# DYNAMIC MODELLING OF A CONICAL VIBRATORY THREE-POINTS SUSPENDED SIEVE

```
1
```

MODELAREA DINAMICĂ A UNEI SITE CONICE VIBRATOARE SUSPENDATĂ ÎN TREI PUNCTE

Ph.D. Eng. Stoica D.<sup>1)</sup>, Prof. Ph.D. Eng. Voicu Gh.<sup>1)</sup>, Prof. Ph.D. Eng. Plosceanu B.<sup>1)</sup>, Assoc. Prof. Ph.D. Eng. Carp-Ciocârdia C.<sup>1)</sup>, Prof. Ph.D. Eng. Moise V.<sup>1)</sup>, Ph.D. Kabas O.<sup>2)</sup> <sup>1)</sup>P.U. Bucharest / Romania; <sup>2)</sup>Batı Akdeniz Agricultural Research Institute, Antalya / Turkey

E-mail: dorelstc@yahoo.com

**Abstract:** The dynamical study of oscillatory motion in the horizontal plane of a conical sieve with vertical axis, suspended in three points, is presented in this paper. The sieve is suspended with three elastic cables, in three points, at the top and at the bottom. The differential equations of the sieve motion in polar coordinates have been determined with Lagrange's equations. The trajectory of the sieve joint point to the acting mechanism was graphically drawn. Analyzing the trajectory of a point on the sieve, some qualitative assessments on material motion on the sieve, in separation process, can be done.

**Keywords:** generalized coordinates, Lagrange's equations, numerical integration, oscillatory motion, conical sieve

## INTRODUCTION

A sieve with outer conical separating surface was used to clean rape seeds of large foreign bodies. The sieve is suspended with flexible elastic wires, in three equidistant points, at the top and at the bottom [8].

The steel cables diameter is  $\phi$  1.5 mm. The acting mechanism provides mostly an alternating circular motion of which amplitude can be measured to the edge of the sieve on both sides of the equilibrium position of oscillation. At this point an arm of length d is connected to the acting mechanism (horizontal oscillating circular saw).

The acting mechanism consists of an alternating current electric engine with a power of 710W and a wormwheel drive with oscillating crank lever acting system. This one has the control button eccentrically disposed on the worm wheel of the transmission mechanism.

The oscillating crank lever stroke of the acting system is of 16mm. The slider arm is joined by a spherical joint on the arm stiffened with the sieve and it is laid on radial direction to the base circle of the cone.

The experimental equipment is provided with the possibility to set the oscillating motion parameters namely the oscillation frequency F, and the oscillation amplitude  $A_i$ .

Oscillation frequency can be changed from the electric motor by varying the electric current parameters. The oscillation amplitude can be modified by changing the position of acting mechanism in relation to the radial arm of the sieve, joined one to the other by a spherical joint.

By the eccentric tangential positioning of the arm joint of acting mechanism to the conical sieve, it develops almost circular oscillations towards the vertical axis of the cone. This motion is assumed to be oscillatory, because the vertical axis of the sieve (its center) was not constrained to move in the direction of the arm joined with the sieve (placed radially at the base circle of the cone).

The equipment designed and experimentally developed was used both to determine the vibratory motions of the separation surface (as an agricultural products processing element) and to estimate the material movement on the sieve and the separation and seed crops sorting process efficiency. The schematic representation of the conical suspended sieve is presented in fig.1 [7, 8].

**Rezumat:** În lucrare se prezintă studiul dinamic al unei site conice cu ax vertical, cu mişcare oscilantă în plan orizontal, suspendată în trei puncte, la partea de sus și la partea de jos, prin trei cabluri elastice. Pe baza ecuațiilor lui Lagrange au fost determinate ecuațiile diferențiale ale mişcării sitei în coordonate polare. A fost trasată grafic traiectoria punctului de articulație a sitei la mecanismul de acționare. Pe baza traiectoriei punctului de pe sită se pot face aprecieri calitative cu privire la mişcarea materialului pe sită în procesul de separare.

**Cuvinte cheie:** coordonate generalizate, ecuațiile lui Lagrange, integrare numerică, mişcare oscilantă, sită conică

## INTRODUCERE

O sită cu suprafață de separare conică exterioară, suspendată în trei puncte echidistante, atât la partea de sus, cât și la partea de jos, cu fire elastice flexibile, a fost utilizată la curățirea semințelor de rapiță de corpuri străine mari.

Diametrul cablurilor de oțel este  $\phi$ 1,5 mm. Mecanismul de acționare al sitei a fost astfel conceput încât să asigure în principal o mişcare circulară alternativă cu o anumită amplitudine, măsurată la marginea sitei conice, de o parte și de cealaltă a poziției neutre de oscilație în care este fixat un braț de legătură de lungime d, la mecanismul de acționare (de tip ferăstrău pendular).

Mecanismul de acționare este compus dintr-un motor electric de curent alternativ cu puterea de 710 W și un sistem de acționare de tip melc roată melcată cu culisă oscilantă, cu butonul de acționare dispus excentric pe roata melcată a transmisiei mecanismului.

Cursa culisei oscilante a sistemului de acționare este de 16 mm, brațul culisei fiind articulat printr-o articulație sferică la brațul rigidizat cu sita dispus pe direcție radială la cercul de bază al conului.

Standul experimental este prevăzut cu posibilitatea reglării parametrilor mişcării oscilante și anume a frecvenței de oscilație, F și a amplitudinii oscilației, A<sub>i</sub>.

Frecvența de oscilație se poate modifica de la motorul electric prin variația parametrilor curentului electric, iar amplitudinea oscilației se poate modifica prin schimbarea poziției de dispunere a mecanismului de acționare în raport cu brațul radial al sitei, articulate între ele printr-o articulație sferică.

Prin dispunerea excentrică, tangențială a articulației brațului mecanismului de acționare la sita conică, aceasta realizează oscilații aproximativ circulare față de axa verticală a conului, mișcarea fiind însă o mișcare presupus oscilantă deoarece axa verticală a sitei (centrul acesteia) nu a fost constrânsă să se deplaseze pe direcția brațului solidar cu sita (dispus radial la cercul de bază al conului).

Utilajul conceput și realizat experimental a fost utilizat atât în cadrul unor determinări ale mișcărilor vibratorii ale suprafeței de separare (ca organ de prelucrare a produselor agricole), dar și pentru estimarea mișcării materialului pe sită, precum și a eficienței procesului de separare și sortare a semințelor unor culturi agricole. Reprezentarea schematică a sitei conice suspendate este prezentată în fig.1 [7, 8].



Fig. 1 – System schematic representation of suspended conical sieve/ Reprezentarea schematica a sitei conice suspendate

## MATERIAL AND METHOD

Considering the coordinate system presented in the figure above, first the coordinates of the suspending cables clamping-in points of the static position of the sieve (D<sub>1</sub> E<sub>1</sub>, D<sub>2</sub> E<sub>2</sub>, D<sub>3</sub> E<sub>3</sub>) and then the position vectors relative to the fixed reference system  $O_1x_1y_1z_1$  (fig.1), as well as their moduli, have been written.

Thereby, these vectors have the following expressions

$$\overline{O_1 B_1} = (L - R)\overline{i}; \ \overline{O_1 B_2} = (L + \frac{R}{2})\overline{i} + R\frac{\sqrt{3}}{2}\overline{j}; \ \overline{O_1 B_3} = (L + \frac{R}{2})\overline{i} - R\frac{\sqrt{3}}{2}\overline{j}$$
(1)

Astfel expresiile acestor vectori sunt:

acestor vectori.

**MATERIAL ȘI METODĂ** 

where *L* is the distance, in the  $O_1x_1y_1$  plane, between the acting point and the mass center  $C_1$  and *R* is the clamping radius of suspension cables in relation to the sieve.

There are considered as known: the length of the suspension cables at the top and bottom,  $I_1$  respectively  $I_2$ , the radius of the sieve generator  $R_0$ ; the length, I; and the mass,  $m_2$ , of the arm connected to the acting mechanism the sieve cone height h and the sieve mass  $m_1$ .

The moduli of the position vectors represented in fig.1 have the following expressions:

în care *L* este distanța de la punctul de acționare la centrul de greutate al sitei  $C_1$  în planul  $O_1x_1y_1$ , iar *R* este raza de prindere a cablurilor de suspendare în raport cu sita.

Pentru sistemul de coordonate prezentat în figură au

fost scrise mai întâi coordonatele punctelor de prindere a

cablurilor de suspendare ale sitei în poziție statică (D<sub>1</sub> E<sub>1</sub>,

D<sub>2</sub> E<sub>2</sub>, D<sub>3</sub> E<sub>3</sub>), și apoi vectorii de poziție în raport cu

sistemul de referință fix  $O_1x_1y_1z_1$  (fig.1) precum și modulul

Se consideră cunoscute: lungimea cablurilor de suspendare la partea de sus și la partea de jos  $l_1$  respectiv  $l_2$ ; raza cercului generator al sitei  $R_0$ ; lungimea brațului de legătură cu mecanismul de acționare  $l_1$  înălțimea conului sitei  $h_1$  masa sitei  $m_1$  și masa brațului de legătură cu mecanismul de acționare  $m_2$ .

Pentru schema reprezentată, modulele vectorilor de poziție sunt:

$$\overline{O_1B_1} = L - R; \ \overline{O_1B_2} = \sqrt{R^2 + L^2 + RL}; \ \overline{O_1B_3} = \sqrt{R^2 + L^2 + RL}.$$
 (2)

Knowing the masses and dimensions of the sieve components one can determine the mass center coordinates of the whole equipment, C ( $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ ).

Any current position of the working system can be graphically represented as in fig.2.

If one neglects the vertical displacement, the sieve plane parallel movement in generalized coordinates is defined by  $\lambda$  and  $\theta$  parameters, given by the relations (3):

Cunoscând masele și dimensiunile elementelor componente ale sitei se pot determina coordonatele centrului de masă ale întregii instalații,  $C(\xi, \eta, \zeta)$ .

O poziție curentă, oarecare a sistemului de lucru poate fi reprezentata grafic prin schemele din fig.2.

Neglijând deplasarea pe verticală, mişcarea plan paralelă a sitei în coordonate generalizate este definită de parametrii  $\lambda$  și  $\theta$ , dati de relațiile (3):

$$\hat{\lambda} = O_1 O, \ \hat{\theta} = \checkmark \left( Ox; \ Ox_1 \right). \tag{3}$$



Fig. 2 – System representation in current position / Reprezentarea schematică a sitei conice suspendate în poziție curentă

Applying the Lagrange's equations, the differential equations of the motion of the conical suspended sieve were determined (see rel. 4):

Determinarea ecuațiilor diferențiale ale mişcării sitei conice suspendate a fost realizată aplicând ecuațiile lui Lagrange, relațiile (4):

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial E}{\partial q_k} = Q_k^C + Q_k^n , \ k = 1, 2, \dots, n$$
(4)

where: *E* is the kinetic energy of the system composed of the conical sieve and the connecting arm,  $q_k$  - the generalized coordinates,  $\dot{q}_k$  - the generalized velocities,

 $Q_k^C$  are the conservative generalized forces and  $Q_k^n$  are the non conservative generalized forces.

To apply the Lagrange's equations one calculates the current position of the mass center (5), the moments of inertia tensor of the working body, the kinetic energy of the system, the function of force.

în care: E – reprezintă energia cinetică a sistemului format din sita conică și brațului de legătură;  $q_k$  - coordonatele generalizate;  $\dot{q}_k$  - vitezele generalizate;  $Q_k^C$  - forțele generalizate conservative;  $Q_k^n$  - forțele generalizate neconservative.

Pentru aplicarea ecuațiilor lui Lagrange au fost calculate: poziția curentă a centrului de masă (5), tensorul momentelor de inerție ale organului de lucru, energia cinetică a sistemului, funcția de forță.

$$C[\xi\cos\theta;(\lambda-\xi\sin\theta);\zeta] \tag{5}$$

The inertia moments tensor of the working body is obtained by summing the moments of inertia tensor of the conical sieve with the moments of inertia tensor of the connecting arm to the acting mechanism, respectively: Tensorul momentelor de inerție ale organului de lucru se obține prin însumarea tensorului momentelor de inerție ale sitei conice cu tensorul momentelor de inerție ale brațului de legătură cu mecanismul de acționare, respective:

$$J_{c} = [J_{C}^{1}] + [J_{C}^{2}].$$
(6)

The moments of inertia tensor of the conical sieve with respect to its mass center, written in matrix form, is:

Tensorul momentelor de inerție ale sitei conice în raport cu centrul său de greutate, scris sub formă matriceală, este:

$$\begin{bmatrix} J_{C_1}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{m_1 R_0^2}{4} + \frac{m_1 h^2}{18} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_1 R_0^2}{4} + \frac{m_1 h^2}{18} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_1 R_0^2}{2} \end{bmatrix}$$
(7)

The moments of inertia tensor of the connecting arm to the acting mechanism with respect to its mass center, is given by relation (8)

The kinetic energy of the working system (sieveconnecting arm), considering that the sieve vertical displacement is neglected, is given by relation (9) Tensorul momentelor de inerție ale brațului de legătură cu mecanismul de acționare în raport cu centrul sau de greutate, este dat de relația (8)

$$\begin{bmatrix} J_{C_2}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_2 \ell_2^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_2 \ell_2^2}{12} \end{bmatrix}$$
(8)

Energia cinetică a sistemului de lucru (sita – braț de legătură) în condițiile în care se neglijează deplasarea sitei pe verticală este dată în relatia (9)

$$E = \frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}J_c\omega^2,$$
 (9)

in which, *m* is the mass of the system consisting of conical sieve and connecting arm,  $v_c$  – mass center velocity,  $J_c$  – the moment of inertia,  $\omega$  – the angular velocity of the system.

Deriving the mass center current position coordinates, the mass center velocity is determined. Then, the kinetic energy of the system is determined with relation (10) brațul de acționare;  $v_c$  – viteza centrului de masă;  $J_c$  – moment de inerție;  $\omega$  - viteza unghiulară a sistemului. După derivarea coordonatelor centrului de masă în poziția

în care m este masa sistemului format din sita conică și

etic curentă se determină viteza centrului de masă al sistemului, după care se determină energia cinetică a sistemului.

$$E = \frac{1}{2}m\dot{\lambda}^2 + \frac{1}{2}\left(J_c + m\xi^2\right)\dot{\theta}^2 - m\xi\dot{\lambda}\dot{\theta}\cos\theta.$$
 (10)

Following the mathematical model known for applying Lagrange's equations, the kinetic energy derivatives with respect to the coordinates  $\lambda$  and  $\theta$ , the velocities  $\dot{\lambda}$ ,  $\dot{\theta}$  and the time *t*, were determined (11):

Urmărind modelul matematic cunoscut pentru aplicarea ecuațiilor lui Lagrange, au fost determinate derivatele energiei cinetice în raport cu coordonatele  $\lambda$  și  $\theta$ , vitezele  $\dot{\lambda}$ ,  $\dot{\theta}$  și cu timpul *t*, care sunt date de relațiile (11).

$$\frac{\partial E}{\partial \lambda} = 0; \quad \frac{\partial E}{\partial \dot{\lambda}} = m\dot{\lambda} - m\xi\dot{\theta}\cos\theta; \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\lambda}}\right) = m\ddot{\lambda} - m\xi\ddot{\theta}\cos\theta + m\xi\dot{\theta}^{2}\sin\theta; \\ \frac{\partial E}{\partial \theta} = m\xi\dot{\lambda}\dot{\theta}\sin\theta; \qquad \frac{\partial E}{\partial \dot{\theta}} = \left(J_{C} + m\xi^{2}\right)\dot{\theta} - m\xi\dot{\lambda}\sin\theta; \quad (11) \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\theta}}\right) = \left(J_{C} + m\xi^{2}\right)\ddot{\theta} - m\xi\dot{\lambda}\dot{\theta}\cos\theta.$$

For the acting mechanism that generates an harmonic motion, the vibration generating force is defined by function:

Pentru mecanismul de acționare care imprimă o mişcare oscilatorie armonică, forța generatoare de vibrații este definită de funcția:

$$F = F_0 \sin \Omega t . \tag{12}$$

The non-conservative generalized forces were determined, as follows, with relations (13). Using the expression (14) of the force function, the conservative generalized forces were determined too, by noting:

Au fost determinate în continuare forțele generalizate neconservative date de relațiile (13) precum și cele conservative utilizând expresia funcției de forță (14)

$$Q_k^n = Q_\lambda = \frac{\delta L_\lambda}{\delta \lambda} = \frac{F_o \sin \Omega t \cdot \delta \lambda}{\delta \lambda} = F_o \sin \Omega t; \ Q_k^n = Q_\theta = 0 \tag{13}$$

$$U = -\frac{1}{2}k_1 \left[ \left( \Delta \ell_{B_1 D_1} \right)^2 + \left( \Delta \ell_{B_2 D_2} \right)^2 + \left( \Delta \ell_{B_3 D_3} \right)^2 \right] - \frac{1}{2}k_2 \left[ \left( \Delta \ell_{B_1 E_1} \right)^2 + \left( \Delta \ell_{B_2 E_2} \right)^2 + \left( \Delta \ell_{B_3 E_3} \right)^2 \right], \tag{14}$$

 $\Delta \ell_{B_i D_i}$  is the suspending cables elongation on the top of the sieve,  $\Delta \ell_{B_i E_i}$  is the suspending cables elongation on the bottom of the sieve and  $k_1$  and  $k_2$  are the suspending cables stiffness on the top and on the bottom of the sieve. Using the expressions of the vectors corresponding to the length of the undistorted wires, the expressions of vectors corresponding to a distorted position, at the top and at the bottom of the sieve, resulted, so that the suspending cables elongations were calculated. It resulted the following expression of the force function:

unde:  ${}_{\Delta\ell}{}_{B_iD_i}$  este alungirea cablurilor de suspendare a sitei

la partea superioară,  $\Delta \ell_{B_i E_i}$  este alungirea cablurilor de suspendare a sitei la partea inferioară iar  $k_1$  și  $k_2$  sunt rigiditățile cablurilor de suspendare ale sitei la partea superioară și respective la partea inferioară. În continuare au fost calculate alungirile cablurilor de suspendare folosind expresiile vectorilor atașați lungimii firelor din poziția nedeformată din care au rezultat vectorii corespunzători firelor în poziția deformată, atât la partea de sus cât și la partea de jos a sitei. Expresia funcției de forță a sistemului de lucru este următoarea:

$$\begin{aligned} U &= -\frac{1}{2}k_1 \Big[ a_{11} + \lambda^2 - a_{12}\cos\theta - a_{13}\lambda\sin\theta + l_1^2 - 2\ell_1\sqrt{a_{11} + \lambda^2 - a_{12}\cos\theta - a_{13}\lambda\sin\theta} \Big] - \\ &- \frac{1}{2}k_1 [\lambda^2 + \ell_1^2 + a_{21} - a_{22}\cos(\alpha - \theta) - a_{23}\sin(\alpha - \theta) - \lambda a_{24} - \lambda a_{25}\sin(\alpha - \theta) - \\ &- 2\ell_1\sqrt{a_{21} - a_{22}\cos(\alpha - \theta) - a_{23}\sin(\alpha - \theta) - \lambda a_{24} - a_{25}\lambda\sin(\alpha - \theta)} \Big] - \\ &- \frac{1}{2}k_1 [\lambda^2 + \ell_1^2 + a_{31} - a_{32}\cos(\theta + \alpha) + a_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda a_{34} - \lambda a_{35}\sin(\alpha + \theta) - \\ &- 2\ell\sqrt{a_{31} - a_{32}\cos(\alpha + \theta) - a_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda a_{34} - a_{35}\lambda\sin(\alpha + \theta)} \Big] - \\ &- \frac{1}{2}k_2 [b_{11} + \lambda^2 - b_{12}\cos\theta + b_{13}\lambda\sin\theta + \ell_2^2 - 2\ell_2\sqrt{b_{11} + \lambda^2 - b_{12}\cos\theta + b_{13}\lambda\sin\theta}] \quad (15) \\ &- \frac{1}{2}k_2 [\lambda^2 + \ell_2^2 + b_{21} - b_{22}\cos(\alpha - \theta) - b_{23}\sin(\alpha - \theta) - \lambda b_{24} - \lambda b_{25}\sin(\alpha - \theta) - \\ &- 2\ell_2\sqrt{b_{21} - b_{22}\cos(\alpha - \theta) - b_{23}\sin(\alpha - \theta) - \lambda b_{34} - \lambda b_{35}\sin(\alpha + \theta) - \\ &- \frac{1}{2}k_2 [\lambda^2 + \ell_2^2 + b_{31} - b_{32}\cos(\theta + \alpha) + b_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda b_{34} - \lambda b_{35}\sin(\alpha + \theta) - \\ &- 2\ell_2\sqrt{b_{31} - b_{32}\cos(\alpha + \theta) + b_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda b_{34} - \lambda b_{35}\sin(\alpha + \theta) - \\ &- 2\ell_2\sqrt{b_{31} - b_{32}\cos(\alpha + \theta) + b_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda b_{34} - \lambda b_{35}\sin(\alpha + \theta) - \\ &- 2\ell_2\sqrt{b_{31} - b_{32}\cos(\alpha + \theta) + b_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda b_{34} - b_{35}\lambda\sin(\alpha + \theta) - \\ &- 2\ell_2\sqrt{b_{31} - b_{32}\cos(\alpha + \theta) + b_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda b_{34} - \lambda b_{35}\sin(\alpha + \theta) - \\ &- 2\ell_2\sqrt{b_{31} - b_{32}\cos(\alpha + \theta) + b_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda b_{34} - \lambda b_{35}\lambda\sin(\alpha + \theta) - \\ &- 2\ell_2\sqrt{b_{31} - b_{32}\cos(\alpha + \theta) + b_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda b_{34} - b_{35}\lambda\sin(\alpha + \theta) - \\ &- 2\ell_2\sqrt{b_{31} - b_{32}\cos(\alpha + \theta) + b_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda b_{34} - b_{35}\lambda\sin(\alpha + \theta) - \\ &- 2\ell_2\sqrt{b_{31} - b_{32}\cos(\alpha + \theta) + b_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda b_{34} - b_{35}\lambda\sin(\alpha + \theta) - \\ &- 2\ell_2\sqrt{b_{31} - b_{32}\cos(\alpha + \theta) + b_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda b_{34} - b_{35}\lambda\sin(\alpha + \theta) - \\ &- 2\ell_2\sqrt{b_{31} - b_{32}\cos(\alpha + \theta) + b_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda b_{34} - b_{35}\lambda\sin(\alpha + \theta) - \\ &- 2\ell_2\sqrt{b_{31} - b_{32}\cos(\alpha + \theta) + b_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda b_{34} - b_{35}\lambda\sin(\alpha + \theta) - \\ &- 2\ell_2\sqrt{b_{31} - b_{32}\cos(\alpha + \theta) + b_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda b_{34} - b_{35}\lambda\sin(\alpha + \theta) - \\ &- 2\ell_2\sqrt{b_{31} - b_{32}\cos(\alpha + \theta) + b_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda b_{34} - b_{35}\lambda\sin(\alpha + \theta) - \\ &- 2\ell_2\sqrt{b_{31} - b_{32}\cos(\alpha + \theta) + b_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda b_$$

where one noted:

$$a_{11} = 2(L-R)^{2} + \ell_{1}^{2} \qquad a_{12} = 2(L-R)^{2} \qquad a_{13} = 2(L-R)$$

$$a_{21} = \left(L + \frac{R}{2}\right)^{2} + 2OB_{2}^{2} + \left(R\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2} + \ell_{1}^{2}; a_{22} = 2\left(L + \frac{R}{2}\right)OB_{2}; a_{23} = 2\left(R\frac{\sqrt{3}}{2}\right)OB_{2}; a_{24} = 2R\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$a_{25} = 2OB_{2} = 2\sqrt{L^{2} + R^{2} + LR}; a_{31} = \left(L + \frac{R}{2}\right)^{2} + OB_{3}^{2} + \left(-R\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2} + \ell_{1}^{2}; a_{32} = 2\left(L + \frac{R}{2}\right)OB_{3};$$

$$a_{33} = 2\left(-R\frac{\sqrt{3}}{2}\right)OB_{3}; a_{34} = 2R\frac{\sqrt{3}}{2}; a_{35} = 2OB_{3}; b_{11} = 2(L-R)^{2} + \ell_{2}^{2};$$

$$b_{12} = 2(L-R)^{2}; b_{13} = 2(L-R); \qquad (16)$$

$$b_{21} = \left(L + \frac{R}{2}\right)^{2} + 2OB_{2}^{2} + \left(R\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2} + \ell_{2}^{2}; b_{22} = 2\left(L + \frac{R}{2}\right)OB_{2}; b_{23} = 2\left(R\frac{\sqrt{3}}{2}\right)OB_{2}; b_{24} = 2R\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$b_{25} = 2OB_{2} = 2\sqrt{L^{2} + R^{2} + LR}; b_{31} = \left(L + \frac{R}{2}\right)^{2} + OB_{3}^{2} + \left(-R\frac{\sqrt{3}}{2}\right)OB_{2}; b_{24} = 2R\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$b_{25} = 2OB_{2} = 2\sqrt{L^{2} + R^{2} + LR}; b_{31} = \left(L + \frac{R}{2}\right)^{2} + OB_{3}^{2} + \left(-R\frac{\sqrt{3}}{2}\right)OB_{2}; b_{24} = 2R\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$b_{25} = 2OB_{2} = 2\sqrt{L^{2} + R^{2} + LR}; b_{31} = \left(L + \frac{R}{2}\right)^{2} + OB_{3}^{2} + \left(-R\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2} + \ell_{2}^{2};$$

$$b_{25} = 2OB_{2} = 2\sqrt{L^{2} + R^{2} + LR}; b_{31} = \left(L + \frac{R}{2}\right)^{2} + OB_{3}^{2} + \left(-R\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2} + \ell_{2}^{2};$$

$$b_{32} = 2\left(L + \frac{R}{2}\right)OB_{3}; b_{33} = 2\left(-R\frac{\sqrt{3}}{2}\right)OB_{3}; b_{34} = 2R\frac{\sqrt{3}}{2}; b_{35} = 2OB_{3}.$$

## RESULTS

Using the force function given by relation (17), the conservative generalized forces [3,4] were calculated,

# REZULTATE

Cu ajutorul funcției de forță dată de relația (17) au fost calculate forțele generalizate conservative [3,4],

$$Q_{\lambda}^{c} = \frac{\partial U}{\partial \lambda}, \ Q_{\theta}^{c} = \frac{\partial U}{\partial \theta}.$$
(17)

By replacing in Lagrange's equations, a system of two differential equations of second order in  $\lambda$  and  $\theta$  was obtained. These equations represent the motion equations system of the oscillating system with conical sieve.

Înlocuind în ecuațiile lui Lagrange s-au obținut sistemul de ecuații diferențiale de ordinul al doilea în  $\lambda$  și  $\theta$  care exprimă mişcarea sistemului oscilant cu sită conică.

$$\begin{split} m\ddot{\lambda} - m\xi\ddot{\theta}\cos\theta + m\xi\dot{\theta}^{2}\sin\theta &= F_{o}\sin\Omega t - \frac{1}{2}k_{1}[2\lambda - a_{13}\sin\theta - \frac{2\ell_{1}(2\lambda - a_{13}\sin\theta)}{2\sqrt{a_{11} + \lambda^{2} - a_{12}\cos\theta - a_{13}\lambda\sin\theta}}] - \\ -\frac{1}{2}k_{1}\{2\lambda - a_{24} - a_{25}\sin(\alpha - \theta) - \frac{2\ell_{1}[-a_{24} - a_{25}\sin(\alpha - \theta)]}{2\sqrt{a_{21} + a_{22}\cos(\alpha - \theta) - a_{23}\sin(\alpha - \theta) - \lambda a_{24} - a_{25}\lambda\sin(\alpha - \theta)}}\} - \\ -\frac{1}{2}k_{1}\{2\lambda - a_{33} - a_{35}\sin(\alpha + \theta) - \frac{2\ell_{1}[-a_{34} - a_{35}\sin(\alpha + \theta)]}{2\sqrt{a_{31} + a_{32}\cos(\alpha + \theta) - a_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda a_{34} - a_{35}\lambda\sin(\alpha + \theta)}}\} - \\ -\frac{1}{2}k_{2}[2\lambda + b_{13}\sin\theta - \frac{2\ell_{2}(2\lambda + b_{13}\sin\theta)}{2\sqrt{b_{11} + \lambda^{2} - b_{12}\cos\theta + b_{13}\lambda\sin\theta}}] - \frac{1}{2}k_{2}\{2\lambda - b_{24} - b_{25}\sin(\alpha - \theta) - \frac{2\ell_{2}[-b_{24} - b_{25}\sin(\alpha - \theta)]}{2\sqrt{b_{21} + b_{22}\cos(\alpha - \theta) - b_{23}\sin(\alpha - \theta) - \lambda b_{24} - b_{25}\lambda\sin(\alpha - \theta)}}\} - \\ -\frac{2\ell_{2}[-b_{34} - b_{35}\sin(\alpha - \theta) - \lambda b_{24} - b_{25}\lambda\sin(\alpha - \theta)]}{2\sqrt{b_{31} + b_{32}\cos(\alpha + \theta) - b_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda b_{34} - b_{35}\lambda\sin(\alpha + \theta)}}\}.$$
(18)

$$\left(J_{C} + m\xi^{2}\right)\ddot{\theta} - m\xi\ddot{\lambda}\sin\theta - m\xi\dot{\lambda}\dot{\theta}\cos\theta - m\xi\dot{\lambda}\dot{\theta}\sin\theta = \\ -\frac{1}{2}k_{1}\left[a_{12}\sin\theta - a_{13}\lambda\cos\theta - \frac{2\ell_{1}(a_{12}\sin\theta - a_{13}\lambda\cos\theta)}{2\sqrt{a_{11} + \lambda^{2} - a_{12}\cos\theta - a_{13}\lambda\sin\theta}}\right] - \\ -\frac{1}{2}k_{1}\left[-a_{22}\sin(\alpha - \theta) + a_{23}\cos(\alpha - \theta) + a_{25}\lambda\cos(\alpha - \theta) - \frac{2\ell_{1}[a_{22}\sin(\alpha - \theta) + a_{23}\cos(\alpha - \theta) + a_{25}\lambda\cos(\alpha - \theta)]}{2\sqrt{a_{21} + a_{22}\cos(\alpha - \theta) - a_{23}\sin(\alpha - \theta) - \lambdaa_{24} - a_{25}\lambda\sin(\alpha - \theta)}}\right] - \\ -\frac{1}{2}k_{1}\left[a_{32}\sin(\theta + \alpha) + a_{33}\cos(\alpha + \theta) - a_{35}\lambda\cos(\alpha + \theta) - \frac{2\ell_{1}[a_{32}\sin(\alpha + \theta) - a_{33}\cos(\alpha + \theta) - a_{35}\lambda\cos(\alpha + \theta)]}{2\sqrt{a_{31} + a_{32}\cos(\alpha + \theta) - a_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambdaa_{34} - a_{35}\lambda\sin(\alpha + \theta)}}\right] - \\ -\frac{1}{2}k_{2}\left[b_{12}\sin\theta + b_{13}\lambda\cos\theta - \frac{2\ell_{2}[b_{12}\sin\theta + b_{13}\lambda\cos\theta]}{2\sqrt{b_{11} + \lambda^{2} - b_{12}\cos\theta + b_{13}\lambda\sin\theta}}\right] - \\ -\frac{1}{2}k_{2}\left[-b_{22}\sin(\alpha - \theta) + b_{23}\cos(\alpha - \theta) + \lambda b_{25}\cos(\alpha - \theta) - \frac{2\ell_{2}[b_{22}\sin(\alpha - \theta) + b_{23}\cos(\alpha - \theta) + b_{25}\lambda\sin(\alpha - \theta)]}{2\sqrt{b_{21} + b_{22}\cos(\alpha - \theta) - b_{23}\sin(\alpha - \theta) - \lambdab_{24} - b_{25}\lambda\sin(\alpha - \theta)}}\right] - \\ -\frac{1}{2}k_{2}\left[b_{32}\sin(\theta + \alpha) + b_{33}\cos(\alpha + \theta) - \lambda b_{35}\cos(\alpha + \theta) - \frac{2\ell_{2}[b_{32}\sin(\alpha + \theta) - b_{33}\cos(\alpha + \theta) - b_{35}\lambda\sin(\alpha + \theta)]}{2\sqrt{b_{31} + b_{32}\cos(\alpha + \theta) - b_{33}\sin(\alpha + \theta) - \lambda b_{35}\lambda\sin(\alpha + \theta)}}\right] - \\$$

For an experimental equipment with conical sieve with circular holes, with known constructive parameters, respectively,

Pentru o instalație experimentală cu sită conică cu orificii circulare, cu parametrii constructivi cunoscuți, respectiv,

$$l_1 = 0,24 m; l_2 = 0,18; d = 0,0015 m; R_0 = 0,215 m; l = 0,205 m;$$

$$L = 0,420 m; R = 0,2 m; h = 0,015m; m_1 = 0,8 kg; m_2 = 0,4 kg$$

the stiffness coefficients,  $k_1$  and  $k_2$  [1], of the suspending cables on the top and on the bottom of the sieve, were first

au fost calculate mai întâi constantele de rigiditate ale cablurilor de legătură la partea de sus, respectiv la partea calculated as follows:

de jos *k*<sub>1</sub> și *k*<sub>2</sub> [1]:

$$k_1 = \frac{EA}{\ell_1}, \ k_2 = \frac{EA}{\ell_2}$$
 (19)

In relations (19), E represents the elastic modulus and A is the area of cables section.

Using numerical integration of differential equations Runge Kutta fourth order, with Turbo Pascal programming language [5,6], the numerical integration of the system (18) has been done.

With the obtained values, the trajectory of the sieve joint point to the acting mechanism arm was graphically drawn (fig.3).

Utilizând metoda de integrare numerică a ecuațiilor diferențiale Runge Kutta de ordinul IV, cu ajutorul limbajului de programare Turbo Pascal [5,6], s-a făcut integrarea numerică a sistemului (18).

Cu valorile obținute a fost trasată grafic traiectoria punctului de legătură a sitei cu brațul mecanismului de acționare, (fig.3).



j

Fig. 3 - The trajectory of the sieve joint point to the acting mechanism arm / Traiectoria punctului de legătură a sitei cu brațul mecanismului de acționare

### CONCLUSIONS

Suspended oscillating conical sieves are used to separate foreign bodies in mixed grain.

The dynamic analysis of the oscillating system with conical sieve is quite difficult, and the motion differential equations system of a point on the sieve is very complex.

This system can not be solved mathematically. Therefore, if the constructive parameters of the mechanical system are known, the numerical integration is necessary.

However, our numerical calculations and our observations have shown that the system has a harmonic motion that was graphically drawn in fig.3.

The mathematical model presented can be the basis for the design and construction of grain cleaning systems that have integrated such a sieve.

### REFERENCES

[1]. Buzdugan Gh. (1986) – *Strength of materials*, Publishing of Academy, Bucharest;

[2]. Enescu N., Bugaru M. (2000) – *Mechanics*, Printech Publishing, Bucharest;

[3]. Ion C., Crăifăleanu A. (2002) – Dynamic synthesis and analytical mechanics, Matrix-Rom Publishing, Bucharest;

[4]. Magheti I., Voiculescu L. (2000) – *Elements of applied mechanics*, Printech Publishing, Bucharest;

[5]. Moise V., Maican E., Moise St.I. (2007) – *Numerical methods*, Technical Publishing, Bucharest;

[6]. Simionescu I, Moise V. (1999) – *Mechanisms*, Editura Tehnică Publishing, Bucharest;

### CONCLUZII

Sitele conice oscilante suspendate sunt utilizate pentru separarea corpurilor străine din amestecurile de cereale.

Analiza dinamică a sistemului oscilant cu sită conică este destul de dificilă, iar sistemul de ecuații diferențiale ale mişcării unui punct de pe sită este deosebit de complex.

El nu poate fi rezolvat matematic şi de aceea este necesară integrarea numerică cunoscând parametrii constructivi ai sistemului mecanic.

Din calculele și observațiile noastre rezultă totuși o mișcare oscilatorie armonică a sistemului reprezentată grafic prin figura 3.

Modelul matematic prezentat poate sta la baza proiectării și construcției sistemelor de curățire a cerealelor care au integrate o astfel de sită.

### **BIBLIOGRAFIE**

[1]. Buzdugan Gh. (1986) – *Rezistența materialelor*, Editura Academiei R.S.R., București;

[2]. Enescu N., Bugaru M. (2000) – *Mecanică*, Editura Printech, București;

[3]. Ion C., Crăifăleanu A. (2002) – Sinteze de dinamică și mecanică analitică, Editura Matrix-Rom, București;

[4]. Magheți I., Voiculescu L. (2000) – *Elemente de mecanică aplicată*, Editura Printech, București;

[5]. Moise V., Maican E., Moise St.I. (2007) – *Metode numerice*, Editura Tehnică, Bucureşti;

[6]. Simionescu I, Moise V. (1999) – *Mecanisme*, Editura Tehnică, București;

[7]. Stoica D., Orasanu N., Craifaleanu A. (2011) – Conical vibrating sieve, U.P.B. Sci. Bull., Series D, Vol. 73, Iss. 4;
[8]. Stoica D. (2011) – Contributions to the study of vibration of machines for the processing of agricultural products (Ph.D. Thesis), U.P.B.

[7]. Stoica D., Orăşanu N., Craifaleanu A. (2011) – Conical vibrating sieve, U.P.B. Sci. Bull., Series D, Vol. 73, Iss. 4;
[8]. Stoica D. (2011) – Contribuții la studiul fenomenelor vibratorii privind utilajele din domeniul prelucrării produselor agricole (Teza de doctorat), U.P.B.