

## МОДЕЛИ ИННОВАЦИОННОГО ЭНДОГЕННОГО ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА AN-ТИПА И ИХ ОБОСНОВАНИЕ

Аскар Акаевич Акаев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ФГБОУ ВПО Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Российская Федерация  
119991, г. Москва, Ленинские Горы, д. 1

Доктор технических наук, профессор, Иностраный член РАН, главный научный сотрудник Института математических исследований сложных систем МГУ им. М.В. Ломоносова  
E-mail: askarakaev@mail.ru

Поступила в редакцию: 25.02.2015

Одобрена: 02.04.2015

**Аннотация.** Рассмотрены классические модели экономического роста экзогенного и эндогенного типа, основанные на расчете движения физического капитала. Показано, что простейшая модель AN-типа, основанная на расчете демографической динамики и эндогенного технологического прогресса, является более адекватной современному экономическому развитию и позволяет получить более точный долгосрочный прогноз экономической динамики.

**Ключевые слова:** производственная функция, факторы экономического роста, совокупная производительность факторов, экзогенные и эндогенные модели роста, инновации, технологический прогресс, НИОКР-модели.

**Для ссылки:** Акаев А. А. Модели инновационного эндогенного экономического роста AN-типа и их обоснование // МИР (Модернизация. Инновации. Развитие). 2015. Т. 6. № 2. С. 70–79. DOI: 10.18184/207946652015.6.2.70.79

### Введение

Общеизвестно, что основы современной теории роста заложил лауреат Нобелевской премии Р. Солоу, разработав неоклассическую теорию экономического роста (1956 г.), в которой главную роль играло накопление физического капитала  $K$ . Солоу также впервые показал, что ключевым фактором экономического роста служит технический прогресс  $A$ , который он задавал экзогенным путем. Дальнейшее развитие теории роста связано с разработкой моделей эндогенного роста путем введения в базовую модель Солоу человеческого капитала  $H$  Нобелевским лауреатом Р. Лукасом, который сформулировал модели типа  $AK$  (1988 г.), опираясь на накопление физического капитала как основной фактор, следуя Солоу.

Видный американский экономист П. Ромер впервые ввел НИОКР-модели для расчета технического прогресса  $A$  (1988 г.), что дало мощный импульс к дальнейшему развитию эндогенных роста. Большинство из этих моделей основывалось на приоритетном накоплении физического капитала  $K$ . Исследования показали, что эндогенные модели обладают явным преимуществом перед экзогенными и в большей степени соответствуют эмпирическим данным.

Автором, в серии работ последних пяти лет, широко использовалась модель эндогенного экономического роста AN-типа, основанного на расчете демографической динамики и эндогенного технологического прогресса, которая оказалась более адекватной современному экономическому развитию и, самое главное, более точной в долгосрочном прогнозировании экономического роста. В настоящей работе даны краткий анализ классических моделей экономического роста, как экзогенного, так и эндогенного типов, вывод модели роста AN-типа и ее обоснование.

## 1. Модель Р. Солоу

Без преувеличения можно утверждать, что в основе всех современных теорий и моделей экономического роста лежит неоклассическая модель роста, разработанная Нобелевским лауреатом Робертом Солоу [1]:

$$Y(t) = A(t)K^\alpha(t)L^{1-\alpha}(t), \quad (1)$$

где  $Y(t)$  – текущий объем выпуска национальной продукции (ВВП);  $K(t)$  – текущий объем физического капитала;  $L(t)$  – численность занятых в экономике (трудозатраты);  $A(t)$  – технический прогресс (совокупная факторная производительность). В модели Солоу (1), в отличие от кейнсианских моделей, предполагается непрерывная взаимозаменяемость труда и капитала, а также полная занятость. Это достигается благодаря использованию ПФ Кобба-Дугласа ( $Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$ ), характеризующейся постоянной отдачей и эластичностью замены факторов, равной единице.

Основное внимание в модели Солоу, наряду с традиционными вопросами накопления капитала, уделяется взаимосвязи между двумя основными факторами производства – трудом и капиталом, а также их взаимоотношениям с экзогенным источником изменения производительности – техническим прогрессом. Если ТП является автономным и увеличивает выпуск в целом  $\{Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}\}$ , то он называется нейтральным по Хиксу. Если ТП способствует увеличению производительности капитала  $\{Y = (AK)^\alpha L^{1-\alpha}\}$ , то он называется нейтральным по Солоу. В случае же когда ТП увеличивает производительность труда рабочего  $\{Y = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}\}$ , т.е. является трудосберегающим, он называется нейтральным по Харроду. Р. Солоу установил, что ключевую роль в экономическом росте играет ТП, например, для экономики США в XX веке более  $\frac{3}{4}$  темпов роста имели своим источником именно ТП.

Как известно, теория роста Солоу, как и все классические теории роста, основана на законе убывающей производительности факторов, являющейся основным условием достижения равновесного состояния и устойчивого развития. Согласно этому закону, в неизменных технических условиях последовательное увеличение любого из производственных факторов на дополнительную единицу, при неизменной величине других, ведет к снижающемуся приросту продукции. Это имеет место в условиях совершенной конкуренции. Этот закон служил краеугольным принципом при построении производственных функций, которому в полной мере отвечает ПФ Кобба-Дугласа (1).

Новые же теории роста [2] утверждают, что намечается тенденция от убывающей к возрастающей отдаче. Секрет здесь в том, что люди могут накапливать технологический капитал – знание новых

технологий, умение и навыки по освоению и практическому использованию новых технологий, которые существенно экономят рабочую силу или повышают ее эффективность. А технические знания, как и любые другие виды знания имеют свойство растекания и распространения, благодаря чему большинство фирм получают внешний эффект от этого процесса практически с нулевыми издержками. Поэтому, естественно, что возрастающая отдача имеет силу прежде всего в отраслях экономики, основанных на знаниях, высоких технологиях, где ключевую роль играет человеческий капитал. Это так называемые отрасли новой экономики, которые возникли буквально в последние десятилетия XX века и стали основой постиндустриальной экономики. Модель же Солоу хорошо описывает экономический рост присущий для индустриальной эпохи, когда физический капитал и, в особенности, высокая капиталовооруженность труда  $k = \frac{K}{L}$ , играли основную роль.

Экономическое развитие невозможно без накопления основного капитала. Физический капитал включает в себя как элементы инфраструктуры, так и основной производственный капитал. Накопление физического капитала требует определенного ограничения текущего потребления в течение длительного периода времени. Страны с высокими темпами экономического роста вкладывают значительные средства в капитальные блага. Например, Китай в последние десятилетия направлял на инвестирование физического капитала в среднем около 40% ВВП, тогда как в развитых странах на эти цели идет от 10 до 20% ВВП. Это во многом и определило беспрецедентные темпы экономического роста Китая в течение трех последних десятилетий. Однако наращивание капитала имеет пределы, поскольку в отсутствие технического прогресса оно приводит к снижению доходности капитала, т.е. к уменьшению капиталотдачи. Накопление капитала, благодаря производственным инвестициям  $I^K(t)$  происходит одновременно с выбытием действующего капитала с нормой  $\mu_K$  и описывается уравнением накопления капитала:

$$\frac{dK}{dt} = I^K - \mu_K K. \quad (2)$$

Необходимо отметить, что великий Дж.М. Кейнс общей основой неопределенности в экономике считал неустойчивость психики инвесторов, которая в частности проявляется в высокой изменчивости инвестиционных расходов  $I^K$  [3]. Большинство исследований показывает, что инвестиции очень чувствительны к колебаниям деловой активности. Поскольку инвестиции весьма изменчивы и отличаются сильной волатильностью, достаточно точное прогнозирование движения капитала весьма затруднительно.

К недостаткам неоклассической модели роста Солоу (1) относится экзогенность таких ключевых факторов экономического роста как темпы роста научно-технического прогресса, норма сбережений и темпы роста численности населения. Главный недостаток состоит в том, что технический прогресс, играющий ключевую роль, в модели Солоу является внешним заданным фактором и не зависит от деятельности субъектов экономики. Вместе с тем, темпы роста основных показателей национального продукта на душу населения в устойчивом состоянии равны исключительно темпу роста технического прогресса. Итак, рост дохода на душу населения и особенно долгосрочный экономический рост являются результатом технического прогресса, который не объяснен в модели Солоу. Рост производительности труда в устойчивом состоянии также определяется исключительно темпом роста технического прогресса. Модель Солоу также ясно показала, что трудосберегающий технический прогресс – единственная возможность увеличения производительности труда в долгосрочной перспективе, а следовательно постоянного повышения уровня жизни, тогда как сбережения и инвестиции не могут влиять на темпы прироста на устойчивой траектории развития.

Одним из недостатков модели Солоу было также признано то, что она не дает возможности учесть ряд важных факторов, вызывающих различие в уровне подушевых доходов развитых и развивающихся стран. Р. Солоу применял свою теорию к анализу экономического роста в США, где ключевой особенностью был устойчивый подъем экономики на протяжении длительного времени путем непрерывного наращивания капиталовооруженности труда. Естественно, что она дала сбой, когда ее попытались применить для объяснения экономического роста в бедных странах, поскольку там была крайне низкая капиталовооруженность труда. К тому же, при отсутствии технологических изменений и инноваций, что характерно для бедных стран, даже повышение капиталовооруженности рабочих не вызывает пропорционального прироста производства на одного рабочего в силу убывающей отдачи капитала.

## 2. Модели эндогенного роста Р. Лукаса и П. Ромера

Указанные выше недостатки модели Солоу пытались преодолеть путем разработки различных моделей эндогенного роста, в которых факторы роста выводятся на основе их решения [2]. Прежде всего, эмпирические исследования, проведенные в 1980-е годы, обнаружили, что величина вклада капитала в экономический рост в модели Солоу недооценена. Более того, стало ясно, что роста одного физического капитала недостает для объ-

яснения динамического роста экономики. Эндогенные модели характеризуются предположением о неубывающей отдаче отдельных производственных факторов. Например, в модели Р. Лукаса, получившей название «Модели АК», производственная функция имеет линейную зависимость как от объема капитала, так и от капиталовооруженности работника:

$$a) Y = AK; \quad b) y = Y/L = A(K/L) = AK, \quad (3)$$

где  $A$  – технологический параметр, характеризующий совокупную производительность факторов.

Р. Лукас исходил из ПФ Кобба-Дугласа  $Y = AK^{\alpha}(LH)^{1-\alpha}$ , где  $H$  – уровень человеческого капитала репрезентативного агента в экономике. Он предположил, что уравнения накопления человеческого и физического капитала идентичны:

$$\frac{dK}{dt} = I^K - \mu K \quad \text{и} \quad \frac{dH}{dt} = I^H - \mu H,$$

причем  $I = I^K + I^H$ . Далее, приравняв их предельные производительности, он установил связь между ними:

$$\frac{H}{K} = \frac{1 - \alpha}{\alpha}.$$

Подставляя данное выражение в исходную ПФ Р. Лукас получил [4]:  $Y = AK$ , где

$$A = \bar{A} \left( \frac{1 - \alpha}{\alpha} \right)^{1-\alpha} L^{1-\alpha}.$$

Таким образом, в АК-модели исключается предположение об убывании предельной производительности факторов, которое является основным условием достижения неоклассической моделью роста Солоу устойчивого состояния. Тем не менее, для АК-модели также существуют условия при которых достигается стационарное состояние [2]. Более того, показано, что равновесие в АК-модели оптимально по Парето. Это означает, что исключение убывающей отдачи не приводит к каким-либо рыночным сбоям [2, с. 276].

Основным свойством «модели АК» (3) является постоянная предельная производительность капитала. Постоянная отдача становится возможной благодаря тому, что в (3) капитал понимается в широком смысле и включает не только собственно физический капитал, но и человеческий капитал. Однако, несмотря на все ухищрения, связанные с введением человеческого капитала, модель АК имеет те же недостатки, что и модели Харрода-Домара. Динамическое равновесие в этой модели также неустойчиво из-за невозможности строго соблюдать постоянную отдачу от капитала. Вдобавок, модель АК нельзя использовать для долгосрочных прогнозных расчетов по двум причинам. Во-первых, из-за трудностей получения достаточно

точных прогнозов движения капитала, связанных с изменчивостью и непредсказуемостью инвестиций. Во-вторых, модель АК не предполагает ни абсолютной, ни относительной конвергенции экономик различных стран, тогда как на практике в последние десятилетия мы отчетливо наблюдаем конвергенцию развитых и развивающихся экономик.

Другим простейшим вариантом совмещения двух противоречащих друг другу положений – убывание предельной производительности и линейной однородности – является введение в модель внешних эффектов. На этом основывается одна из первых моделей эндогенного роста – модель обучения в процессе деятельности, впервые предложенная Кеннетом Эрроу [5] в 1962 г. и вновь возрожденная Полом Ромером [6] в 1986 г. Модель Ромера-Эрроу строится с помощью стандартной неоклассической производственной функции, что и базовая модель Солоу, в которую включен нейтральный по Харроду технический прогресс:  $Y = K^a(AL)^{1-a}$ . В эту ПФ П. Ромер ввел трудосберегающий ТП в форме Эрроу и получил следующую эндогенную модель экономического роста:

$$A = K^\theta, \quad Y = K^{a+\theta(1-a)}L^{1-a}, \quad (4)$$

которая существенно повышает отдачу от физического капитала и обеспечивает возрастающую отдачу от масштаба. Например, если  $a = 0,3$  и  $\theta = 0,7$ , то получаем:  $Y = K^{0,8}L^{0,7}$ . Отдача от капитала возросла почти в 3 раза! Модель Ромера-Эрроу (4) демонстрирует возможность существования устойчивого роста с постоянным темпом прироста на основе технического прогресса, который является следствием обучения работников в процессе работы [2].

Таким образом, существенно медленное убывание предельной производительности капитала в модели Ромера-Эрроу (4) объясняется наличием дополнительной отдачи капитала, вызванной эффектом обучения на практике. Полученные от обучения на практике знания свободно распространяются в экономике и поэтому дополнительная отдача присваивается производителями без дополнительных издержек, как внешний эффект от объема капитала или уровня капиталовооруженности. Данный эффект имеет своим источником свойство переливания или растекания знаний. Экономический рост при этом зависит от поведенческого параметра работников и является эндогенным.

### 3. Модель Г. Мэнкью, П. Ромера и Д. Уэйла с человеческим капиталом

Итак, мы видим, что обе рассмотренные простейшие модели эндогенного роста строятся с учетом человеческого капитала в той или иной форме. Именно человеческий капитал обеспечивает повышенную, постоянную или возрастающую от-

дачу производственных факторов. Человеческий капитал играет все возрастающую роль и становится ведущим фактором производства. Поэтому последние десятилетия характеризуются стремительным ростом инвестиций в человека. Таким образом, возникла необходимость учета человеческого капитала в производственной функции наряду с традиционными факторами производства как физический капитал, труд и природные ресурсы. Наиболее простым способом учета человеческого капитала как фактора производства является введение человеческого капитала в базовую модель роста Солоу (1). Поскольку это можно сделать различными способами, имеется ряд моделей с человеческим капиталом. Среди этих моделей наиболее широко используется модель Мэнкью Г., Ромера Д., Уэйла Д. с техническим прогрессом нейтральным по Харроду [7]:

$$Y(t) = K^\alpha(t)H^\beta(t)[A(t)L(t)]^{1-\alpha-\beta}, \quad (5)$$

где  $H$  – человеческий капитал;  $a > 0$ ;  $\beta > 0$ ;  $a + \beta < 1$ . В этой модели человеческий капитал выступает как производственный фактор и процесс его накопления принимается аналогичным для физического капитала:

$$\frac{dH}{dt} = I^H - \mu_H H = s_H Y - \mu_H H, \quad (6)$$

где  $\mu_H$  – коэффициент выбытия человеческого капитала;  $S_H$  – норма сбережений для инвестиций в человеческий капитал.

Как известно, недооцененность вклада физического капитала в экономический рост в модели Солоу объяснялась действием закона убывания отдачи. Как показали расчеты, после введения в модель Солоу человеческого капитала (5), доля вклада капитала обоих типов в выпуск продукции возрастет до 80%! Таким образом, убывание отдачи на совокупный капитал проявляется значительно мягче. Авторы показали, что на тот момент для развитых стран  $a = 0,14$ ;  $\beta = 0,37$ , а для развивающихся стран  $a = 0,29$  и  $\beta = 0,3$ , т.е.  $a \cong \beta = 0,3$ . Верификация модели, проведенная авторами на основе весьма обширных эмпирических данных для более чем 120 стран мира, показала, что она весьма удовлетворительно описывает динамику экономического роста как в развитых, так и в развивающихся странах, а также различия в характере роста развивающихся и развитых стран. Именно высокими темпами накопления как физического, так и человеческого капитала в значительной мере объясняется бурный экономический рост в странах Юго-Восточной Азии в последние десятилетия.

Итак, модель Солоу, расширенная путем введения человеческого капитала, оказывается достаточно универсальной, хотя и остается экзогенной. Следовательно, устойчивый экономический рост в этой

модели также остается экзогенным по характеру и зависит от внешнего технического прогресса. Авторы также показали, что модель достаточно просто преобразуется в модель эндогенного роста, типа АК-модели, введением предположения о постоянной отдаче воспроизводимых факторов – человеческого и физического капитала. Для этого они ввели дополнительное предположение о равенстве единице суммы коэффициентов отдачи человеческого и физического капитала, т.е.  $\alpha + \beta = 1$ . Тогда из (5) следует:

$$Y(t) = K^\alpha(t)H^\beta(t).$$

Экзогенная функция технического прогресса в этом случае отсутствует, параметр  $A$  вырождается в константу и темп прироста технического прогресса исчезает, что лишает модель практического смысла.

#### Эндогенизация модели Мэнкью-Ромера-Уэйла. Переход к AN-модели

Ниже мы предлагаем последовательную схему эндогенизации модели Мэнкью, Ромера и Уэйла, которая сохраняет как динамику технического прогресса, так и демографическую динамику. Воспользуемся, прежде всего, эмпирическим законом (стилизованный факт) Калдора [8], который состоит в утверждении, что «отношение физического капитала к выпуску в долгосрочном периоде почти константа», т.е.

$$K = c_K Y, \quad (7)$$

где  $c_K$  – константа. Рассчитав корреляционную связь между основным физическим капиталом и ВВП для США и ряда других стран, как развитых, так и развивающихся, мы убедились, что в период с 1960 г. и по настоящее время стилизованный факт (7) по-прежнему сохраняет силу. В качестве примера на рис. 1 представлен график зависимости «капитал-выпуск» (7) для Германии в периоде с 1991 г. по 2008 г. Аналогичные вычисления были проделаны для ряда стран ОЭСР, включая США, и все они дали схожие результаты. Учитывая, что в исходной модели (5) процесс накопления человеческого капитала (6) предполагается аналогичным процессу накопления физического капитала (2), можно также предполагать, что:

$$H = c_H Y, \quad c_H - \text{константа}. \quad (8)$$

Данное соотношение также подтверждается эмпирическими данными для развитых и развивающихся стран, в частности для Германии его график представлен на рис. 2. Фактически, введение соотношений (7) и (8) в модель означает предположение о постоянной отдаче от физического и человеческого капитала.

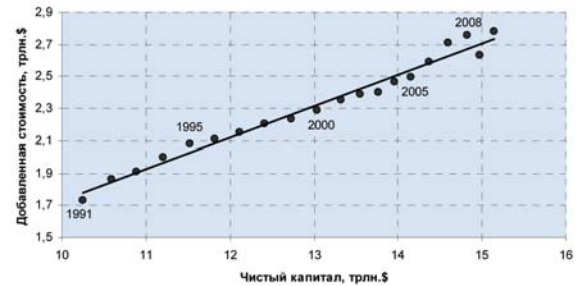


Рис. 1. Корреляция между физическим капиталом и добавленной стоимостью для Германии

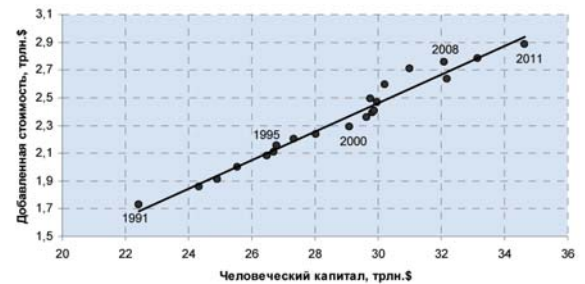


Рис. 2. Корреляция между человеческим капиталом и добавленной стоимостью для Германии

Численность занятых в экономике  $L$  связано с общей численностью населения  $N$  следующим образом:

$$L = c_L N, \quad (9)$$

где  $c_L$  – медленноменяющийся во времени коэффициент, который является медленно убывающей функцией для мира в целом, но относительно быстро убывающей – для развитых стран. При рассмотрении среднемировой динамики экономического развития, в целях упрощения расчетов, можно полагать  $c_L$  постоянной величиной. Она известна:  $c_L = 0.65$ .

Подставляя соотношения (7), (8) и (9) в исходную модель Мэнкью, Ромера и Уэйла (5) получаем ее эндогенизированную модификацию:

$$Y = \gamma AN, \quad \gamma = c_L c_H^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} \cdot c_K^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}}. \quad (10)$$

Полученная AN-модель, в отличие от АК-модели Лукаса (3), лучше подходит для прогнозных расчетов, поскольку демографическую динамику  $N$  и ее структуру можно прогнозировать с большой точностью на многие десятилетия вперед. Для расчета динамики технического прогресса можно воспользоваться формулами усовершенствованной НИОКР-модели [9], которая дает хорошие результаты как при моделировании, так и прогнозировании. Динамика численности населения любой страны также может с достаточно высокой

точностью моделироваться и прогнозироваться в долгосрочном периоде с помощью адекватных математических моделей [10]. Важно отметить, что в *AN*-модели технический прогресс представляет собой совокупную производительность всех факторов производства (СПФ), включая физический капитал. Таким образом, СПФ – это единый показатель эффективности использования всех факторов в процессе производства. Поэтому технический прогресс трактуется как способ повышения качества и производительности труда, а также капитала. В дальнейшем мы будем интерпретировать  $A(t)$  привычным термином технический прогресс, подразумевая совокупную факторную производительность.

Совокупная факторная производительность может быть интерпретирована как показатель синергетических эффектов совместного вклада в экономический рост факторов труда и капитала, обусловленных в конечном итоге степенью гармоничности отношений между капиталом и трудом. Американские экономисты Дейл Йоргенсон и Коин Стирох рассчитали вклад различных факторов в темпы роста экономики США в период с 1948 по 1996 гг. [11]. Результаты расчетов показывают, что в период с 1948 по 1973 гг. факторы капитала и труда играли примерно одинаковую роль в ускорении экономического развития: на их долю приходилось соответственно 26,8 и 25,1 процентных пункта прироста ВВП, а на долю синергетических эффектов – 34,6 процентных пункта. Они пришли к выводу о том, что устойчивые равновесные пропорции вклада капитала и труда являются фундаментальной основой, для проявления синергетических эффектов взаимодействия труда и капитала, ускоряющих экономический рост. А вот в 1973–1990 гг. равновесие между вкладом капитала (33,2 проц. пункта) и труда (40,2 проц. пункта) оказалось нарушенным, что и обернулось резким снижением синергетических эффектов почти в три раза с 34,6 до 11,9 процентных пункта. Весьма показательно, что среднегодовые темпы экономического роста в 1973–1990 гг. по сравнению с периодом 1948–1973 гг. снизились при этом на 1,16%.

Отсюда следует, что требуется в одинаковой мере заботиться как о физическом, так и о человеческом капитале, чтобы темпы роста образованности и квалификации людей опережали, а в худшем случае поспедали за темпами роста технического прогресса, улучшающими качество и производительность физического капитала. Поэтому в развитых странах мира примерно 65–75% национального богатства приходится на человеческий капитал.

*AN*-модель, с учетом соотношения (9), можно однозначно свести к *AL*-модели, поэтому мы полагаем,

что это идентичные модели эндогенного роста, основанные на демографическом факторе. Простота эндогенной модели (10) является ее главным достоинством. Вот, что утверждал известный российский экономист Л. Терехов, который имел большой опыт практической работы с производственными функциями: «Многочисленные исследования прогнозов и их реализации показали, что весьма часто прогнозные оценки экономических показателей, полученные с помощью очень простых моделей, оказывались значительно точнее, чем результаты расчетов по сложным детализованным моделям, состоящим из многих уравнений. Вывод несколько неожиданный, но с фактами принято считаться» [12, с. 89]. Наш опыт использования *AN*-модели для долгосрочного моделирования и прогнозирования экономического развития различных стран также подтверждает данный вывод [13].

Важно также иметь в виду, что различия в доходах на душу населения главным образом обусловлены СПФ. Э. Хелпман приводит данные о том, что различия в подушевых доходах на 60% обусловлены СПФ, а различия в темпах роста дохода на душу населения на 90% определяются СПФ [14, с. 57]. Следовательно, крайне важно, чтобы в *AN*-модели, точность расчетов динамики СПФ ( $A$ ) была как можно более высокой. Именно поэтому, автором в дальнейшем уделяется много внимания конкретным моделям расчета динамики СПФ на всех выделенных стадиях развития мировой экономики. В итоге автором разработана весьма гибкая схема последовательного, постадийного уточнения динамики СПФ, пригодная как для развитых, так и развивающихся стран. Однако, прежде всего, необходимо глубже разобраться в природе самой *AN*-модели.

#### 4. *AN*-модель и родственные модели эндогенного роста

Простейшие производственные функции (ПФ) эндогенного роста, описывающие *AK*-модель (3) и *AN*-модель (10) являются обобщением ПФ Леонтьева с постоянными коэффициентами затрат ресурсов:

$$Y = \min\{\alpha K, \beta L\}, \quad \alpha = \text{const}, \beta = \text{const}. \quad (11)$$

Поэтому основные свойства *AK*-модели присущи и *AN*-модели. ПФ *AN*-модели, также как и ПФ *AK*-модели, имеет линейную зависимость от численности населения (или численности занятых в экономике). Основным свойством *AN*-модели является постоянная предельная производительность труда, т.е. убывание отдачи при увеличении количества труда исключается. Отсутствие же зависимости ПФ *AN*-модели от основного капитала ( $K$ ) компенсируется введением дополнительной отдачи от труда, которой оказывается достаточно,

чтобы в результате сложилась постоянная отдача от труда. Условия Инады, справедливые для неоклассической ПФ, здесь не выполняются. Таким образом, ключевыми свойствами моделей эндогенного роста являются отсутствие убывающей отдачи факторов производства и невыполнение условий Инады.

Выше мы уже отмечали, что для расчета долгосрочной демографической динамики имеется ряд весьма эффективных феноменологических моделей [10]. Поэтому главная проблема при использовании AN-модели возникает с расчетом динамики технического прогресса ( $A$ ). Насколько это важно следует из того, что именно технический прогресс решает проблему убывающей отдачи факторов в долгосрочном периоде. Следовательно, требуются надежные, гибкие и достаточно точные модели для моделирования и расчета динамики технического прогресса. Такие модели, усовершенствованные на основе простейших НИОКР-моделей, были разработаны нами [9] и они уже показали свою практическую эффективность. Остается показать, что модели экономического роста AN-типа охватывают все основные механизмы эндогенного технологического прогресса. С этой целью обратимся к классическим работам, относящимся к этому вопросу.

В свое время, были разработаны три типа моделей, объясняющих эндогенный рост технического прогресса [2]:

1. Модель растущего разнообразия товаров;
2. Модель ступеней качества Шумпетера;
3. Модель распространения и заимствования технологий.

Все эти модели используют специальную ПФ фирмы, предложенную М. Спенсом [15] и развитую А. Дикситом и Дж. Стиглицем [16]:

$$Y = AL^{1-\alpha} \sum_{j=1}^M X_j^\alpha, \quad (12)$$

где  $L$  – объем труда;  $X_j$  – количество промежуточного продукта  $j$ -го типа;  $M$  – количество видов (типов) промежуточных продуктов;  $\alpha$  – эластичность выпуска по промежуточному товару ( $0 < \alpha < 1$ );  $A$  – общий показатель производительности или эффективности производства ( $A = const$ ). Итак ПФ (12) описывает экономику с постоянной отдачей от масштаба по ресурсам в целом и характеризуется убывающей предельной производительностью по каждому из факторов производства ( $L$  и  $X_j$ ). ПФ не содержит в явной форме физический капитал.

В модели растущего разнообразия товаров предполагается, что количество новых видов продукции отражает количество инноваций в экономике, при-

чем появление на рынке новых продуктов можно расценивать как создание новых отраслей экономики. Естественно, что подобная оценка уровня технологического прогресса является весьма приближенной. Обратимся к ПФ модели (12). В этом случае предполагается, что новый продукт не является ни прямой заменой, ни прямым дополнением к уже существующим типам продуктов. Это свойство характерно для инновационных прорывов, когда появляется множество совершенно новых видов товаров и наблюдается использование новых способов производства, так что действительно имеет место растущее разнообразие товаров. Важно отметить, что в данном случае технологический прогресс будет выражаться в увеличении числа  $M$ , т.е. в росте количества доступных для производства промежуточных продуктов, а не в росте параметра эффективности  $A$ . Что же касается фактора  $X_j$ , с учетом монопольной цены на промежуточный продукт, можно показать, что  $X_j \sim L$  и для всех  $j$  [2, с. 379–380]. Следовательно,  $Y \sim LM$ . Таким образом, по существу модель растущего разнообразия товаров сводится к  $AL$ -модели, учитывая что  $M$  – определяет технический прогресс. В такой экономике возможен эндогенный рост, причем выпуск конечной продукции определяется формулой [2, с. 380]:

$$Y = A^{1-\alpha} \cdot \alpha^{2\alpha} \cdot LM. \quad (13)$$

В модели ступеней качества Шумпетера технологический прогресс рассматривается как качественное улучшение уже имеющихся товаров. Причем, эти качественные улучшения представляют собой практически непрерывный процесс модернизации, происходящий в каждой отрасли экономики, что означает постепенное совершенствование уже имеющихся способов производства и их организации. В этом случае товары лучшего качества вытесняют и замещают товары худшего качества. Подобный процесс впервые изучил и описал великий экономист XX века Й. Шумпетер, который назвал его «созидательным разрушением» [17]. Как видим, модель ступеней качества дополняет модель растущего разнообразия товаров.

Применительно к модели ступеней качества ПФ (12) будет иметь следующие особенности: во-первых,  $M$  уже будет фиксированным постоянным числом, а  $X_j$  трансформируется в улучшенное по качеству количество используемого промежуточного продукта  $\tilde{X}_j$ . В данном случае также можно показать, что  $X_j \sim \tilde{X}_j \sim L$  [2, с. 415], а совокупный выпуск конечной продукции определяется по формуле:

$$Y = A^{1-\alpha} \cdot \alpha^{2\alpha} \cdot L \cdot Q, \quad (14)$$

где  $Q$  – совокупный индекс качества. Причем, темп прироста  $Q$  определяет темп прироста конечной продукции  $Y$  [2, с. 418].

Таким образом, данная модель также сводится к *AL*-модели. В обеих моделях имеет место эффект масштаба, т.е. темпы прироста ВВП зависят от объема труда  $L$ , а следовательно, от размера экономики [2, с. 415], что не находит эмпирического подтверждения. Очевидно, что это является их недостатком, ограничивающим практическое применение.

В модели заимствования (распространения) технологий предполагается, что развивающиеся страны могут догонять развитые, используя передовые технологии путем их заимствования у стран – технологических лидеров. Данная модель нередко реализуется на практике, поскольку заимствование и последующее эффективное использование передовых знаний и технологий обходится гораздо дешевле чем создание инновационных знаний, технологий и продуктов. Определяющую роль заимствования передовой технологии для обеспечения динамичного роста производства, одним из первых отметил английский экономист А. Гершенкрон: «Способность быстро расти положительно связана с размером разрыва между средним уровнем технологии рассматриваемой страны и лучшей технологией, применяемой в передовых странах» [18, с. 230].

На примерах стран континентальной Европы и США, А. Гершенкрон показал, что главная предпосылка ускорения экономического роста отставших стран – это создание подходящих институциональных условий для рывка вперед. Речь шла о том, что государство может в какой-то мере заменить собой рынок частных капиталов, что монопольные прибыли могут быть использованы для финансирования инвестиций, а банковская система способна кредитовать предпринимателей, занятых реальным производством. Причем, экономический «взлёт» может опираться на технологический прорыв, на форсированное развитие промышленности, а не сельского хозяйства. Наконец, отмечалась важная роль экспорта в поддержании устойчивого роста промышленности.

Для формализации модели заимствования технологий необходимо рассмотреть две ПФ типа (12):

$$\begin{aligned} \text{а) } Y_1 &= A_1 L_1^{1-\alpha} \sum_{j=1}^{M_1} X_{1j}^\alpha ; \\ \text{б) } Y_2 &= A_2 L_2^{1-\alpha} \sum_{j=1}^{M_2} X_{2j}^\alpha , \end{aligned} \quad (15)$$

причем,  $M_2(T_0) < M_1(T_0)$ ,  $T_0$  – начальный момент времени. Страна 1 является развитой страной с передовыми технологиями в экономике, а страна 2 – развивающейся, которая заимствует передовые

технологии, разработанные в стране 1 и использует их в своей экономике. Использование передовой технологии сопряжено с издержками адаптации в новой среде. Однако эти издержки, как правило, гораздо меньше чем затраты на создание инновационных технологий. Объем выпуска конечной продукции определяется по формуле [2, с. 455]:

$$Y_2 = A_2^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} \cdot L_2 \cdot M_2. \quad (16)$$

Итак, в данном случае также модель сводится к *AL*-модели. Соотношение выпусков на одного работника ( $y = Y/L$ ) в обеих странах равно [2, с. 456]:

$$\frac{y_2}{y_1} = \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \frac{M_2}{M_1}. \quad (17)$$

Отсюда следует, что если догоняющая страна развивает более высокие темпы роста технологического уровня ( $M_2$ ) промежуточного продукта ( $X_{2j}$ ) и эффективности производства конечной продукции ( $A_2$ ), тогда имеет место конвергенция. Эта конвергенция является условной. Вполне естественно, что разница темпов прироста постепенно сокращается, по мере догоняния страны-лидера.

Рассмотренные выше модели позволяют сделать несколько важных выводов. Во-первых, о возможности долгосрочного устойчивого роста экономики на основе эндогенного технологического прогресса, осуществление которого рассматривается как результат целенаправленной инновационной человеческой деятельности. Причем, выделяется специальный сектор экономики – сектор НИОКР, продуктом которого являются инновации – инновационные технологии, продукты и услуги. Во-вторых, о том, что модели эндогенного роста могут быть успешно формализованы с помощью простейшей ПФ типа «*AL*». В-третьих, из рассмотренных моделей следует, что эндогенный рост – это экономический рост, основанный на структурных изменениях в экономике, связанных с появлением новых продуктов и технологий, и, как следствие, в предпочтениях экономических агентов.

Естественно возникает вопрос о практической эффективности эндогенной модели экономического роста *AN*-типа. В ряде наших работ последних лет [13, 19, 20], мы показали, на многочисленных примерах моделирования и расчета долгосрочного прогноза экономической динамики как развитых, так и развивающихся стран, высокую устойчивость и достаточную точность расчетов по данной модели. Поэтому рекомендуем всем, кто интересуется долгосрочным моделированием и прогнозированием экономического развития, пользоваться в конкретных расчетах моделями *AN*-типа.



## Список литературы

1. *Solow R.A.* Contribution to the Theory of Economic Growth // *Quarterly Journal of Economics*. 1956, vol.70, February, pp.65-94.
2. *Барро Р.Дж., Сала-и Мартин Х.* Экономический рост. М. БИНОМ; Лаборатория знаний, 2010.
3. *Кейнс Дж.М.* Общая теория занятости, процента и денег. М.: Прогресс, 1978.
4. *Lucas R.E.* On the Mechanics of Economic Development // *Journal of Monetary Economics*. 1988. Vol. 22, July. pp. 3–42.
5. *Arrow K.J.* The Economic Implications of Learning-by-doing // *Review of Economic Studies*. 1962. Vol. 29, June. pp. 155–173.
6. *Romer P.M.* Increasing Returns and Long-Run Growth // *Journal of Political Economy*. 1986. Vol. 94, October. pp. 1002–1037.
7. *Mankiw N.G., Romer D., Weil D.N.* A Contribution to the Empirics of Economic Growth // *Quarterly Journal of Economics*. 1992. Vol. 107, May. pp. 407–437.
8. *Kaldor N.* Capital Accumulation and Economic Growth / *F. Lutz, D. Hague* (eds). *The Theory of Economic Growth*. New York: St. Martin's Press, 1961. pp. 177–222.
9. *Акаев А.А., Садовничий В.А., Ануфриев И.Е.* Усовершенствованная НИОКР-модель для прогнозных расчетов совокупной производительности факторов экономического роста / В книге «Мировая динамика: закономерности, тенденции, перспективы». М.: ЛИБРОКОМ, 2013. С. 15–50.
10. *Акаев А.А., Садовничий В.А.* Глобальные демографические модели как основа для стратегического прогноза / В книге «Проекты и риски будущего». М.: КРАСАНД, 2011. С. 17–44.
11. *Jorgenson D., Stiroh K.* Information Technology and Growth // *American Economic Review*. 1999. № 5. pp. 113.
12. *Терехов Л.Л.* Производственные функции. М.: Статистика, 1974.
13. *Акаев А.А., Ануфриев И.Е., Акаева Б.А.* Математическое моделирование мирового развития. Демография, экономика, энергетика, технологии / В книге «Проекты и риски будущего: Концепции, модели, инструменты, прогнозы». М.: КРАСАНД, 2011. С. 278–311.
14. *Хелпман Э.* Загадка экономического роста. М.: изд-во Института Гайдара, 2012.
15. *Spence M.* Product Selection, Fixed Costs, and Monopolistic Competition // *Review of Economic Studies*. 1976. Vol. 43, June. pp. 217–235.
16. *Dixit A.K. and J.E. Stiglitz.* Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity // *American Economic Review*. 1977. Vol. 67, June. pp. 297–308.
17. *Schumpeter J.A.* *The Theory of Economic Development*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1934.
18. *Gerschenkron A.* *Economic Backwardness in Historical Perspective*. Cambridge, MA: Belknap Press of Harvard University, 1962.
19. *Акаев А.А., Ануфриев И.Е., Акаева Б.А.* Авангардные страны мира в XXI веке в условиях их конвергентного развития: долгосрочное прогнозирование экономического роста. М.: ЛИБРОКОМ, 2013.
20. *Акаев А.А.* От эпохи великой дивергенции к эпохе великой конвергенции. М.: ЛЕНАНД, 2015.

M.I.R. (Modernization. Innovation. Reseaches)

ISSN 2411-796X (Online)

ISSN 2079-4665 (Print)

INNOVATION

## MODELS OF AN-TYPE INNOVATIVE ENDOGENOUS GROWTH AND THEIR SUBSTANTIATION

Askar A. Akaev

### Abstract

*The article presents an analysis of some classical models of economic growth of exogenous and endogenous type, based on the calculation of the motion of physical capital. It is shown that the simplest AN-type model, based on the calculation of population dynamics and endogenous technological progress, is more adequate for the description of the current economic development and provides a more accurate long-term forecast of economic dynamics.*

**Keywords:** production function; growth factors; total factor productivity, exogenous and endogenous growth models; innovation; technological progress; R&D models.

**Correspondence:** Akaev Askar A., Institute of the Mathematical Investigations of Complex Systems, Lomonosov Moscow State University (1, Leninskie Gory, 119991), Russian Federation, askarakaev@mail.ru

**Reference:** Akaev A. A. Models of AN-type innovative endogenous growth and their substantiation. *M.I.R. (Modernization. Innovation. Reseches)*, 2015, vol. 6, no. 2, pp. 70–79. DOI: 10.18184/207946652015.6.2.70.79

### References

1. Solow R.A. Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*, 1956, vol. 70, February, pp. 65–94.
2. Barro R.J., Javier Sala-i-Martin. Economic growth. Second Edition. Cambridge, Massachussets; London, England: The MIT Press, 2004 (In Russ.).
3. Keynes J.M. General Theory of Employment, Interest and Money. London, 1936 (In Russ.).
4. Lucas R.E. On the Mechanics of Economic Development. *Journal of Monetary Economics*, 1988, vol. 22, July, pp. 3–42.
5. Arrow K.J. The Economic Implications of Learning-by-doing. *Review of Economic Studies*, 1962, vol. 29, June, pp. 155–173.
6. Romer P.M. Increasing Returns and Long-Run Growth. *Journal of Political Economy*, 1986, vol. 94, October, pp. 1002–1037.
7. Mankiw N.G., Romer D., Weil D.N. A Contribution to the Empirics of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*, 1992, vol. 107, May, pp. 407–437.
8. Kaldor N. Capital Accumulation and Economic Growth / F. Lutz, D.Hague (eds). The Theory of Economic Growth. New York: St. Martin's Press, 1961, pp. 177–222.
9. Akaev A.A., Sadovnichy V.A., Anufriev I.E. An Advanced R & D model for the calculations of total factor productivity growth. World Dynamics: patterns, trends and prospects. Moscow: LIBROKOM, 2013, pp. 15–50 (In Russ.).
10. Akaev A.A., Sadovnichy V.A. Global demographic models as a basis for strategic forecast. Projects and risks of the future. Moscow: KRASAND, 2011, pp. 17–44 (In Russ.).
11. Jorgenson D., Stiroh K. Information Technology and Growth. *American Economic Review*, 1999, № 5, p. 113.
12. Terekhov L.L. Production functions. Moscow: Statistics, 1974 (In Russ.).
13. Akayev A.A., Anufriev I.E., Akaeva B.A. Mathematical modeling of global development. Demography, economics, energy, technology. Projects and risks of the future: Concepts, models, tools, forecasts. Moscow: KRASAND, 2011, pp. 278–311 (In Russ.).
14. Helpman E. Riddle of economic growth. Moscow: Publishing House of the Gaidar Institute, 2012 (In Russ.).
15. Spence M. Product Selection, Fixed Costs, and Monopolistic Competition. *Review of Economic Studies*, 1976, vol. 43, June, pp. 217–235.
16. Dixit A.K. and J.E. Stiglitz. Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity. *American Economic Review*, 1977, vol. 67, June, pp. 297–308.
17. Schumpeter J.A. The Theory of Economic Development. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1934.
18. Gerschenkron A. Economic Backwardness in Historical Perspective. Cambridge, MA: Belknap Press of Harvard University, 1962.
19. Akaev A.A., Anufriev I.E., Akaeva B.A. Avant-garde countries of the world in the 21 century in conditions of their convergent development: long-term forecasting of economic growth. Moscow: LIBROKOM, 2013 (In Russ.).
20. Akaev A.A. From the era of the great divergence to the era of the great convergence. Moscow: LENAND, 2015.