

## NUMERICAL AND EXPERIMENTAL VIBRATION ANALYSIS OF THE SUSPENSION SYSTEM OF AN AGRICULTURAL MACHINERY

### ANALIZĂ NUMERICĂ ȘI EXPERIMENTALĂ A VIBRAȚIILOR SISTEMULUI DE SUSPENSIE AL UNEI MAȘINI AGRICOLE

Assoc. Prof. PhD. Eng. Craifaleanu A., Assoc. Prof. PhD. Dragomirescu C.

University "Politehnica" of Bucharest, Department of Mechanics / Romania

Tel: (004)021.402.92.50; E-mail: ycraft@yahoo.com

**Abstract:** The paper analyses the bending vibrations of leaf springs, devices that are largely used in agricultural machinery. The studied type of spring is modeled as a system of straight superposed bars, consisting of three bars of different lengths, fixed at one end and free at the other. The paper presents, in its first part, a theoretical study, by the discretization method, of the free vibrations of the studied model, with the determination of the eigenfrequencies of the system. The cases in which the bars are clamped with strong and weak tightening, respectively, are analyzed. For the case of weak tightening, two modalities are proposed for the computation of the influence coefficients matrix, necessary for determining the differential equations of the vibration. In the second part of the paper, the eigenfrequencies of the system are determined experimentally for the two cases and a comparative study of the analytical and numerical results is performed.

**Keywords:** bending vibrations, leaf spring, eigenfrequencies, discretization, influence coefficient.

#### INTRODUCTION

Leaf springs are frequently used in agricultural machinery for the damping of vibrations; thus, the development of methods for their efficient modeling and computation are of a particular practical interest. In the paper, the bending vibrations of a leaf spring, modeled as a system of superposed bars, are analyzed. The system consists of three bars with different lengths, fixed at one end and free at the other. A theoretical study of the free vibrations of the studied model is first performed, by the discretization method, with the computation of the eigenfrequencies of the system. The cases in which the bars are clamped with weak and strong tightening, respectively, are analyzed. For the case of weak tightening, two modalities are proposed for the computation of the influence coefficient matrix, necessary for the determination of the differential equations of vibration. Next, an experimental study for the determination, for the two cases, of the eigenfrequencies of the system is presented. The paper is concluded with a comparative study of analytical and numerical results.

The paper continues previous studies of the authors, in which the discretization method and the influence coefficients method were applied for the study of the free and forced vibrations of other types of mechanical systems, demonstrating the efficiency of the mentioned method in the assessment of vibration characteristics [1, 2, 3, 4].

#### MATERIAL AND METHOD

For the study of the vibrations of a leaf spring, used as a main element of the suspension system in many agricultural machinery (Fig. 1), a system of three superposed bars, with rectangular, constant and identical cross-sections, made from the same material, fixed at one end and free at the other, is adopted as a study model (Fig. 2).

**Rezumat:** Articolul analizează vibrațiile de încovoiere ale arcurilor lamelare, dispozitive de largă utilizare la mașinile agricole. Tipul de arc studiat este modelat ca un sistem de bare drepte suprapuse, fiind format din trei bare de dimensiuni diferite, încastrate la un capăt și libere la celălalt. Articolul prezintă, în prima sa parte, un studiu teoretic al vibrațiilor libere pentru modelul studiat, prin metoda discretizării, cu determinarea frecvențelor proprii ale sistemului. Se analizează cazurile în care barele sunt prinse cu strângere slabă, respectiv puternică. În cazul strângerii slabe, sunt propuse două modalități de calcul a matricei coeficienților de influență, necesară pentru determinarea ecuațiilor diferențiale ale vibrațiilor. În partea a doua a articolului, sunt determinate pe cale experimentală, în cele două cazuri, frecvențele proprii ale sistemului și este efectuată o analiză comparativă a rezultatelor obținute analitic și numeric.

**Cuvinte cheie:** vibrații de încovoiere, arc lamelar, frecvențe proprii, discretizare, coeficient de influență.

#### INTRODUCERE

Arcurile lamelare sunt frecvent utilizate la mașinile agricole pentru amortizarea vibrațiilor, motiv pentru care dezvoltarea unor metode eficiente de modelare și calcul al lor este de un deosebit interes practic. În articol se analizează vibrațiile de încovoiere ale unui arc lamelar, modelat ca un sistem de bare drepte suprapuse. Sistemul este format din trei bare de lungimi diferite, încastrate la un capăt și libere la celălalt. Este realizat mai întâi un studiu teoretic al vibrațiilor libere pentru modelul studiat, prin metoda discretizării, cu determinarea frecvențelor proprii ale sistemului. Se analizează cazurile în care barele sunt prinse cu strângere slabă, respectiv puternică. În cazul strângerii slabe, sunt propuse două modalități de calcul a matricei coeficienților de influență, necesari pentru determinarea ecuațiilor diferențiale ale vibrațiilor. În continuare, este prezentat un studiu experimental de determinare în cele două cazuri a frecvențelor proprii ale sistemului. Articolul se încheie cu o analiză comparativă a rezultatelor obținute analitic și numeric.

Articolul continuă studii anterioare ale autorilor, în care metoda discretizării și metoda coeficienților de influență au fost aplicate pentru studiul vibrațiilor libere și forțate ale unor alte tipuri de sisteme mecanice, demonstrându-se eficiența metodelor respective în estimarea caracteristicilor vibrațiilor [1, 2, 3, 4].

#### MATERIAL ȘI METODĂ

Pentru studiul vibrațiilor unui arc lamelar, utilizat ca element principal al sistemului de suspensie la multe mașini agricole (fig. 1), se adoptă ca model de studiu un sistem de trei bare suprapuse, cu secțiuni dreptunghiulare constante și identice, de lungimi diferite, realizate din același material, încastrate la un capăt și libere la celălalt (fig. 2).

The bar system performs bending vibrations in the Oxz plane.

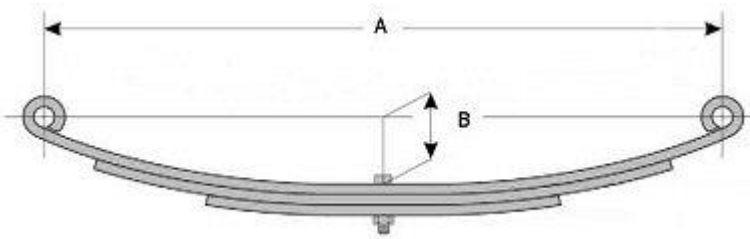


Fig. 1 – The suspension system

Sistemul de bare efectuează oscilații de încovoiere în planul Oxz.

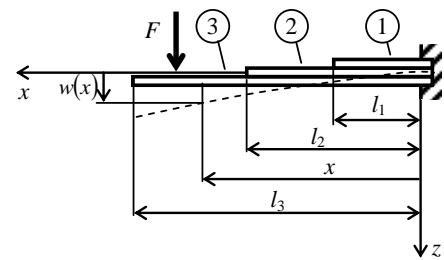


Fig. 2 – Leaf spring model

The bars are kept in permanent contact by the use of tightening clamps, such that the deflections of all bars are equal in the same transverse section. If the tightening of these bars is weak, the bars slide on one another during the bending, forming a system of elastic bodies mounted in parallel. If the tightening is strong, the bars do not slide and the system behaves like a single bar with variable section, equal to the sum of the component sections. The paper analyzes both situations, the first of them by using two theoretical methods. Three analysis cases result, all of them based on the modeling by the discretization method and on the study of vibrations by the influence coefficients method.

As known from the literature, the approximate study of the vibrations of continuous bodies can be performed by the discretization method, which consists in the approximation of the system by a number *n* of material points, connected by elastic elements of negligible mass [10]. For the studied system, the model in Figure 3 results.

The mass in section *i* is

$$m_i = \rho b h(x) \Delta x_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \tag{1}$$

where  $\rho$  is the density of the bar material, *b* is the width of the bar section,

unde  $\rho$  este densitatea materialului barei, *b* este lățimea secțiunii barelor,

$$h(x) = \begin{cases} h_1 = 2h_0 & \text{if / dacă } 0 < x \leq l_1 \\ h_2 = 2h_0 & \text{if / dacă } l_1 < x \leq l_2 \\ h_3 = 3h_0 & \text{if / dacă } l_2 \leq x \leq l_3 \end{cases} \tag{2}$$

represents the height of the cross-section of the bar package, *h*<sub>0</sub> is the height of the section of a bar and

reprezintă înălțimea secțiunii pachetului de bare, *h*<sub>0</sub> este înălțimea secțiunii unei bare, iar

$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \tag{3}$$

is the distance between sections *i*–1 and *i*.

este distanța dintre secțiunile *i*–1 și *i*.

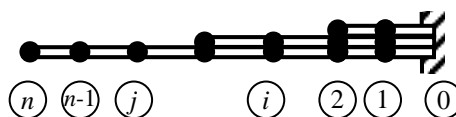


Fig. 3 - Discretized system of beams

The vibrations of the discrete system can be studied with the methods specific to the systems with a finite number of degrees of freedom [6, 7, 8, 9]. One of these is the influence coefficients method [6, 9].

As known from the literature, the influence coefficient  $\delta_{ij}$  is defined as the transverse displacement

Vibrațiile sistemului discret rezultat pot fi studiate cu metodele specifice sistemelor cu un număr finit de grade de libertate [6, 7, 8, 9]. Una dintre acestea este metoda coeficienților de influență [6, 9].

Așa cum se cunoaște din literatură, coeficientul de influență  $\delta_{ij}$  este definit ca deplasarea transversală

$$w_i = w(x_i) \tag{4}$$

undergone by section  $i$ , when the bar is submitted to a force equal to unity, applied perpendicularly in the section  $j$ .

In the case of a homogeneous bar fixed at one end and free at the other [6, 9],

suferită de secțiunea  $i$ , atunci când bare este acționată de o forță egală cu unitatea, aplicată perpendicular în secțiunea  $j$ .

În cazul unei bare omogene încastrate la un capăt și liberă la celălalt [6, 9],

$$\delta_{ij} = \delta_{ji} = \frac{x_i^2}{2EI_y} \left( x_j - \frac{x_i}{3} \right) \quad \text{if } x_i < x_j, \tag{5}$$

where  $E$  is the Young's modulus of the bar material and  $I_y$  is the moment of inertia of the cross-section.

In the general case of a bar with variable section, in which the moment of inertia varies with the  $x$  abscissa, the deformation in section  $i$  produced by a force applied in section  $j$  takes the form [10]

unde  $E$  este modulul lui Young al materialului barei, iar  $I_y$  este momentul de inerție al secțiunii transversale.

În cazul general, al unei bare de secțiune variabilă, în care momentul de inerție variază cu abscisa  $x$ , deformația din secțiunea  $i$  produsă de o forță aplicată în secțiunea  $j$  ia forma [10]

$$w(x_i) = \int_0^{x_j} \left( \int_0^x \frac{F(x_j - x)}{EI_y(x)} dx \right) dx \quad \text{if } x_i < x_j. \tag{6}$$

The influence coefficients result from this relation:

Rezultă de aici coeficienții de influență:

$$\delta_{ij} = \int_0^{x_j} \left( \int_0^x \frac{x_j - x}{EI_y(x)} dx \right) dx \quad \text{if } x_i < x_j. \tag{7}$$

It is shown that the differential equations of the free vibrations take the form [6, 9]

Se arată că ecuațiile diferențiale ale vibrațiilor libere iau forma [6, 9]

$$[D]\{\ddot{w}\} + \{w\} = \{0\} \tag{8}$$

where the following were introduced:  
- dynamic matrix

unde s-au introdus:  
- matricea dinamică

$$[D] = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \dots & \delta_{nn} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & m_n \end{bmatrix} \tag{9}$$

- state vector

- vectorul de stare

$$\{w\} = (w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_n)^T, \tag{10}$$

- null vector

- vectorul nul

$$\{0\} = (0 \quad 0 \quad \dots \quad 0)^T. \tag{11}$$

Under these conditions, denoting by  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) the eigenvalues of the matrix (9) and  $\{a\}_i$  the corresponding eigenvectors, the circular eigenfrequencies of the system result,

În aceste condiții, notând cu  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) valorile proprii ale matricei (9) și  $\{a\}_i$  vectorii proprii corespunzători, rezultă pulsațiile proprii ale sistemului,

$$\omega_i = (\sqrt{\alpha_i})^{-1}, \tag{12}$$

as well as the eigenmodes

precum și modurile proprii de vibrație,

$$\{w\}_i = \{a\}_i \cos(\omega_i t - \varphi_i). \tag{13}$$

**The case of weak tightening – first method**

In the case of weak tightening, the influence coefficients of the bar package can be determined with formula (7), in which

$$I(x) = \begin{cases} I_1 = 2I_0 & \text{if / dac\u0103 } 0 < x \leq l_1 \\ I_2 = 2I_0 & \text{if / dac\u0103 } l_1 < x \leq l_2 \\ I_3 = 3I_0 & \text{if / dac\u0103 } l_2 \leq x \leq l_3 \end{cases} \quad (14)$$

where the moment of inertia of a bar in the package was introduced,

$$I_0 = \frac{bh_0^3}{12}. \quad (15)$$

**The case of weak tightening – second method**

A more general method for the study of the bar package is based on the observation that the elasticity matrix  $[K]$  of a system of elastic bodies mounted in parallel can be obtained by adding the elastic matrices corresponding to each body.

The elasticity matrix of the bar  $k$  ( $k=1,2,3$ ) is linked to the influence coefficients matrix of the same bar by the relation

$$[K]_k = [\delta]_k^{-1} \quad (16)$$

It should be noted that, since the lengths of the bars are not equal, the number of sections of discretization differs from one bar to another and, therefore, the dimensions of matrices  $[K]_k$  ( $k=1,2,3$ ) are also not equal. Consequently, in the assemblage of matrix  $[K]$  of the system, modified matrices  $[K']_k$  will be used, obtained by completing the matrices  $[K]_k$  with null lines and columns, corresponding to the sections that are not covered by the concerned bars.

Finally, the matrix of the influence coefficients of the system is determined.

$$[\delta] = [K]^{-1}. \quad (17)$$

**The case of strong tightening**

In the case of strong tightening, the influence coefficients of the system can be determined with relation (7), in which

$$I(x) = \frac{bh^3(x)}{12}, \quad (18)$$

where  $h(x)$  is given by formulas (2).

**RESULTS**

The numerical and experimental study of the vibrations of the system was performed based on a model defined by the following values:

$$l_1 = 0.260 \text{ m}, \quad l_2 = 0.537 \text{ m}, \quad l_3 = 0.865 \text{ m},$$

$$E = 210 \times 10^9 \text{ N/m}^2, \quad \rho = 7850 \text{ kg/m}^3, \quad b = 0.025 \text{ m}, \quad h_0 = 0.008 \text{ m}, \quad n = 157$$

The first 10 circular eigenfrequencies and the corresponding eigenfrequencies in the three analysis cases are presented in Table 1.

**Cazul str\u00e2ngerii slabe – prima metod\u0103**

\u00c0n cazul str\u00e2ngerii slabe, coeficien\u021bi de influen\u021b\u0103 ai pachetului de bare se pot determina cu formula (7), \u00een care

$$I(x) = \begin{cases} I_1 = 2I_0 & \text{if / dac\u0103 } 0 < x \leq l_1 \\ I_2 = 2I_0 & \text{if / dac\u0103 } l_1 < x \leq l_2 \\ I_3 = 3I_0 & \text{if / dac\u0103 } l_2 \leq x \leq l_3 \end{cases} \quad (14)$$

unde s-a introdus momentul de iner\u021bie al unei bare din pachet,

$$I_0 = \frac{bh_0^3}{12}. \quad (15)$$

**Cazul str\u00e2ngerii slabe – a doua metod\u0103**

O metod\u0103 mai general\u0103 de studiu al pachetului de bare, se bazeaz\u0103 pe observa\u021bia c\u0103 matricea de elasticitate  $[K]$  a unui sistem de copuri elastice montate \u00een paralel se ob\u021bine adun\u00e2nd matricele elastice corespunz\u0103toare fiec\u0103rui corp component.

Matricea de elasticitate a barei  $k$  ( $k=1,2,3$ ) este legat\u0103 de matricea coeficien\u021bilor de influen\u021b\u0103 a aceleia\u0219i bare prin rela\u021bia

$$[K]_k = [\delta]_k^{-1} \quad (16)$$

Este de remarcat c\u0103, deoarece lungimile barelor sunt diferite, num\u0103rul de sec\u021biuni de discretizare difer\u0103 de la o bar\u0103 la alta \u0219i, \u00een consecin\u021b\u0103, dimensiunile matricelor  $[K]_k$  ( $k=1,2,3$ ) sunt, la r\u00e2ndul lor, diferite. Ca urmare, \u00een compunerea matricei  $[K]$  a sistemului se vor utiliza matricele modificate  $[K']_k$  prin completarea matricelor  $[K]_k$  cu linii \u0219i coloane nule, corespunz\u0103toare sec\u021biunilor neacoperite de barele respective.

\u00c0n final, se determin\u0103 matricea coeficien\u021bilor de influen\u021b\u0103 a sistemului,

$$[\delta] = [K]^{-1}. \quad (17)$$

**Cazul str\u00e2ngerii puternice**

\u00c0n cazul str\u00e2ngerii puternice, coeficien\u021bi de influen\u021b\u0103 ai sistemului se pot determina cu formula (7), \u00een care

$$I(x) = \frac{bh^3(x)}{12}, \quad (18)$$

unde  $h(x)$  este dat de formulele (2).

**REZULTATE**

Studiul numeric \u0219i experimental al vibra\u021biilor sistemului s-a efectuat cu ajutorul unui model definit de urm\u0103toarele valori:

$$l_1 = 0.260 \text{ m}, \quad l_2 = 0.537 \text{ m}, \quad l_3 = 0.865 \text{ m},$$

$$E = 210 \times 10^9 \text{ N/m}^2, \quad \rho = 7850 \text{ kg/m}^3, \quad b = 0.025 \text{ m}, \quad h_0 = 0.008 \text{ m}, \quad n = 157$$

Primele 10 pulsa\u021bii proprii ob\u021binute \u0219i frecven\u021bele proprii corespunz\u0103toare \u00een cele trei cazuri de calcul sunt prezentate \u00een tabelul 1.

Table 1

$i$	Weak tightening – first method		Weak tightening – second method		Strong tightening	
	$\omega_i$ [s <sup>-1</sup> ]	$f_i$ [Hz]	$\omega_i$ [s <sup>-1</sup> ]	$f_i$ [Hz]	$\omega_i$ [s <sup>-1</sup> ]	$f_i$ [Hz]
1	81.97	13.05	82.19	13.08	190.83	30.37
2	359.36	57.19	360.21	57.33	594.58	94.63
3	931.44	148.24	933.19	148.52	1617.09	257.37
4	1867.93	297.29	1870.05	297.63	2864.48	455.90
5	3021.86	480.94	3021.56	480.90	5253.97	836.20
6	4585.05	729.73	4584.61	729.66	7379.12	1174.42
7	6384.88	1016.18	6369.45	1013.73	10653.4	1695.55
8	8528.96	1357.43	8512.19	1354.76	13627.3	2168.85
9	11087.80	1764.68	11061.70	1760.52	18383.6	2925.84
10	13583.60	2161.89	13505.80	2149.52	22522.1	3584.50

The experimental study of the system was performed on the measuring stand shown in Figures 4-5.

Studiul experimental al sistemului s-a efectuat cu ajutorul bancului de probă prezentat în figurile 4-5.



Fig. 4 - Measuring Stand

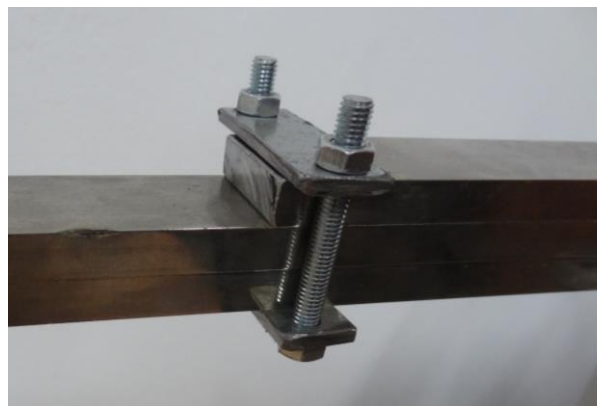


Fig. 5 – Tightening system

A measuring chain with four Bruel&Kjær accelerometers, type 4508 B004, was used, numbered from 0 to 3, an acquisition board NI9233 and a laptop.

Accelerometer 3 was placed at the free end of the bar 3, while accelerometer 0 was placed on bar 1, near the fixing system. Accelerometers 1 and 2 were placed on bars 2 and 3, respectively.

Free vibrations produced by applying percussions on the bar were studied.

The obtained data were processed with LabVIEW<sup>1</sup> program, resulting in the spectra of Figures 6 -7.

The vibrations produced in a free elastic system reveal the eigenfrequencies of the system, that can be identified by the analysis in the frequency domain of the acceleration signals measured in time and recorded.

S-a utilizat un lanț de măsură cu patru accelerometre, Bruel&Kjær, tip 4508 B004, numerotate de la 0 la 3, o placă de achiziție NI9233 și un laptop.

Accelerometrul 3 a fost amplasat în capul liber al barei 3, iar accelerometrul 0 pe bara 1, lângă încadrare. Accelerometrele 1 și 2 au fost plasate pe barele 2, respectiv 3.

S-au studiat vibrațiile libere, produse prin aplicare unor percuții pe bară.

Datele au fost prelucrate cu ajutorul programului LabVIEW<sup>1</sup>, obținându-se spectrele din figura 6 -7.

Vibrațiile produse într-un sistem elastic liber söt în evidență frecvențele proprii ale sistemului, care pot fi identificate prin analiza în frecvență a semnalelor de accelerație măsurate în timp și înregistrate.

<sup>1</sup> Product of National Instruments Corporation, 11500 Mopac Expwy, Austin, TX 78759-3504, USA, (512) 683-0100.



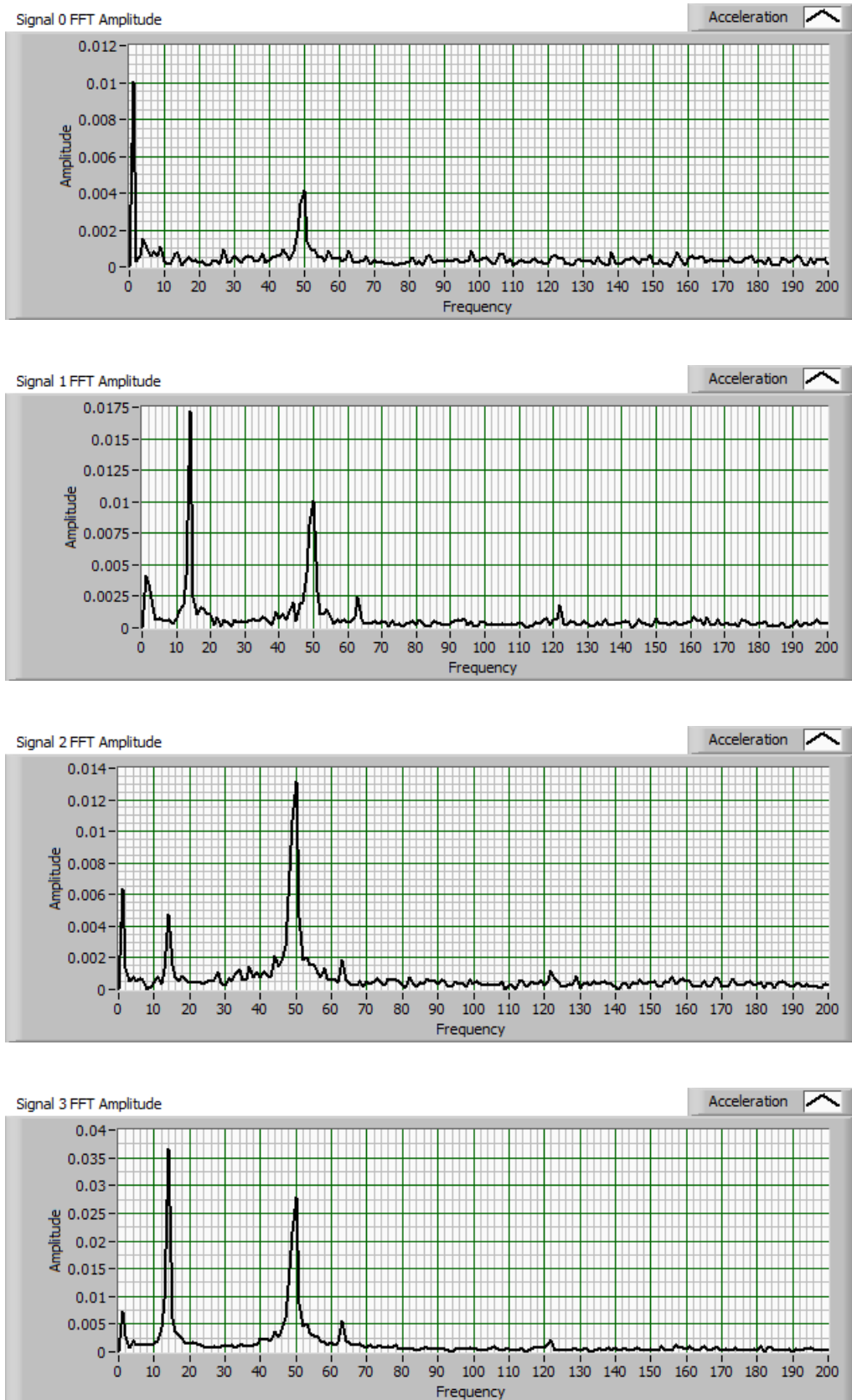


Fig. 6 - Free vibrations spectra – weak tightening (Frequency - in Hz; Amplitude – in  $m/s^2$ )

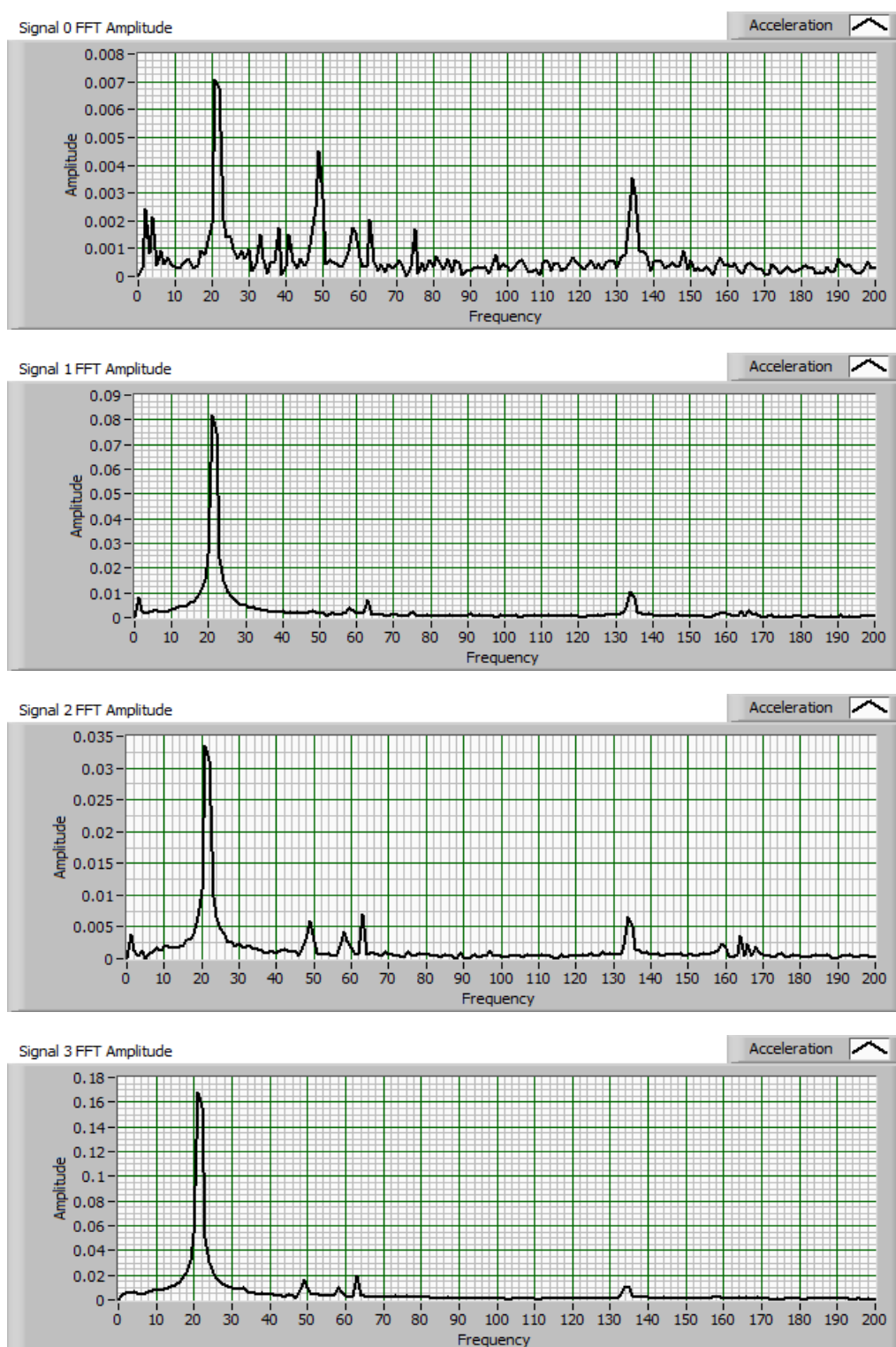


Fig. 7 - Free vibrations spectra – strong tightening (Frequency - in Hz; Amplitude – in  $m/s^2$ )

## CONCLUSIONS

The paper analyzed the vibrations of a system of superposed bars, used as a model for a leaf spring.

The eigenfrequencies of the bar system were computed numerically for two cases: the case in which the bars can slide on one another and the case in which the system is rigid. In the first case two modalities were proposed for the computation of the influence coefficients, the modalities providing very close results.

The eigenfrequencies of the bar system were identified also by spectral analysis of the signal measured on an experimental model, for the two above mentioned cases:

## CONCLUZII

Articolul a analizat vibrațiile unui sistem de bare suprapuse, utilizat ca model pentru un arc lamelar.

Au fost calculate numeric frecvențele proprii ale sistemului de bare în două cazuri: cel în care barele pot aluneca între ele, respectiv cel în care sistemul este rigid. În primul caz au fost propuse două modalități de determinare a coeficienților de influență, modalitățile furnizând rezultate foarte apropiate.

Frecvențele proprii ale sistemului de bare au fost determinate și prin analiza spectrală a semnalului măsurat pe un model experimental, în cele două cazuri

weak and strong tightening, respectively.

The peaks detected by accelerometers 1-3, in the case of the weak tightening, close to the 14 Hz frequency (Fig. 6), correspond to the fundamental eigenfrequency calculated by the two methods (13.05 Hz and 13.08 Hz, respectively – Table 1). Accelerometer 0 did not detect any peak close to this frequency, since it was placed near the fixing system, where the motion takes place with a reduced amplitude. In the case of the weak tightening a good agreement was obtained between the numerical and the experimental results.

In the case the strong tightening, all four accelerometers detected a peak close to the 20 Hz frequency. This value is higher than the one in the previous case, which was expected, the system being more rigid, but it is far from the calculated one, of 30.37Hz. This discrepancy is due to the imperfections of the tightening system, which allowed a certain relative sliding of the three bars.

The measurements validate the proposed model, for the fundamental eigenfrequency, and show that this frequency is situated in the neighborhood of the numerically determined value, translated with a larger amount as the rigidity of the leaf spring is greater. The fundamental eigenfrequency is of a particular interest, as it can lead to the resonance phenomenon, undesirable for transportation means.

It can be concluded that the eigenfrequencies of a leaf spring depend essentially on the way in which the strips can slide on one another, thus on their state of wear, as well as on their tightening system.

## REFERENCES

- [1]. Craifaleanu A., Orășanu N., (2011) – *Theoretical and experimental analysis of the vibrations of an elastic beam with four concentrated masses*, Proceedings of the Annual Symposium of the Institute of Solid Mechanics, SISOM 2011, Bucharest, May 25-26, 2011, pp.471-480;
- [2]. Craifaleanu A., Orășanu N., (2012) – *Experimental study of the forced vibrations of a system with distributed mass and four concentrated masses*, Proceedings of the Annual Symposium of the Institute of Solid Mechanics, SISOM 2012, Bucharest, May 30-31, 2012, pp.200-205;
- [3]. Craifaleanu A., Orășanu N., Dragomirescu C., (2013) – *Theoretical and Experimental Studies on Magnetic Dampers*, Applied Mechanics and Materials, Vol. 430, pp 351-355, Trans Tech Publications, Switzerland;
- [4]. Craifaleanu A., Orășanu N., Dragomirescu C., (2015) – *Bending vibrations of a viscoelastic Euler-Bernoulli beam – two methods and comparison*, Applied Mechanics and Materials, Vol. 762, pp 47-54, Trans Tech Publications, Switzerland;
- [5]. Trailer Parts Superstore, (2015), <http://www.easternmarine.com/Double-Eye-Trailer-Leaf-Springs>;
- [6]. Meirovitch, L., (2001) – *Fundamentals of Vibrations*, McGraw-Hill Book Company, New York;
- [7]. Rao S. (2011) – *Mechanical Vibrations*, Prentice Hall Publishing House, University of Miami;
- [8]. Rădoi M., Deciu E., Voiculescu D., (1973) – *Elements of mechanical vibrations* (in Romanian), Tehnical Publishing House, Bucharest;
- [9]. Silaș Gh., (1968) – *Mechanics. Mechanical* Bucharest;
- [10]. Timoshenko S., (1948) – *Strength of Materials. Part I. Elementary Theory and Problems*, D. van Nostrand Company, Inc.

menționate: strângere slabă și puternică.

Vârful detectat de accelerometrele 1-3 în cazul strângerii slabe, în apropierea frecvenței de 14 Hz (fig. 6), corespund frecvenței proprii fundamentale calculate prin cele două metode (13,05 Hz, respectiv 13,08 Hz – tabelul 1). Accelerometrul 0 nu a detectat un vârf în apropierea acestei frecvențe, fiind amplasat în imediata apropiere a sistemului de prindere, unde mișcarea are loc cu amplitudine redusă. În cazul strângerii slabe rezultă o bună concordanță între rezultatele numerice și cele experimentale.

În cazul strângerii puternice, toate cele patru accelerometre au detectat un vârf în apropierea frecvenței de 20 Hz. Această valoare este mai ridicată decât cea din cazul anterior, ceea ce este de așteptat, sistemul fiind mai rigid, dar ea se află la mare distanță de frecvența fundamentală calculată, de 30,37Hz. Această discrepanță se explică prin imperfecțiunile sistemului de strângere, ce au permis anumite alunecări relative ale celor trei bare.

Măsurătorile validează modelul propus pentru frecvența fundamentală și arată că această frecvență este situată în vecinătatea valorii determinate numeric, deplasată cu atât mai mult cu cât rigiditatea arcului lamelar este mai mare. Frecvența proprie fundamentală prezintă un interes deosebit, deoarece poate conduce la fenomenul de rezonanță, nedorit pentru mijloace de transport.

Se poate concluziona că frecvențele proprii ale unui arc lamelar depind în mod esențial de felul în care pot aluneca relativ între ele foile arcului, deci de starea lor de uzură, precum și de sistemul de strângere.

## BIBLIOGRAFIE

- [1]. Craifaleanu A., Orășanu N., (2011) – *Analiză teoretică și experimentală a vibrațiilor unei bare elastice cu patru mase concentrate*, Proceedings of the Annual Symposium of the Institute of Solid Mechanics, SISOM 2011, Bucharest, May 25-26, 2011, pp.471-480;
- [2]. Craifaleanu A., Orășanu N., (2012) – *Studiu experimental al vibrațiilor forțate ale unui sistem cu masă distribuită și patru mase concentrate*, Proceedings of the Annual Symposium of the Institute of Solid Mechanics, SISOM 2012, Bucharest, May 30-31, 2012, pp.200-205;
- [3]. Craifaleanu A., Orășanu N., Dragomirescu C., (2013) – *Studii teoretice și experimentale asupra amortizorilor magnetici*, Applied Mechanics and Materials, Vol. 430, pp. 351-355, Trans Tec Publications, Switzerland;
- [4]. Craifaleanu A., Orășanu N., Dragomirescu C., (2015) – *Vibrații de încovoiere ale unei bare Euler-Bernoulli viscoelastice – două metode și comparație*, Applied Mechanics and Materials, Vol. 762, pp. 47-54, Trans Tech Publications, Switzerland;
- [5]. Trailer Parts Superstore, (2015), <http://www.easternmarine.com/Double-Eye-Trailer-Leaf-Springs>;
- [6]. Meirovitch, L. (2001) – *Bazele vibrațiilor*, Editura McGraw-Hill, New York;
- [7]. Rao S. (2011) – *Vibrații mecanice*, Editura Prentice Hall, Universitatea din Miami;
- [8]. Rădoi M., Deciu E., Voiculescu D., (1973) – *Elemente de vibrații mecanice*, Ed. Tehnică, București.
- [9]. Silaș Gh., (1968) – *Mecanică. Vibrații mecanice*, Ed. Didactică și Pedagogică, București.
- [10]. Timoshenko S., (1948) – *Rezistența materialelor. Partea I. Teoria elementară și Probleme*, D. van Nostrand Company, Inc.