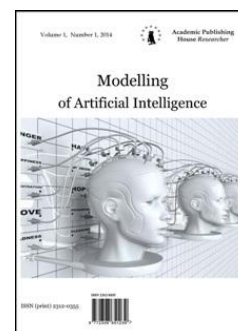


Copyright © 2015 by Academic Publishing House *Researcher*

Published in the Russian Federation  
 Modeling of Artificial Intelligence  
 Has been issued since 2014.  
 ISSN: 2312-0355  
 Vol. 5, Is. 1, pp. 24-32, 2015

DOI: 10.13187/mai.2015.5.24  
[www.ejournal11.com](http://www.ejournal11.com)



UDC 004

## Volume and Circumboundary Phase Distortion of Coherent Radiation on the Second Harmonic Frequency

Victor I. Samarin

Sochi State University, Russian Federation  
 354000, Sochi, Sovetskaya str., 26a  
 Doctor in Physics and Mathematics, Associate Professor  
 E-mail: visamarin@mail.ru

### Abstract

The phase effects at the second harmonic excitation by a laser radiation in crystals with dipole and quadrupole nonlinearity are considered. The second harmonic generation under vector phase-matching conditions in uniaxial negative crystal with dipole mechanism of nonlinearity is investigated. Mathematical simulation of a coherent radiation phase distortion in such process is performed by the reduction of it to focusing lens geometric aberrations that take into account every phase mismatch sources of light waves interacting in nonlinear crystal. There are analytically obtained interference pattern of the second harmonic radiation intensity both in range without collinear phase-matching direction in crystal and if this direction is included into radiation angular aperture. Theoretically derived structures entirely agree with ones that formerly have been obtained experimentally. It is shown that at waves nonlinear interaction the interference pattern is formed by phase distortions analogous to only three types of optical aberrations: spherical aberration, astigmatism and coma. It is analyzed nonlinearity quadrupole mechanism for which harmonic radiation intensity is proportional to light radiation electric field gradient squared. This effect results in concentration of harmonic radiation only in circumboundary region of an object that radiates nonpolarized uniformly distributed light. Therefore for applied using nonlinearity quadrupole mechanism permits to get outline image of two-dimensional objects with explicit edge.

**Keywords:** laser radiation; ordinary and extraordinary beams; nonlinear crystal; phase-matching direction; lens geometric aberrations; Bessel function; interference pattern; isotropic medium; quadrupole component of medium polarization; field gradient; outline image.

### Введение

На распределении интенсивности плоскополяризованной второй гармоники сказываются различные сдвиги фаз волн взаимодействующих в нелинейном кристалле излучений, возникающие как из-за оптической разности хода лазерных лучей, так и из-за конечного объема области взаимодействия [1, 2], т.е. пространственной протяженности «источника» второй гармоники, что при значительных интенсивностях лазерного излучения усугубляется возникновением в кристалле фотоиндуцированной неоднородности показателя преломления (фотоэлектрическая, фототепловая и другая наведенная анизотропия). К аналогичным эффектам в кристалле приводят неоднородные внешние поля, неоднородные упругие деформации, легирование примесями [3] и т.д.

**Постановка и решение задачи**

Рассмотрим случай отрицательного одноосного кристалла с квадратичной нелинейностью, в котором реализуется направление фазового синхронизма взаимодействующих волн, что соответствует экспериментальным исследованиям [1, 4]. В сильно сфокусированном лазерном излучении на частоте  $\omega$  при взаимодействии двух обыкновенных лучей этого излучения с волновыми векторами соответственно  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}'_1$  возникает необыкновенный луч на частоте гармоники  $2\omega$  с волновым вектором  $\mathbf{k}$  при выполнении условия векторного синхронизма:  $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}'_1 = \mathbf{k}$  (схема взаимодействия  $oo \rightarrow e$ ) [5]. В силу анизотропии показателя преломления кристалла для необыкновенного луча изменение направления  $\mathbf{k}$  при сохранении условий векторного синхронизма происходит в результате одновременного изменения направления вектора  $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}'_1$  на частоте  $\omega$  и угла между векторами  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}'_1$ .

Для реализации векторного синхронизма апертура лазерного излучения предполагается достаточно большой, поэтому влиянием дифракции лазерного излучения на нелинейные процессы можно пренебречь. В силу этого все многообразие фазовых сдвигов взаимодействующих в нелинейном кристалле лазерных лучей можно моделировать геометрическими aberrациями, которые присвоим мнимому изображению линзы, фокусирующей коллимированное лазерное излучение в нелинейный кристалл [6, 7]. Для учета всех aberrационных фазовых искажений следует считать, что фиктивный точечный источник, «порождающий» коллимированное излучение отклонен от оптической оси системы  $OO_1$  на величину  $h$  по координатной оси  $x$  (начало координат  $O$  находится на оптической оси в центре фокусирующей линзы). Если в кристалле фиксировать направление волнового вектора гармоники  $\mathbf{k}$ , то соответствующие пары лучей лазерного излучения с волновыми векторами  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}'_1$ , для которых выполняться условие векторного синхронизма  $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}'_1 = \mathbf{k}$ , будут в «мнимом изображении» исходить из диаметрально противоположных точек определенной окружности  $s$  в плоскости фокусирующей линзы  $L$ . На рис. 1:  $R_c$  – радиус окружности  $s$ ;  $q_1$  и  $q'_1$  – расстояния от точек на окружности  $s$  для соответствующей пары лучей с волновыми векторами  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}'_1$  до точки пересечения  $P$  этих лучей в кристалле в фокальной плоскости мнимого изображения линзы  $L$ .

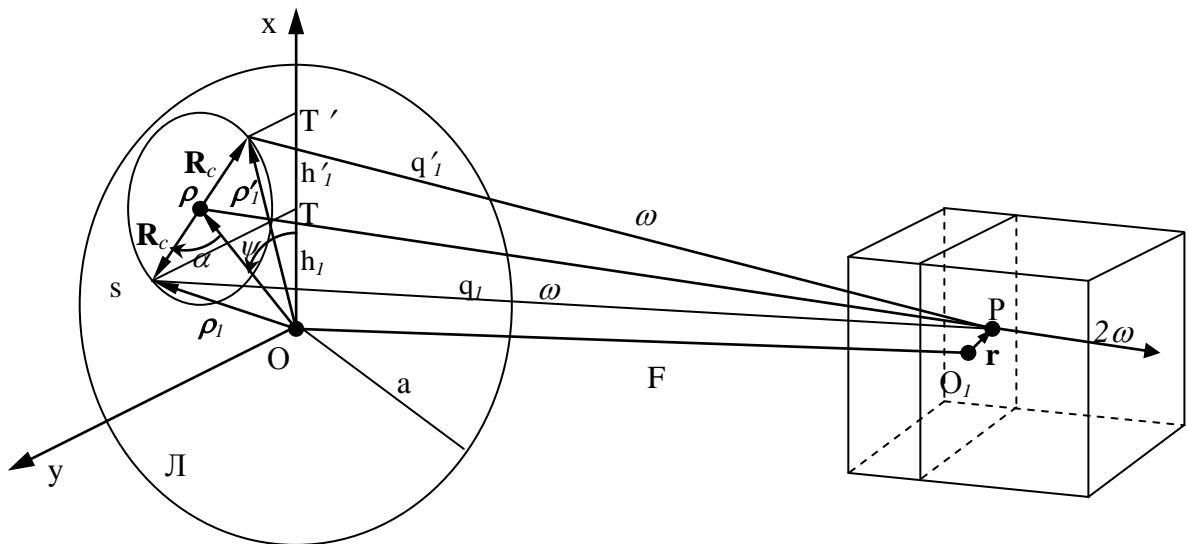


Рис. 1. Моделирование фазовых сдвигов взаимодействующих лучей лазерного излучения геометрическими aberrациями фокусирующей линзы

Поскольку размер фокального пятна в кристалле много меньше фокусного расстояния  $F$  линзы  $L$ , то согласно приближению Дебая [8] поле  $E(P)$  электромагнитной волны гармоники, возбуждаемой в точке  $P$  при выполнении условий синхронизма, пропорционально произведению амплитуд  $A_1$  и  $A'_1$  полей  $E_1(\omega)$  и  $E'_1(\omega)$  лучевых потоков лазерного излучения в точке  $P$ :

$$E(P) \sim A_1 A'_1 \exp(i\Phi_1 + i\Phi'_1), \quad (1)$$

где  $\Phi_1$  и  $\Phi'_1$  – «абберационные» фазовые сдвиги волн лазерного излучения, проходящих оптические пути  $q_1$  и  $q'_1$  соответственно.

Полное поле  $E(\mathbf{k})$  на частоте гармоники для фиксированного направления волнового вектора  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}'_1$  определяется вкладом всех пар диаметрально противоположных лучей, выходящих из окружности  $s$  в конусе взаимодействующих лучей лазерного излучения с вершиной в фокусе линзы  $L$ . Задание в плоскости линзы  $L$  полярными координатами  $\rho$  и  $\psi$  центра окружности  $s$  равносильно заданию направления вектора  $\mathbf{k}$ , а, следовательно, и направления распространения излучения на частоте  $2\omega$  с интенсивностью

$$I(\rho, \psi) \sim \left| \oint E(k) ds \right|^2. \quad (2)$$

Используя зависимости фазовых поправок первичных аббераций [8], представим (2) с учетом (1) в виде:

$$I(\rho, \psi) \sim \left| \oint_s \frac{1}{F^2} \exp\{-i[\tilde{A} \cdot (\rho_1^4 + \rho'_1{}^4)/4 + \tilde{B} \cdot h^2(h_1^2 + h'_1{}^2) + \tilde{C} \cdot h^2(\rho_1^2 + \rho'_1{}^2)/2 - \tilde{D} \cdot h^3(h_1 + h'_1) - \tilde{E} \cdot h(\rho_1^2 \cdot h_1 + \rho'_1{}^2 \cdot h'_1)]\} ds \right|^2, \quad (3)$$

где  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$ ,  $\tilde{C}$ ,  $\tilde{D}$ ,  $\tilde{E}$  – коэффициенты сферической абберации, астигматизма, кривизны поля, дисторсии и комы соответственно;  $\rho_1$  и  $\rho'_1$  – длины векторов  $\rho_1$  и  $\rho'_1$  в плоскости линзы  $L$ , определяющих лучи лазерного излучения, выходящие из диаметрально противоположных точек окружности  $s$ , относительно центра этой окружности;  $h_1 = OT$  и  $h'_1 = OT'$  – проекции векторов  $\rho_1$  и  $\rho'_1$  на ось  $x$ . Если отсчитывать полярный угол  $\psi$  от направления оси  $x$  и ввести угол  $\alpha$  между полярным вектором  $\rho$  и вектором  $\mathbf{R}_c$ , конец которого при движении по часовой стрелке описывает в плоскости линзы  $L$  окружность  $s$ , то получим следующие равенства:

$$\begin{aligned} \rho_1^2 &= \rho^2 + R_c^2 - 2\rho R_c \cos \alpha; & \rho'_1{}^2 &= \rho^2 + R_c^2 + 2\rho R_c \cos \alpha; \\ h_1 &= \rho \cos \psi - R_c \cos(\alpha - \psi); & h'_1 &= \rho \cos \psi + R_c \cos(\alpha - \psi). \end{aligned} \quad (4)$$

Поскольку для фиксированного направления  $\mathbf{k}$  радиус  $R_c$  – постоянная величина, то в силу  $ds = R_c \cdot d\alpha$  интегрирование в (3) по переменной  $s$  можно заменить интегрированием по переменной  $\alpha$ . Если элемент дуги  $ds$  окружности  $s$  интерпретировать как поперечный размер идеального луча лазерного излучения, то, учитывая попарное взаимодействие в условиях векторного синхронизма диаметрально противоположно исходящих из окружности  $s$  лучей лазерного излучения, интегрирование по  $\alpha$  следует производить на интервале  $0 \leq \alpha < \pi$ . С учетом (4) соотношение (3) примет вид:

$$I(\rho, \psi) \sim \left| \int_0^\pi \exp\{i[-2\tilde{A} \rho^2 R_c^2 \cos^2 \alpha - 2\tilde{B} h^2 R_c \cos^2(\alpha - \psi) + 4\tilde{E} \cdot h \rho R_c^2 \cos(\alpha - \psi) \cdot \cos \alpha]\} d\alpha \right|^2 \sim \left| \int_0^\pi \exp\{i[-\tilde{A} \rho^2 R_c^2 \cos 2\alpha - \tilde{B} h^2 R_c \cos 2(\alpha - \psi) + 2\tilde{E} \cdot h \rho R_c^2 \cos(2\alpha - \psi)]\} d\alpha \right|^2.$$

При замене переменной интегрирования  $\alpha = \varphi/2$  получим:

$$\begin{aligned} I(\rho, \psi) &\sim \left| \int_0^{2\pi} \exp\{i[-\tilde{A} \rho^2 R_c^2 \cos \varphi - \tilde{B} h^2 R_c \cos(\varphi - 2\psi) + 2\tilde{E} \cdot h \rho R_c^2 \cos(\varphi - \psi)]\} d\varphi \right|^2 \\ &= \left| \int_0^{2\pi} \exp\{i[(c \cdot \rho \cos \psi - a \cdot \rho^2 + b \cdot \cos 2\psi) \cdot \cos \varphi + (c \cdot \rho \sin \psi + b \cdot \sin 2\psi) \cdot \sin \varphi]\} d\varphi \right|^2 = \\ &= \left| \int_0^{2\pi} \exp[iM \cdot \cos(\varphi + \varphi_0)] d\varphi \right|^2, \end{aligned} \quad (5)$$

где использованы формулы преобразования  $p \cdot \cos \varphi + q \cdot \sin \varphi = M \cdot \cos(\varphi + \varphi_0)$ ,  $M = \sqrt{p^2 + q^2}$ ,  $\text{tg } \varphi_0 = -q/p$  и обозначения:  $a = \tilde{A} R_c^2$ ,  $b = -\tilde{B} h^2 R_c$ ,  $c = 2\tilde{E} h R_c^2$ ,  $p = c \cdot \rho \cos$

$$\psi - a \cdot \rho^2 + b \cdot \cos 2\psi, \quad q = c \cdot \rho \sin \psi - b \cdot \sin 2\psi, \quad M = [(c \cdot \rho \cos \psi - a\rho^2 + b \cdot \cos 2\psi)^2 + (c \cdot \rho \cdot \sin \psi + b \cdot \sin 2\psi)^2]^{1/2} = \sqrt{a^2 \rho^4 + b^2 + c^2 \rho^2 + 2c\rho \cdot (b - a\rho^2) \cdot \cos \psi - 2ab\rho^2 \cdot \cos 2\psi}.$$

При подстановке  $\chi = \varphi + \varphi_0$  из (5) получим:

$$I(\rho, \psi) \sim \left| \int_{\varphi_0}^{2\pi+\varphi_0} \exp(iM \cdot \cos \chi) d\chi \right|^2 = \left| \int_0^{2\pi} \exp(iM \cdot \cos \chi) d\chi - \int_0^{\varphi_0} \exp(iM \cdot \cos \chi) d\chi + \int_{2\pi}^{2\pi+\varphi_0} \exp(iM \cdot \cos \chi) d\chi \right|^2.$$

Если в последнем интеграле сделать замену переменной:  $\chi = \chi' + 2\pi$ , то:

$$I(\rho, \psi) \sim \left| \int_0^{2\pi} \exp(iM \cdot \cos \chi) d\chi - \int_0^{\varphi_0} \exp(iM \cdot \cos \chi) d\chi + \int_0^{\varphi_0} \exp(iM \cdot \cos \chi') d\chi' \right|^2 = \left| \int_0^{2\pi} \exp(iM \cdot \cos \chi) d\chi \right|^2 = \left| \int_0^{\pi} \exp(iM \cdot \cos \chi) d\chi + \int_{\pi}^{2\pi} \exp(iM \cdot \cos \chi) d\chi \right|^2 = \left| 2 \cdot \int_0^{\pi} \exp(iM \cdot \cos \chi) d\chi \right|^2 = 4\pi^2 \cdot J_0^2(M), \quad (6)$$

где  $J_0(M)$  – значение функции Бесселя первого рода нулевого порядка в точке  $M$ .

Согласно (6) темные полосы интерференционной картины на частоте второй гармоники соответствуют нулям функции Бесселя, т.е. соответствующие кривые в полярных координатах описываются уравнением:

$$a^2 \rho^4 - 2ab\rho^2 \cos 2\psi + 2c\rho \cdot (b - a\rho^2) \cos \psi + c^2 \rho^2 + b^2 - M_0^2 = 0, \quad (7)$$

где достаточно точно  $M_0 = \pi \cdot (n - 1/4)$  – нули функции Бесселя  $J_0(M)$ ,  $n$  – любое натуральное число. Если же это уравнение записать в виде:

$$a^2 \rho^4 - 4ab\rho^2 \cos^2 \psi + 2ab\rho^2 + 2c\rho(b - a\rho^2) \cos \psi + c^2 \rho^2 + b^2 - M_0^2 = 0,$$

то можно записать это уравнение в декартовой системе координат, разрешив относительно переменной  $y$ :

$$y = \pm \sqrt{-\left(\frac{c}{2a} - x\right)^2 - \frac{c^2}{4a^2} - \frac{b}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{c^2}{a^2} + \frac{4b}{a}\right) \cdot \left(\frac{c}{2a} - x\right)^2 + \frac{M_0^2}{a^2}}} \quad (8)$$

На рис. 2 приведены кривые, задаваемые уравнением (8) при следующих значениях параметров:  $a = 5, b = 7\pi/4$ ; в качестве  $M_0$  взяты первые  $n$  нулей функции Бесселя  $J_0(M)$ .

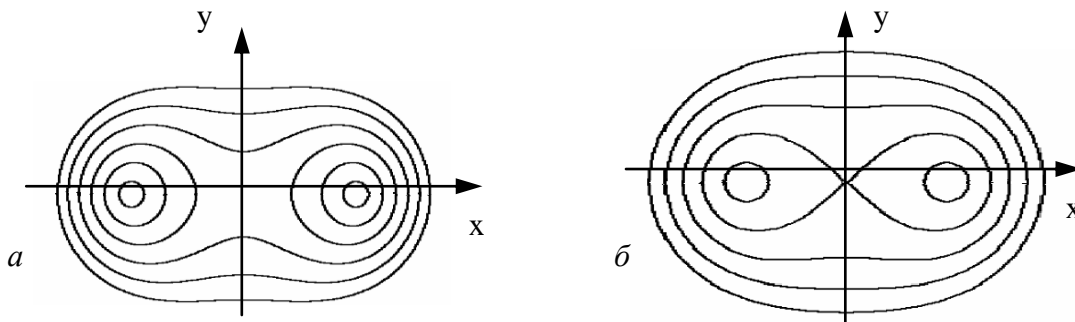


Рис. 2. Рассчитанные кривые нулевой интенсивности в интерференционных картинах интенсивности второй гармоники: а)  $c = 10, n = \overline{1, 6}$ ; б)  $c = 0, n = \overline{1, 5}$ .

Отметим, что в случае  $c = 0$  уравнение (7) примет вид:  $a^2 \rho^4 - 2ab\rho^2 \cos 2\psi = M_0^2 - b^2$ , т.е. при  $ab > 0$  является уравнением овалов Кассини (рис.2б). В случае  $b = c = 0$  и  $a > 0$  получаем интерференционную картину в виде концентрических колец, минимум интенсивности в которых должен удовлетворять уравнению  $\rho = \sqrt{M_0/a}$ .

Для случая охвата угловой апертурой лазерного излучения направления коллинеарного синхронизма необходимо учитывать изменение  $R_c(\rho, \psi)$  или декартовых координатах  $R_c(x, y)$  в зависимости от значений соответствующих аргументов.

Для определения этой зависимости следует рассмотреть индикатрисы показателя преломления для обыкновенной волны лазерного излучения (сфера радиуса  $n_{o1}$ ) необыкновенной волны второй гармоники (эллипсоид вращения с большей полуосью  $n_o$  и меньшей полуосью  $n_e$ ). Для упрощения расчетных формул предположим, что координатная плоскость  $xz$  совпадает с плоскостью, содержащей оптическую ось кристалла (на рис.3 – прямая  $DO_1$ ) и направление коллинеарного синхронизма (на рис. 3 – ось  $z$ ).

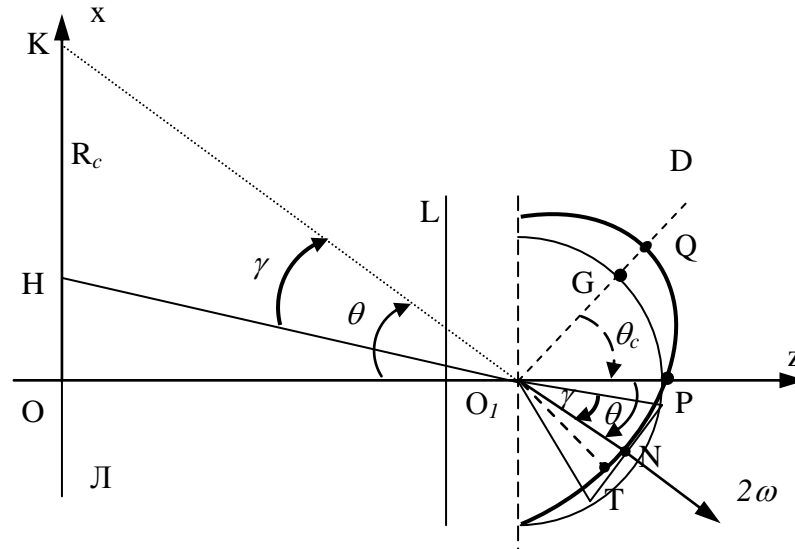


Рис. 3. Схема реализации векторного синхронизма вблизи коллинеарного в координатной плоскости  $xz$

На рис. 3 сечения индикатрис показателей преломления взаимодействующих излучений приведены только в правой полуплоскости относительно фокуса  $O_1$  линзы  $L$  ( $GO_1 = n_{o1}$ ,  $QO_1 = n_o$ ,  $TO_1 = n_e$ ); передняя грань  $L$  нелинейного кристалла перпендикулярна оси  $z$ ;  $\theta_c$  – угол коллинеарного синхронизма, отсчитываемый от оптической оси кристалла,  $\theta$  – угол отклонения луча возбуждаемой второй гармоники от направления коллинеарного синхронизма,  $\gamma$  – угол между направлением распространения второй гармоники  $KN$  и каждым из лучей лазерного излучения  $HO_1$ , выходящих из диаметрально противоположных точек окружности радиуса  $R_c$  на линзе  $L$ . Согласно рис.3 векторный синхронизм реализуется только для  $x > 0$ , а при  $x = 0$  должно выполняться  $R_c = 0$ . Учитывая конфигурацию индикатрис показателей преломления взаимодействующих излучений и малость углов  $\theta \approx x/F$  и  $\gamma \approx R_c/F$ , в первом приближении по  $\theta$  переменная величина  $R_c$  будет зависеть только от  $x$ . Согласно рис.3, зависимость  $R_c(x)$  определяется

через переменную  $\theta$  из  $n_{o1}^2 \cdot \cos^2 \gamma \cdot \left( \frac{\cos^2(\theta_c + \theta)}{n_o^2} + \frac{\sin^2(\theta_c + \theta)}{n_e^2} \right) = 1$ , и, следовательно, в указанном приближении  $\gamma^2 = \theta \cdot n_{o1}^2 \cdot (1/n_e^2 - 1/n_o^2) \cdot \sin 2\theta_c$ , т.е.  $R_c^2(x) = x \cdot F \cdot n_{o1}^2 \cdot (1/n_e^2 - 1/n_o^2) \cdot \sin 2\theta_c$ .

Подставив  $R_c^2(x)$  в (8), получим уравнение семейства кривых нулевой интенсивности в интерференционной картине второй гармоники, возбуждаемой сфокусированным в кристалл лазерным излучением вблизи коллинеарного синхронизма:

$$y = \pm \sqrt{-\left(\frac{c}{2a} - x\right)^2 - \frac{c^2}{4a^2} - \frac{b}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{c^2}{a^2} + \frac{4b}{a}\right) \cdot \left(\frac{c}{2a} - x\right)^2 + \frac{M_0^2}{\eta \cdot x}}, \quad (9)$$

где  $\eta = \tilde{A} \cdot F \cdot n_{o1}^2 \cdot (1/n_e^2 - 1/n_o^2) \cdot \sin 2\theta_c$ . На рис. 4 представлены рассчитанные согласно (9) соответствующие кривые для  $a = 5$ ,  $b = 7\pi/4$ ,  $\eta = 0,6$ .

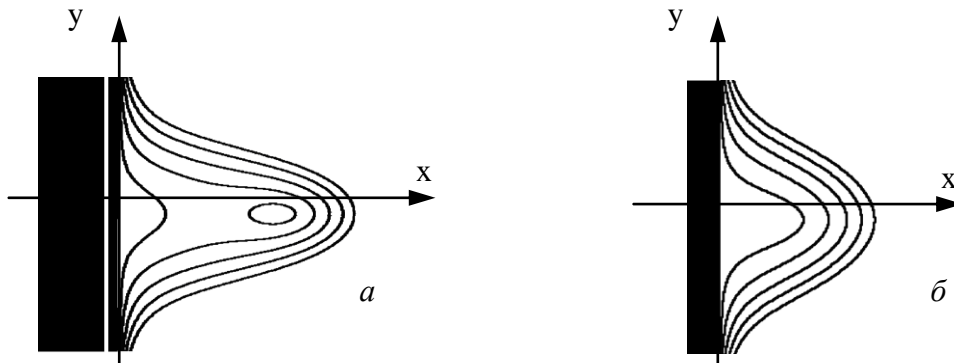


Рис. 4. Рассчитанные кривые нулевой интенсивности в интерференционных картинах интенсивности второй гармоники вблизи направления коллинеарного синхронизма: а)  $c = 15$ ,  $n = \overline{1,5}$ ; б)  $c = 0$ ,  $n = \overline{1,5}$ .

Если оптическая ось системы совпадает с направлением коллинеарного синхронизма в кристалле, то, исходя из пространственных уравнений индикатрис показателей преломления взаимодействующих по схеме  $oo \rightarrow e$  излучений, можно получить достаточно точную функциональную зависимость для координат центральной проекции границы области реализации векторного синхронизма на плоскость линзы  $L$  (центр проекции – фокус  $O_1$  этой линзы):

$$y = \pm \sqrt{(\text{tg}^2 \theta_c - 2\tau \cdot \text{tg}^2 \theta_c - 1) \cdot x^2 + 2\sqrt{\tau} \cdot |x| \cdot \text{tg} \theta_c \cdot \sqrt{(\tau - 1) \cdot x^2 \cdot \text{tg}^2 \theta_c + F^2}}, \quad (10)$$

где  $\tau = \frac{n_o^2 + n_e^2}{n_o^2 - n_e^2}$ ,  $x \leq 0$ .

В приближении  $|x| \ll 1$  из (10) следует  $y = \pm \sqrt{2F\sqrt{\tau} \cdot |x| \cdot \text{tg} \theta_c}$ .

Приведенные теоретические выводы подтверждены экспериментально [4].

В изотропных средах в силу отсутствия дипольного механизма нелинейности гармоника возбуждается, в первую очередь, благодаря квадрупольному механизму нелинейности. Однако в этом случае, вектор нелинейной поляризации  $\mathbf{P}^{\text{нл}}$  зависит от градиента («рельефности») поля на частоте  $\omega$ . Если неполяризованное излучение на частоте  $\omega$  распространяется вдоль оси  $z$ , то составляющие амплитуды электрической компоненты поля на этой частоте  $A_{1x} = A_{1y}$ , а компоненты нелинейной поляризации  $P_x^{\text{нл}} = q \cdot (A_{1x} \cdot \partial A_{1y} / \partial y - A_{1y} \cdot \partial A_{1x} / \partial x)$ ,  $P_y^{\text{нл}} = q \cdot (A_{1y} \cdot \partial A_{1x} / \partial x - A_{1x} \cdot \partial A_{1y} / \partial y)$ , где коэффициент  $q$  определяется компонентами тензора диэлектрической восприимчивости 4-го порядка [9-11]. Это означает, что возбуждение гармоники возможно только в области боковой границы луча с равномерным распределением излучения по его сечению. Для простоты рассмотрим преобразование границы однородно светящейся полуплоскости  $x \leq 0$  в изотропной нелинейной среде, границы которой перпендикулярны оси  $z$  и пересекают ее в точках  $z = 0$  и  $z = L$ , причем нечеткость поля на частоте  $\omega$  в области границы полуплоскости можно задать в виде:  $A_{1x} = A_{1y} = A_0 \cdot (1 - x/a)$ , т.е. при  $x \leq 0$  будем иметь  $A_{1x} = A_{1y} = A_0$  и  $A_{1x} = A_{1y} = 0$  при  $x \geq a$ .

В приближении медленно меняющейся амплитуды поля второй гармоники [5], и пренебрегая дифракцией, получим составляющие амплитуды этого поля на выходе нелинейной среды:

$$A_x = \frac{2\pi q A_0^2}{a n_2 (n_1 - n_2)} \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right) \cdot e^{-i\Delta k z}, \quad A_y = \frac{2\pi q A_0^2}{a n_2 (n_1 - n_2)} \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right) \cdot e^{-i\Delta k z},$$

где  $n_1$  и  $n_2$  – оптическая плотность среды на частоте  $\omega$  и  $2\omega$  соответственно. Тогда амплитуда поля на частоте гармоники  $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \frac{2\sqrt{2}\pi q A_0^2}{a n_2 (n_1 - n_2)} \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right) \cdot (e^{-i\Delta k L} - 1)$ , а

интенсивность излучения на этой частоте  $I(x, z) = \frac{c n_2}{8\pi} \cdot |A|^2 =$

$$\frac{4\pi q^2 A_0^4}{a^2 n_2 (n_1 - n_2)^2} \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right)^2 \cdot \sin^2 \frac{\omega L (n_1 - n_2)}{c}$$

для  $0 \leq x \leq a$ , и  $I(x, z) = 0$  если  $x \notin (0; a)$ . Т.о., на частоте

гармоники выделяется только граничная область светящегося или теневого объекта, или, контрастная структура объекта.

### Результаты

В результате математической модели фазовых искажений когерентного излучения при векторном взаимодействии получены аналитические формулы интерференционной структуры интенсивности на частоте второй гармоники. Показано, что искажения фазы волнового фронта, аналогичные кривизне поля и дисторсии при возбуждении гармоники не реализуются. Установлено, что квадрупольный механизм нелинейности среды позволяет получать на частоте гармоники контурное изображение двумерных объектов с явно выраженной границей или контрастной структурой.

### Заключение

Полученные результаты следует учитывать в системах передачи и обработки информации, в частности, при воспроизведении и преобразовании изображения. Результирующая интенсивность гармоники может быть оптимизирована методами исследований операций [12].

### Примечания:

1. Алексеева Л.В., Повх И.В., Строганов В.И. Коноскопические фигуры в оптических кристаллах. / Оптические и электрооптические процессы в кристаллах: Межвуз. сборник научных трудов. Хабаровск: Изд-во ДВГАПС, 1996. С. 92-94.
2. Криштоп В.В., Строганов В.И. Наблюдение изображения объекта на фоне коноскопических фигур. / Нелинейная оптика: Сборник научных трудов. Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2000. С. 51-53.
3. Beterov I.M., Chernenko A.A., Samarin V.I., Stroganov V.I., Trunov V.I. UV radiation source on the basis of a nonlinear crystal with tunable 90° phase-matching // Optics Communications. 1976. Vol. 19. № 3. P. 329-331.
4. Строганов В.И., Тарасов В.М., Самарин В.И. Взаимодействие световых лучей в сильно сфокусированном пучке. // Оптика и спектроскопия. 1972. Т. 32. Вып. 4. С. 834-836.
5. Бломберген Н. Нелинейная оптика. М.: «Мир», 1966. 424 с.
6. Самарин В.И. Сведение проявлений объемных апертурных факторов второй гармоники лазерного излучения, сфокусированного в нелинейный кристалл, к абберационно-фазовой интерференционной модели // Обзорение прикладной и промышленной математики. 2008. т.15. Вып. 1. С. 78-80.
7. Самарин В.И. «Абберационные» искажения в распределении интенсивности второй гармоники при векторном синхронизме / Бюллетень научных сообщений: сб. науч. тр. № 13. Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2008. С. 12-19.
8. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: «Наука», 1970. 856 с.
9. Pershan P.S. Nonlinear optical properties of solids // Physical Review. 1963. V. 130. № 3. P. 919.
10. Самарин В.И. Получение контурного изображения двумерных объектов методами нелинейной оптики // Автометрия. 1985. № 3. С. 65-68.

11. Самарин В.И. Использование квадрупольной нелинейности для получения контурной геометрии двумерного объекта // Обозрение прикладной и промышленной математики. 2001. Т. 8. Вып. 1. С. 312-314.

12. Самарин В.И. Применение различных методов при решении задачи нелинейного программирования // Вопросы гуманитарных наук. 2005. № 2(17). С. 285-288.

### **References:**

1. Alekseeva L.V., Povkh I.V., Stroganov V.I. Konoskopicheskie figury v opticheskikh kristallakh. / Opticheskie i elektroopticheskie protsessy v kristallakh: Mezhevuz. sbornik nauchnykh trudov. Khabarovsk: Izd-vo DVGAPS, 1996. S. 92-94.

2. Krishtop V.V., Stroganov V.I. Nablyudenie izobrazheniya ob"ekta na fone konoskopicheskikh figur. / Nelineinaya optika: Sbornik nauchnykh trudov. Khabarovsk: Izd-vo DVGUPS, 2000. S. 51-53.

3. Beterov I.M., Chernenko A.A., Samarín V.I., Stroganov V.I., Trunov V.I. UV radiation source on the basis of a nonlinear crystal with tunable  $90^\circ$  phase-matching // Optics Communications. 1976. Vol. 19. № 3. P. 329-331.

4. Stroganov V.I., Tarasov V.M., Samarín V.I. Vzaimodeistvie svetovykh luchej v sil'no sfokusirovannom puchke. // Optika i spektroskopiya. 1972. Т. 32. Вып. 4. S. 834-836.

5. Blombergen N. Nelineinaya optika. M.: «Mir», 1966. 424 s.

6. Samarín V.I. Svedenie proyavlenii ob"emnykh aperturnykh faktorov vtoroi garmoniki lazernogo izlucheniya, sfokusirovannogo v nelineinoy kristall, k aberratsionno-fazovoi interferentsionnoi modeli // Obozrenie prikladnoi i promyshlennoi matematiki. 2008. t.15. Вып.1. S. 78-80.

7. Samarín V.I. «Aberratsionnye» iskazheniya v raspredelenii intensivnosti vtoroi garmoniki pri vektornom sinkhronizme / Byulleten' nauchnykh soobshchenii: sb. nauch. tr. № 13. Khabarovsk: Izd-vo DVGUPS, 2008. S. 12-19.

8. Born M., Vol'f E. Osnovy optiki. M.: «Nauka», 1970. 856 s.

9. Pershan P.S. Nonlinear optical properties of solids // Physical Review. 1963. V. 130. № 3. P. 919.

10. Samarín V.I. Poluchenie konturnogo izobrazheniya dvumernykh ob"ektov metodami nelineinoy optiki // Avtometriya. 1985. № 3. S. 65-68.

11. Samarín V.I. Ispol'zovanie kvadрупольnoi nelineinosti dlya polucheniya konturnoi geometrii dvumernogo ob"ekta // Obozrenie prikladnoi i promyshlennoi matematiki. 2001. Т. 8. Вып.1. S. 312-314.

12. Samarín V.I. Primenenie razlichnykh metodov pri reshenii zadachi nelineinogo programmirovaniya // Voprosy gumanitarnykh nauk. 2005. № 2(17). S. 285-288.

УДК 004

## **Пространственные и приграничные фазовые искажения когерентного излучения на частоте второй гармоники**

Виктор Иванович Самарин

Сочинский государственный университет, Российская Федерация

354000, г. Сочи, ул. Советская, 26а

кандидат физико-математических наук, доцент

E-mail: visamarin@mail.ru

**Аннотация.** Рассмотрены фазовые эффекты при возбуждении второй гармоники лазерного излучения в кристаллах с дипольной и квадрупольной нелинейностью.

Исследована генерация второй гармоники в одноосном отрицательном кристалле с дипольным механизмом нелинейности при выполнении условий векторного синхронизма в сильно сфокусированном лазерном излучении. Выполнено математическое моделирование



фазовых искажений когерентного излучения в этом процессе, их сведением к геометрическим aberrациям фокусирующей линзы, которые учитывают все возможные источники фазовых сдвигов взаимодействующих в нелинейном кристалле световых волн. Аналитически получены структуры интерференционных картин интенсивности излучения на частоте второй гармоники как в области, не включающей направление фазового синхронизма в кристалле при коллинеарном излучении, так и в случае, когда это направление охватывается угловой апертурой излучения. Теоретически выявленные структуры полностью совпадают с ранее полученными экспериментально. Показано, что при нелинейном взаимодействии волн интерференционную картину формируют фазовые искажения, аналогичные только трем типам оптических aberrаций: сферической aberrации, астигматизму и коме.

Проведен анализ квадрупольного механизма нелинейности, при котором интенсивность гармоники пропорциональна квадрату градиента электрического поля светового излучения. Этот эффект приводит к тому, что излучение на частоте гармоники сосредоточено только в граничной области объекта, от которого исходит неполяризованный равномерно распределенный световой поток. Т.о., в прикладном плане квадрупольный механизм нелинейности позволяет получать контурное изображение двумерных объектов с явно выраженной границей.

**Ключевые слова:** лазерное излучение; обыкновенные и необыкновенные лучи; нелинейный кристалл; направление синхронизма; геометрические aberrации линзы; функция Бесселя; интерференционная картина; изотропная среда; квадрупольная составляющая поляризации среды; градиент поля, контурное изображение.