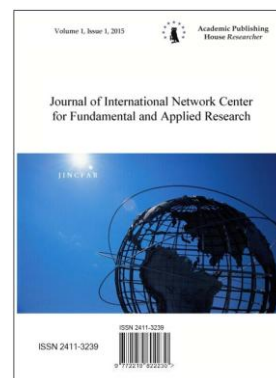


Copyright © 2015 by Academic Publishing House *Researcher*



Published in the Russian Federation
Journal of International Network Center
for Fundamental and Applied Research
Has been issued since 2014.
ISSN 2411-3239
Vol. 3, Is. 1, pp. 34-42, 2015

DOI: 10.13187/jincfar.2015.3.34
www.ejournal36.com



UDC 004.041

Not Transitive Method Preferences

Victor Ya. Tsvetkov

Moscow State Technical University of Radio Engineering, Electronics and Automation MGTU
MIREA, Russian Federation
119454, Moscow, Vernadsky Prospekt, 78
E-mail: cvj2@mail.ru

Abstract

The article describes the method of not-transitive theory of preferences. The concepts of method present themselves the primary use of binary logic and subsequent use of three-valued logic. The article shows the difference between the meanings of polysemous term "preference". The method allows the processing of inconsistent information, which is not considered in two-valued logic. The method permits the processing of information about objects, for which parts the condition of transitivity is disrupted. The article explains the concept of the triangle of conflict and the triangle of coherence. The article shows that the application of the method extends the range of alternatives. The method does not require the axiom of transitivity that is necessary for the methods of the current theory of preferences.

Keywords: information; decision-making; preference transitivity; consistency; contradiction.

Введение

В настоящее время теория предпочтений используется в двух направлениях: социальном и математически-логическом. В социальном направлении, в основном в управлении и в экономике, теорию предпочтений связывают с теорией рационального выбора. При этом молчаливо подразумевают участие ЛПР и соответственно использование когнитивных факторов. В математически-логическом направлении метод предпочтений входит в модальную логику [1], секвенциальную логику [2], темпоральную логику [3]. В основополагающих работах по теории предпочтений Неймана Дж., Моргенштерна О.[4], а также в других [5, 6], предпочтение связывается с рядом аксиом, одна из которых выполнение условия транзитивности. Это накладывает ограничение на применимость метода.

Кроме того, классическая логика и логики, из нее вытекающие, оперируют с двухзначным исчислением (истина-ложь), которое хорошо ложиться на булеву алгебру и оппозиционный анализ [7]. Отцом двухзначного исчисления считают Аристотеля, в то время как у него были и сохранились работы по трехзначной силлогистике и построении логической триады.

Трехзначная силлогистика недостаточно учитывается теорией предпочтений [4, 5] в основном из-за молчаливого предположения о строгой ранжированности объектов, что и вытекает из аксиомы транзитивности. В силлогистике Аристотеля основное отношение – *присущность* – характеризуется двухместной функцией терминов $A(x,y)$, принимающей три взаимно исключающие друг друга значения:

- 1) *необходимо присуще*, $A(x, y) = 1$;
- 2) *антиприсуще*, возможность присущности исключена, $A(x, y) = 0$;
- 3) *привходяще*, не присуще с необходимостью и не антиприсуще $A(x, y) = \sigma, 0 < \sigma < 1$.

В существующей двухзначной логике используют два взаимно исключающие друг друга значения. Третье – «привходящее» исключено, чем обеспечена простота логических выводов. Но это и не позволяет описывать ряд ситуаций. Отсутствие транзитивности встречается, когда логические высказывания связаны не арифметическими отношениями или их эквивалентами в языке, а другими смысловыми отношениями. Известная игра «Камень, ножницы, бумага». Камень сильнее Ножниц; Ножницы сильнее Бумаги; однако Камень не сильнее Бумаги ($tRs \wedge sRp \not\Rightarrow tRp$). Поэтому есть все основания расширить теорию предпочтений для включения не транзитивных ситуаций.

Предпочтение. Понятие предпочтения тесно связано с понятием полезности и с функцией полезности [8]. Функцией полезности называется функция $u(x)$, определенная на упорядоченном множестве X , если для всех $x, y \in X$

$$x \Rightarrow y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y)$$

При рассмотрении семиотических информационных моделей [11] понятие полезности связано с прагматической частью модели.

Следует различать:

- *n* предпочтение как *свойство* (А предпочтительнее В по критерию К);
- предпочтение как *процедуру* (определение предпочтительности между А и В на основе критерия К);
- систему *критериев предпочтений* как основу для нахождения предпочтительности между объектами. В литературе называют системой предпочтений;
- систему *объектов по предпочтительности* ($A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$) как результат систематизации совокупности объектов по заданному критерию предпочтительности К. В литературе называют системой предпочтений.

Для выбора формализма необходимо учесть, что иногда для обозначения предпочтительности используют символ \Rightarrow , который в логике означает оператор следования. Предпочтение обозначают также символами \sim, \succ, \succeq - которые означают отношение безразличия (неопределенности), строго предпочтения и нестрого предпочтения. Для всех перечисленных обозначений предполагается выполнение условия транзитивности. Безразличие также иногда называют эквивалентностью. Для символа эквивалентности используют еще одно обозначение \Leftrightarrow . Эквивалентность А и В записывают как

$$B \Leftrightarrow A$$

Выражение А неопределенно относительно В по критерию $F2$ можно записать как

$$F2: B \sim A$$

\sim - символ неопределенности.

Для предпочтения, которое допускает нарушение и сохранение условия транзитивности введем обозначение \geq . Этот оператор назовем оператором не транзитивного предпочтения. Не транзитивные предпочтения создают свою систему предпочтений [9].

Трехзначная силлогистика

Трехзначная силлогистика Аристотеля будет характеризоваться значениями 1, 0, \sim . То есть обозначение \sim применяется для описаний отношения неопределенности и значения неопределенности. Отношение это или значение вытекает из контекста.

Одной из особенностей не транзитивной теории предпочтений является возможность работы с противоречивой информацией, которая в принципе не может быть строго ранжирована и для которой имеет место трехзначная логика: 1, 0, ~

Система объектов по предпочтительности $(A_1, A_2, A_3, \dots, A_n)$ может обладать или не обладать этим свойством.

Используем оператор не транзитивного предпочтения для формального описания игры «Камень (A), ножницы (B), бумага (C)».

Камень сильнее Ножниц $A \geq B$;

Ножницы сильнее Бумаги $B \geq C$;

Бумаги оборачивает Камень $C \geq A$.

Если свойство транзитивности соблюдается, система объектов по предпочтительности будет называться согласованной или непротиворечивой. В векторной алгебре этому свойству имеется аналог – вектор равный сумме других векторов Рис. 1а.

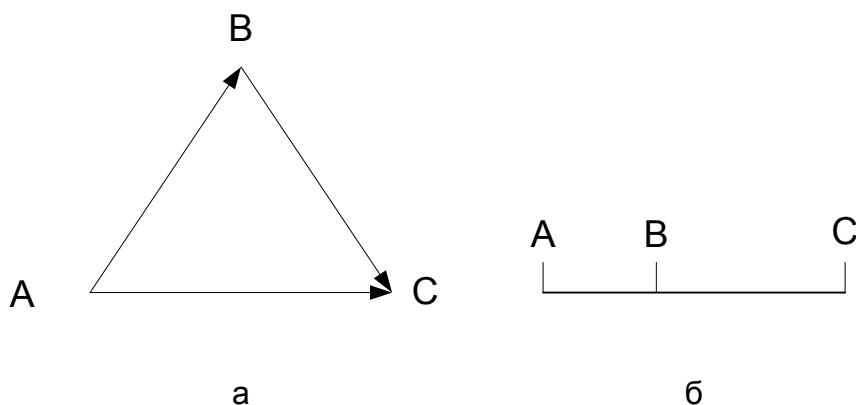


Рис. 1. Векторная (а) и алгебраическая (б) согласованная система предпочтений

Для чисел свойство транзитивности соблюдается всегда (рис. 1б). Фигуру на рис. 1а называют треугольником согласованности.

Если свойство транзитивности (для трех из N объектов) не соблюдается, система объектов по предпочтительности будет называться не согласованной, противоречивой или циклической (рис. 2) «Камень (A), ножницы (B), бумага (C)».

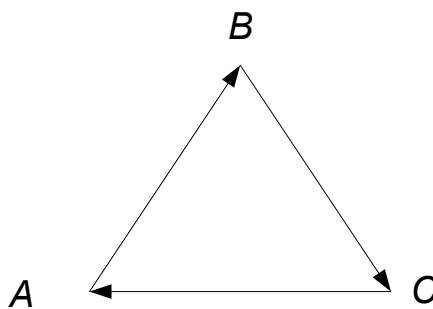


Рис.2. Циклическая система объектов предпочтительности.

В системе из N объектов какая-то часть объектов будет согласованной, какая-то часть будет противоречивой. В векторной алгебре ситуация, приведенная на рис. 2 недопустима. Поэтому данную иллюстрацию следует рассматривать как графовую модель. Фигуру на рис. 2 называют треугольником противоречий.

Метод оценки

Оценка предпочтительности в системе из N объектов осуществляется на основе сравнения с эталоном или парного сопоставления. Сопоставление может быть прямым или косвенным, полным или частичным. Прямое сопоставление проводится тогда, когда имеется возможность сопоставить объект с другим объектом. При возможности сопоставления по всем параметрам сопоставление является полным, в противном случае оно является частичным. Полное сопоставление возможно при наличии поля предпочтений [10]. Поле предпочтений является частным случаем информационного поля [11]. Оно характеризуется полевой переменной, которой является оценка предпочтительности.

Косвенное сопоставление соответствует случаю сравнения двух объектов или их информационных конструкций через промежуточный объект. Выделяют следующие методы сопоставлений: параметрический, векторный, матричный, интегральный.

Параметрический метод сопоставления заключается в анализе отдельных параметров и переносе результатов сравнения на основе отношения эквивалентности. Этими параметрами могут быть числа, логические переменные, рейтинговые оценки, характеристики сравнительных свойств и т.п. Он включает набор методов, в котором следует выделить: алгебраический, логический, операционный, функциональный, дифференциальный – методы.

Векторный метод сопоставления [12] заключается в преобразовании наборов параметров к векторному виду и совокупном сравнении векторов на основе векторных критериев. При этом такой метод допускает сравнение векторов разной размерности.

В отличие от классического векторного анализа в не транзитивной теории предпочтений компоненты вектора могут иметь разные шкалы и единицы измерения, но сравниваемые вектора должны иметь для соответствующих компонент одинаковые единицы измерения. Например, вектор параметров "автомобиль" может иметь следующие компоненты: 1. Фирма производитель. 2. Марка автомобиля. 3. Мощность двигателя. 4. Цена. 5. Потребление горючего на 100 км пробега. 6. Вес. 7. Полезная грузоподъемность. 8. Срок гарантийного обслуживания. 9. Наличие гарантийных мастерских в данном регионе. 10. Тип потребляемого горючего и пр. По совокупности таких разных параметров можно провести сравнение, что показано в работе [13].

Матричный метод сопоставления заключается в преобразовании наборов параметров к матричному виду и совокупном сравнении матриц на основе матричных критериев. Такой метод позволяет сравнивать сходство и различие между матричными объектами.

Интегральный метод оценки предпочтений применяют как метод редукции при уменьшении количества сравниваемых параметров, или когда параметры различаются по качеству и количеству. Он реализуется на основе экспертного оценивания. Одним из основных интегральных методов оценки предпочтений является метод парных сравнений.

При сравнении большой совокупности объектов с разными и одинаковыми параметрами возникает свойство необозримости [14] такой информационной коллекции. Сложно обозреть сразу все объекты и получить точную сравнительную оценку. Значительно проще для эксперта сравнивать пары объектов между собой и давать сравнительную оценку для каждой пары. Совокупность таких парных оценок позволяет построить матрицу парных сравнений. Парные сравнения являются примером двузначной логики. Но затем эксперт переходит к тройкам объектов и начинает сравнивать оцененные пары по треугольникам типа рис. 1 и рис. 2. Такие сравнения относят к трехзначной логике. Таким образом, принципиальным в таком подходе является первичное использование двузначной логики и последующее использование трехзначной логики.

Один эксперт может сравнить между собой n объектов. Для каждой пары он дает оценку. При двузначной логике невозможно оценить согласованность, поэтому она и требует условия транзитивности, которое в принципе задает строгую ранжировку объектов априори.

Если допустить возможность несогласованности экспертной оценки или несогласованности свойств объектов, то требуется переход к трехзначной логике. В не транзитивной теории предпочтений оценки могут быть согласованы, или непротиворечивы, и несогласованы, то есть противоречат друг другу. В качестве *меры непротиворечивости* сравнения используются число K , определяемое по разному для четного и нечетного n по треугольникам противоречий или по циклам.

При нечетном n

$$K = 1 - \frac{24d}{n^3 - n} \quad (1)$$

при нечетном n

$$K = 1 - \frac{24d}{n^3 - 4n} \quad (2)$$

здесь d - число встретившихся треугольников противоречий.

Если сравниваемых объектов более чем три, то граф, соответствующий системе предпочтений, для таких объектов будет отображать многоугольник. Количество треугольников противоречий в таком графе и будет соответствовать величине d в формулах (1) и (2).

При парных сравнениях может быть получена система предпочтений, которая может быть согласованной или несогласованной. Каждые три пары трех объектов могут образовывать треугольники согласованности или треугольники противоречия. Общее количество треугольников будет равно T . Из них в общем случае T_c – число треугольников согласованности, T_n – число треугольников противоречий. Чем больше T_c , тем более согласованная система. Чем больше T_n , тем система предпочтений более противоречива.

Для многоугольника предпочтений существует понятие среднего и дисперсии. Если в парных сравнениях выводы о каждом из n объектов совершенно случайны, то среднее $E(T_n)$ и дисперсия $V(T_n)$ общего числа T_n получаемых треугольников противоречий принимают следующие значения:

$$E(T_n) = n(n - 1)(n - 2)/24; \quad (3)$$

$$V(T_n) = n(n - 1)(n - 2)/32. \quad (4)$$

При большом n можно считать, что T_n распределено приближенно нормально. Рассмотрим пример – сравнительный анализ объектов одним экспертом [9]. В этом случае один эксперт сравнивает несколько объектов попарно между собой и ранжирует их в порядке предпочтений. В результате такого сравнения получена система предпочтений, представленная в таблице 1.

Таблица 1. Результат сравнения

Объекты							
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							

При парном сравнении их качества одним экспертом общее число пар составит 21. При составлении матрицы использовано правило – элемент матрицы равен 1, если выполняется условие предпочтительности.

Если систему предпочтений из табл. 1 изобразить графически, то получится ее графовое представление [9] в виде многоугольника. Такой рисунок называется графом предпочтений

Противоречивость многоугольника предпочтений при любой методике можно оценить, подсчитывая число треугольников противоречий, входящих в его структуру. Подсчитаем число циклических треугольников в таблице 1. Циклическими будут следующие треугольники:

$\Delta 135, \Delta 136, \Delta 345.$

Всего, таким образом, $d = 3$. Поскольку число объектов $n = 7$, то мера непротиворечивости K по формуле (2) будет равна:

$$K = 1 - (24 \cdot 3) / (7^3 - 7) = 0,786$$

Тогда, если бы в данном случае вывод был совершенно случайным, то среднее и дисперсия числа циклических треугольников T были бы:

среднее $E(T) = 8,75$,
дисперсия $V(T) = 6,56$.

Существует и способ оценки с вероятностью 0.5: являются ли заключение абсолютно случайным или же при сравнении всех пар выявилось какое-либо преимущество. В данном случае $n = 7$, это не очень большое значение, но все же примем, что T соответствует нормальному распределению со средним 8,75 и дисперсией 6,56.

Составим гипотезы: нулевая гипотеза H_0 : оценки совершенно случайны. При этом альтернативная гипотеза H_1 : число циклических треугольников, полученных в результате оценки, меньше, чем при совершенно случайной оценке. Соответственно, возьмем односторонний критерий.

Поскольку число треугольников противоречий на рис. 4 $d = 3$, то используя t -критерий получим

$$t = (d - 8,75) / (6,56)^{1/2} = - 2,24$$

Это значение выходит даже за одностороннюю 5 %-ную точку (1,64) нормального распределения. Соответственно, нулевая гипотеза H_0 отвергается с риском 5 %. Таким образом, можно считать, что вывод непротиворечив, и оценка эксперта может быть принята.

Поскольку оценка не является противоречивой, а наоборот согласованной, то на ее основании мы можем дать ранжировку исследуемым объектам и расположить их по предпочтительности. Для этой цели просуммируем предпочтения. Наибольшее число предпочтений обеспечит более высокий ранг. Результат приведен в таблице.

Таблица 2. Результат интегрального оценивания

Ранг							
Объекты							
Балл							

В таблице 2 у некоторых объектов рейтинги получились одинаковыми. Это обусловлено наличием противоречий в оценке. Можно констатировать, что наличие противоречивости приводит к появлению одинаковых рейтингов, а ее отсутствие

обеспечивает полную ранжировку с разными рейтингами. Такая ситуация часто имеет место в спортивных соревнованиях.

При этом равенство рейтингов может носить объективный характер (объекты имеют равный рейтинг), а может быть следствием ошибок эксперта (объекты разных классов имеют равный рейтинг). Для устранения последнего фактора используют оценку группой экспертов. Таким образом, применение методов предпочтений позволяет производить анализ и получать решения задач, которые на первый взгляд кажутся частично формализуемыми. Он служит дополнительно к алгоритмическим методам средством поддержки принятия решений.

Заключение

Результаты применения не транзитивного метода предпочтений формируют систему оценок предпочтительности объектов, которая может быть полностью согласованной или частично противоречивой. Если оценки согласованы, то такие результаты применяют для поддержки принятия решений. Если сопоставимость результатов метода предпочтений частичная, то при определенных условиях (по усмотрению ЛПП) они могут быть использованы для поддержки принятия решений. Другими словами метод предпочтений позволяет принимать решения при логической несогласованности данных, что является расширением классических методов вывода и доказательств. В методике предпочтений для сравнения используется не только числовая мера полезности, но и более широкий круг понятий, таких как дихотомия [15], целевая функциональность и др. Другими словами, в не транзитивной теории предпочтений допускаются количественные и качественные меры сравнения. Таким образом, данный подход позволяет использовать качественную и слабо формализованную информацию, что позволяет его использовать при решении проблемы больших данных [16]. Этот метод предпочтений расширяет возможности многокритериального выбора за счет использования частично ранжированной и противоречивой информации. Метод не транзитивной теории предпочтений расширяет возможности информационной теории индивидуального выбора [17] за счет использования слабоструктурированной и противоречивой информации.

Примечания:

1. Шкатов Д.П. Модальная логика и модальные фрагменты классической логики. Институт философии РАН, 2008.
2. Васюкевич В.О. Элементы асинхронной логики. Венъюнкция и секвенция. 2009. 123 с.
3. Moshe Y. Vardi. *An Automata-Theoretic Approach to Linear Temporal Logic*. Proceedings of the 8th Banff Higher Order Workshop (Banff'94). Lecture Notes in Computer Science, vol. 1043, pp. 238--266, Springer-Verlag, 1996.
4. Von Neumann J., Morgenstern O. *Theory of Games and Economic Behavior* (60th Anniversary Commemorative Edition). – Princeton university press, 2007.
5. Jacques Lesourne. *The Core of the Utility Theory*. / In: J. Lesourne. *A Theory of the Individual for Economic Analysis*. Amsterdam, etc.: North-Holland, 1977, p. 7-13.
6. Давыдов Д.В., Тарасов А.А. Существование функций полезности при интервальных предпочтениях с показателем // *Управление в социально-экономических системах*. 2008. №1(15). с. 113-120.
7. Tsvetkov V.Ya. *Opposition Variables as a Tool of Qualitative Analysis* // *World Applied Sciences Journal*. 2014. 30 (11). P. 1703-1706.
8. Култыгин В.П. Теория рационального выбора-возникновение и современное состояние // *Социологические исследования*. 2004. №. 1. С. 27-36.
9. Цветков В.Я. *Основы теории предпочтений*. М.: Макс Пресс. 2004. 48 с.
10. Горбунов В.К., Ледовских А. Г. Построение поля потребительских предпочтений по торговой статистике // *Журнал Среднев. матем. общества*. Саранск: СВМО. 2010. Т. 12. № 4.
11. Tsvetkov V.Ya. *Information field* // *Life Science Journal*. 2014. 11(5). pp. 551-554
12. Бескорвайный А. В. Компараторная идентификация векторов предпочтений в моделях многокритериального выбора // *Проблемы бионики*. 1999. №. 50. С. 162-168.
13. Иванников А.Д., Тихонов А.Н., Цветков В.Я. *Основы теории информации*. М.: МаксПресс, 2007. 356 с.

14. Tsvetkov V.Ya. Cognitive information models. // Life Science Journal. 2014. 11(4). pp. 468-471.
15. Tsvetkov V.Ya. Dichotomic Assessment of Information Situations and Information Superiority // European Researcher, 2014, Vol.(86), № 11-1, pp. 1901-1909.
16. Tsvetkov V.Ya., Lobanov A.A. Big Data as Information Barrier // European Researcher, 2014, Vol.(78), № 7-1, p. 1237-1242
17. Бродский Б.Е. Информационная теория индивидуального выбора. М.: Ситуационный центр ЦЭМИ РАН. 2008.

References

1. Shkatov D.P. Modal'naya logika i modal'nye fragmenty klassicheskoi logiki. Institut filosofii RAN, 2008.
2. Vasyukevich V.O. Elementy asinkhronnoi logiki. Ven'yunktsiya i sekventsiya. 2009. 123 s.
3. Moshe Y. Vardi. An Automata-Theoretic Approach to Linear Temporal Logic. Proceedings of the 8th Banff Higher Order Workshop (Banff'94). Lecture Notes in Computer Science, vol. 1043, pp. 238--266, Springer-Verlag, 1996.
4. Von Neumann J., Morgenstern O. Theory of Games and Economic Behavior (60th Anniversary Commemorative Edition). – Princeton university press, 2007.
5. Jacques Lesourne. The Core of the Utility Theory. / In: J. Lesourne. A Theory of the Individual for Economic Analysis. Amsterdam, etc.: North-Holland, 1977, p. 7-13.
6. Davydov D.V., Tarasov A.A. Sushchestvovanie funktsii poleznosti pri interval'nykh predpochteniyakh s pokazatelem // Upravlenie v sotsial'no-ekonomicheskikh sistemakh. 2008. №1(15). s. 113-120.
7. Tsvetkov V.Ya. Opposition Variables as a Tool of Qualitative Analysis // World Applied Sciences Journal. 2014. 30 (11). R. 1703-1706.
8. Kuliygin V.P. Teoriya ratsional'nogo vybora-vozniknovenie i sovremennoe sostoyanie //Sotsiologicheskie issledovaniya. 2004. №. 1. S. 27-36.
9. Tsvetkov V.Ya. Osnovy teorii predpochtenii. M.: Maks Press. 2004. 48 s.
10. Gorbunov V.K., Ledovskikh A. G. Postroenie polya potrebitel'skikh predpochtenii po torgovoi statistike // Zhurnal Srednev. matem. obshchestva. Saransk: SVMO. 2010. T. 12. № 4.
11. Tsvetkov V.Ya. Information field // Life Science Journal. 2014. 11(5). pp. 551-554.
12. Beskorovainyi A. V. Komparatornaya identifikatsiya vektorov predpochtenii v modelyakh mnogokriterial'nogo vybora //Problemy bioniki. 1999. №. 50. S. 162-168.
13. Ivannikov A.D., Tikhonov A.N., Tsvetkov V.Ya. Osnovy teorii informatsii. M.: MaksPress, 2007. 356 s.
14. Tsvetkov V.Ya. Cognitive information models. // Life Science Journal. 2014. 11(4). pp. 468-471.
15. Tsvetkov V.Ya. Dichotomic Assessment of Information Situations and Information Superiority // European Researcher, 2014, Vol.(86), № 11-1, pp. 1901-1909.
16. Tsvetkov V.Ya., Lobanov A.A. Big Data as Information Barrier // European Researcher, 2014, Vol.(78), № 7-1, p. 1237-1242
17. Brodskii B.E. Informatsionnaya teoriya individual'nogo vybora. M.: Situatsionnyi tsentr TsEMI RAN. 2008.

УДК 004.041

Не транзитивный метод предпочтений

Виктор Яковлевич Цветков

Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматизации МГТУ МИРЭА, Российская Федерация
119454, Москва, Проспект Вернадского, 78
E-mail: cvj2@mail.ru

Аннотация. Статья описывает метод не транзитивной теории предпочтений. Концепциями метода является первичное использование двузначной логики и последующее использование трехзначной логики. Показано различие между значениями полисемического термина «предпочтение». Метод допускает обработку противоречивой информации, которая в двузначной логике не рассматривается. Метод допускает обработку информации об объектах, для части которых нарушается условие транзитивности. Раскрыто понятие треугольника противоречий и треугольника согласованности. Статья показывает, что применение метода расширяет возможности выбора альтернатив. Метод не требует выполнения аксиомы транзитивности, что требуют методы существующей теории предпочтений.

Ключевые слова: Информация; принятие решений; предпочтение; транзитивность; согласованность; противоречие.