

STUDY OF A TRACTOR MODEL WITH TWO DEGREES OF FREEDOM /

STUDIUL MODELULUI CU DOUA GRADE DE LIBERTATE PENTRU TRACTOR

Lect. PhD. Eng. Duțu M.F.¹⁾, Assoc.Prof. PhD. Eng. Maican E.¹⁾, PhD. Eng. Duțu I.²⁾
Prof. PhD. Eng. David L.¹⁾, Lect. PhD. Eng. Rusănescu C.O.¹⁾

¹⁾P.U. Bucharest / Romania, ²⁾Hydraulics and Pneumatics Research Institute Bucharest
Tel: 021-4029648; E-mail: davidmihaela1978@yahoo.com

Abstract: This paper presents the two degrees of freedom of mathematical modelling of a tractor wheel. The tractor is a complex mechanical system that, while traveling, is subjected to vibrations that are transmitted from the running path to the driver. A modelling program was used in order to study the tractor movement on agricultural land. Useful charts were developed for: amplitude variation of the tractor's mass center oscillation, with traveling speed; amplitude variation of the angle of rotation of the tractor around its center of mass; amplitude variation of the driven wheel with speed; driving wheel's amplitude variation; amplitude variation of vertical force acting on driven wheel, with speed; amplitude variation of vertical force acting on driving wheel, with speed.

There are also presented the study results for a tractor traveling on a country road. Interpretation of results is based on charts for amplitude variation of the tractor's center of mass, amplitude variation of the angle of rotation of the tractor around its center of mass, amplitude variation of the driving and driven wheel when tractor is moving, amplitude variation of vertical force acting on driving and on driven wheel, with speed.

Keywords: mathematical modelling, driving wheel, tractor.

INTRODUCTION

The two degrees of freedom of mechanical model for vibrations study in case of tractor's bobs and pitching is shown in figure 1. Within the mechanical model, the tractor will be represented as a rod of mass (m).

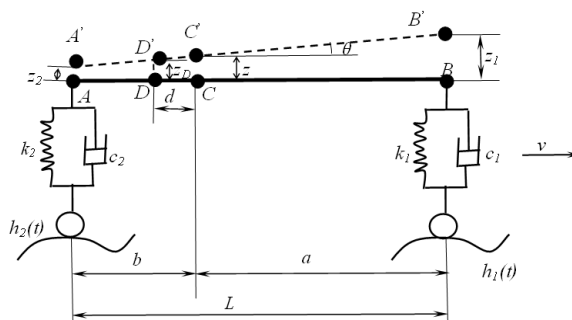


Fig. 1 – Model of tractor with two degrees of freedom for vibrations study when a moving tractor bobs and pitches
Modelul tractorului cu două grade de libertate pentru studiul vibrațiilor săltare - tangaj

For this model the equations of free undamped vibrations are studied, equations of free linear vibrations with damping and differential equations for forced vibrations with damping. A modelling program was realized based on the studied equations.

The computer program is initialized with constructive parameters of the tractor, speed and field parameters. The resulting values are for:

- tractor's natural oscillations;
- damped free vibrations parameters;
- oscillatory movement of the driving and driven wheel;
- oscillatory movement of the tractor's center of mass and pitching motion;
- variation of force acting on driving wheel and on steering wheel.

Rezumat: Lucrarea prezintă modelarea roții tractorului pentru un model cu două grade de libertate. Tractorul reprezintă un sistem mecanic complex în care, în timpul deplasării, se produc vibrații ce se transmit de la calea de rulare la conducătorul tractorului. Cu ajutorul unui program de modelare s-a efectuat studiul mișcării tractorului pe terenul agricol obținându-se grafice pentru: variația amplitudinii oscilației centrului de masă al tractorului în funcție de viteza de deplasare; variația amplitudinii unghiului de rotație al tractorului în jurul centrului de masă; variația amplitudinii oscilației roții conduse a tractorului în funcție de viteză; variația amplitudinii oscilației roții motoare; variația amplitudinii forței verticale la roata condusă în funcție de viteză; variația amplitudinii forței la roata motoare în funcție de viteză. De asemenea, sunt prezentate rezultatele studiului pentru mișcarea tractorului pe drum de țară, interpretarea rezultatelor bazându-se inclusiv pe reprezentările grafice pentru variația amplitudinii centrului de masă al tractorului, variația amplitudinii unghiului de rotație al tractorului în jurul centrului de masă, variația amplitudinii roții conduse, variația amplitudinii oscilației roții motoare, variația amplitudinii forței verticale la roata condusă în funcție de viteză, respectiv variația amplitudinii forței verticale la roata motoare în funcție de viteză de deplasare.

Cuvinte cheie: model matematic, roată condusă, tractor.

INTRODUCERE

Modelul mecanic cu două grade de libertate pentru studiul vibrațiilor de săltare – tangaj este prezentat în fig.1. Se va considera modelul mecanic al tractorului ca fiind o bară de masă (m).

Pentru acest model se studiază ecuațiile vibrațiilor libere neamortizate, ecuațiile vibrațiilor liniare libere cu amortizare și ecuațiile diferențiale în cazul vibrațiilor forțate cu amortizare. Pe baza ecuațiilor a fost realizat un program de modelare.

În programul de calcul, se introduc parametrii constructivi ai tractorului, parametrii terenului, viteza de deplasare și se calculează următoarele mărimi:

- pulsațiile proprii ale tractorului;
- parametrii vibrațiilor libere cu amortizare;
- mișcarea oscilatorie a roții motoare și a roții conduse;
- mișcarea oscilatorie a centrului de masă a tractorului și mișcarea de tangaj;
- variația forței ce acționează pe roata motoare și pe roata de direcție.

STUDY OF THE TRACTOR'S MOTION ON FARM FIELD

After running the mathematical modelling program for 10 speeds of tractor on farm land, data presented in table 1 were recorded:

- Theoretical speed (v , km/h);
- Mass center oscillation amplitude (z , m);
- Maximum rotation angle of the tractor around its center of mass (θ , rad);
- Oscillations amplitude for driven wheel (z_f) and driving wheel (z_s), in m;
- Magnitude of vertical forces on the driven wheel (F_f) and on driving wheel (F_s), in N.

STUDIUL MIȘCĂRII TRACTORULUI PE TEREN AGRICOL

În urma rulării programului de modelare prezentat pentru cele 10 viteze de deplasare pe terenul agricol au fost înregistrate următoarele date prezentate în tabelul 1:

- viteza de deplasare teoretică (v , km/h);
- amplitudinea oscilației centrului de masă (z , m);
- unghiul de rotație maxim al tractorului în jurul centrului de masă (θ , rad);
- amplitudinea oscilațiilor roții conduse (z_f) și a roții motoare (z_s) a tractorului, m;
- amplitudinea forțelor verticale pe roata condusă (F_f) și roata motoare (F_s) a tractorului, N.

Table 1 / Tabelul 1

Tractor's motion parameters on farm land / Parametrii mișcării tractorului pe terenul agricol

Velocity / Viteza v	Oscillation frequency / Frecvența oscilației	Center of mass / Centrul de masă		Wheels oscillation / Oscilația roților		Vertical forces on wheels / Forțele verticale pe roți	
		z	θ	z_f	z_s	F_f	F_s
2.58 / 2,58	3.44 / 3,44	0.0187 / 0,0187	0.008 / 0,008	0.01 / 0,01	0.025 / 0,025	210	6700
3.83 / 3,83	5.11 / 5,11	0.005 / 0,005	0.0032 / 0,0032	0.0008 / 0,0008	0.008 / 0,008	250	7000
4.16 / 4,16	5.55 / 5,55	0.0042 / 0,0042	0.0027 / 0,0027	0.0008 / 0,0008	0.006 / 0,006	340	7000
6.17 / 6,17	8.24 / 8,24	0.0018 / 0,0018	0.0011 / 0,0011	0.00065 / 0,00065	0.0025 / 0,0025	800	7300
5.78 / 5,78	7.72 / 7,72	0.002 / 0,002	0.0013 / 0,0013	0.0007 / 0,0007	0.003 / 0,003	700	7200
8.56 / 8,56	11.43 / 11,43	0.0009 / 0,0009	0.0006 / 0,0006	0.00048 / 0,00048	0.0012 / 0,0012	1300	7500
7.68 / 7,68	10.25 / 10,25	0.0011 / 0,0011	0.0007 / 0,0007	0.0005 / 0,0005	0.0016 / 0,0016	1100	7400
11.38 / 11,38	15.2 / 15,2	0.0005 / 0,0005	0.00032 / 0,00032	0.00036 / 0,00036	0.0007 / 0,0007	1800	7500
18.18 / 18,18	24.28 / 24,28	0.0002 / 0,0002	0.00014 / 0,00014	0.00022 / 0,00022	0.00028 / 0,00028	2800	7500
26.94 / 26,94	35.97 / 35,97	0.0001 / 0,0001	0,00007	0.00015 / 0,00015	0.00012 / 0,00012	4500	7500

Figure 2 shows the variation of the tractor's centre of mass oscillation amplitude, while in figure 3 is presented the amplitude variation of the tractor's angle of rotation around the centre of mass (pitching motion).

Curve shown in figure 2 can be approximated by means of the following equation:

În figura 2 se prezintă variația amplitudinii oscilației centrului de masă al tractorului, iar în figura 3 variația amplitudinii unghiului de rotație al tractorului în jurul centrului de masă (mișcarea de tangaj).

Curba prezentată în figura 2 poate fi aproximată cu ajutorul relației:

$$z = 0,0980 v^{-2,1496} \quad (1)$$

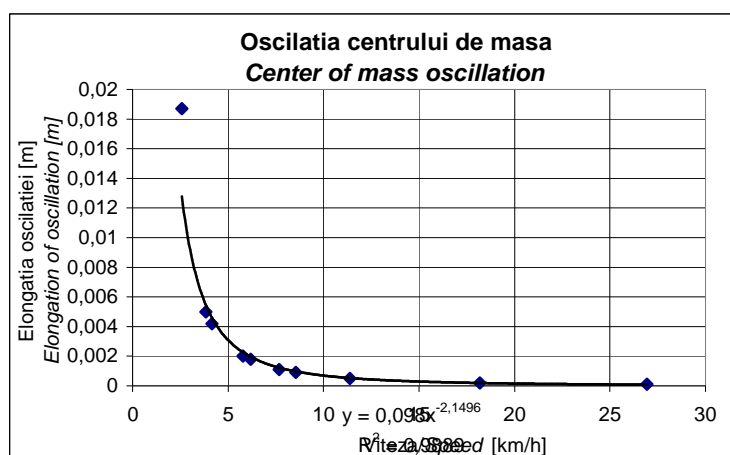


Fig. 2 – Oscillation amplitude variation of the tractor's mass center, depending on speed /
Variația amplitudinii oscilației centrului de masă al tractorului în funcție de viteza de deplasare

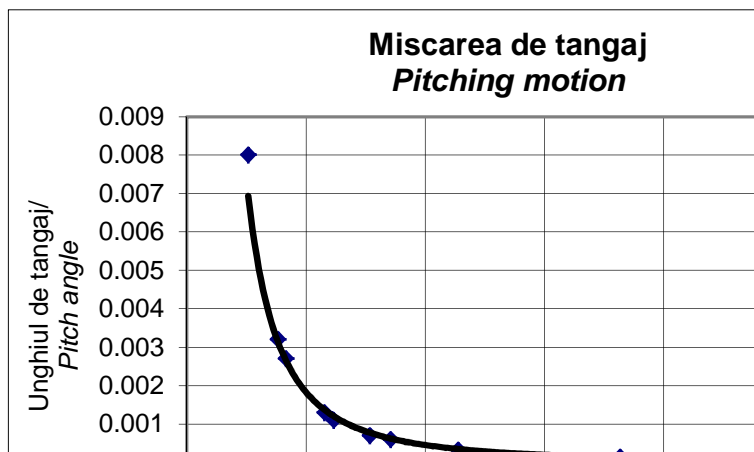


Fig. 3 – Amplitude variation of the tractor angle of rotation around its center of mass, when moving on farm land / Variația amplitudinii unghiului de rotație al tractorului în jurul centrului de masă la deplasarea pe terenul agricol

It is noted that the amplitude of angle of rotation oscillation decreases when speed increases. Its variation can be approximated with the following equation:

$$\theta = 0,0468 v^{-2,0142} \tag{2}$$

Variation of the driven wheel oscillation amplitude is presented in figure 4. It is noted a decrease of oscillation amplitude when speed increases. The curve can be approximated with equation 3.

Se constată că amplitudinea oscilației unghiului de rotație scade atunci când viteza crește și aproximarea variației se poate face cu relația:

Variația amplitudinii oscilației roții conduse este prezentată în fig. 4. Se observă o scădere a valorii amplitudinii oscilației atunci când viteza de deplasare crește, iar relația care aproximează această curbă este:

$$z_f = 0,0031 v^{-0,8951} \tag{3}$$

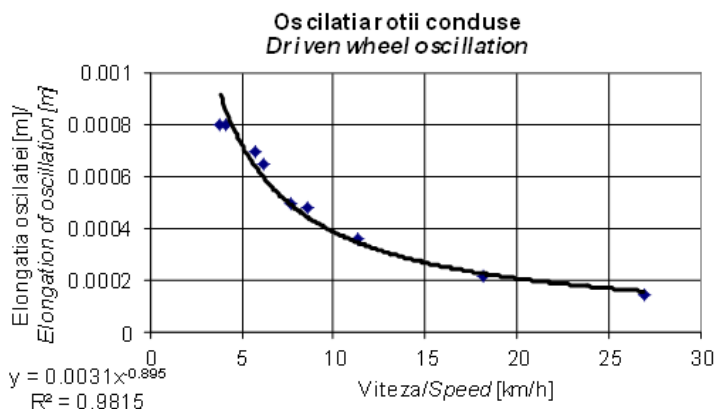


Fig.4 – Variation of the driven wheel oscillation amplitude when tractor moves on farm land / Variația amplitudinii oscilației roții conduse a tractorului în funcție de viteza de deplasare pe terenul agricol

Variation of the driving wheel oscillation amplitude depending on tractor's speed is shown in figure 5. The equation approximating this variation is:

Variația amplitudinii oscilației roții motoare a tractorului în funcție de viteză este prezentată în figura 5. Relația care aproximează această variație este:

$$z_s = 0,1543 v^{-2,208} \tag{4}$$

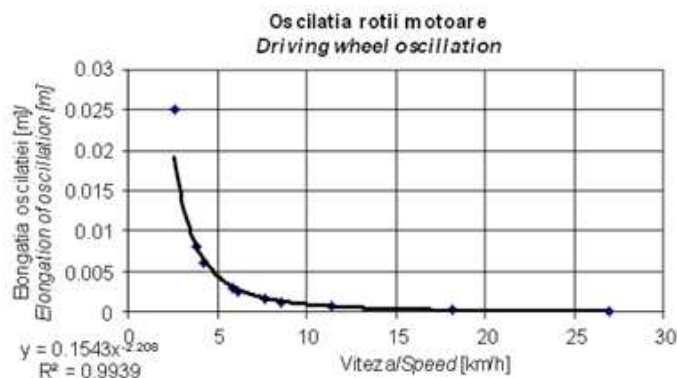


Fig. 5 – Variation of driving wheel oscillation amplitude when moving on farm land / Variația amplitudinii oscilației roții motoare la deplasarea pe terenul agricol

TRACTOR'S MOTION STUDY WHEN MOVING ON COUNTRY ROAD

The tractor modelling programme as two degrees of freedom model has been run for the U-650M tractor moving on a country road, for 10 speeds. The recorded data are presented in table 2. Figure 6 shows the amplitude variation of the tractor's centre of mass. The variation of the tractor's angle of rotation around its centre of mass is presented in figure 7. The variation of the driven wheel oscillation amplitude depending on speed is shown in figure 8. Figure 9 shows the oscillation amplitude variation for the driving wheel, depending on the tractor's speed.

STUDIUL MIȘCĂRII TRACTORULUI PE DRUMUL DE ȚARĂ

Programul de modelare a tractorului, considerat ca un model cu două grade de libertate a fost rulat pentru deplasarea tractorului U-650M pe drumul de țară, la toate cele 10 viteze. Datele obținute sunt prezentate în tabelul 2. În figura 6 se prezintă variația amplitudinii oscilației centrului de masă al tractorului, iar în figura 7 - variația unghiului de rotație al tractorului în jurul centrului de masă. Variația amplitudinii oscilației roții conduse cu viteza de deplasare a tractorului este prezentată în figura 8. În figura 9 se prezintă variația amplitudinii oscilației roții motoare în funcție de viteza de deplasare a tractorului

Table 2 / Tabelul 2

Tractor's motion parameters on country road / Parametrii mișcării tractorului pe drumul de țară

Velocity/ Viteza <i>v</i>	Frecvența oscilației/ Oscillation frequency	Centrul de masă/ Center of mass		Oscilația roților/ Wheels oscillation		Forțele verticale pe roți/ Vertical forces on wheels	
		<i>z</i>	θ	<i>z_f</i>	<i>z_s</i>	<i>F_f</i>	<i>F_s</i>
2.58 / 2,58	6.63 / 6,63	0.006 / 0,006	0.004 / 0,004	0.0018 / 0,0018	0.009 / 0,009	1200	18000
3.83 / 3,83	9.85 / 9,85	0.0025 / 0,0025	0.0018 / 0,0018	0.0013 / 0,0013	0.004 / 0,004	2400	17000
4.16 / 4,16	10.7 / 10,7	0.0023 / 0,0023	0.0014 / 0,0014	0.0011 / 0,0011	0.0032 / 0,0032	2600	16600
5.78 / 5,78	14.86 / 14,86	0.0012 / 0,0012	0.0008 / 0,0008	0.00084 / 0,00084	0.00167 / 0,00167	3900	16700
6.17 / 6,17	15.87 / 15,87	0.001 / 0,001	0.0007 / 0,0007	0.00079 / 0,00079	0.00146 / 0,00146	4200	16700
7.68 / 7,68	19.75 / 19,75	0.0007 / 0,0007	0.00045 / 0,00045	0.00064 / 0,00064	0.00093 / 0,00093	5300	16800
8.56 / 8,56	22.01 / 22,01	0.00055 / 0,00055	0.0004 / 0,0004	0.00057 / 0,00057	0.00075 / 0,00075	6000	16830
11.38 / 11,38	29.27 / 29,27	0.00033 / 0,00033	0.00022 / 0,00022	0.00043 / 0,00043	0.00044 / 0,00044	8000	16930
18.18 / 18,18	46.76 / 46,76	0.00016 / 0,00016	0.00012 / 0,00012	0.00027 / 0,00027	0.00015 / 0,00015	13000	17200
28.94 / 28,94	69.3 / 69,3	0.0000 / 0,00009	0.00007 / 0,00007	0.00018 / 0,00018	0.00008 / 0,00008	19000	18000

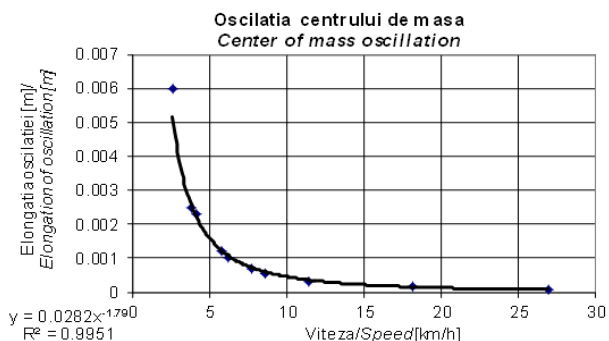


Fig. 6 – Oscillation amplitude variation of the tractor's center of mass, when moving on country road / Variația amplitudinii centrului de masă al tractorului la deplasarea pe drum de țară

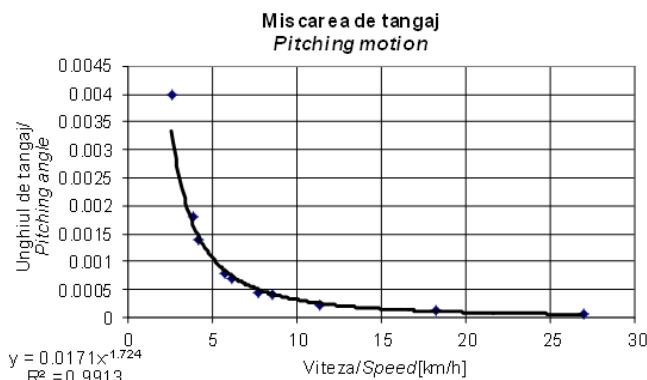


Fig. 7 – Amplitude variation of the tractor angle of rotation around its center of mass, when moving on country road / Variația amplitudinii unghiului de rotație al tractorului în jurul centrului de masă la deplasarea pe drum de țară

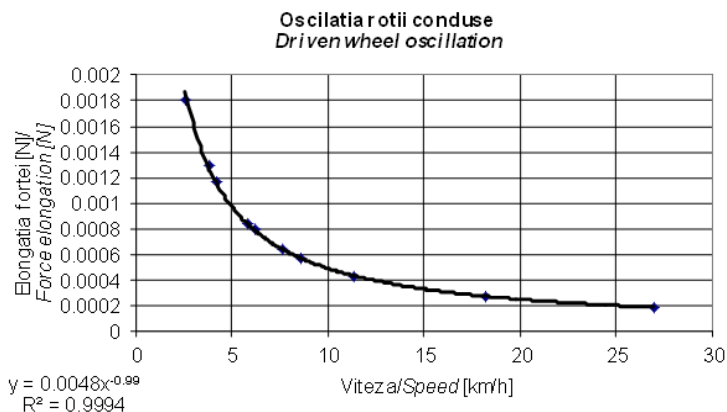


Fig. 8 – Variation of the driven wheel oscillation amplitude when tractor moves on country road /
Variația amplitudinii roții conduse la deplasarea tractorului pe drum de țară

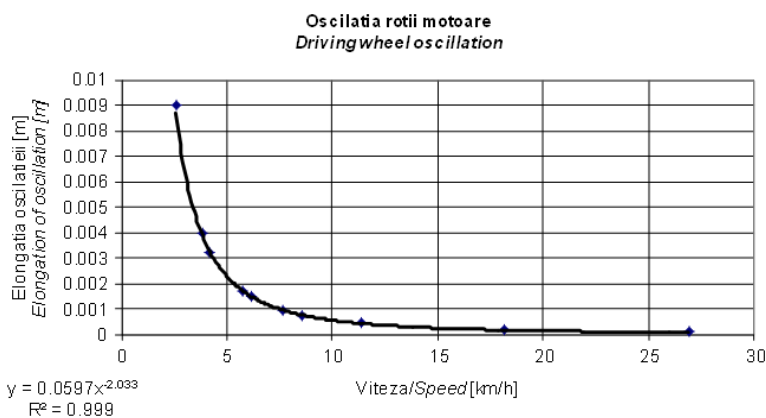
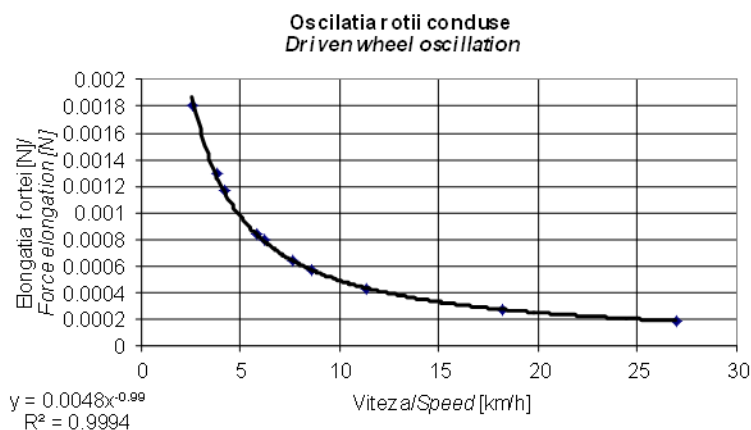


Fig. 9 – Variation of driving wheel oscillation amplitude when moving on country road
Variația amplitudinii oscilației roții motoare la deplasarea tractorului pe drum de țară

CONCLUSION

1. The two degrees of freedom modelling program allows the assessment for the tractor wheels and center of mass motion parameters, and also for the variation of the vertical forces on the wheels. The assessment is approximated due to the fact that a simplified mathematical model is used.
2. The two freedom degrees model of tractor allows the assessment of the variation trends for the oscillatory motion parameters, when the tractor moves on various types of roads. Results closer to the actual ones can be obtained on a model with four degrees of freedom.
3. Analyzing data from tables 1 and 2 it shows that the variation of oscillation amplitude of mass centre is larger in case of a tractor moving on farm land than in case of country road, for speeds up to 10 km/h. For higher tractor speeds these variations are approximately equal (figure 10).
4. The rotation of tractor around its center of mass is

CONCLUZII

1. Programul de modelare a tractorului având la bază un model cu două grade de libertate permite aprecierea aproximativă a parametrilor mișcării roților tractorului, a centrului de masă și a variației forțelor verticale la roțile tractorului având în vedere că se lucrează pe un model simplificat.
2. Modelul cu două grade de libertate al tractorului permite aprecierea tendințelor de variație a parametrilor mișcării oscilatorii la deplasarea tractorului pe diverse drumuri. Rezultate mai apropiate de cele reale se vor putea obține pe un model cu patru grade de libertate al tractorului.
3. Din analiza datelor prezentate în tabelele 1 și 2 se constată că variația amplitudinii oscilației centrului de masă este mai mare în cazul deplasării pe terenul agricol decât pe drumul de țară, la viteze de deplasare ale tractorului de până la 10 km/h. Pentru viteze mai mari, aceste variații sunt foarte apropiate (figura 10).
4. Mișcarea de rotație a tractorului în jurul centrului de

larger when moving on agricultural land with speeds up to 15 km/h. For higher tractor speeds the angle of rotation amplitude is about the same on the two types of road (figure 11).

5. The driven wheel oscillation has larger oscillations when the tractor moves on country road than on agricultural land, regardless of the tractor's speed (figure 12).
6. The driving wheel oscillation is larger when the tractor moves on agricultural land than in case of country road (figure 13), which is contrary to the driven wheel trend.
7. The variation of vertical force magnitude on driven wheel is larger when the tractor moves on country road, than in case of agricultural land. Increase of amplitude follows the increase of tractor's speed (figure 14).
8. The variation of vertical force magnitude on driving wheel is much larger when the tractor moves on country road, than in case of moving on farm land (figure 15). The driving wheel force magnitude variation depending on tractor speed is very low.

masă este mai mare pentru deplasarea pe terenul agricol pentru viteze mai mici de 15 km/h după care amplitudinea unghiului de rotație este aproximativ aceeași pe cele două terenuri (figura 11).

5. Oscilația roții conduse se face cu amplitudini mai mari în cazul deplasării pe drumul de țară decât în cazul deplasării pe terenul agricol indiferent de viteza de deplasare (figura 12).
6. Amplitudinea oscilațiilor roților motoare este mai mare la deplasarea pe terenul agricol decât în cazul deplasării pe drumul de țară (figura 13), tendință contrară roții conduse.
7. Variația amplitudinii forței la roata condusă este mai mare la deplasarea pe drumul de țară decât la deplasarea pe terenul agricol. Creșterea amplitudinii se face cu creșterea vitezei de deplasare a tractorului (figura 14).
8. Variația amplitudinii forței verticale la roata motoare este mult mai mare pentru deplasarea tractorului pe drumul de țară decât pe terenul agricol (figura 15). Variațiile amplitudinii forței la roata motoare în funcție de viteza de deplasare este foarte mică.

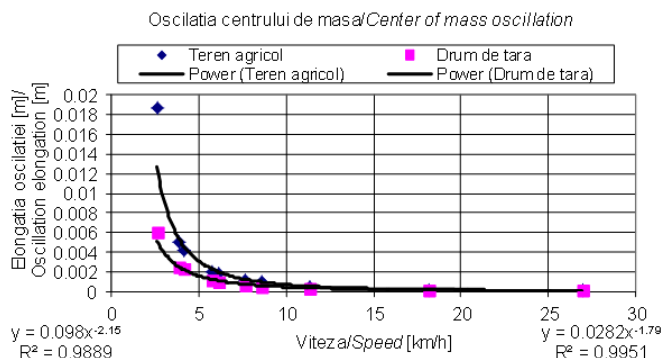


Fig. 10 – Oscillation amplitude variation of the tractor's center of mass, when moving on both types of land / Variația amplitudinii oscilației centrului de masă al tractorului la deplasarea pe cele două terenuri

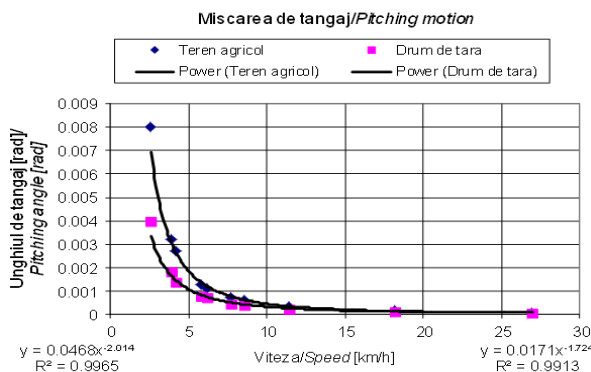


Fig.11 – Amplitude variation of the tractor angle of rotation around its center of mass, when moving on both types of road / Variația amplitudinii unghiului de rotație a tractorului în jurul centrului de masă pentru cele două terenuri

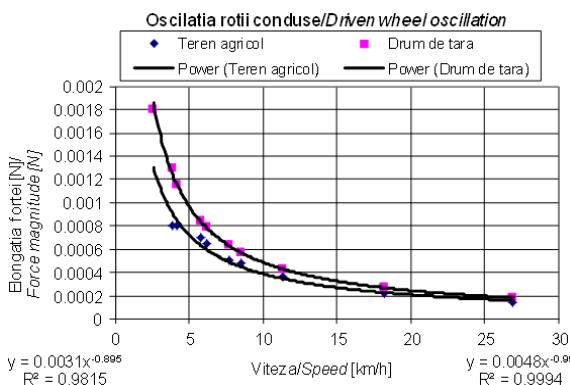


Fig.12 – Variation of the driven wheel oscillation amplitude when tractor moves on both types of road / Variația amplitudinii oscilației roții conduse la deplasarea tractorului pe cele două terenuri

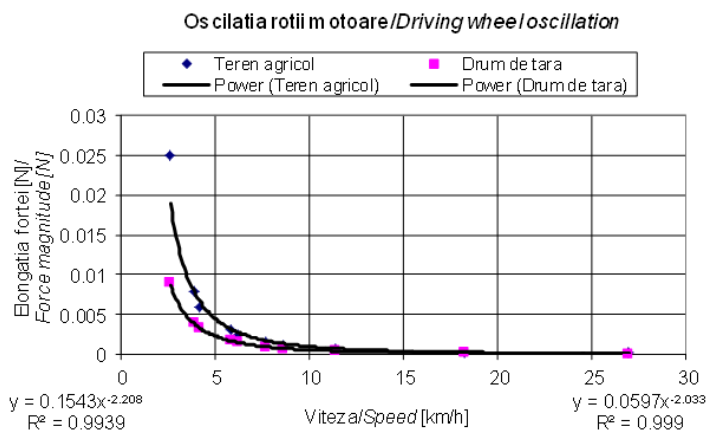
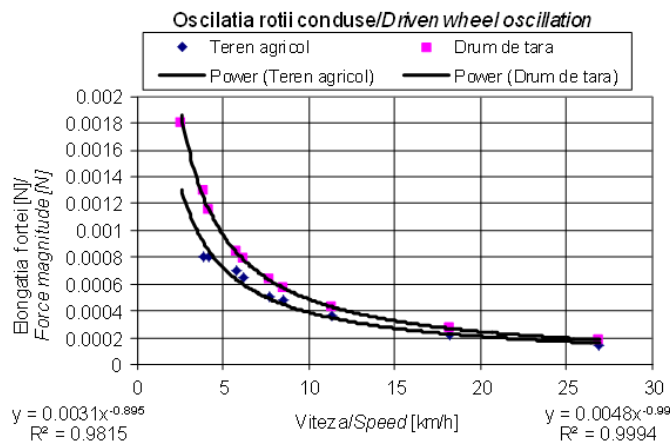


Fig.13 – Variation of driving wheel oscillation amplitude when tractor moves on both types of road /
 Variația amplitudinii oscilației roții motoare la deplasarea tractorului pe cele două terenuri

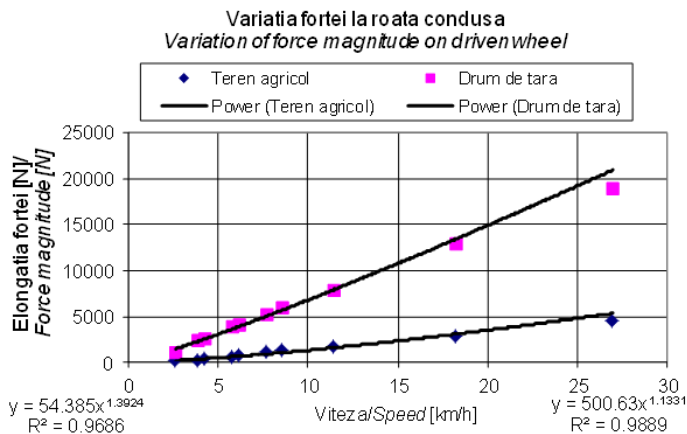


Fig. 14 – The magnitude variation of vertical force on driven wheel, when tractor moves on both types of roads /
 Variația amplitudinii forței verticale la roata condusă la deplasarea pe cele două terenuri

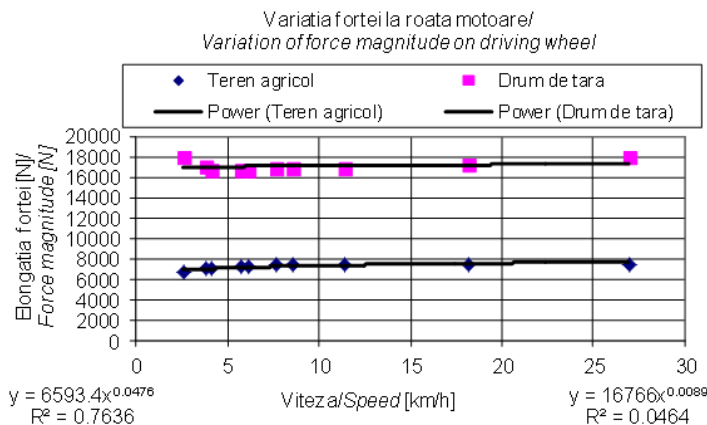


Fig.15 – The magnitude variation of vertical force on driving wheel, when tractor moves on both types of roads /
 Variația amplitudinii forței verticale la roata motoare la deplasarea pe cele două terenuri

REFERENCES

- [1] Borcilă D. (2001), *Studies and researches regarding the analytical and experimental determination of tractor economic and towing performances.*, Ph. D. Thesis abstract;
- [2] Benaroya H. (2001), *Mechanical Vibration*, Prentice Hall;
- [3] David M.F. (2007), *Contributions to the study of agricultural mobile aggregates dynamics*, Ph. D. Thesis , Bucuresti;
- [4] Deciu E., Enescu N., Ion C., et. al. (1981), *Problems of mechanical vibrations*, Vol I-II, UPB;
- [5] Frățilă Gh. (1977), *Calculation and construction of motorcars*, edited by Editura Didactică și Pedagogică, București;
- [6] Năstăsoiu S., ș.a. (1983), *Tractors*, edited by Editura Didactică și Pedagogică, București;
- [6] Rao S.S. (1990), *Mechanical Vibrations*, 2nd, Ed., Addison-Wesley, Reading, MA;
- [7] Weaver W., Timoshenko S.P., Young D.H. (1990), *Vibration Problems in Engineering*, 5th ed., Wiley-Interscience, New York;
- [8] *** (15.10.2001) *Documentary study on improving the machinery system for transporting the agricultural and livestock farm products by integrating a universal technical equipment*, Contract 38, Program AGRAL;
- [9] *** (1990) *Analysis and Design of Foundations for Vibrations*, Edited by P.J.Moore, University of Melbourne.

BIBLIOGRAFIE

- [1] Borcilă D. (2001), *Studii și cercetări privind determinarea pe cale analitică și experimentală a performanțelor de tracțiune și economice a tractoarelor*, Rezumatul tezei de doctorat;
- [2] Benaroya H. (2001), *Vibrația mecanică*, Prentice Hall;
- [3] David M.F. (2007), *Contribuții la studiul dinamicii agregatelor agricole mobile*, Teza de doctorat, Bucuresti;
- [4] Deciu E., Enescu N., Ion C., ș.a. (1981), *Probleme de vibrații mecanice*, Vol I-II, UPB;
- [5] Frățilă Gh. (1977), *Calculul și construcția automobilelor*, Editura Didactică și Pedagogică, București;
- [6] Năstăsoiu S., ș.a. (1983), *Tractoare*, Editura Didactică și Pedagogică, București;
- [6] Rao S.S. (1990), *Vibrații mecanice*, Ed. a 2-a, Ed., Addison-Wesley, Reading, MA;
- [7] Weaver W., Timoshenko S.P., Young D.H. (1990), *Probleme de vibrație în inginerie*, a 5-a ed., Wiley-Interscience, New York;
- [8] *** (15.10.2001) *Studiu documentar privind perfecționarea sistemului de mașini pentru transportul produselor din fermele agricole și zootehnice prin integrarea unui echipament tehnic universal*, Contract 38, Program AGRAL;
- [9] *** (1990) *Analiza și conceperea bazei vibrațiilor*, Editat de P.J.Moore, University of Melbourne.