\alpha_3 c\theta_4 s\alpha_4 c\theta_1 s\alpha_1 - c\alpha_3 c\alpha_4 c\theta_1 s\alpha_1 - s\alpha_3 c\theta_4 c\alpha_4 c\alpha_1 - c\alpha_3 s\alpha_4 c\alpha_1$$

The angle  $\theta_4$  is determined by solving the equation (1.2) and through the equation (1.5) is known the parameter  $s_4$ .

With circular permutations the relations follows:

$$A_2(\theta_4)s\theta_3 - B_2(\theta_4)c\theta_3 + C_2(\theta_4) = 0 \quad (1.7)$$

$$A_1(\theta_3)s\theta_2 - B_1(\theta_3)c\theta_2 + C_1(\theta_3) = 0 \quad (1.8)$$

from which are determined, in order, the angles  $\theta_3$  and  $\theta_2$  and also the equations:

$$D_2 s_3 + E_2 s_4 + F_2 \sigma_4 + G_2 \sigma_1 + H_2 \sigma_2 + K_2 \sigma_3 = 0 \quad (1.9)$$

$$D_1 s_2 + E_1 s_3 + F_1 \sigma_3 + G_1 \sigma_4 + H_1 \sigma_1 + K_1 \sigma_2 = 0 \quad (1.10)$$

Se aleg sistemele de referință locale  $O_i x_i y_i z_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  astfel încât axele  $O_i x_i$  să fie situate pe perpendicularele comune ale axelor  $O'_i z_i$ ,  $O'_{i+1} z_{i+1}$ , se notează cu  $s_i$ , distanțele  $O'_i O_i$ , și cu  $\theta_i$  unghiurile dintre axele  $O_{i-1} x_{i-1}$ ,  $O_i x_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ .

În aceste condiții parametrii geometrici  $s_i$ ,  $\sigma_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  fiind cunoscuți, analiza pozițională constă în determinarea  $\theta_2, \theta_3, \theta_4, s_2, s_3, s_4$  în funcție de unghiul  $\theta_1$ .

Din ecuația de închidere a rotațiilor, utilizând diagrama „ $\theta\alpha$ ” [9] și ordinea 3, 4, 1, 2, se obține ecuația, unde:

Funcțiile trigonometrice cos, sin, fiind notate cu c, s. Prin derivarea convențională notată a relațiilor (1.1), (1.2) având la bază [9], relațiile:

se obține ecuația:

unde:

Prin rezolvarea ecuației (1.2) se determină unghiul  $\theta_4$ , iar apoi din ecuația (1.5) se determină parametrul  $s_4$ .

Prin permutări circulare se obțin relațiile:

din care se determină în ordine unghiurile  $\theta_3$ ,  $\theta_2$  precum și ecuațiile:

from which are determined the parameters  $s_3, s_2$ . The expressions of the coefficients  $A_i, B_i, C_i, D_i, E_i, F_i, G_i, H_i, K_i, i=3,2,1$ , are given in table 1.1

din care se determină parametrii  $s_3, s_2$ . Expresiile coeficienților  $A_i, B_i, C_i, D_i, E_i, F_i, G_i, H_i, K_i, i = 3, 2, 1$ , sunt date în tabelul 1.1

Table 1.1 / Tabelul 1.1

$i$	3	2	1
$A_i$	$s\alpha_3 s\theta_1 s\alpha_1$	$s\alpha_2 s\theta_4 s\alpha_4$	$s\alpha_1 s\theta_3 s\alpha_3$
$B_i$	$s\alpha_3 (c\alpha_4 c\theta_1 s\alpha_1 + s\alpha_4 c\alpha_1)$	$s\alpha_2 (c\alpha_3 c\theta_4 s\alpha_4 + s\alpha_3 c\alpha_4)$	$s\alpha_1 (c\alpha_2 c\theta_3 s\alpha_3 + s\alpha_2 c\alpha_3)$
$C_i$	$c\alpha_3 (-s\alpha_4 c\theta_1 s\alpha_1 + c\alpha_4 c\alpha_1) - c\alpha_2$	$c\alpha_2 (-s\alpha_3 c\theta_4 s\alpha_4 + c\alpha_3 c\alpha_4) - c\alpha_1$	$c\alpha_1 (-s\alpha_2 c\theta_3 s\alpha_3 + c\alpha_2 c\alpha_3) - c\alpha_4$
$D_i$	$s\alpha_3 s\alpha_1 (c\theta_4 s\theta_1 + s\theta_4 c\alpha_4 c\theta_1) + s\alpha_3 s\theta_4 s\alpha_4 c\alpha_1$	$s\alpha_2 s\alpha_4 (c\theta_3 s\theta_4 + s\theta_3 c\alpha_3 c\theta_4) + s\alpha_2 s\theta_3 s\alpha_3 c\alpha_4$	$s\alpha_1 s\alpha_3 (c\theta_2 s\theta_3 + s\theta_2 c\alpha_2 c\theta_3) + s\alpha_1 s\theta_2 s\alpha_2 c\alpha_3$
$E_i$	$s\alpha_3 s\alpha_1 (s\theta_4 c\theta_1 + c\theta_4 c\alpha_4 s\theta_1) + c\alpha_3 s\alpha_4 s\theta_1 s\alpha_1$	$s\alpha_2 s\alpha_4 (s\theta_3 c\theta_4 + c\theta_3 c\alpha_3 s\theta_4) + c\alpha_2 s\alpha_3 s\theta_4 s\alpha_4$	$s\alpha_1 s\alpha_3 (s\theta_2 c\theta_3 + c\theta_2 c\alpha_2 s\theta_3) + c\alpha_1 s\alpha_2 s\theta_3 s\alpha_3$
$F_i$	$s\alpha_3 c\alpha_1 (s\theta_4 s\theta_1 - c\theta_4 c\alpha_4 c\theta_1) - c\alpha_3 s\alpha_4 c\theta_1 c\alpha_1 + s\alpha_3 c\theta_4 s\alpha_4 s\alpha_1 - c\alpha_3 c\alpha_2 s\alpha_1$	$s\alpha_2 c\alpha_4 (s\theta_3 s\theta_4 - c\theta_3 c\alpha_3 c\theta_4) - c\alpha_2 s\alpha_3 c\theta_4 c\alpha_4 + s\alpha_2 c\theta_3 s\alpha_3 s\alpha_4 - c\alpha_2 c\alpha_1 s\alpha_4$	$s\alpha_1 c\alpha_3 (s\theta_2 s\theta_3 - c\theta_2 c\alpha_2 c\theta_3) - c\alpha_1 s\alpha_2 c\theta_3 c\alpha_3 + s\alpha_1 c\theta_2 s\alpha_2 s\alpha_3 - c\alpha_1 c\alpha_4 s\alpha_3$
$G_i$	$s\alpha_2$	$s\alpha_1$	$s\alpha_4$
$H_i$	$c\alpha_3 s\alpha_1 (s\theta_4 s\theta_1 - c\theta_4 c\alpha_4 c\theta_1) + s\alpha_3 s\alpha_4 c\theta_1 s\alpha_1 - c\alpha_3 c\theta_4 s\alpha_4 c\alpha_1 - s\alpha_3 c\alpha_4 c\alpha_1$	$c\alpha_2 s\alpha_4 (s\theta_3 s\theta_4 - c\theta_3 c\alpha_3 c\theta_4) + s\alpha_2 s\alpha_3 c\theta_4 s\alpha_4 - c\alpha_2 c\theta_3 s\alpha_3 c\alpha_4 - s\alpha_2 c\alpha_3 c\alpha_4$	$c\alpha_1 s\alpha_3 (s\theta_2 s\theta_3 - c\theta_2 c\alpha_2 c\theta_3) + s\alpha_1 s\alpha_2 c\theta_3 s\alpha_3 - c\alpha_1 c\theta_2 s\alpha_2 c\alpha_3 - s\alpha_1 c\alpha_2 c\alpha_3$
$K_i$	$s\alpha_1 (s\alpha_3 c\theta_4 s\alpha_4 c\theta_1 - c\alpha_3 c\alpha_4 c\theta_1) - c\alpha_1 (s\alpha_3 c\theta_4 c\alpha_4 + c\alpha_3 s\alpha_4)$	$s\alpha_4 (s\alpha_2 c\theta_3 s\alpha_3 c\theta_4 - c\alpha_2 c\alpha_3 c\theta_4) - c\alpha_4 (s\alpha_2 c\theta_3 c\alpha_3 + c\alpha_2 s\alpha_3)$	$s\alpha_3 (s\alpha_1 c\theta_2 s\alpha_2 c\theta_3 - c\alpha_1 c\alpha_2 c\theta_3) - c\alpha_3 (s\alpha_1 c\theta_2 c\alpha_2 + c\alpha_1 s\alpha_2)$

In the initial position,  $\theta_i^0 = 0$  the expressions are obtained:

În poziția inițială,  $\theta_i^0 = 0$  se obțin expresiile:

$$A_3 = 0; B_3 = s\alpha_3 s(\alpha_1 + \alpha_4); C_3 = c\alpha_3 c(\alpha_1 + \alpha_4) - c\alpha_2 \tag{1.11}$$

and it results that:

și rezultă:

$$c\theta_4^0 = \frac{c\alpha_3 c(\alpha_1 + \alpha_4) - c\alpha_2}{s\alpha_3 s(\alpha_1 + \alpha_4)} \tag{1.12}$$

For solving the calculus for such a mechanism it is first necessary to make some specifications:

- the joint perpendiculars between the axes with the index  $i, i+1$  are noted with  $O_i, O'_{i+1}$ ;
- the direction of the axis  $O_i x_i$  is given by the rotation direction of the axis  $O'_i z_i$  over the axis  $O'_{i+1} z_{i+1}$ , direction that also specifies the measurement direction of the angle  $\alpha_i$ ;
- the positive measurement direction of angle  $\theta_i$  between the axes  $O_{i-1} x_{i-1}, O_i x_i$ , is given by the direction of the  $O_i x_i$  axis rotation around the axis  $O'_i z_i$ .

Pentru efectuarea calculului unui astfel de mecanism este necesar a se face următoarele precizări:

- perpendicularele comune între axele cu indici  $i, i+1$  se notează cu  $O_i, O'_{i+1}$ ;
- sensul axelor  $O_i x_i$  este dat de sensul rotirii axei  $O'_i z_i$  peste axa  $O'_{i+1} z_{i+1}$ , sens care precizează și sensul de măsurare al unghiului  $\alpha_i$ ;
- sensul pozitiv de măsurare al unghiului  $\theta_i$  între axele  $O_{i-1} x_{i-1}, O_i x_i$ , este dat de sensul rotirii axei  $O_i x_i$  în jurul axei  $O'_i z_i$ .

**The cardanic joint without technical deviations**

*The normal cardanic joint*

The cardanic joint enables the transmission of the rotation movement from the shaft 3 through the cardanic cross 2.

The cardanic cross is tied to the brackets of the shafts 1 and 2 through the Kinematic rotation couples A, A and respectively B, B.

**Articulația cardanică fără abateri tehnologice**

*Articulația cardanică normală*

Articulația cardanică face posibilă transmiterea mișcării de rotație de la arborele 1 (fig. 2) la arborele 3 prin intermediul crucii cardanice 2.

Crucea cardanică este legată la furcile arborilor 1, 2 prin cuplele cinematice de rotație A, A respectiv B, B.

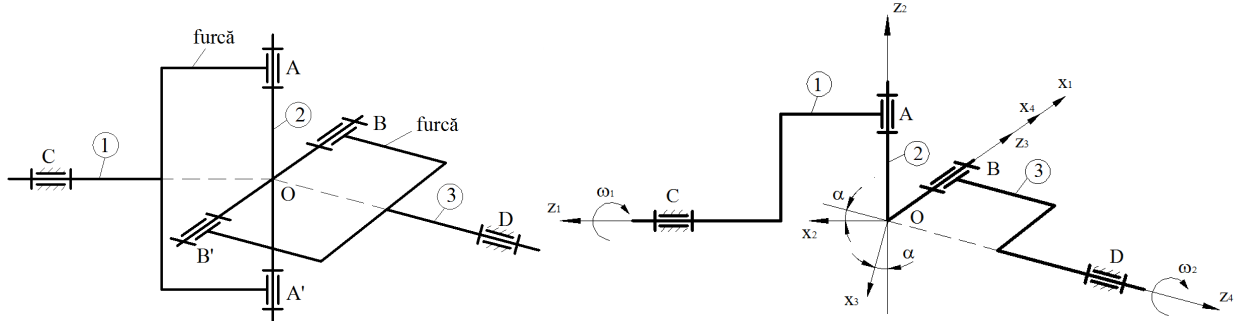


Fig. 2 – Cardanic joint / Articulație cardanică

Structurally speaking [9], the kinematic couples A', B' are passive and then, structurally and kinematically speaking, the cardanic cross can be replaced with the element 2 from figure 2.

So are considered the bearings C and D and the concurrent rotation axes  $Oz_i, i = 1,2,3,4$ .

The axes are being concurrent in the points  $O_i, O'_i, i = 1,2,3$  and they coincide, so the mechanism from figure 2 becomes an RCCC mechanism where:

$$\sigma_i = 0; s_i = 0 \quad i = 1,2,3,4 \tag{2.1}$$

If the angles  $\alpha_i, i = 1,2,3$  are fulfilling the condition:

$$\alpha_i = \frac{\pi}{2} \tag{2.2}$$

then the cardan joint is called normal cardan joint. For such a joint ( $\theta_1^0 = 0$ ) one considers that  $\alpha_4 = \pi - \alpha$  and from figure 1.2.1 results:

$$\theta_2^0 = \frac{\pi}{2}; \theta_3^0 = \frac{3\pi}{2} + \alpha; \theta_4^0 = \frac{\pi}{2} \tag{2.3}$$

Taking into account the relations 2.1 it results that the relations (1.5), (1.9) and (1.10) are identically fulfilled and conduct to solving the equations (1.1), (1.7), (1.8). From table 1 it results that:

$$A_3 = s\theta_1; B_3 = -c\alpha c\theta_1; C_3 = 0 \tag{2.4}$$

$$A_2 = s\theta_4 s\alpha; B_2 = -c\alpha; C_2 = 0 \tag{2.5}$$

$$A_1 = s\theta_3; B_1 = 0; C_1 = c\alpha \tag{2.6}$$

And the equations (1.1), (1.7) and (1.8) become:

$$s\theta_1 s\theta_4 + c\alpha c\theta_1 c\theta_4 = 0 \tag{2.7}$$

$$s\theta_4 s\alpha s\theta_3 + c\alpha c\theta_3 = 0 \tag{2.8}$$

$$s\theta_3 s\theta_2 + c\alpha = 0 \tag{2.9}$$

from which, with the notations:

$$\theta_i = \theta_i^0 + \theta_i^*, \quad i = 1,2,3 \tag{2.10}$$

are obtained the results:

Din punct de vedere structural, [9], cuplele cinematice A', B' sunt pasive și atunci, din punct de vedere structural și cinematic, crucea cardanică se poate înlocui cu elementul 2 din fig. 2.

Se consideră palierile C, D și axele de rotație concurente  $Oz_i, i = 1,2,3,4$ .

Axele fiind concurente rezultă că punctele  $O_i, O'_i, i = 1,2,3$  coincid și atunci, mecanismul din fig.2 devine un mecanism RCCC în care:

Dacă în plus unghiurile  $\alpha_i, i = 1,2,3$  îndeplinesc condiția :

atunci articulația cardanică se numește articulație cardanică normală. Pentru o astfel de articulație ( $\theta_1^0 = 0$ ) considerăm că  $\alpha_4 = \pi - \alpha$ , din fig.1.2.1 rezultă:

Ținând seama de relațiile 2.1 rezultă că relațiile (1.5), (1.9), (1.10), sunt identic îndeplinite și ca atare studiul cinematic se reduce la rezolvarea ecuațiilor (1.1), (1.7), (1.8). Din tabelul 1. rezultă:

și ecuațiile (1.1), (1.7), (1.8) devin :

$$\operatorname{tg} \theta_4^* = \frac{1}{c\alpha} \operatorname{tg} \theta_1 \tag{2.11}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \theta_3^*) = \operatorname{tg} \alpha c \theta_4^* \tag{2.12}$$

$$c \theta_2^* = \frac{c\alpha}{c(\alpha + \theta_3^*)} \tag{2.13}$$

where:

unde :

$$\theta_4^* = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{c\alpha} \operatorname{tg} \theta_1\right); 0 \leq \theta_1 < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2}; \theta_1 = \frac{\pi}{2} \\ \pi + \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{c\alpha} \operatorname{tg} \theta_1\right); \frac{\pi}{2} \leq \theta_1 < \frac{3\pi}{2} \\ \frac{3\pi}{2}; \theta_1 = \frac{3\pi}{2} \\ 2\pi + \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{c\alpha} \operatorname{tg} \theta_1\right); \frac{3\pi}{2} < \theta_1 \leq 2\pi \end{cases} \tag{2.14}$$

and the variation diagrams from figure 3 a,b,c:

și diagramele de variație din fig. 3. a,b,c:

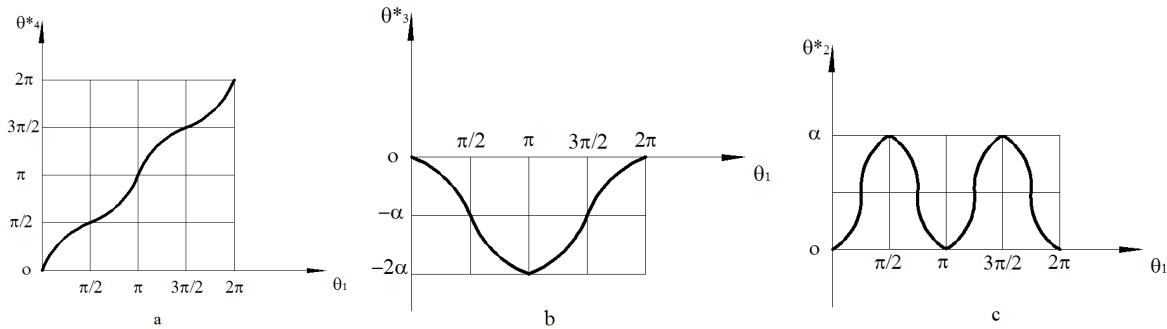


Fig.3 – Variation diagrams / Diagrame de variație

Below are presented the variation diagrams for the angles  $\theta_4^*$ ,  $\theta_3^*$ ,  $\theta_2^*$  depending on the angle  $\theta_1$  for  $\alpha = 20^\circ$ , for a cardan joint with no technical deviations.

The variation graphs are presented in figure 4.

Mai jos sunt prezentate diagramele de variație a unghiurilor  $\theta_4^*$ ,  $\theta_3^*$ ,  $\theta_2^*$  funcție de  $\theta_1$  pentru  $\alpha = 20^\circ$  pentru o articulație cardanică fără abateri tehnologice.

Graficele de variație sunt prezentate în fig.4

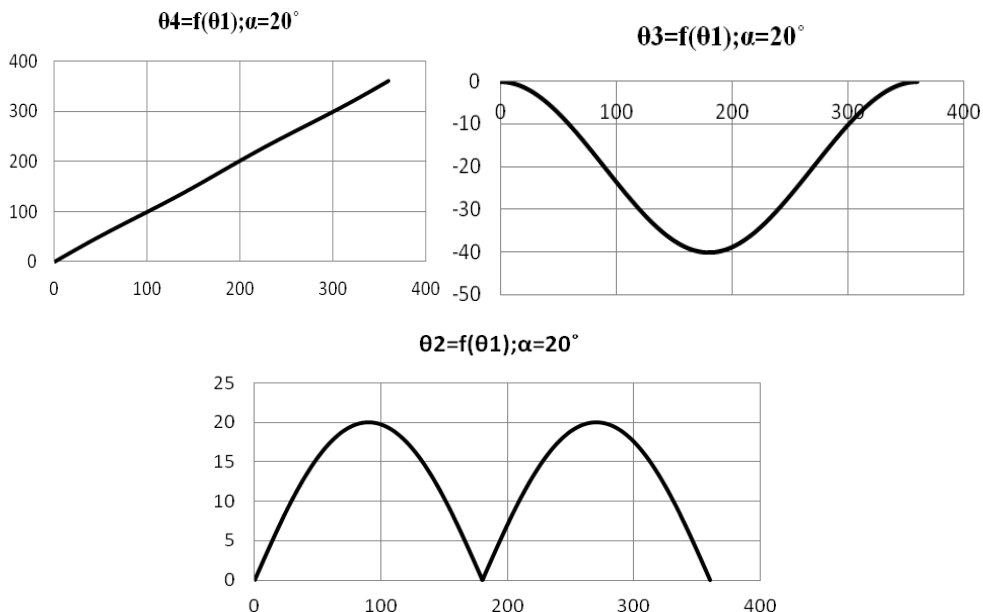


Fig. 4 – Variation graphs / Grafice de variație

**MATERIALS AND METHOD**

**The kinematics of cardanic joints with technical deviations**

*Identifying the geometrical deviations (technological)*

A kinematic diagram that represents a mechanism with one cardan joint, with all geometrical deviations possible, is presented in figure 5.

**MATERIALE ȘI METODĂ**

**Cinematica articulației cardanice cu abateri tehnologice**

*Identificarea abaterilor geometrice (tehnologice)*

O schemă cinematică care reprezintă un mecanism cu articulație cardanică cu toate abaterile geometrice posibile este redată în fig. 5.

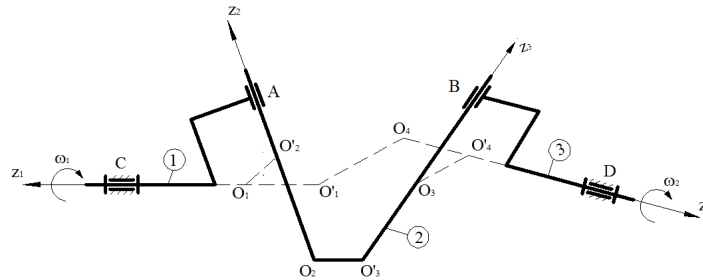


Fig. 5 – Technological deviations / Abateri tehnologice

These deviations are small and fulfill the condition:

$$\alpha_i = \frac{\pi}{2} + \Delta\alpha_i, i = 1,2,3; \alpha_4 = \pi - \alpha; \sigma_i = O_i O'_{i+1}, i = 1,2,; \sigma_4 = O_4 O'_i \quad (3.1)$$

Aceste abateri sunt mici și îndeplinesc condițiile :

The angular deviation of the main shaft bracket is defined by the parameter  $\Delta\alpha_1$  and the smoothness deviations for the same bracket is given by the parameter  $\sigma_1$ .

Abaterea unghiulară a furcii arborelui conducător este definită de parametrul  $\Delta\alpha_1$  iar abaterea de la planeitate pentru aceeași furcă este dată de parametrul  $\sigma_1$ .

The angular deviation of the cardanic cross 2 is given by the parameter  $\Delta\alpha_2$  and also the deviation from smoothness is given by the parameter  $\sigma_2$ .

Abaterea unghiulară a crucii cardanice 2 este dată de parametrul  $\Delta\alpha_2$  iar abaterea de planeitate este dată de parametrul  $\sigma_2$ .

The angular deviation of the driven shaft bracket 3 is given by the parameter  $\Delta\alpha_3$  and the smoothness deviation is given by the parameter  $\sigma_3$ .

Abaterea unghiulară a furcii arborelui condus 3 este dată de parametrul  $\Delta\alpha_3$  iar abaterea de planeitate este dată de parametrul  $\sigma_3$ .

The angular deviation of the driven shaft 3 depending on the driving shaft 1 is given by the parameter  $\sigma_4$ .

Abaterea de planeitate a arborelui condus 3 față de arborele conducător 1 este dată de parametrul  $\sigma_4$ .

*The influence of technological deviations over the kinematic parameters*

*Influența abaterilor tehnologice asupra parametrilor cinematici*

As shown in default of shafts 1 and 3 points are known (figure 4).

Așa cum s-a arătat în lipsa abaterilor arborilor 1, 3 sunt cunoscute, punctele (fig. 4).

$O_4, O'_1, O_1, O'_2, O_2, O'_3, O_3, O'_4$ , are overlaid with point O (fig. 5) and the kinematic cylindrical couples A, B and D become rotation kinematic couples (there are no displacements  $s_2, s_3, s_4$ , along the axes  $Oz_2, Oz_3, Oz_4$ ).

$O_4, O'_1, O_1, O'_2, O_2, O'_3, O_3, O'_4$ , se suprapun cu punctul O (fig. 5) iar cuplele cinematice cilindrice, A, B, D, devin cuple cinematice de rotație (nu există deplasări  $s_2, s_3, s_4$ , în lungul axelor  $Oz_2, Oz_3, Oz_4$ ).

The existence of technical deviations conducts to the displacements  $s_i, i = 1,2,3,4$  and by blocking them, the excess efforts from the rotation kinematic couples A, B, C, D appear (fig. 2).

Existența abaterilor tehnologice duce la producerea deplasărilor  $s_i, i = 1,2,3,4$  iar acestea fiind împiedicate fac să apară eforturi suplimentare în cuplele cinematice de rotație A, B, C, D (fig. 2).

In order to determine these displacements it is first necessary to calculate the angular parameters  $\theta_2, \theta_3, \theta_4$  variation depending on the angle  $\theta_1$  from the equation system:

În vederea determinării acestor deplasări este necesar a calcula mai întâi variația parametrilor unghiulari  $\theta_2, \theta_3, \theta_4$ , în funcție de unghiul  $\theta_1$  din sistemul de ecuații:

$$A_i s \theta_{i+1} - B_i c \theta_{i+1} + C_i = 0; i = 1,2,3 \quad (3.2)$$

For this purpose, one uses the Newton method [11] and with the notations:

În acest sens, se utilizează metoda Newton [11] și cu notațiile :

$$[\theta] = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix}; [\Delta\theta] = \begin{bmatrix} \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \\ \Delta\theta_4 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\Psi_i = A_i s \theta_{i+1} - B_i c \theta_{i+1} + C_i, \quad i = 1, 2, 3; \quad \{\Psi\} = \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$A_1^* = s \alpha_1 s \alpha_3 c \theta_3; \quad B_1^* = -s \alpha_1 c \alpha_2 s \theta_3 s \alpha_3; \quad C_1^* = c \alpha_1 s \alpha_2 s \theta_3 s \alpha_2 \quad (3.5)$$

$$A_2^* = s \alpha_2 s \alpha_4 c \theta_4; \quad B_2^* = -s \alpha_2 c \alpha_3 s \theta_4 s \alpha_4; \quad C_2^* = c \alpha_2 s \alpha_3 s \theta_4 s \alpha_4 \quad (3.6)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} A_1 c \theta_2 + B_1 s \theta_2 & A_1^* s \theta_2 - B_1^* c \theta_2 + C_1^* & 0 \\ 0 & A_2 c \theta_3 + B_2 s \theta_3 & A_2^* s \theta_3 - B_2^* c \theta_3 + C_2^* \\ 0 & 0 & A_3 c \theta_4 + B_3 s \theta_4 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

is obtained the matric equation:

se obține ecuația matricială:

$$\{\Delta\theta\} = -[J]^{-1} \{\Psi\} \quad (3.8)$$

from which results the variation  $\{\Delta\theta\}$  for the known values of angles  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$

din care se obține variația  $\{\Delta\theta\}$  pentru valorile cunoscute ale unghiurilor  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$

**RESULTS**

One considers a cardanic joint for which:

$\alpha = 0^\circ; \Delta\alpha_i = 0,001rad; s_1 = 0,001; \sigma_i = 0,001, i = 1, 2, 3.$

The variation graphs are presented in figure 6.

**REZULTATE**

Se consideră o articulație cardanică pentru care:

$\alpha = 0^\circ; \Delta\alpha_i = 0,001rad; s_1 = 0,001; \sigma_i = 0,001, i = 1, 2, 3$

Graficele de variație sunt prezentate în fig.6

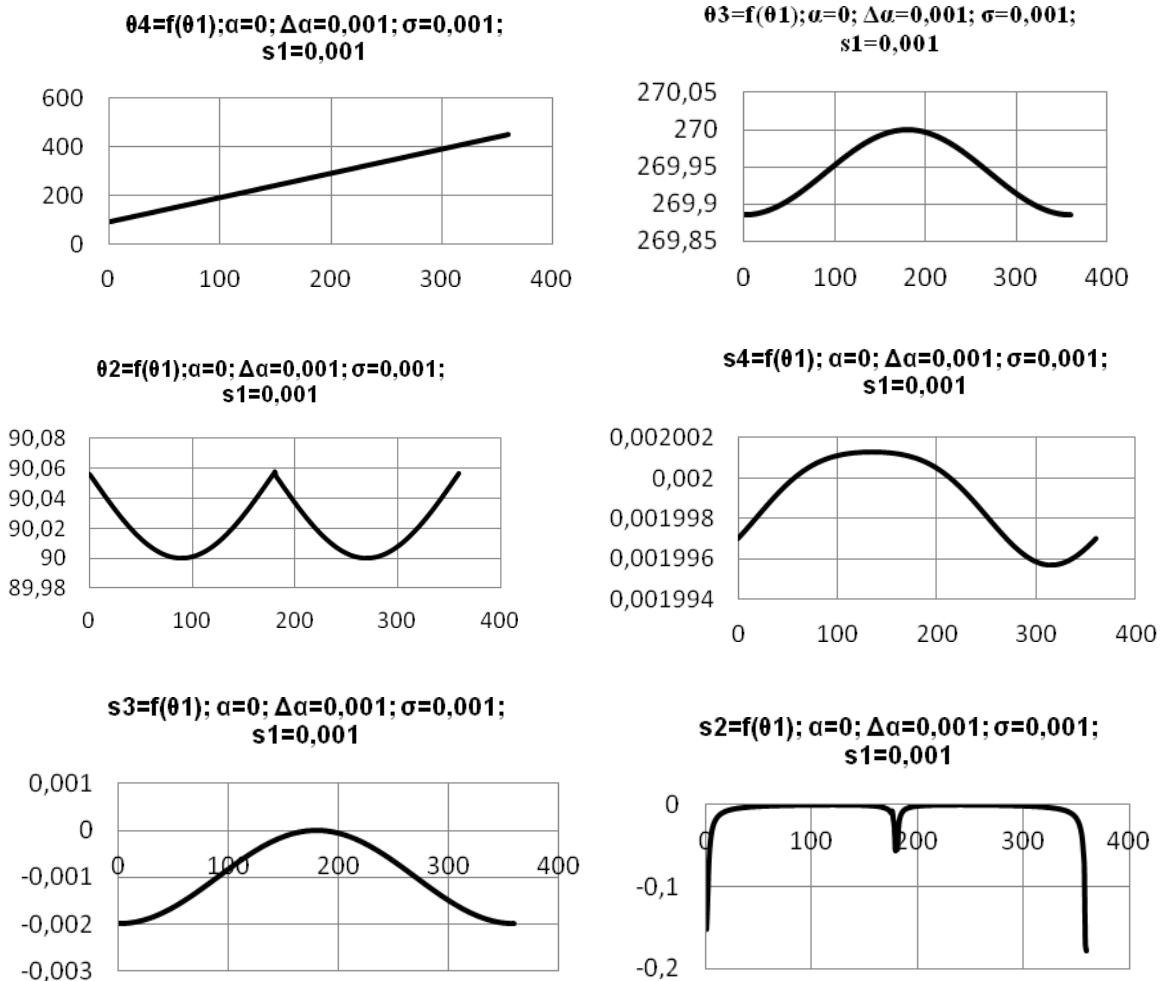


Fig. 6 – Variation graphs / Grafice de variație

**CONCLUSIONS**

For the normal cardan joint with no technical deviations:

- in the initial position where,  $\theta_1^0 = 0$  results  $\theta_2^0 = \frac{\pi}{2}$ ;

$$\theta_3^0 = \frac{3\pi}{2} + \alpha; \theta_4^0 = \frac{\pi}{2}.$$

- for  $\alpha = 20^\circ$ : when  $\theta_1$  covers the interval  $0 - 360^\circ$ , the angle  $\theta_4^*$  varies between  $0 - 360^\circ$ ; angle  $\theta_3^*$  varies between  $0 \div -2\alpha$ ; angle  $\theta_2^*$  varies between  $0 \div \alpha$ ;

For the normal cardan joint with technical deviations with  $\alpha = 0^\circ$  and  $\Delta\alpha_i = 0,001rad$ , when  $\theta_1$  covers the interval  $0 - 360^\circ$ , the angle  $\theta_4$  varies between  $90 - 450^\circ$ ; angle  $\theta_3$  varies between  $269,88 - 270^\circ$ ; angle  $\theta_2$  varies between  $90 - 90,06^\circ$ ;

The influence of  $\sigma_i$  and  $s_1$  deviations over the angles  $\theta_4; \theta_3; \theta_2$  are insignificant as value.

The variation of angles  $\Delta\alpha_i$ ,  $i=1,2,3$  does not influence the displacements  $s_i$ ,  $i=2,3,4$ .

The displacements  $s_i$ ,  $i=2,3,4$ . are influenced only by the value of the  $\sigma_i$  and  $s_1$  parameters.

For  $\alpha = 0^\circ$ , the variation curves form of the kinematic parameters are alike.

**REFERENCES**

- [1]. Buzdugan Gh., Fetcu L., Rade M. (1975) - *Systems vibrations*, R.S.R. Academy Publishing House, Bucharest;
- [2]. Dumitru N., Nahu Gh., Vintilă D. (2008) - *Mechanisms and mechanic shafting*, Didactic and Pedagogical Publishing House, Bucharest;
- [3]. Dudiță Fl. (1996) - *Cardan shafting*, Technical Publishing House, Bucharest;
- [4]. Dudiță Fl., Diaconescu D., Bohn Cr., Neagoe M., Săulescu R. (2003) - *Cardan shafting*, Transilvania Expres Publishing House, Brașov;
- [5]. Hariss C., Crudu Gh. (1968) - *Shocks and vibrations*, Technical Publishing House, Bucharest;
- [6]. Pandrea N., Pârlac S. (2000) - *Mechanical vibrations*, University of Pitești Publishing House, Pitești;
- [7]. Pandrea N., Pârlac S., Popa D., (2001) - *Models for studying automotive vibrations*, Tiparg Publishing House, Pitești;
- [8]. Pandrea N. (2000) - *Solid mechanics plucheriane coordinates*, Romanian Academy Publishing House, Bucharest;
- [9]. Pandrea N., Popa D. (1977) - *Mechanism*, Technical Publishing House, Bucharest;
- [10]. Voinea R., Voiculescu D, Simion Fl. (1989) - *Introduction in the solid mechanics with applications in engineering*, R.S.R. Academy, Bucharest.

**CONCLUZII**

Pentru articulația cardanică normală fără abateri tehnologice:

- în poziția inițială când,  $\theta_1^0 = 0$  rezultă  $\theta_2^0 = \frac{\pi}{2}$ ;

$$\theta_3^0 = \frac{3\pi}{2} + \alpha; \theta_4^0 = \frac{\pi}{2}.$$

- pentru  $\alpha = 20^\circ$ : când  $\theta_1$  parcurge intervalul  $0 - 360^\circ$ , unghiul  $\theta_4^*$  variază între  $0 - 360^\circ$ ; unghiul  $\theta_3^*$  variază între  $0 \div -2\alpha$ ; unghiul  $\theta_2^*$  variază între  $0 \div \alpha$ ;

Pentru articulația cardanică normală cu abateri tehnologice cu  $\alpha = 0^\circ$  și  $\Delta\alpha_i = 0,001rad$ , când  $\theta_1$  parcurge intervalul  $0 - 360^\circ$ , unghiul  $\theta_4$  variază între  $90 - 450^\circ$ ; unghiul  $\theta_3$  variază între  $269,88 - 270^\circ$ ; unghiul  $\theta_2$  variază între  $90 - 90,06^\circ$ ;

Influențele abaterilor  $\sigma_i$  și  $s_1$  asupra unghiurilor  $\theta_4; \theta_3; \theta_2$  sunt nesemnificative ca valoare.

Variațiile unghiurilor  $\Delta\alpha_i$ ,  $i=1,2,3$  nu influențează deplasările  $s_i$ ,  $i=2,3,4$ .

Deplasările  $s_i$ ,  $i=2,3,4$ . sunt influențate doar de variația parametrilor  $\sigma_i$  și  $s_1$ .

Pentru  $\alpha = 0^\circ$ , forma curbilor de variație a parametrilor cinematici sunt asemănătoare.

**BIBLIOGRAFIE**

- [1]. Buzdugan Gh., Fetcu L., Rade M. (1975) - *Vibrațiile sistemelor*, Editura Academiei R.S.R., București;
- [2]. Dumitru N., Nahu Gh., Vintilă D. (2008) - *Mecanisme și transmisii mecanice*, Editura Didactică și Pedagogică, București;
- [3]. Dudiță Fl., (1996) - *Transmisii cardanice*, Editura Tehnică, București;
- [4]. Dudiță Fl., Diaconescu D., Bohn Cr., Neagoe M., Săulescu R. (2003) - *Transmisii cardanice*, Editura Transilvania Expres, Brașov;
- [5]. Hariss C., Crudu Gh. (1968) - *Jocuri și vibrații*, Editura Tehnică, București;
- [6]. Pandrea N., Pârlac S. (2000) - *Vibrații mecanice*, Editura Universitatea din Pitești;
- [7]. Pandrea N., Pârlac S., Popa D., (2001) - *Modele pentru studiul vibrațiilor automobilelor*, Editura Tiparg, Pitești;
- [8]. Pandrea N. (2000) - *Elemente de mecanica solidelor în coordonate plucheriene*, Editura Academiei Române, București;
- [9]. Pandrea N., Popa D. (1977) - *Mecanisme*, Editura Tehnică, București;
- [10]. Voinea R., Voiculescu D, Simion Fl. (1989) - *Introducere în mecanica solidului cu aplicații în inginerie*, Editura Academiei R.S.R., București.