ISSN 2303-5366 ***БМЧ***
http://www.bijeljinamc.org ***Бијељински методички часопис***
Вол. 2(2015), 36-44

МАТЕМАТИКА И ЈЕЗИК, III

Данијела Митровић

Универзитет у Источном Сарајеву, Педагошки факултет Бијељина,
76300 Бијељина, Семберских ратара б.б., Босна и Херцеговина
e-mail: dani88@hotmail.rs

Сажетак. Да би се математика разумела није довољно само научити формуле, дефиниције, тероеме, него је потребно разумети језик математике и поред наученог начина решења проблема потребно је знати како комуницирати са другим математичарима. Ниво разумевања математике обухвата квалитетније знање у односу на претходне нивое, када ученик стварно схвата и разуме научени садржај и у стању је да га логички образложи, тј. градиво излаже логично и с разумевањем . То значи да је ученик у стању не само да препозна и репродукује научено, већ да врши и мисаону прераду знања - да разуме и објасни чињенице, појмове, правила, дефиниције, да издвоји битно од небитног, повезује чињенице и изводи закључке. Ученик који је научио градиво на овом нивоу може вербално исказани задатак да "преведе" на математички језик односно језик симбола, и обрнуто, са више апстрактног - математичког језика може да преведе на мање апстрактан, конкретнији, обичан језик.

Кључне речи и фразе: *математика, језик, математичка усменост и писменост, улога језика*

Abstract: In order to understand the math is not enough just to learn formulas, definitions, teroeme , but need to understand the language of mathematics and learned ways besides solutions to the problems it is necessary to know how to communicate with other mathematicians . The level of understanding of mathematics includes better knowledge compared to previous levels , when a student really learned to appreciate and understand the content and is able to logically explain, material exposes logically and with understanding . This means that the student is able not only to recognize and reproduce the learned , but it is done and thought- processing knowledge - to understand and explain facts, concepts , rules , definitions, to sort out the important from the unimportant , connects facts and conclusions. A student who has learned the material at this level can verbally stated mission to " translate" the mathematical language or sign language , and vice versa, with more abstract - mathematical language can be translated into less abstract , more concrete , plain language.

Key words and phrases: *mathematics, language, mathematical literacy and orality, the role of language*

Увод

Математичари решавају проблеме многим банкарима, хемичарима, астронаутима, при чему их питају на свом језику, а онда математичари преводе њихове захтеве на математички језик до нивоа непрепознавања. Математички језик се разликује од свакодневног језика, песничког језика, музичког језика. Најчешће особе које постављају проблеме математичарима су најчешће специјализовани и баве се једном темом. Математичар тражи заједничка својства изучаваној појави и другим појавама. Математичари обично дају упуте, инструменте, алгоритме и како решити одређени проблем.

Математички језик се бави објашњивим бројевима, општ је и нема двосмислености. Такође математички језик је дискретан и има појмновну функцију. Савремена математика не одговара само на питање колико, већ и на питање како? Због тога је погодна за испитивање структура, па и оних које се појављују у песничком и музичком језику.

Поред говорног језика у математици се користе разни математички-знаци симболи, који чине језик математике. Тај језик је универзалан и омогућава једноставно и свима разумљиво записивање математичких садржаја. Језик математике садржи: константе, промењиве, операцијске знаке, релацијске знаке… Коришћењем ових елемената математичког језика дефинишу се изрази и формуле.

Формални језик математике

Шта су урадили заједничко, почетком 20. века један Енглез , средином овог века Мађар, и сиромашни Брамин Индијанац који је умро 1920. године у 32. години ? Сви они су говорили и писали језиком математике. Енглез Г. Харди је написао један од кључних уџбеника о теорији бројева, Мађар Павле Ердос је објавио више радова него било који други математичар, и млади Индијанац Шриниваса Раманујан, углавном самоук, произвео је веома неконвенционалне резултате које није изложио у Европи.

Сасвим случајно 1913. год. Рамнујан је послао Хардију неке скрипте о својим математичким „открићима“. Харди је скоро одбацио ове рукописе, јер Раманујан није говорио течно језик математике. На њихову срећу, Харди је препознао Раманујана као генија и позвао га на Универзитет у Кембрицу, где су формирали успешну сарадњу све док Раманујан није прерано умро од туберкулозе. Упркос Раманујановом познавању математике, Харди је морао да га научим формалним језиком математике. (Beverly J. Orth.)

Да би се разумела комуникација математичара, студенти морају да науче како да пишу и говоре језик, веома специјализовани језик који се заснива на многим претпоставкама и конвенцијама. Важно је да студенти постепено уче математичке приче и да знају да дискутују о резултатима са другим математичарима.

Математика се разликује од природног језика јер она пре свега много прецизнија од природног језика, математика нема емотивни садржај, није темпорална.

Математичари, као по правилу, су мотивисани да поделе свој математички израз. Понекад математичар ће проширити или да прилагодити постојећи запис. Ако за обележавање нечега недостају поједине речи, математичари ће измислити нову терминологију или симболе.

Прецизност у математици се захтева како у израчунавањима, конструкцјама, као и у математичком изражавању-математичког језика.

Симболичност је, такође, специфичност математике, јер се симболи користе како за објекте, тако и за операције и релације, односно, за све математичке појмове. Употреба симбола у настави математике доприноси развоју математичког мишљења.

Наведене и друге специфичности у математици, које издвајају математичку делатност од других делатности и које на посебан начин утичу на развој мишљења, јер разлог посебног мишљења-математичког мишљења.

Неки аутори такође сматрају да математика је ужи појам од природног језика, јер му недостаје богатство, нијансе, и двосмисленост. `` математика је ограничен, технички језик у којем не може да се прикаже много тога што дубоког људске вредности не може прикаже``. Иако математика може врло добро описати дугу , она ипак не може описати како се човек осећа када види дугу или како дуга може инспирисати песму или песме.

Тумачење математичких израза се може поредити са описом слике. Математика је нека врста визуелног и сензорног мотора размишљања. Неке области математике као што је геометрија, интегрални рачун су повезане са сликама. Док теорија бројева, или апстрактне алгебре нису повезане са сликама.

Математика није једна дисциплина иако се дефинише као једна. Састоји се од многих других дисциплина, као што су реалне анализе, комплексне анализе, функционалне анализе, теорије бројева, теорије скупова, теорије група, типологије и тако даље. Строго говорећи, математика је породица језика. Сваки од језика одговара на сваки од његових бројних дисциплина ... У томе, сасвим је супротно енглеском или другим природним језицима .

Језик математике

Поједини математичари и лингвисти се слажу да је језик математике има многе карактеристике природног језика, и, у неким аспектима, превазилази природни језик у њеној способности комуникације. Такође, процес учења математике паралелан је процесу учења природног језика.

Ученици уче да препознају неке математичке симболе и математичке речи. Међутим, многи не науче да читају математику на нивоу који им омогућава да науче математику читањем математике. То је само када студенти дођу напреднији из средње школе из математике где постоји значајна веза учења математике читањем књига математике и других релевантних материјала.

Људи изван математичке заједнице често описују математику као учење како да манипулишу бројевима и симболима. Али симболички изрази математике није оно што је математика, они су скраћеница за математичке мисли. Формуле нису саме себи довољне, али њихов значај је велики за израз дубљег математичке мишљења.

Да би разумели математику студенти морају да науче како писани језик - симболички језик, посебан вокабулар, и посебна правила граматике - и говорни језик, који обухвата неформални језик. Неформална комуникација укључује ставове, понашање, мит и когнитивне појаве у вези са учењем и радом математике.

У математици је најважније разумевање. Учење математике са разумевањем помаже ученицима да брже, лакше и са лакоћом савладају градиво. За разлику од друштвених предмета који се у основној школи уче кроз комбинацију самосталног читања и групне дискусије, математика се углавном учи слушајући наставника. Дакле, деца почињу да верују да иако знање о друштвеним предметима може се постићи кроз сопствено читање или размишљање, познавање математике могу се примати само од стручњака, није научио из књига или од размишљања и открића. И док изјаве о друштвеним наукама се може оценити ученика и наставника подједнако на основи да ли или не смисла, решења математике проблеми су оцењени од стране стручњака, за које се претпоставља да имају привилегована сазнања о томе шта је прави одговор.

Њихова запажања указују да је усменост важнија за учење математике од осталих школских предмета.

Поједини аутори сматрају да ће увек постојати потреба за интеракцију са малим бројевима и са једним експертом. Веома је важан психолошки моменат и иако постоје и данас онлине обуке и предавања за потпуно разумевање математике. Али, све је индивидуално, поједини ученици могу боље разумети написан текст и решавати проблеме преко интернета, док другима је лакше кад слушају предавања, док другима је потребно више извора учења.

Упркос значају усмености у настави математике, доказано је да усменост сама по себи није довољна да би се разумела математика. У основи математика јесте језик, али није исто решити проблем и рећи нешто о проблему или решењу проблема. Не може се математика решавати кроз разговор. Потребно је радити математику.

Код неких предмета се може постићи добра писменост на пример само кроз анализу писаних текстова. На пример историја се може изучавати кроз анализу писаних текстова, евиденције и архиве. За објашњење и анализу неког књижевног или уметничког дела потребно је усмено објашњење. Неко може бити добар кувар, а да је писмен или добар музичар а да није писмен. Али ако човек не разуме писмено математику, он не може даље разумети од основне аритметике и рачунања.

Учење језика математике

Употреба језика у математици разликује се од језика обичног говора у три важна начина. Прво математички језик је не темпоралан, што значи језик математике не садржи прошлост, садашњост или будућност. Такође, математички језик не садржи емотивни садржај.

Трећа карактеристика која разликује математику од обичног језика, онај који изазива огромне тешкоће за студенте, је њена прецизност. Обичан говор је пун нејасноћа, алузије, скривених намера, и не говорних културних претпоставки. У свакодневном језику има много двосмислених речи које не представљају проблем за говорника. Математички језик је језик без двосмислених речи и недоречених речи. Основу у математичком језику чине изрази и термини, а најједноставнији математички изрази су константе и променљиве.

Промењиве су симболи који могу представљати било који елемент из неког датог скупа. Дати скуп се назива област дефинисаности промјењиве. Вредност математичког израза је константа која се добије након што се у изразу сви симболи променљивих замене одговарајућим вредностима (константама) и изврше назначене операције. Математичке формуле су реченице које су: или (1) истините, или (2) неистините, или (3) такве да се за њих не може, недвосмислено и једнозначно, утврдити вредност истинитости. За прве важе ови принципи: 1. принципи укључења трећег, што значи да не постоји исказ који не би био ни истинит ни неистинит, 2. принцип контрадикције, што значи да нема исказа који је и истинит и неистинит. Математичке формуле које садрже променљиве којима вредност није дефинисана и за које се због тога не може једнозначно утврдити вредност истинитости су неодређени искази и називају се исказне формуле, исказне функције или предикати. Предикати постају искази када се у њима на место променљивих уврсте константе, тј, вредности променљивих, За предикате са једном, две, три, итд, променљивих се каже да су дужине: један,два, три, итд. Став је у математици назив за тачан исказ.

Слично, као што се не може читати литература без разумевања језика, и математика се не може разумети без одређеног знања њеног језика односно без разумевања значења математичких симбола. Ово захтева посебне припреме које су потребне пре него што се може окренути правом проблему.

Функција језика није једноставно одсликавање ситуације или предмета који су већ присутни. Језик омогућује и само постојање или појаву ситуације или предмета, јер је део механизма кроз који те ситуације и предмете стварамо... Значење дакле не треба схватити као стање свести, или као скуп организованих односа који постоје у духу, независно од тренутног искуства. Напротив, треба га схватити на објективан начин, као да је потпуно у самом пољу односа.

Језик математике је незаобилазни елемент педагошке комуникационе ситуације, а често је, уз занемарљиво учешће писаног језика/говора, у целини обликују (писмени задатак из математике итд.). Специфичност одређених симболских система и њихово наглашено коришћење у педагошком комуницирању резултирају тзв. жаргоном, који је препознатљив не само за одређене професије него и школе, а посебно универзитете. Сличан значај у обликовању педагошке комуникационе ситуације имају и неки естетички кодови. Ови, екстралингвистички симболски системи, увек коришћени унутар ширих лингвистичких система, најнепосредније детерминишу педагошку комуникациону ситуацију, најпре због тога што овладавање њима (неки од математичких кодова, на пример) представља сам циљ наставе и учења и што је владање њима претпоставка образовно-васпитног процеса као континума који је немогућ без сталног постизања изморфичних значења у размени порука између учитеља и ученика. Незнање представља ’шум’ у педагошком комуницирању и најчешће се јавља као последица не(о)влада(ва)ња специфичним симболским системима у којима се обликују неке педагошке поруке, најчешће на страни ученика.

При решавању математичких задатака (доказних, конструктивних, текстуалних и других) највише се користе анализа и синтеза као најопштији метод решавања, док друге методе имају нешто мање примене (испоробавање свих могућности, свођење датог задатка-поступним еквивалентним трансформацијама или применом разних других знања-на простије случајеве или последице које доводе до траженог одговора, математичко и предметно моделовање и сл.).

Суштина примене математике у решавању неког практичног задатка састоји се у превођењу задатака на математички језик (стварање математичког модела), решавању тако формулисаног задатка помоћу математичког апарата (једначина или др.) и интерпретацији добијених резултата на језику полазних података. Међутим, треба уочавати да свако правило односно формула има свој одређени домен примене.

Сваки језик карактерише своја синтакса и семантика. Синтаксу језика одређују две ствари: симболи који се користе (алфабет и абецеда), као и правила за грађење израза из ових симбола. Семантика језика одређује значење израза, односно одређује њихову истинитост. Математички језик захтева одређену прецизност и јасност.

Основни математички појмови на пример могу бити тачка, права, раван и скуп. Значење изведених појмова се описује помоћу изведених појмова или помоћу већ неких дефинисаних појмова. Приликом формирања појма важно је да ученик разликује и препознаје објекте који припадају неком опсегу појма, да зна основна обележја појма и на крају строга дефиниција појма.

Како математички језик углавном садржи теореме, доказе, дефиниције, да би се то разумело важно је разумети формални језик.

Део логике који се бави везницима не зове се логика везника, као што би можда требало, него се зове исказна логика. Неки пут се каже и исказни рачун, при чему се реч рачун овде користи као када се основна математика у школи назива рачуном. Исказ је технички термин у логици, математици и филозофији који се односи на једну важну – многи би рекли најважнију – врсту реченица. То су реченице којима може да се тврди, реченице које могу да буду или не буду тачне. Каже се још, нпр. у математици, да те реченице важе или не.

У логици налазимо вештачке језике, много једноставније, много правилније и много прецизније од природног језика. Разлог за прављење тих вештачких језика, који се зову формални језици, није толико да се њима служимо колико да бисмо испитујући их сазнали нешто о језицима уопште. Главни изрази тих језика, који одговарају реченицама природних језика, зову се формуле. Том речју се у математици иначе називају свакакви изрази направљени од математичких симбола. Логичке формуле ће да личе на друге математичке формуле, али ће да буду још прецизније дефинисане.

У теорији скупова може се говорити само о релативној непротивречности. У том смислу, када се говори о моделу теорије скупова ирелевантно је да ли се ради о моделу у правом смислу те речи или о структури облика на пример M = (M, ε) чији домен M може бити и права класа. Уз претпоставку непротивречности теорије у језику, на основу става потпуности, такав модел може се заувек релативизовати на хипотетички модел одговарајуће теорије.

Дефиниција мора бити написана као комплетна, граматички исправна реченица. Дефиниција мора бити „ ако и само ако“ изјава. Дефиниција мора имати јасно наведене род а јасно речено врсте.

Дефиниција је реченица која нас упознаје са неким новим појмом и објашњава нам које особине тај појам има и шта га карактерише. На пример, на почетку првог разреда средње школе дефинише се појам исказа као реченице која има тачно једну истинитосну вредност. Дакле, дефиниција нам даје објашњење о неком новоуведеном појму.

Аксиома је математичко тврђење које се не доказује. За разлику од дефиниције, аксиома не уводи никакве нове појмове већ исказује одређене особине већ дефинисаних појмова. Најочигледнији пример би биле геометријске аксиоме са којима се деца сусрећу већ у првом разреду. На пример: сваке две различите тачке одређују тачно једну праву. Теорема је математичко тврђење које се доказује. По формулацији је исто као аксиома али се оно може доказати. Неки аутори уместо појма теорема користе појмове тврђење или став. Ти појмови, у математичком смислу, имају исто значење као и теорема. Такође, негде се може срести и појам лема. То је неко помоћно тврђење које се користи приликом доказивања неке теореме. Дакле, по структури је слично теореми, доказује се, али ипак нема толики значај као сама теорема. Постојање аксиома се може оправдати чињеницом да без њих не би било смисла ишта доказивати.

Прва асоцијација приликом помена речи теорема свима је Питагора и његова теорема о правоуглом троуглу: „Квадрат над хипотенузом једнак је збиру квадрата над катетама правоуглог троугла.“ Како доказати ово тврђење? Замка у коју се најчешће упада приликом покушаја да се неко тврђење докаже јесте да се нађе неки пример за који постављено тврђење важи и да се на основу тога закључи да је формулисано правило увек тачно. У овом конкретном случају, то би значило да се нађе неки правоугли троугао, да се измери дужина његових страница и да се за те конкретне мере провери тачност тврђења. Након што се испостави да је тврђење тачно, може се генерализовати на било који други правоугли троугао. Ово је наравно погрешан пут. Доказати неку теорему значи показати да је она увек тачна независно од избора елемената који фигурирају у њој. Дакле, Питагорина теорема важи за било који правоугли троугао а не само за неки изабран. Јасно је да није могуће проверити тврђење за сваки правоугли троугао јер их има бесконачно много па се морамо послужити неком другом методом за доказивање ове теореме. Доказ је расуђивање током којег се установљава истинитост или погрешност неког тврђења (теореме).

У доказивању теореме се ослањамо на аксиоме или раније доказане теореме позивајући се при томе на дефиниције појмова. Са друге стране, када желимо да докажемо да неко тврђење не важи, тада је довољно уочити само један пример (тзв. контрапример) за који постављено тврђење није тачно и на основу њега закључити да тврђење не важи увек. Доказе можемо поделити у две велике групе. У првој групи би били прави математички докази и то су једини потпуно исправни докази теорема. Дакле, то су докази у којима се користе искључиво дефиниције и већ доказане теореме. Међутим, веома често су формални докази одређених теорема превише тешки да би их деца могла разумети. То, као што смо рекли, нису строги математички докази већ више неке илустрације и сликовита објашњења која служе да убеде децу у истинитост одређених тврђења иако се са математичког гледишта не могу сматрати „правим“ доказима теорема. Дешава се да у тим поједностављеним доказима неки специјални случајеви не бивају размотрени и слично. Међутим, и ти непотпуни докази су бољи него никакви докази.

Са методичке стране гледано највећи промашај је изаћи пред ученике са неким тврђењем без да имамо начин да децу убедимо у тачност тог тврђења. И када доказ није сасвим математички коректан (односно није стого формалан), ученици то неће знати јер њихово математичко знање још увек није на том нивоу. Али и такав „непотпун“ доказ ће у ученичким очима изазвати осећај да се ради о тврђењу које је потпуно логично и очигледно. Изостављање доказа (или неког другог поткрепљења) одређеног тврђења додатно мистификује ионако доста апстрактну науку каква је математика. Ако посматрамо формалне доказе, постоји неколико најчешће коришћених механизама за доказивање математичких теорема и о тим механизмима ће бити више речи нешто касније. Са друге стране, доказе можемо поделити на једноставне и сложене. Једноставно доказивање теореме ради се тако што се крене од дефиниције и користећи већ позната тврђења тежимо да дођемо до жељеног резултата. Код сложених доказа се користе разни помоћни елементи, дефинишу нови објекти и слично. Оваква врста доказа је много интересантнија јер није предвидива. Оно што је међутим проблем код овакве врсте доказа јесте што ако не видимо идеју доказа тешко да бисмо сами успели до ње да дођемо.

Математички језик

У општем значењу језик је урођена предодређеност људског бића и способност изражавања и друштвеног комуницирања помоћу артикулисаног система вербалних знакова, без које би ментални живот и процес мишљења били незамисливи. Овај систем повезује план звука и план значења и омогућава обликовање мисаоних садржаја који се преносе у виду говорних порука. Језик, суштинско обележје човека као мисаоног бића, манифестује се примарно у говору и секундарно у писму.

Језиком се назива и појединачна манифестација језика као средства говора и комуницирања, односно укупна говорна и писана активност једне језичке заједнице људи који у свом говору имају исти фонетски, лексички, морфолошки и синтаксички систем (српски језик, енглески језик). Сваки језик је посебан систем који задовољава комуникационе потребе једне језичке и друштвене заједнице. Језици којима се изражавају мисли, осећања, расположења, ставови и апстрактни појмови јесу природни језици.

У ужем смислу језик означава језик појединца у одређеном времену и на одређеном месту, посебне варијетете или нивое говора и писања, језик професије, епохе или жанра..

Када се математика назива језиком, тада се говори о језику као средству комуникације, у пренесеном смислу говори се о језику симболичног изражавања. Такође математика се сматра глобалним језиком јер помоћу језика математике у споразумевању користе се разна средства и знакови уместо гласова и речи (Meeta Arora).

У основи математике се налазе бројчани симболи. Математички језик је прецизан и концизан. Математички језик је много једноставнији, правилнији и много прецизнији од природног језика као што је на пример српски језик.

Добар језик у математици може да води великим успесима, а лош може да их онемогући. На пример што се тиче рачунања, успешност поступака за сабирање, множење и дељење, засновано је на добром језику, доброј нотацији, за бројеве. Знатно се лакше рачуна са нашом нотацијом (позиционом децималном нотацијом која има и нулу) него с римском или грчком. Добар језик је значајан за рачунање и разумевање и ширење знања, не само у математици, него и уопште.

Једна од основних употреба језика је када се језиком служимо да бисмо нешто тврдили, а када нешто тврдимо, то што кажемо може да буде тачно или не. Да би се нешто тврдило, користе се реченице које се зову исказима. Искази су реченице као на пример : „ Збир два непарна броја је паран“. Обичан језик је пун неодређености, које да би добили исказе треба елиминисати и могуће је достићи прецизност која је у математици посебно присутна.

Прелазак логике у математику наговестио је у XVII веку и почетком XVIII века велики математичар и филозоф Лајбниц, у списима који су међутим све до XX века остали необјављени и нису имали много утицаја на развој савремене логике. Оно што је код Лајбница најближе савременој логици је жеља да се природни језик замени једним савршено прецизним, математички систематичним и потпуно разумним новим језиком. У таквом језику не би при утврђивању исправности оног што је речено могло да буде спора око тумачења, као што бива са недоследностима природног језика. Место да се споре, саговорници би као у математици просто израчунали ко је у праву. Лајбниц, који је измислио и једну машину за рачунање и бавио се бинарним системом за бројеве, где се као код данашњих рачунара све пише само са 0 и 1, у великој је мери пророк информатичког доба.

Математички језик поред бројевних симбола садржи и везнике. Главни су везници и, или, ако и не, а има још неких који се праве од ових. Везник „и"се зове конјункција, везник „или" зове се дисјункција, а везник „ако", уз који обично иде онда, зове се импликација. За везнике који повезују два исказа, као што су конјункција, дисјункција и импликација, каже се да су бинарни; то се пише и 2-арни.

Истиносна функционалност је важан принцип који у класичној логици важи приликом одређивања значења везника. Тај принцип каже да истиносна вредност сложеног исказа зависи искључиво од истиносне вредности простијих исказа од којих је сложени исказ саграђен. Значи, зависи од тога, и ни од чега више. Математичким језиком речено, постоји функција која истиносним вредностима простијих исказа, као аргументима, приписује, додељује, тачно једну истиносну вредност сложеног исказа, као вредност. То је слично томе како вредност збира a + b зависи искључиво од тога колики су сабирци a и b, аргументи тог збира.

Конјункција је у логици истинита, тј. има истиносну вредност истина, ако су оба конјункта истинита; иначе, ако је бар један од конјунката лажан, онда је и она лажна, тј. има истиносну вредност лаж.

Математика је јединствен језик који се може представити симболима. Од операцијских симбола, променљивих и константи формирају се математички изрази који се уобичајено називају терминима. На пример изрази облика $x + y$, $y \cdot (x + y)$ или $s(s(y + x) + z)$ су термини језика $\mathcal{L}$. Прецизније како су симболи x, + и y скупови, као математички објект, израз $x + y$ је заправо уређена тројка $+(x, y)$. У графичком записивању термина употребљава се лева и десна заграда, тј. један број интерпункцијских симбола. Они обезбеђују једнозначно тумачење ових израза или јединствено читање.

Формални језици се граде од симбола. Обично су то неки знаци написани графитом, мастилом или кредом, али могу да буду и гласови, или предмети, или било шта. Ако су то предмети пожељно је да не буду скупи, да бисмо могли да их репродукујемо у више примерака истог облика, колико год затреба. Зато су написани знаци, као и гласови, згодни, јер се лако и јефтино репродукују. Што се тиче математичке теорије језика, не дефинише се шта је симбол. То може да буде било који математички објекат. (Нешто слично имамо у геометрији, где се не дефинише шта је тачка.)

Од симбола се граде сложенији језички изрази, тј. сложенији делови језика, који се у математичкој теорији зову речи. Обично се узима да су речи коначни низови симбола. У формалном језику исказне логике, тј. логике која се бави везницима, формуле, које ћемо звати исказним формулама, биће направљене од симбола за везнике, помоћних симбола леве и десне заграде и исказних променљивих, или исказних слова.

Исказне формуле биће исте граматичке врсте, исте граматичке категорије, као искази. Оне постају искази када уместо исказних променљивих ставимо исказе. У логици се под формулама иначе подразумевају изрази који су граматички гледано исте врсте као искази, што у математици не мора да буде увек случај. Исказне формуле се прецизно дефинишу једном индуктивном дефиницијом. Придев индуктиван се овде односи на математичку индукцију, а не на оно што се у филозофији зове индукцијом. Индукција је тамо уопштавање. Пошто је сваки Вавилонац кога смо срели био проконзул, а срели смо их довољно, мада не све, закључујемо да су сви Вавилонци проконзули. То закључивање није поуздано.

Употреба језика у математици

Употреба језика када се језиком служимо да нешто тврдимо може да се назове тврђење, а та употреба није оно на шта желимо да се односи реч исказ. Ми тврдимо, ми се бавимо тврђењем, помоћу исказа. Под утицајем енглеског, у новије време се понегде наилази на реч пропозиција уместо исказ, али говорити тако је још увек знак необразованости, необавештености. Са тачке гледишта логике, веома важна употреба језика је и када се језиком служимо да нешто именујемо. У логици пре XIX века именовање је можда имало првенство над тврђењем, док је данас пре обрнуто. Трећа употреба језика важна за логику била би у дедуковању. (Richard Barwell)

Језик осим тих има многе друге употребе. Њиме можемо да се служимо да бисмо питали, заповедали, претили, обећавали, молили,... За неке од тих употреба користимо опет реченице, али направљене на посебан начин, као што су питања и реченице у императиву, како се у граматици зове заповедни начин грађења реченица. За неке употребе које се разликују од тврђења користимо међутим реченице направљене на исти начин као што је онај који се обично везује за исказе – граматичким терминима речено, реченице у индикативу. У индикативу су оне две реченице горе, које смо дали за пример и којима нешто тврдимо, али и реченица „Не смеш то да заборавиш" којом можемо заповедати, претити или молити. У тим случајевима за ту реченицу нема смисла питати да ли је тачна или није.

У математици за тачне исказе се каже да су истинити, а за нетачне да су неистинити, или, краће, лажни, и каже се још да искази могу да имају две истиносне вредности: истину и лаж. Употреба речи лажни и лаж није овде сасвим обична. Обичније би било уместо тога рећи неистинити и неистина, али су лажни и лаж краће речи, лакше се изговарају, и зато су згодније. Са тим краћим речима, којима ћемо надаље да се служимо, добијамо један технички начин изражавања који је прилично, мада не сасвим, у складу са обичним српским језиком. Ни придев истиносни није обичан.

Истиносне вредности су само те две. Класична логика је двовредносна. Не постоји никаква трећа могућа истиносна вредност, нешто као нпр. можда је истина, није сигурно, још се не зна. Одговор на питање да ли је нешто тачно овде је да или не, и нема ничег више. Неки пут се класична логика зове двовредносном логиком, а каже се још и буловска логика. У некласичним логикама за тачне исказе не би се рекло да су истинити, него нешто друго. У интуиционистичкој логици, рекло би се да се могу доказати, да су доказиви, што је слично придеву провериви. И доказивост и прове- ривост су овде везани за човека, док је истина независна од њега. Понекад се узима да исказ није баш реченица, него нешто што стоји иза реченице, њено значење. Различитим реченицама које значе исто, може да одговара један исти исказ.

У логици налазимо вештачке језике, много једноставније, много правилније и много прецизније од природног језика. Разлог за прављење тих вештачких језика, који се зову формални језици, није толико да се њима служимо колико да бисмо испитујући их сазнали нешто о језицима уопште. Главни изрази тих језика, који одговарају реченицама природних језика, зову се формуле. Том речју се у математици иначе називају свакакви изрази направљени од математичких симбола. Логичке формуле ће да личе на друге математичке формуле, али ће да буду још прецизније дефинисане.

Закључак

Језик се мења, обогаћује се новим речима, мења се употреба или значење постојећих речи и у крајњем, мења се његова структура. Међутим, постоје непроменљиви фрагменти језика, отпорни на његову свакодневну употребу, на превођење са једног на други језик, на промене граматичких правила или на увођење нових речи. Значење таквих фрагмената је константно и они се нужно јављају у свим језицима. Како је математика инкорпорирана у константну структуру језика, када истражује такву структуру она се на одређени начин бави сама собом.

Математичка тврђења изражавамо у природном језику, попут српског или руског, евентуално проширеном математичком терминологијом енглеског корена и специфичном математичком симболиком. Међутим природни језик допушта одређене непрецизности и нерегуларности, па је логичка анализа његових аргумената тешко изводљива. Он није заштићен од структурних противречности, па је у изучавању математичких тврђења неопходан формални језик, тј. језик чија је структура потпуно регуларна. Са једне стране, он омогућава логичка истраживања математичког закључивања, а са друге, математичку анализу логичких принципа. Из тих разлога, први корак у изучавању математичке логике јесте изградња формалног језика. Такав језик садржи све врсте симбола: једну групу чине симболи који одговарају логичким везницима, као што су конјункција, импликација, негација или квантификатори, који имају фиксно значење, а друга група садржи симболе чије се значење може мењати у зависности од конкретног контекста који се формално изражава и анализира. У изучавању својства формалног језика природно се јавља јасна разлика између формалних проблема и проблема значења. Први се односи на структуру израза и у језику се јављају независно од интерпретације, а други на значење израза формалног језика када се његови симболи интерпретирају на одређени начин. Формална структура језика назива се синтаксом а структура његовог значења семантиком.

Карактеристика математичког језика је прецизност, односно нема недвосмислених речи као и недоречених речи и временски је неограничен.

Литература

[1] Meeta Arora, Language of mathematics: Its place inside the mathematical classrooms, *An International Scolary Research Journal for International Studies*, **2**(2014): 2411-2419.

[2] Richard Barwell, The role of language in mathematics, Доступно на: http://www.naldic.org.uk/Resources/NALDIC/docs/resources/documents/The%20Role%20of%20language%20in%20mathematics.pdf

[3] Robert E. Jamison, Learning the Language of Mathematics, *Language and Learning Across the Disciplines*, **4**(1)(2000): 45-54

[4] Beverly J. Orth. Mathematics Orality and Literacy, 2013; Доступно на http://pdxscholar.library.pdx.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1027&context=studentsymposium