

ON THE VIBRATIONS OF THE CENTRIFUGES WITH A CYLINDER IN CONSOLE / ASUPRA VIBRAȚIILOR CENTRIFUGELOR CU TAMBURUL ÎN CONSOLĂ

Assoc. Prof. Ph.D. Eng. Boiangiu M.¹⁾, Math. Prof. Boiangiu G.²⁾

¹⁾Politehnica” University of Bucharest / Romania, ²⁾Secondary School No.11 Buzău / Romania
Tel: 0723688842; E-mail: mboiangiu@gmail.com

Abstract: This paper approaches a field of advanced research: the study of vibrations of industrial centrifuges by applying the transfer matrix method. It will be established a study model considering the shaft as continuous medium. Bending vibrations coupled with axial vibrations will be studied. The transfer matrix and the transition matrices will be established. The case of the free vibrations will be developed.

Keywords: natural frequencies, centrifuge, transfer matrix method, vibrations

INTRODUCTION

The centrifuge is a mechanical system composed of a flexible shaft and a cylinder mounted on the shaft (fig. 1) [7,5,9]. The weight of the cylinder is much bigger than that of the shaft. So, the mass of the shaft is negligible.

The centrifuges can be horizontal or vertical. In this paper the horizontal centrifuge is considered [7,10].

The model of the centrifuges in order to study the bending vibrations can be made in two ways:

- discrete system with a finite number of degrees of freedom, composed of a flexible shaft, with a negligible mass, positioned on two bearing blocks and a cylinder on the shaft [3];
- flexible shaft considered to be a continuous medium positioned on two bearing blocks and a cylinder fixed on the shaft.

This study has as objective the improvement of the study of vibrations of the centrifuge with the cylinder in console. That is why the study model is flexible shaft, considered to be a continuous medium, positioned on two bearing blocks and a basket fixed on the shaft. Also the study takes account of the coupling between the bending vibrations and the axial vibrations.

Rezumat: Lucrarea abordează un domeniu de cercetare avansată: studiul vibrațiilor centrifugelor industriale prin aplicarea metodei matricelor de transfer. Va fi stabilit un model de studiu considerând arborele ca fiind mediu continuu. Vor fi studiate vibrațiile de încovoiere cuplate cu vibrațiile axiale (longitudinale). Vor fi stabilite matricea de transfer și matricele de trecere. Va fi dezvoltat cazul vibrațiilor libere.

Cuvinte cheie: centrifugă, frecvențe proprii, metoda matricelor de transfer, vibrații

INTRODUCERE

Centrifuga este un sistem mecanic alcătuit dintr-un arbore flexibil și un tambur montat pe arbore (fig. 1) [7,5,9]. Masa tamburului este mult mai mare decât aceea a arborelui. Astfel, masa arborelui este neglijabilă.

Centrifugele pot fi orizontale sau verticale. În această lucrare este considerată centrifuga orizontală [7,10].

Modelarea centrifugelor în vederea studiului vibrațiilor de încovoiere poate fi făcută în două moduri:

- sistem discret cu un număr finit de grade de libertate, compus dintr-un arbore flexibil, de masă neglijabilă, așezat pe două lagăre și un tambur fixat pe arbore [3];
- arbore flexibil considerat a fi mediu continuu, așezat pe două lagăre și un tambur fixat pe arbore.

Acest studiu are ca obiectiv îmbunătățirea studiului vibrațiilor centrifugei cu tamburul în consolă. Acesta este motivul pentru care modelul de studiu este arbore flexibil, considerat a fi mediu continuu, așezat pe două lagăre și un tambur fixat pe arbore. Studiul va ține seama de asemenea de cuplarea dintre vibrațiile de încovoiere și vibrațiile axiale (longitudinale).

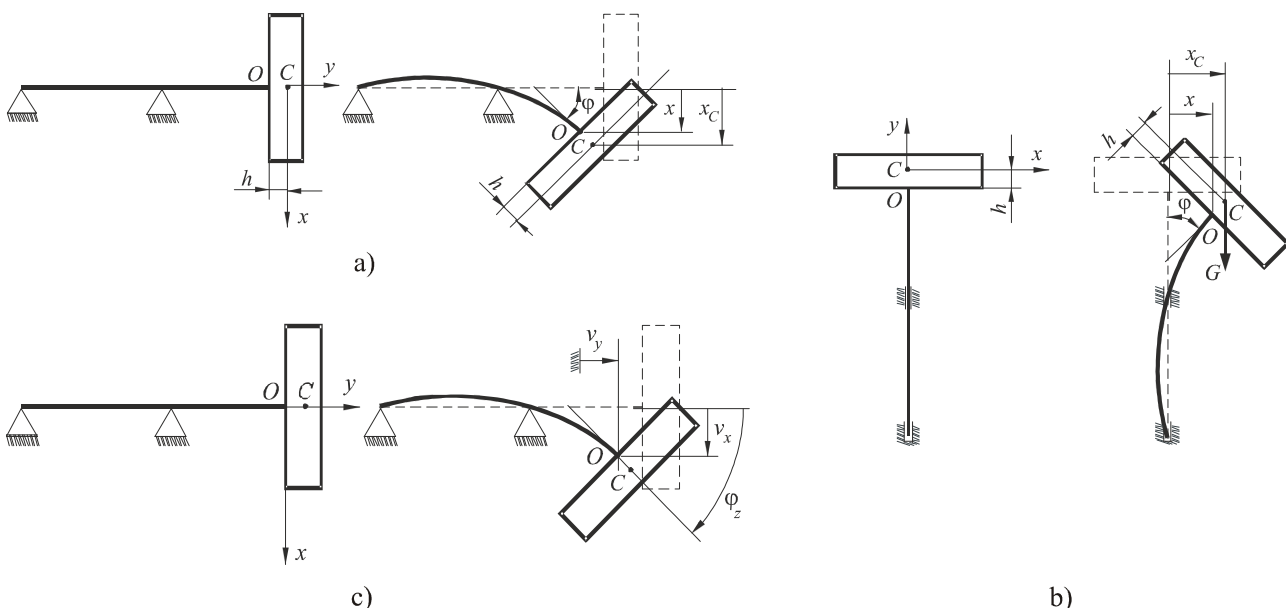


Fig. 1 – Centrifuge with the basket in console / Centrifuge cu tamburul în consolă

This paper deals with the calculation of the natural frequencies of the centrifuge. By knowing these natural frequencies, and also the critical speed, it will be avoided the operation of the centrifuge at this speed or around this kind of speed [4].

THE CYLINDER

Each centrifuge has a cylinder. It is considered that the cylinder is fixed on the shaft in the point O (fig. 2) [6].

In the case of the centrifuges, the cylinder cannot be considered as a thin disk and the fixing point of the cylinder cannot be in the centre of mass of the basket.

The centre of mass of the cylinder (including the operating material) is not placed on the revolution axis of the centrifuge. The reasons are the shape of the cylinder and the operational features. The shape of the cylinder and the uneven deposits of the operating material on the wall of the cylinder are the reasons for which the axes Ox , Oz and Oy are not axes of symmetry and the centre of mass of the cylinder is not on the Oy axis.

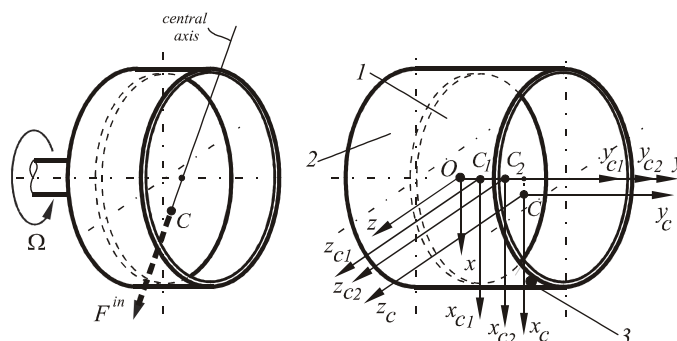


Fig. 2 – The cylinder / Tamburul

The d'Alembert's principle is applied [8]. The revolution speed of the centrifuge is constant. The line of action of the resultant of d'Alembert's fictitious forces of the cylinder (operating material included) crosses the revolution axis. The resultant moment of d'Alembert's fictitious forces is calculated with respect to the fixing point of the cylinder, O .

Using the notations:

- \vec{F}^{in} for the resultant of d'Alembert's fictitious forces;
- m for the mass of the cylinder;
- ξ, η for the coordinates of the centre of mass ($\zeta=0$);
- v_x for the displacement on the Ox axis (bending vibrations): $v_x = V_x(y) \cos(\omega t - \phi)$;

- v_y for the displacement on the Oy axis (axial vibrations): $v_y = V_y(y) \cos(\omega t - \phi)$;

- φ_z for the rotation of the cross section:

$$\varphi = \varphi_z = \frac{dv_x}{dy} = \Phi_z(y) \cos(\omega t - \phi);$$

- ω_z for the angular speed:

$$\omega_z = \frac{d\varphi_z}{dt} = -\omega \Phi_z \sin(\omega t - \phi);$$

- ε_x for the angular acceleration:

$$\varepsilon_z = \frac{d^2\varphi_z}{dt^2} = -\omega^2 \varphi = -\omega^2 \frac{dv_x}{dy};$$

- \vec{M}_O^{in} for the resultant moment of d'Alembert's fictitious

Această lucrare urmărește să calculeze frecvențele proprii de vibrație ale centrifugei. Cunoscând aceste frecvențe proprii, și de asemenea turațiile critice, funcționarea centrifugei la aceste turații sau în vecinătatea lor va fi evitată [4].

TAMBURUL

Fiecare centrifugă are un tambur. Se consideră că tamburul este fixat pe arbore în punctul O (fig. 2) [6].

În cazul centrifugelor, tamburul nu mai poate fi asimilat cu un disc subțire iar punctul de fixare a tamburului nu mai poate fi în centrul de masă al tamburului.

Centrul de masă al tamburului (incluzând și materialul de lucru) nu mai este plasat pe axa de rotație a centrifugei. Cauzele sunt forma tamburului și condițiile de exploatare. Forma tamburului și depunerea neuniformă a materialului de lucru pe perețele tamburului sunt cauzele pentru care axele Ox , Oz și Oy nu mai sunt axe de simetrie iar centrul de masă al tamburului nu se mai găsește pe axa longitudinală Oy .

Este aplicat principiul lui d'Alembert [8]. Turația centrifugei este constantă. Suportul vectorului rezultat al forțelor de inerție ale tamburului (inclusiv materialul de lucru) intersectează axa de rotație. Momentul rezultat al forțelor de inerție este calculat în raport cu punctul de fixare al tamburului, O .

Folosind notațiile:

- \vec{F}^{in} pentru rezultanta sistemului forțelor de inerție;
- m pentru masa tamburului;
- ξ, η pentru coordonatele centrului masei ($\zeta=0$);
- v_x pentru deplasarea pe axa Ox (vibrații de încovoiere): $v_x = V_x(y) \cos(\omega t - \phi)$;

- v_y pentru deplasarea pe axa Oy (vibrații axiale): $v_y = V_y(y) \cos(\omega t - \phi)$;

- φ_z pentru rotația secțiunii transversale:

$$\varphi = \varphi_z = \frac{dv_x}{dy} = \Phi_z(y) \cos(\omega t - \phi);$$

- ω_z pentru viteza unghiulară:

$$\omega_z = \frac{d\varphi_z}{dt} = -\omega \Phi_z \sin(\omega t - \phi);$$

- ε_x pentru accelerația unghiulară:

$$\varepsilon_z = \frac{d^2\varphi_z}{dt^2} = -\omega^2 \varphi = -\omega^2 \frac{dv_x}{dy};$$

- \vec{M}_O^{in} pentru momentul resultant al forțelor de inerție

forces with respect to the point O;

- J_{Cz} for the moment of inertia with respect to Cz axis;
- ω for the natural angular frequency of n order

it is obtained for the resultant and the moment resultant of d'Alembert's fictitious forces:

$$\begin{cases} F_x^{in} = m\omega^2 v_x - m\eta\omega^2 \varphi_z \\ F_y^{in} = m\omega^2 v_y + m\xi\omega^2 \varphi_z \\ F_z^{in} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} M_{ox}^{in} = 0 \\ M_{oy}^{in} = 0 \\ M_{oz}^{in} = (J_{Cz}\omega^2 + m\xi^2\omega^2 + m\eta^2\omega^2)\varphi_z - m\eta\omega^2 v_x + m\xi\omega^2 v_y \end{cases} \quad (2)$$

It has been considered that the centers of mass of the bottom and wall of the cylinder are situated on the revolution axis of the centrifuge. In these conditions the uneven deposits of the operating material on the wall of the basket is the reason for which the centre of mass of the basket is not placed on the revolution axis of the centrifuge. The bending vibrations in the plane that includes the centre of mass of the basket (including the operating material) and the revolution axis will be studied ($\zeta=0$) (fig. 2).

Also, because of the high rigidity of the shaft, the amplitude of the rotation of the cross section φ_z has low values. ω_z^2 has been neglected with respect to ε_z .

From the expressions of the resultant and the moment resultant of d'Alembert's fictitious forces it results that the axial vibrations and the bending vibrations are coupled. So, the bending vibrations and the axial vibrations must to be studied together.

MATERIALS AND METHOD

Description of study method and simplifyng hypothesis

It is considered that the shaft of the centrifuge is formed of straight elements of constant section which effect bending and axial vibrations.

Each element can perform bending vibrations in two perpendicular plans which contain the longitudinal axis of the element (fig. 3).

calculat în raport cu punctul O;

- J_{Cz} pentru momentul de inerție mecanic în raport cu axa Cz;
- ω pentru pulsația proprie de ordinul n

s-au obținut pentru rezultanta și momentul resultant al sistemului forțelor de inerție:

S-a considerat că centrul de masă al fundului și al peretelui tamburului sunt situate pe axa de rotație a centrifugei. În aceste condiții depunerea neuniformă a materialului de lucru pe peretele tamburului este cauza pentru care centrul de masă al tamburului nu este plasat pe axa de rotație a centrifugei. Se vor studia vibrațiile de încovoiere în planul determinat de centrul de masă al tamburului (inclusiv materialul) și axa de rotație a centrifugei ($\zeta=0$) (fig. 2).

De asemenea, datorită rigidității mari a arborelui, amplitudinea rotației secțiunii transversale φ_z ia valori mici. ω_z^2 a fost neglijat în raport cu ε_z .

Din expresiile rezultantei și ale momentului resultant ale sistemului forțelor de inerție rezultă că vibrațiile axiale sunt cuplate cu vibrațiile de încovoiere. În aceste condiții vibrațiile de încovoiere și vibrațiile axiale trebuie studiate împreună

MATERIALE ȘI METODĂ

Descrierea metodei de studiu și ipoteze simplificatoare

Se consideră că arborele centrifugei este alcătuit din elemente de secțiune constantă care efectuează vibrații de încovoiere și vibrații longitudinale.

Fiecare element poate efectua vibrații de încovoiere în două plane perpendiculare care conțin axa longitudinală a elementului (fig. 3).

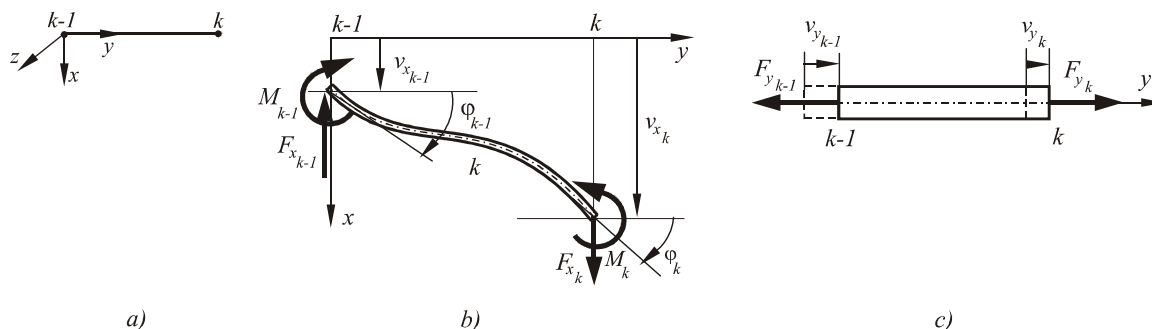


Fig. 3 – The system of axes and the literal notations for bending vibrations and axial vibrations / Sistemul de axe și notațiile literale pentru vibrațiile de încovoiere și vibrațiile longitudinale

By choosing the system of axes presented in fig. 3, with the Oy axis along the shaft, so in perpendicular position on the cylinder, and the Ox axis in the drawing plan, the bending vibrations shall be studied in the xOy plane.

It is constructed a transfer matrix for the bending vibrations in the xOy plane and axial vibrations along the Oy axis. Also, transit matrices are built to keep account of the configuration of the shaft. Also a saltus matrix for variations multi-stage sections, a transit matrix over an elastic bearing, and a transit matrix over a cylinder are built.

Alegând sistemul de axe prezentat în fig. 3, cu axa Oy în lungul arborelui, deci perpendiculară pe tambur, și axa Ox în planul desenului, vor fi studiate vibrațiile de încovoiere în planul xOy.

Se construiește o matrice de transfer pentru vibrațiile de încovoiere în planul xOy și vibrațiile axiale în lungul axei Oy. De asemenea, sunt construite matrice de trecere pentru a ține seama de configurația arborelui. Sunt de asemenea construite o matrice de salt pentru variații de secțiune în trepte, o matrice de trecere peste un lagăr elastic și o matrice de trecere peste un tambur.

It is starting from the left terminal point and it is crossing the system from an element to an other one till the right terminal point. Depending of the leaning type, the boundary conditions are written. It is obtained an algebraic system. The natural frequencies are obtained from the condition that the system admits non-zero solution [1].

RESULTS

Transfer matrix for one element

For one element of the shaft, with the length l , which effects bending vibrations and axial vibrations like in the previous section, choosing the reference system and with the literal notations like in the fig. 3, between the state vectors of ends of the element number k , $\{q\}_{k-1}^r$ and $\{q\}_k^l$, can be written the matrix relations (3) or (4) [2]:

$$\{q\}_k^l = [A]_k \{q\}_{k-1}^r, \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} v_x \\ -\varphi_z \\ \alpha_i \\ M_z \\ \alpha_i^2 EI \\ F_x \\ \alpha_i^3 EI \\ v_y \\ F_y \\ \alpha_c EA \end{pmatrix}_k^l = \begin{bmatrix} S & T & U & V & 0 & 0 \\ V & S & T & U & 0 & 0 \\ U & V & S & T & 0 & 0 \\ T & U & V & S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M & N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -N & M \end{bmatrix}_k \begin{pmatrix} v_x \\ -\varphi_z \\ \alpha_i \\ M_z \\ \alpha_i^2 EI \\ F_x \\ \alpha_i^3 EI \\ v_y \\ F_y \\ \alpha_c EA \end{pmatrix}_{k-1}^r. \quad (4)$$

where: M_z bending moment; F_x shearing force; F_y axial force; $S(\alpha_i l), T(\alpha_i l), U(\alpha_i l), V(\alpha_i l)$ - Krilov - Rayleigh functions; M, N - symbols for abbreviation: $M = \cos \alpha_c l$, $N = \sin \alpha_c l$; l the length of an element;

$\alpha_i = \sqrt{\omega^4 \frac{\rho A}{EI}}$; $\alpha_c = \omega \sqrt{\frac{\rho}{E}}$; ρ density of material; A - area of cross section; E - Young's modulus (longitudinal modulus of elasticity); I - second moment of area.

The matrix (6x6), named $[A]_k$, is the transfer matrix for an element of the shaft.

Special matrices

In some nodes it is possible to appear special matrices. Between the left state vectors and right state vectors of section k , $\{q\}_k^l$ and $\{q\}_k^r$ respectively, the relation can be written:

$$\{q\}_k^r = [S]_k \{q\}_k^l. \quad (4)$$

The square matrix (6x6) $[S]_k$ can be one from the matrices [2]:

- saltus matrix, $[B]_k$, when in a node k appears a saltus of section. The non-zero elements of this matrix are:

$$B_{1,1} B_{5,5} = 1; B_{2,2} = \frac{a_k}{b_k}; B_{3,3} = a_k^2 b_k^2; B_{4,4} = a_k^3 b_k; B_{4,4} = a_k^4; a_k = \sqrt[4]{\frac{A_k}{A_{k+1}}}; b_k = \sqrt[4]{\frac{I_k}{I_{k+1}}}.$$

Se pornește din punctul din capătul din stânga și se parcurge sistemul de la un element la altul până în punctul din capătul din dreapta. În funcție de tipul de rezemare, se pun condițiile la capete. Se obține un sistem algebric. Frecvențele proprii de vibrație sunt obținute din condiția ca sistemul algebric să admită soluții diferite de soluția banală [1].

REZULTATE

Matricea de transfer pentru un element

Pentru un element de arbore, cu lungimea l , care efectuează vibrații de încovoiere și vibrații axiale ca în paragraful anterior, alegând sistemul de referință și notațiile literale ca în fig. 3, între vectorii de stare de capete ale elementului numărul k , $\{q\}_{k-1}^r$ și $\{q\}_k^l$, pot fi scrise relațiile matriceale (3) sau (4) [2]:

unde: M_z moment de încovoiere; F_x forță tăietoare; F_y forță axială; $S(\alpha_i l), T(\alpha_i l), U(\alpha_i l), V(\alpha_i l)$ - funcții Krilov - Rayleigh; M, N - notații pentru prescurtare: $M = \cos \alpha_c l$, $N = \sin \alpha_c l$; l lungimea unui element;

$\alpha_i = \sqrt{\omega^4 \frac{\rho A}{EI}}$; $\alpha_c = \omega \sqrt{\frac{\rho}{E}}$; ρ - densitatea materialului; A - aria secțiunii transversale; E - modulul de elasticitate longitudinal; I - momentul de inerție al secțiunii.

Matricea (6x6), notată $[A]_k$, este matricea de transfer pentru un element al arborelui.

Matrice speciale

În unele noduri este posibil să apară matrice speciale. Între vectorul de stare din stânga și vectorul de stare din dreapta secțiunii k , $\{q\}_k^l$ și respectiv $\{q\}_k^r$, poate fi scrisă relația matriceală:

Matricea pătrată (6x6) $[S]_k$ poate fi una dintre matricele [2]:

- matrice de salt, $[B]_k$, când în nodul k apare un salt de secțiune. Elementele nenule ale acestei matrice sunt:

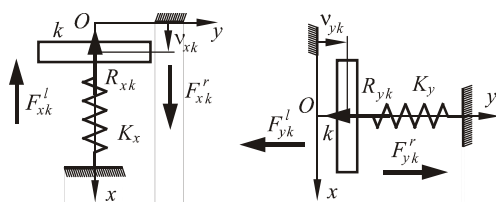


Fig. 4 – Elastic bearing / Lagăr elastic

- transition matrix, $[E]_k$, over an elastic bearing in a node k (fig. 4). The non-zero elements of this matrix are:

$$E_{1,1} = E_{2,2} = E_{3,3} = E_{4,4} = E_{5,5} = E_{6,6} = 1; E_{4,1} = -\frac{K_x}{\alpha_i^3 EI}; E_{6,5} = \frac{K_y}{\alpha_c EA}.$$

K_x and K_y are the bearing's elastic constants on the directions Ox and Oy respectively. If the elastic bearing is radial the element $E_{6,5}$ is zero. If the elastic bearing is radial-axial the element $E_{6,5}$ is non-zero.

- transition matrix, $[D]_k$, over the basket fixed in a node k . The non-zero elements of this matrix are:

$$D_{1,1} = D_{2,2} = D_{3,3} = D_{4,4} = D_{5,5} = D_{6,6} = 1; D_{3,1} = -\frac{m\eta\alpha_i^2}{\rho A}; D_{3,2} = -\frac{(J_{cz} + m\xi^2 + m\eta^2)\alpha_i^2}{\rho A}; D_{3,5} = \frac{m\xi\alpha_i^2}{\rho A};$$

$$D_{4,1} = \frac{m\alpha_i}{\rho A}; D_{4,2} = \frac{m\eta\alpha_i^2}{\rho A}; D_{6,2} = \frac{m\xi\alpha_i\alpha_c}{\rho A}; D_{6,5} = -\frac{m\alpha_c}{\rho A}.$$

If it take into account the gyroscopic moment, only the element $D_{3,2}$ will be modified (Ω is the angular speed):

- for the forward precession:

$$D_{3,2} = -\left(-J_{cy}\frac{\Omega}{\omega} + J_{cz} + m\xi^2 + m\eta^2\right)\frac{\alpha_i^3}{\rho A};$$

- for the backward precession:

$$D_{3,2} = -\left(J_{cy}\frac{\Omega}{\omega} + J_{cz} + m\xi^2 + m\eta^2\right)\frac{\alpha_i^3}{\rho A}$$

- matrice de trecere, $[E]_k$, peste un lagăr elastic în nodul k (fig. 4). Elementele nenule ale acestei matrice sunt:

K_x și K_y sunt constantele elastice ale arcurilor pe direcțiile Ox și respectiv Oy . Dacă lagărul elastic este radial elementul $E_{6,5}$ este zero. Dacă lagărul elastic este radial-axial, atunci elementul $E_{6,5}$ este diferit de zero.

- matrice de trecere, $[D]_k$, peste un tambur fixat în nodul k . Elementele nenule ale acestei matrice sunt:

Dacă se ține seama de momentul giroscopic, numai elementul $D_{3,2}$ se va modifica (Ω este viteza unghiulară):

- pentru precesia directă:

- pentru precesia inversă:

DETERMINATION OF THE NATURAL FREQUENCIES

The shaft-cylinder system is divided in straight elements which have constant section and which are not acted by concentrated forces or moments. The elements obtained are numbered in order, starting with number 1 for the first element from the left side (fig. 5). The system will be crossed by the left to the right on the mean fibre [1].

DETERMINAREA FRECVENȚELOR PROPRII

Sistemul arbore-tambur este împărțit în elemente drepte de secțiune constantă și care nu sunt acționate de forțe sau momente concentrate. Elementele obținute sunt numerotate în ordine începând cu numărul 1 pentru primul element din partea stângă (fig. 5). Sistemul va fi traversat de la stânga la dreapta pe fibra medie [1].

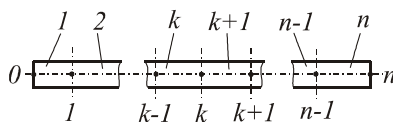


Fig. 5 – Division of the shaft-cylinder system / Împărțirea sistemului arbore-tambur

The points, where a saltus of section appears or act concentrated forces or moments, are named nodes. The numbering of the nodes begins with number 0 for the first node from the left side. So, the element number k will be bounded by the nodes $k-1$, at the left side, and k at the right side. For each element k ($k=1, 2, \dots, n$) is written the transfer matrix $[A]_k$.

In the state vectors for the nodes from the ends of the system, 0 and n , will appear the boundary conditions. In the internal nodes, 1, 2, ..., $n-1$, intervene the matrices presented:

Punctele, unde apare un salt de secțiune sau acționează forțe sau momente concentrate, sunt numite noduri. Numerotarea nodurilor începe cu numărul 0 pentru primul nod din partea stângă. Deci, elementul numărul k va fi mărginit de nodurile $k-1$, în partea stângă, și k în partea dreaptă. Pentru fiecare element k ($k=1, 2, \dots, n$) este scrisă matricea de transfer $[A]_k$.

În vectorii de stare pentru nodurile de la capetele sistemului, 0 și n , vor apărea condițiile de rezemare. În nodurile interioare, 1, 2, ..., $n-1$, intervin matricele prezentate:

$[B]_k$ - saltus matrix;

$[D]_k$ - transition matrix over the cylinder;

$[E]_k$ - transition matrix over an elastic bearing.

The matrix relations between the left and right state vectors of the nodes can be written. Replacing successively, it is obtained the matrix relation between the state vectors of ends from the n element, $\{q\}_n^l$ and the first (point of start O) $\{q\}_0^r$:

$$\{q\}_n^l = [Q]\{q\}_0^r. \quad (5)$$

The matrix (6x6), $[Q]_k$, is called transfer matrix for centrifuge.

We write the boundary conditions and we obtain an algebraic system. We put the condition that the system should admit non-zero solution and we obtain the natural frequencies.

Application

The method presented is applied in a concrete case of a centrifuge (fig. 6) [3, 4]. It has been divided in 2 elements. It has been obtained 3 points (nodes). The centrifuge is elastically leaned. The bearing of the node 1 is radial. The bearing of the node 0 is radial-axial.

The geometrical and mechanical characteristics of the shaft-cylinder system are the following: length of the shaft (console part included): $l_1=0.8$ m; diameter of the shaft: $d_1=d_2=0.08$ m; diameter of the cylinder: $d=0.5$ m; length of the cylinder: 0.12 m; distance from the bearing to the fixing point of the cylinder: $l_2=0.05$ m; density of the material of the shaft and cylinder: $\rho=7800$ kg/m³; longitudinal modulus of elasticity (Young's modulus): $E=21 \times 10^{10}$ N/m²; revolution speed: $\Omega=2000$ r.p.m; bearing's elastic constants: $K_x=5 \times 10^{20}$ N/m, $K_y=5 \times 10^{20}$ N/m.

The mass of the cylinder (operating material included): $m=44.94$ kg; coordinates of the center of mass of the cylinder (operating material included): $\xi=0.003$ m, $\eta=0.0605$ m; mechanical moments of inertia: $J_{C_y}=1.8755$ kg·m², $J_{C_z}=1.0628$ kg·m².

$[B]_k$ - matricea de salt;

$[D]_k$ - matricea de trecere peste tambur;

$[E]_k$ - matricea de trecere peste un lagăr elastic.

Pot fi scrise relațiile matriceale între vectorii de stare din stânga și din dreapta nodurilor. Înlocuind succesiv, este obținută relația matriceală între vectorii de stare de capete de la elementul n , $\{q\}_n^l$ și de la elementul 1 (punctul de start) $\{q\}_0^r$:

Matricea (6x6), $[Q]_k$, se numește matrice de transfer pentru centrifugă.

Se scriu condițiile la capete și se obține un sistem algebraic. Se pune condiția ca acest sistem să admită soluții diferite de soluția banală și se obțin frecvențele proprii.

Aplicație

Metoda prezentată este aplicată în cazul concret al unei centrifuge (fig. 6) [3, 4]. A fost împărțită în 2 elemente. S-au obținut 3 puncte (noduri). Centrifuga este rezemată elastic. Lagărul din nodul 1 este radial. Lagărul din nodul 0 este radial-axial.

Caracteristicile geometrice și mecanice ale sistemului arbore-tambur sunt următoarele: lungimea arborelui (inclusiv partea aflată în consolă): $l_1=0,8$ m; diametrul arborelui: $d_1=d_2=0,08$ m; diametrul tamburului: $d=0,5$ m; lungimea tamburului: 0,12 m; distanța de la lagăr la punctul de fixare a tamburului: $l_2=0,05$ m; densitatea materialului arborelui și tamburului: $\rho=7800$ kg/m³; modulul de elasticitate longitudinal (modulul lui Young): $E=21 \times 10^{10}$ N/m²; turația: $\Omega=2000$ r.p.m; constantele elastice ale lagărelor: $K_x=5 \times 10^{20}$ N/m, $K_y=5 \times 10^{20}$ N/m.

Masa tamburului (inclusiv materialul de lucru): $m=44,94$ kg; coordonatele centrului de masă al tamburului (inclusiv materialul de lucru): $\xi=0,003$ m, $\eta=0,0605$ m; momentele de inerție mecanice: $J_{C_y}=1,8755$ kg·m², $J_{C_z}=1,0628$ kg·m².

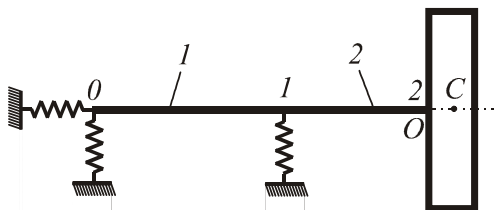


Fig. 6 – Application of the method to a centrifuge / Aplicație a metodei la o centrifugă

The results from the study of the vibrations of the centrifuge, using the method presented in this paper, will be compared:

- with the results obtained considering the centrifuge as discrete system with two degrees of freedom (composed of a flexible shaft, with a negligible mass, positioned on two bearing blocks and a basket fixed on the shaft) [4];
- with the results obtained by applying the method presented in this paper but neglecting the axial vibrations.

The first eight natural frequencies have been calculated.

Rezultatele obținute în studiul vibrațiilor centrifugei, utilizând metoda prezentată în această lucrare, vor fi comparate:

- cu rezultatele obținute considerând centrifuga ca sistem discret cu două grade de libertate (compus dintr-un arbore flexibil, de masă neglijabilă, așezat pe două lagăre și cu tamburul montat pe arbore) [4];
- cu rezultatele obținute prin aplicarea metodei prezentate în această lucrare dar neglijând vibrațiile axiale.

Au fost determinate primele opt frecvențe proprii de vibrație.

Table 1 / Tabelul 1

Mode number / Număr mod	Natural frequencies / Frecvențe proprii [Hz]									
	Discrete system with two degrees of freedom / Sistem discret cu două grade de libertate			Flexible shaft considered as a continuous medium. Transfer matrix method / Arbore flexibil considerat mediu continuu. Metoda matricelor de transfer						
				Axial vibrations neglected / Vibrațiile axiale neglijate			Bending vibrations coupled with axial vibrations / Vibrații de încovoiere cuplate cu vibrații axiale			
	Backward precession / Precesia inversă	Neglected precession / Precesia neglijată	Forward precession / Precesia directă	Backward precession / Precesia inversă	Neglected precession / Precesia neglijată	Forward precession / Precesia directă	Backward precession / Precesia inversă	Neglected precession / Precesia neglijată	Forward precession / Precesia directă	
Mode 1	143.62 / 143,62	150.64 / 150,64	152.42 / 152,42	118.33 / 118,33	133.50 / 133,50	150.32 / 150,32	118.33 / 118,33	133.49 / 133,49	150.33 / 150,33	
Mode 2	-	-	-	393.19 / 393,19	396.75 / 396,75	401.06 / 401,06	393.19 / 393,19	396.75 / 396,75	401.05 / 401,05	
Mode 3	-	-	-	-	-	-	746.15 / 746,15	746.16 / 746,16	746.16 / 746,16	
Mode 4	-	-	-	1193.33 / 1193,33	1194.06 / 1194,06	1194.84 / 1194,84	1193.31 / 1193,31	1194.06 / 1194,06	1194.85 / 1194,85	
Mode 5	-	-	-	2421.78 / 2421,78	2423.30 / 2423,30	2424.91 / 2424,91	2421.78 / 2421,78	2423.37 / 2423,37	2424.92 / 2424,92	
Mode 6	-	-	-	-	-	-	3263.26 / 3263,26	3263.26 / 3263,26	3263.26 / 3263,26	
Mode 7	3107.81 / 3107,81	3107.93 / 3107,93	3108.12 / 3108,12	3470.30 / 3470,30	3475.60 / 3475,60	3480.93 / 3480,93	3469.92 / 3469,92	3475.71 / 3475,71	3480.96 / 3480,96	
Mode 8	-	-	-	4685.87 / 4685,87	4689.35 / 4689,35	4696.31 / 4696,31	4684	4692.39 / 4692,39	4696.31 / 4696,31	

The natural frequencies for the natural modes of vibration 2, 3, 4, 5, 6, 8 are due to the vibrations of the shaft. These values cannot be obtained using the simplified model of the centrifuge with two degrees of freedom.

The natural mode of vibration number 2, when the model with two degrees of freedom is used, is the natural mode of vibration number 7, when the shaft is considered to be a continuous medium and the method presented in this paper is applied. So, the simplified model of the centrifuge with two degrees of freedom can be used for the calculus of the first natural frequency.

Using the study model when the shaft is considered to be a continuous medium and the transfer matrix method is applied, more natural frequencies are obtained.

If it is considered that the bending vibrations are coupled with the axial vibrations two new natural frequencies are obtained: the natural frequencies numbers 3 and 6. These values cannot be obtained when the coupling of vibrations are neglected.

It is right that the values of the natural frequencies for the upper order are higher. But, the new natural frequency number 3 can make appear critical speed in the operating domain of the centrifuge.

The values obtained are confirming that the backward precession decreases the values of the natural frequencies and the forward precession increases the values of the natural frequencies. The influence of the gyroscopic moment upon the new values of the natural frequencies, obtained by the method presented in this paper, is quasi zero. Also, the influence of the gyroscopic moment upon the values of the natural frequencies is low for the higher order of the natural modes of vibrations.

It is possible that the prevalent character of the new natural frequencies obtained in this paper to be axial vibrations.

CONCLUSIONS

The study of the vibrations of the centrifuge is more complete if the flexible shaft is considered a continuous medium, positioned on two bearing blocks, with a cylinder fixed on it and the transfer matrix method is applied.

The objective of this paper was to improve the study of vibrations of the centrifuges. The method presented, which

Frecvențele proprii pentru modurile proprii de vibrație 2, 3, 4, 5, 6, 8 se datorează vibrațiilor arborelui. Aceste valori nu pot fi obținute folosind modelul simplificat al centrifugei cu două grade de libertate.

Modul propriu de vibrație numărul 2, când este utilizat modelul cu două grade de libertate, este modul propriu de vibrație numărul 7, când arborele este considerat a fi mediu continuu și este aplicată metoda prezentată în această lucrare. Deci, modelul simplificat al centrifugei cu două grade de libertate, poate fi folosit pentru calculul frecvenței proprii de vibrație fundamentale.

Folosind modelul de studiu în care arborele este considerat a fi mediu continuu și este aplicată metoda matricelor de transfer, pot fi determinate mai multe frecvențe proprii de vibrație

Dacă se consideră că vibrațiile de încovoiere sunt cuplate cu vibrațiile axiale se obțin două noi frecvențe proprii de vibrație: frecvențele proprii numerele 3 și 6. Aceste valori nu pot fi obținute când cuplarea vibrațiilor este neglijată.

Este adevărat că valorile frecvențelor proprii de vibrație pentru ordinele superioare sunt ridicate. Dar, noua frecvență proprie numărul 3 poate să facă să apară turații critice în domeniul de funcționare al centrifugei.

Valorile obținute confirmă faptul că precesia inversă micșorează valorile frecvențelor proprii iar precesia directă mărește valorile frecvențelor proprii. Influența momentului giroscopic asupra noilor valori ale frecvențelor proprii de vibrație, obținute prin metoda prezentată în această lucrare, este aproape nulă. De asemenea, influența momentului giroscopic asupra valorilor frecvențelor proprii este mică pentru ordinele superioare ale modurilor proprii de vibrație.

Este posibil ca, în cazul noilor frecvențe proprii obținute luând în considerare cuplarea vibrațiilor, să predomine vibrațiile axiale.

CONCLUZII

Studiul vibrațiilor centrifugei este mai complet dacă arborele flexibil este considerat mediu continuu, așezat pe două lagăre, cu un tambur fixat pe el și este aplicată metoda matricelor de transfer.

Obiectivul acestei lucrări a fost să îmbunătățească studiul vibrațiilor centrifugelor. Metoda prezentată, care ține cont de cuplarea vibrațiilor, poate fi considerată mai

takes into account of the coupling of vibrations, can be considered better because it gives the possibility to obtain more natural frequencies. The coupling of vibrations had priority. This is the reason for which the influence of other factors upon the natural frequencies has been neglected (In this paper the bearings have been considered practically rigid, because it has been chosen high values for the bearing's elastic constants).

The method presented in this paper can be used for the study of the influence of the operational and constructive features upon the natural frequencies.

The proposed method is flexible and can be easily applied on different types of centrifuges.

REFERENCES

- [1]. Boiangiu M., Alecu A. (2009) - *A transfer matrix method for study of vibrations of plane bars systems*, DAAAM International Scientific Book 2009, Chapter 77, Branko Katalinik, (Ed.), pg. 797-814, Vienna;
- [2]. Boiangiu M. & Alecu A. (1999) - *Coupled vibrations of crankshaft*, Printech, ISBN 973-652-021-8, Bucharest;
- [3]. Boiangiu M. & Boiangiu A. (2010) - *Influence of the constructive and operational features on the centrifuges*, DAAAM International Scientific Book 2010, Chapter 40, Branko Katalinik, (Ed.), pg. 445-462, ISBN 978-3-901509-74-2, Vienna;
- [4]. Boiangiu M., Sima T., Alecu, A. (2010) - *The analysis of the flexion movement of the horizontal centrifuges rotors with the cylinder in console*, Chemistry magazine (Bucharest), Tome 61, No. 11, 2010, pg. 1119-1124.
- [5]. Haeberle S., Brenner T., Schlosser H.P., Zengerle R. & Ducree J. (2005) - *Centrifugal Micromixery*, Chemical Engineering & Technology, Vol.28, Issue 5, May 2005, pg. 613-616, ISSN 0930-7516;
- [6]. Iatan R. et al. (1990) – *Calculus and constructions of the cylinder of the centrifuges; Strains and stress states in the plane circular bottoms*, Chemistry magazine (Bucharest), No. 1, 1990, pg. 67, ISSN 0034-7752;
- [7]. Jinescu V. (1998) – *Technological work equipment for the process industry*, Technical Publishing House, ISBN 978-973-31-2357-6, Bucharest;
- [8]. Radoi M. & Deciu E. (1993) - *Mechanics*, Pedagogic and Didactic Publishing House, ISBN 973-30-2917-3, Bucharest;
- [9]. Stiborsky M. & Anlauf H. (2003) - *Prediction on Centrifugal Deliquoring for Changing Particle Composition*, *Chemical Engineering & Technology*, Vol. 26, Issue 5, May 2003, pg. 553–557, ISSN 0930-7516;
- [10]. Sutherland K. & Records A. (2001). *Decanter centrifuge*, Handbook, ISBN 1-856173-69-0, Elsevier.

bună deoarece dă posibilitatea obținerii a mai multor frecvențe proprii. Cuplarea vibrațiilor a avut prioritate. Acesta este motivul pentru care influența altor factori asupra frecvențelor proprii a fost neglijată (În această lucrare lagărele au fost considerate practic rigide, deoarece au fost alese valori mari pentru constantele elastice).

Metoda prezentată în această lucrare poate fi folosită pentru studiul influenței factorilor constructivi și funcționali asupra frecvențelor proprii.

Metoda propusă este flexibilă și poate fi aplicată ușor în cazul diferitelor tipuri de centrifuge.

BIBLIOGRAFIE

- [1]. Boiangiu M., Alecu A. (2009) – *O metoda a matricelor de transfer pentru studiul vibrațiilor sistemelor de bare plane*, Cartea Stiintifica Internationala DAAAM 2009, Capitolul 77, Editor Branko Katalinik , pag. 797-814, Viena;
- [2]. Boiangiu M. & Alecu A. (1999) – *Vibrațiile cuplate ale arborilor cotiți*, Printech, ISBN 973-652-021-8, București;
- [3]. Boiangiu M. & Boiangiu A. (2010) – *Influenta factorilor constructivi si de operare asupra centrifugelor*, Cartea Stiintifica Internationala DAAAM 2010, Capitolul 40, Editor Branko Katalinik, pag. 445-462, ISBN 978-3-901509-74-2, Viena;
- [4]. Boiangiu M., Sima T., Alecu A. (2010) – *Analiza miscarii de flexiune a rotorilor centrifugelor orizontale cu tamburul in consola*, Revista de chimie (București), Vol. 61, Nr. 11, 2010, pag. 1119-1124.
- [5]. Haeberle S., Brenner T., Schlosser H.P., Zengerle R. & Ducree J. (2005) – *Microamestecatoare centrifugale*, Inginerie Chimica & Tehnologie, Vol.28, Numarul 5, Mai 2005, pag. 613-616, ISSN 0930-7516
- [6]. Iatan R. et al. (1990) - *Calculul si constructia tamburelor centrifugelor; Stari de deformatii si de tensiuni in fundurile circulare plane*, Revista de Chimie, No. 1, 1990, pp. 67, ISSN 0034-7752;
- [7]. Jinescu V. (1998). *Utilaj tehnologic pentru industria de proces*, Editura Tehnica, ISBN 978-973-31-2357-6, București;
- [8]. Radoi M. & Deciu E. (1993). *Mecanica*, Editura Didactica si Pedagogica, ISBN 973-30-2917-3, București;
- [9]. Stiborsky M. & Anlauf H. (2003) – *Predictie asupra Solidificarii Centrifugale pentru Schimbarea Compozitiei Particulelor*, Inginerie Chimica & Tehnologie, Vol. 26, Numarul 5, Mai 2003, pag. 553–557, ISSN 0930-7516
- [10]. Sutherland K. & Records A. (2001) – *Centrifuga decantoare*, Carte de buzunar, ISBN 1-856173-69-0, Elsevier.