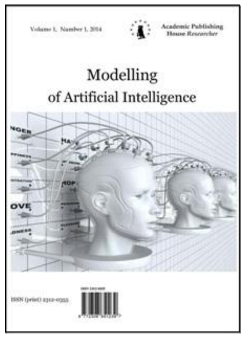

Published in the Russian Federation
Modeling of Artificial Intelligence
Has been issued since 2014.
ISSN: 2312-0355
Vol. 4, No. 4, pp. 184-188, 2014

DOI: 10.13187/mai.2014.4.184
www.ejournal11.com

UDC 519.21

Modern Trends in the Study of Single-Channel Parametric Models of Queuing

[1] Arsen R. Simonyan
[2] Rafik A. Simonyan

[1] Sochi State University, Russian Federation
26a, Sovetskaya st., Sochi, 354000
Ph.D. in Physics and Mathematics Sciences, associate professor
E-mail: oppm@mail.ru
[2] Kuban State University, Russian Federation
149, Stavropolskaya st., Krasnodar, 250040
Graduate Student
E-mail: raf55@list.ru

Abstract

The impetus for the development of the mathematical theory of queuing was the desire to learn to predict the randomly changing needs in observations and on this basis to organize the service with an acceptable latency. In practice, there are new challenges associated with queues and require mathematical solution that contributes to the emergence and development of new areas of research known. For example, every year computer systems work faster and faster, but their turn are becoming longer and longerTherefore become an important issue related to the division and the construction of priority queues, and now and parametric models. And this has led to intensive development directions, dubbed "priority queuing system."

Keywords: Queuing theory, probability theory, applied mathematics, artificial intelligence, mathematical modeling.

Введение

Модель $\mathrm{M_r}|\mathrm{G_r}|1|\infty$ - В одноканальную систему обслуживания с ожиданием поступают независимые пуассоновские потоки $1-$вызовов, $\cdots, r-$вызовов с параметрами $a_1 > 0, \cdots, a_r > 0$ соответственно. Длительности обслуживания вызовов независимы, не зависят от процесса поступления и для $k-$вызовов, $k = \overline{1,r}$, имеют функцию распределения $B_k(x), B_k(+0) = 0$.

В рамках модели $\mathrm{M_r}|\mathrm{G_r}|1|\infty$ исторически раньше возникли дисциплины *абсолютных, относительных*, и чуть позже, *чередующихся* приоритетов.

<u>Относительные приоритеты</u>**.** Прерывания обслуживания не допускается. Из очереди $i-$вызов поступает на обслуживание раньше $j-$вызова, если $i < j$.

<u>Абсолютные приоритеты.</u> Из очереди $i-$вызов поступает на обслуживание раньше $j-$вызова, если $i < j$. Но допускается прерывание обслуживания. При поступлении в систему $i-$вызова обслуживание $j-$вызова при $i < j$ прерывается и начинается обслуживание $i-$вызова. Прерванный вызов при новом поступлении на прибор

дообслуживается заново, дообслуживается с прерванного места или уходит из системы без дообслуживания.

Чередующиеся приоритеты. Прерывания обслуживания не допускается. Обслуживаемый i –вызов предоставляет преимущество на обслуживание i –вызовам, лишь только после опустошения очереди i –вызовов, на прибор поступает вызов из потока с наименьшим номером.

К основным характеристикам модели $\mathrm{M_r|G_r|1|\infty}$ относятся длины очередей $\xi_1(t),\cdots,\xi_r(t)$, виртуальные времена ожидания $w_1(t),\cdots,w_r(t)$, виртуальные времена пребывания $u_1(t),\cdots,u(t)$ 1 –ызовов, $\cdots, r$ –вызовов в момент времени t.

Во многих прикладных задачах интерес вызывают дискретные аналоги этих характеристик в моменты начал, или завершений обслуживаний вызовов, или в моменты поступления вызовов в систему.

Например, пусть $t_1 \underline{<} t_2 < \cdots$ последовательные моменты ухода вызовов из системы. Тогда аналогом $\xi_k(t), k=\overline{1,r}$, служит $\xi_{kn}=\xi_k(t_n), n\geq 1$.

Пусть $\eta(t)$ – нестационарная характеристика модели $\mathrm{M_r|G_r|1|\infty}$. Если $\eta(t)\Rightarrow\eta$, где $\Rightarrow$ – знак слабой сходимости, а η – невырожденная случайная величина, то η называют *стационарной* характеристикой для $\eta(t)$.

Начальный этап исследования математической теории для модели $\mathrm{M_r|G_r|1|\infty}$ связан с анализом стационарных и нестационарных характеристик, при дисциплинах *абсолютных, относительных* и *чередующихся* приоритетов. Результаты подытожены в монографиях [1,2]. Публикации исчисляются сотнями, поэтому мы ссылаемся на монографии, где больше всего итоговых результатов.

Отметим прямые обобщения результатов первого этапа:

1. Ограничения на места для ожидания и правила потерь вызовов (группа Башарина [3]).
2. Поломки и восстановления прибора, ориентации прибора (группа Климова [4, 5]).

Методы анализа

Нестационарные характеристики модели являются случайными процессами с непрерывным и дискретным временем, поэтому естественно применение вероятностных методов: составляют уравнения для нестационарных характеристик в терминах преобразований от распределенный. Для модели $\mathrm{M_r|G_r|1|\infty}$ удобны преобразования Лапласа-Стильтеса и производящие функции. Их вероятностные интерпретации [5] расширяет «границы» применения [6].

В отличие от математической, инженерная теория изучает только стационарные характеристики. В модели $\mathrm{M_r|G_r|1|\infty}$ она имеет дело , в основном, со стационарными средними, но предлагает разнообразие дисциплин и классов [7, 8].

Разнообразие предлагаемых дисциплин – источник традиционных постановок задач в математической теории очередей. Примером служит класс консервативных дисциплин. Дисциплина консервативна, если работа (время обслуживания) не создается и не исчезает внутри, а привносится извне.

Стационарный режим. Обозначим

$$\beta_{k1}=\int_0^\infty t\,dB_k(t),\quad \rho_{k1}=a_k\beta_{k1},\quad k=\overline{1,r},\quad \rho_1=\rho_{r1}.$$

Теорема. В классе консервативных дисциплин модели $\mathrm{M_r|G_r|1|\infty}$ условие $\rho_1<1$ достаточно для существования стационарных распределений у нестационарных характеристик (всех основных!).

Параметрические дисциплины. Теория модели $M_r|G_r|1|\infty$ с классическими приоритетными дисциплинами глубоко разработана (Климов, Гнеденко, Даниелян, Джейсуол, и др.). В рамках модели $M_r|G_r|1|\infty$ предложены различные параметрические дисциплины ([8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17]).

Обхват содержащихся в параметрической дисциплине конкретных дисциплин характеризуют «крайние» случаи. Опишем три параметрические дисциплины, «крайними» случаями которых служат дисциплины FIFO (прямой порядок обслуживания) и относительных приоритетов.

Категорийные во времени приоритеты. Временная ось $[0,+\infty)$ разделена на «кванты»: $[0,T),[T,2T),\cdots,$ где $T>0$. Вызовы, поступающие в систему на разных квантах, обслуживаются по дисциплине FIFO, а внутри одного кванта – по дисциплине относительных приоритетов. Число T – параметр дисциплины. При $T\downarrow 0$ приходим к дисциплине FIFO, а при $T\to+\infty$ к дисциплине относительных приоритетов.

Дисциплина Прабху. Поступая в момент t в модель, k – вызов ($k=\overline{1,r}$), приобретает индекс $t+u_k$, где $0\le u_1\le u_2\le\cdots\le u_r$. В любой момент завершения обслуживания из очереди на прибор выбираем вызов с наименьшим индексом. Если таких вызовов несколько, то берем поступивший раньше. Параметры $v_k=u_k-u_{k-1}$, $k=\overline{2,r}$ определяют дисциплину. Случаи $v_k=0$ и $v_k\to+\infty, k=\overline{2,r}$ дают дисциплины FIFO и относительных приоритетов.

Дисциплина Клейнрока. Поступивший в момент τ в модель k –вызов, $k=\overline{1,r}$, в момент $\tau>t$ получает приоритет $b_k(t-\tau)$, где $b_1\ge b_2\ge\cdots\ge b_r>0$ заданные числа. Прерывания обслуживания не допускаются. В момент завершения обслуживания из очереди на прибор выбирается вызов с наибольшим приоритетом. Если таких вызовов несколько, то берем поступивший раньше. Случаи $b_1=b_2=\cdots=b_r$ и $\frac{b_{k+1}}{b_k}\to 0, k=\overline{1,r-1}$ дают дисциплины FIFO и относительных приоритетов.

По мнению известного специалиста по вычислительным системам Л.Клейнрока “применения теории очередей для анализа распределения ресурсов и решения задач о потоках данных в вычислительных системах является, по-видимому, единственным доступным специалистам по вычислительной технике методом, позволяющим понять сложные связи в таких системах”.

Для применений перспективным считается анализ параметрических дисциплин в моделях очередей. Разработчик реальной системы подбирает параметры для адекватного описания ситуации. Ему важны “богатство” дисциплины и несложность технической реализации.

На современном этапе развития параметрических моделей $M_r|G_r|1|\infty$ исследуются традиционные задачи для времен ожидания и осуществляется асимптотический анализ при различных загрузках.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 12-01-00196а.

Примечания:

1. Гнеденко Б.В., Даниелян Э.А. и др. Приоритетные системы обслуживания. М.: МГУ, 1973, 447 с.
2. Джейсуол Н.К. Очереди с приоритетами. М.: Мир, 1973, 279 с.
3. Башарин Г.П., Харкевич А.Д. Вероятностные задачи в структурно сложных системах коммутаций. М.: Наука, 1969, 116 с.
4. Климов Г.П., Мишкой Г.К. Приоритетные системы обслуживания с ориентацией. – М.:МГУ, 1979, 223 с.
5. Климов Г.П. Стохастические системы обслуживания. М.: Наука, 1966, 243 с.
6. Tang Dac Cong. Collective marks and waiting-time problems. – Amsterdam, Amsterdam Univ. Press, 1995, 118 p.
7. Авен О.И., Коган Я.В. Математические модели сложных вычислительных систем. // «Автоиатика и телемеханика», 1971, N1, с.109-127.
8. Симонян А.Р., Симонян Р.А., Улитина Е.И., Ушаков В.Г. Стационарные времена ожидания в модели Клейнрока с нелинейной функцией приоритета// Известия Сочинского государственного университета. 2013. № 1-2. С. 26-42.
9. Бронштейн О.И., Духовный И.М. Модели приоритетного обслуживания в информационно-вычислительных системах. М.: Наука, 1976, 220 с.

10. Даниелян Э.А. Математическая теория приоритетных моделей $M_r|G_r|1|\infty$. –Дисс. на соиск. уч. степени докт. физ.-мат. наук, М.: МГУ, 1981, 257 с.

11. Клейнрок Л. Коммуникационные сети. Стохастичекие потоки и задержки сообщений. М.: Наука, 1970, 255 с.

12. Симонян А.Р., Симонян Э.А. Оптимальное упорядочение параметров модели Клейнрока// Обозрение прикладной и промышленной математики. 2003. Т. 10. С. 23.

13. Симонян А.Р., Улитина Е.И. О параметрических моделях массового обслуживания// Обозрение прикладной и промышленной математики. 2005. Т. 12. С. 184.

14. Малинковский Ю.В. Стационарное функционирование приоритетных систем массового обслуживания. – Дисс. на соиск. уч. степени канд. физ. – мат. наук, Вильнюс, 1980, 133 с.

15. Прабху Н.У. Стохастические процессы теории запасов. М.: Мир, 1984, 184 с.

16. Nabiyev R.I., Ziatdinov R. A mathematical design and evaluation of Bernstein-Bézier curves' shape features using the laws of technical aesthetics // Mathematical Design & Technical Aesthetics, 2014, Vol. 2, № 1, pp. 6-13.

17. Симонян А.Р. Предельные теоремы в модели Прабху при фиксированных загрузках. - Дисс. на соиск. уч. степени канд. физ. – мат. наук, Ереван, 1991, 119 с.

References:

1. Gnedenko B.V., Danielyan E.A. i dr. Prioritetnye sistemy obsluzhivaniya. M.: MGU, 1973, 447 s.

2. Dzheisuol N.K. Ocheredi s prioritetami. M.: Mir, 1973, 279 s.

3. Basharin G.P., Kharkevich A.D. Veroyatnostnye zadachi v strukturno slozhnykh sistemakh kommutatsii. M.: Nauka, 1969, 116 s.

4. Klimov G.P., Mishkoi G.K. Prioritetnye sistemy obsluzhivaniya s orientatsiei. – M.:MGU, 1979, 223 s.

5. Klimov G.P. Stokhasticheskie sistemy obsluzhivaniya. M.: Nauka, 1966, 243 s.

6. Tang Dac Cong. Collective marks and waiting-time problems. – Amsterdam, Amsterdam Univ. Press, 1995, 118p.

7. Aven O.I., Kogan Ya.V. Matematicheskie modeli slozhnykh vychislitel'nykh sistem. // «Avtoiatika i telemekhanika», 1971, N1, s.109-127.

8. Simonyan A.R., Simonyan R.A., Ulitina E.I., Ushakov V.G. Statsionarnye vremena ozhidaniya v modeli Kleinroka s nelineinoi funktsiei prioriteta// Izvestiya Sochinskogo gosudarstvennogo universiteta. 2013. № 1-2. S. 26-42.

9. Bronshtein O.I., Dukhovnyi I.M. Modeli prioritetnogo obsluzhivaniya v informatsionno-vychislitel'nykh sistemakh. M.: Nauka, 1976, 220 s.

10. Danielyan E.A. Matematicheskaya teoriya prioritetnykh modelei MrGr1∞. –Diss. na soisk. uch. stepeni dokt. fiz.–mat. nauk, M.: MGU, 1981, 257 s.

11. Kleinrok L. Kommunikatsionnye seti. Stokhastichekie potoki i zaderzhki soobshchenii. M.: Nauka, 1970, 255 s.

12. Simonyan A.R., Simonyan E.A. Optimal'noe uporyadochenie parametrov modeli Kleinroka// Obozrenie prikladnoi i promyshlennoi matematiki. 2003. T. 10. S. 23.

13. Simonyan A.R., Ulitina E.I. O parametricheskikh modelyakh massovogo obsluzhivaniya// Obozrenie prikladnoi i promyshlennoi matematiki. 2005. T. 12. S. 184.

14. Malinkovskii Yu.V. Statsionarnoe funktsionirovanie prioritetnykh sistem massovogo obsluzhivaniya. – Diss. na soisk. uch. stepeni kand. fiz. – mat. nauk, Vil'nyus, 1980, 133 s.

15. Prabkhu N.U. Stokhasticheskie protsessy teorii zapasov. M.: Mir, 1984, 184 s.

16. Nabiyev R.I., Ziatdinov R. A mathematical design and evaluation of Bernstein-Bézier curves' shape features using the laws of technical aesthetics // Mathematical Design & Technical Aesthetics, 2014, Vol. 2, № 1, pp. 6-13.

17. Simonyan A.R. Predel'nye teoremy v modeli Prabkhu pri fiksirovannykh zagruzkakh. - Diss. na soisk. uch. stepeni kand. fiz. – mat. nauk, Erevan, 1991, 119 s.

УДК 519.21

Современные тенденции изучения одноканальных параметрических моделей массового обслуживания

[1]Арсен Рафикович Симонян
[2]Рафик Арсенович Симонян

[1] Сочинский государственный университет, Российская Федерация
354000, Сочи, ул.Советская, 26а
Кандидат физико-математических наук, доцент
E-mail: oppm@mail.ru
[2] Кубанский государственный университет, Российская Федерация
350040, Краснодар, ул.Ставропольская, 149
Аспирант
E-mail: raf55@list.ru

Аннотация. Стимулом для развития математической теории массового обслуживания явилось стремление научиться предсказывать случайно изменяющиеся потребности по результатам наблюдений и на основе этого организовывать обслуживание с приемлемым временем ожидания.

В практике возникают новые и новые задачи, связанные с очередями и требующие математического решения, что способствует появлению новых и развитию известных направлений исследований. Например, с каждым годом компьютерные системы работают все быстрее и быстрее, но их очереди становятся все длиннее и длиннее. Поэтому стали актуальными проблемы, связанные с разделением очередей и построением приоритетных, а в настоящее время и параметрических моделей. А это привело к интенсивному развитию направления, получившего название «приоритетные системы обслуживания».

Ключевые слова: теория массового обслуживания; теория вероятностей; прикладная математика; искусственный интеллект; математическое моделирование.